平成15年度　東大寺学園高等学校入学試験問題

数　　　　学　　——６０分——（高校数学・２枚のうち１）

1　次の各問いに答えよ.

(1)　$a=\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$，$b=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$，$c=\dfrac{-\sqrt{2}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$ のとき，$(a+b+c)^2+(a-b-c)^2+(-a+b+c)^2$ の値を求めよ.

(2)　$x^3y^2-2x^2y^2-x^2y^3-x+y+2$ を因数分解せよ.

(3)　１つのさいころを3回振るとき，出た目の最大公約数が2である確率を求めよ.

(4)　$a<b<c<d$ であるような４つの整数 a, b, c, d から異なる2つを取った数の和が8，9，11，12，14，15となるとき，a, b, c, d の値をそれぞれ求めよ.

2　x の２次方程式 $x^2-8x+3k-68=0$…① に対して，次の問いに答えよ.

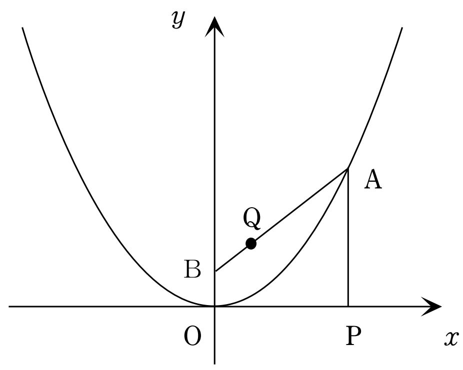
(1)　$k=\dfrac{20}{3}$ のとき①の解を求めよ.

(2)　①の解が正の偶数と負の偶数となるような正の整数 k の値を求めよ.

3　放物線 $y=x^2$ 上にA $(a,\ a^2)$ をとり，Aから x 軸に垂線APをひく．点B $\left(0,\ \dfrac{1}{4}\right)$ に対して，線分AB上に点Qをとり，AP＝AQとなるようにする．ただし，$a>0$ とする．次の問いに答えよ.

(1)　線分ＢQの長さを求めよ.

(2)　$\angle$PAQ＝60° のとき，a の値を求めよ.

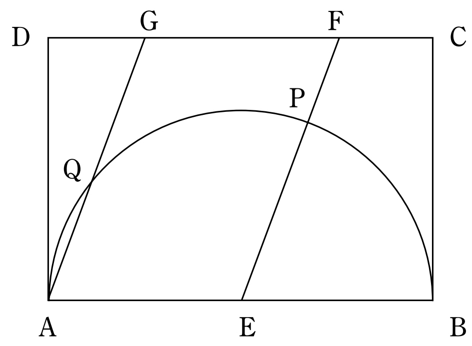


４　右の図のようなAB＝4，BC＞2である長方形ABCDとABを直径とする半円がある．
辺ABの中点をEとし，辺CD上にCF＝1，DG＝1となる点F，Gをとる．次に線分EF，AGと半円との交点をそれぞれP，Qとする．FP＝1であるとき，次の問いに答えよ．

(1)　辺BCの長さを求めよ．

(2)　線分BPの長さを求めよ．

(3)　△BPQの面積を求めよ．



５　右の図のような１辺の長さが4の立方体ABCDEFGHの辺AE，BF，CG，DH上にそれぞれ点P，Q，R，Sをとり，AP＝1，BQ＝3，CR＝1，DS＝3となるようにする．次の問いに答えよ．

(1)　線分PQの長さを求めよ．

(2)　立体PQRSの表面積を求めよ．

(3)　立体PQRSの体積を求めよ．