

Die Astronomische Uhr

von Florian Leitner

Schülerpraktikant der Westfälischen Volkssternwarte im Mai/Juni 2003

Aufgabe und Funktion

Eine Astronomische Uhr ist ein Gerät, mit dem man die Stellung der Planeten, der Sonne und des Mondes anzeigen kann (Abb. 1). Der Ring am Rand der Scheibe stellt die 12 Tierkreiszeichen dar. Jedem Monat ist ein Tierkreiszeichen zugeordnet. Den Zeichen wurde in der Astrologie eine Eigenschaft wie gut, neutral oder böse zugeordnet. Astronomische Uhren wurden auch in der Astrologie eingesetzt, wo die beobachtbaren Planetenstände willkürlich im Sinne menschlicher Charaktereigenschaften ausgedeutet wurden. Hier legen wir deshalb unser Augenmerk auf die astronomischen und mathematischen Naturprinzipien, die einer astronomischen Uhr zugrunde liegen.

Für jedes Objekt gibt es einen Zeiger. Wenn ein Zeiger eines Planeten (Merkur, Venus, Mars, Jupiter, Saturn) eine Umdrehung auf der Scheibe gemacht hat, ist der Planet einmal auf seiner Umlaufbahn durch den Tierkreis gewandert. Man glaubte, dass ein Planet sich auf das Schicksal der Menschen auswirkt. Dies kam darauf an, wo der Planet steht.

Die Sonne dreht sich einmal in einem Jahr um dieses Ziffernblatt (365,2422 Tage). In dieser Zeit durchläuft der Mond 12,368 Zyklen von Neumond bis Neumond. Man nennt diesen Zyklus, der 29,5306 Tage andauert, den Synodischen Monat oder auch die Lunation. Eine vollständige Umdrehung des Mondzeigers, nennt man den Siderischen Monat. Er weist 27,3217 Tage auf. Daraus ergibt sich, dass ein Jahr etwas mehr als zwölf Monate hat.

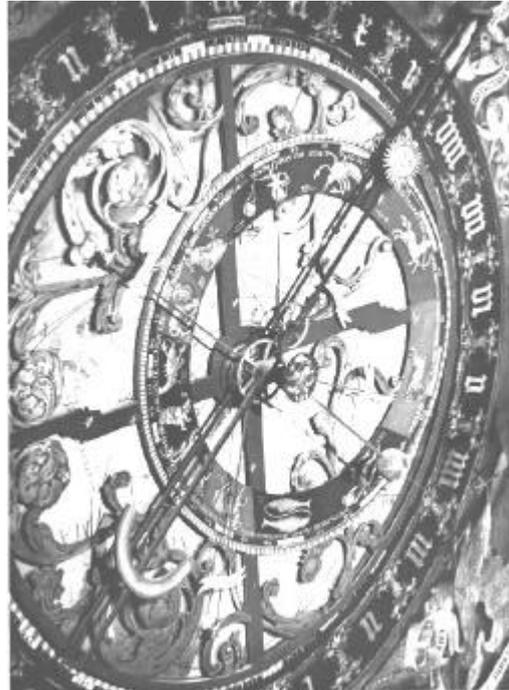


Abb. 1: Astronomische Uhr im Dom zu Münster

Wenn 19 Jahre vergangen sind, sind auch im Mittel 235 Lunationen vergangen und dementsprechend 254 Siderische Monate. Diesen Zyklus nennt man Meton-Zyklus, nach dem griechischen Astronomen Meton, der ihn im 5. vorchristlichen Jahrhundert entdeckte. Nach Ablauf dieser Spanne liegen die Mondphasen wieder auf den gleichen Kalenderdaten.

Man kann mit Astronomischen Uhren auch Finsternisse vorhersagen. Dafür gibt es einen speziellen Zeiger, den sogenannten Drachenzeiger oder auch Knotenzeiger, der sich einmal in 18,61 Jahren um die Scheibe dreht. Diese Zeitspanne nennt man den Drakonitischen Zyklus. Während Mond- und Sonnenzeiger gegen den Uhrzeigersinn laufen, dreht sich der Drachenzeiger im Uhrzeigersinn. Wenn der Sonnenzeiger, der Mondzeiger und der

Drachenzeiger (Doppelzeiger, siehe Abb. 2) dieselbe Stellung haben, dann gibt es eine Mondfinsternis (bei Vollmond) oder eine Sonnenfinsternis (bei Neumond).



Abb. 2: Skizze einer Finsternisuhr mit Sonnen-, Mond- und Drachenzeiger

Die Planeten, der Mond und die Sonne (man nennt sie zusammen Wandelsterne) werden von einem Getriebe mit Zahnrädern angetrieben. Wenn man die Uhr mit der Hand antreiben will, dann dreht man an einer Kurbel und die Drehung wird dann mit einer entsprechenden Geschwindigkeit über Zahnräder auf die Zeiger übertragen. Man kann dann, wie in einem Planetarium, die Planetenbewegungen, die Finsternisse und vieles mehr in einem schnelleren Ablauf als in der Natur darstellen.

Konstruktion einer einfachen astronomischen Uhr

Im Folgenden wird der Bau einer Astronomischen Uhr mit Sonnen-, Mond- und Drachenzeiger beschrieben.

1. Sonnen- und Mondzeiger

Wenn die Sonne sich 19-mal um die Scheibe gedreht hat, dann muss das der Mond 254-mal getan haben. Folglich ist das Verhältnis bei den Umdrehungen zwischen Sonne und Mond = $19/254$. Wenn man ein Rad (z.B. das Mondrad) antreibt, dann muss man eine entsprechende Zahnradgeschwindigkeit für das andere anzutreibende Rad (Sonnenrad) erreichen, das über ein Getriebe an das Antriebsrad gekoppelt ist. Die richtigen Geschwindigkeitsverhältnisse der Räder zueinander erreicht man durch die geschickte Wahl von Zahnrädern mit bestimmten Anzahlen an Zähnen.

Ein Beispiel: Hat man ein Verhältnis von 1:2 in den Geschwindigkeiten (das eine Rad dreht sich einmal, während sich das andere Rad zweimal dreht) und wird das schnellere Rad angetrieben, so muss die Geschwindigkeit halbiert werden. Wenn das schnellere Zahnrad 20 Zähne hat, erreicht man dies durch ein angekoppeltes Rad mit 40 Zähnen.

Das muss man dann durch Zahnräder mit bestimmter Zahnung erreichen. Wenn man ein Zahnrad mit einem Zeiger antreibt, muss man mit Hilfe von anderen Zahnrädern die Kraft auch auf das andere anzutreibende Rad übertragen. Man sollte die Primfaktorzerlegung anwenden (die Zahl solange in Faktoren zerlegen, die sich selbst nicht mehr aufspalten lassen, so dass nur noch Primzahlen übrig sind) um herauszufinden, welche Zahnradpaarungen geeignet sind. Primzahlen sind Zahlen die nur durch 1 und durch sich selbst teilbar sind.

Beispiel:

Die Zahl 4 kann man in die Faktoren $2*2$ zerlegen.

Die Zahl 660 kann man in die Faktoren $2*2*3*5*11$ zerlegen.

Primfaktorenzerlegung der Zahlen 19 und 254:

$$19 = 1 \cdot 19$$

$$254 = 2 \cdot 127$$

Eine gute erste Zahnradpaarung ist demnach:

$$\text{Mondrad} = 38 = 76/2$$

$$\text{Hilfsrad1} = 127 = 254/2$$

Daher dreht sich das Hilfsrad 76-mal ($76 = 4 \cdot 19$) wenn sich das Mondrad 254-mal dreht. Die unteren Räder dürfen, wegen den Platzverhältnissen, die durch die Radien des Mond- und Hilfsrad gegeben sind, nicht mehr als 165 Zähne haben. Das Umdrehungsverhältnis muss 4/1 sein damit man die Geschwindigkeit so verlangsamen kann, dass die Geschwindigkeit des Sonnenrads 19 Umdrehungen beträgt. Daraus ergeben sich noch die letzten Zahnungen:

$$\text{Hilfsrad2} = 33$$

$$\text{Sonnenrad} = 132$$

Die Abbildung 3 zeigt dieses Getriebe schematisch.

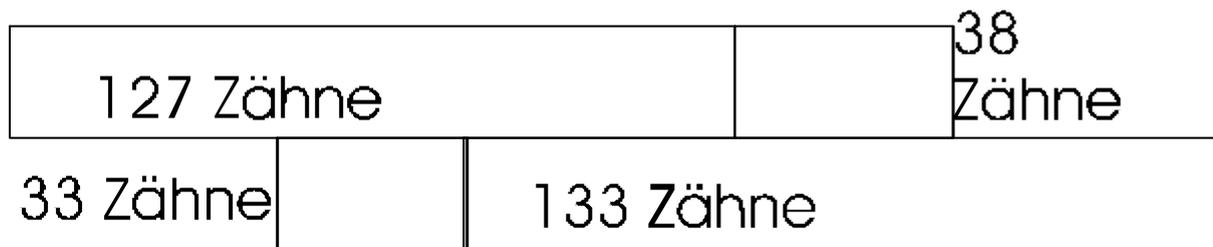


Abb. 3: Zahnräder für das Metonische Getriebe im schematischen Querschnitt

2. Knotenzeiger zur Darstellung der Finsternistermine

Wenn sich der Knotenzeiger 1-mal dreht, dann dreht sich der Sonnenzeiger 18,61-mal. Außerdem dreht sich der Knotenzeiger entgegengesetzt (nämlich im Uhrzeigersinn) zu den anderen beiden Zeigern. Das Verhältnis zum Sonnenzeiger ist daher $1/18,61$. Die Zahlen werden hier angenähert und mit 10 multipliziert. Dann ist das Verhältnis ungefähr $10/186$.

Man kann die Zahlen in folgende Faktoren zerlegen:

$$10 = 1 \cdot 2 \cdot 5$$

$$186 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 31$$

Für die Zahnräder von Sonnenzeiger und Knotenzeiger ergeben sich für die erste Paarung z.B. die Zahnzahlen 30 und 93. Dieses Zahnradpaar stellt die Übersetzung von $10 : 31$ in der obigen Primfaktorzerlegung dar ($10 = 2 \cdot 5$). Es ist demnach noch das Verhältnis $1 : 6$ durch weitere Zahnradpaarungen zu realisieren ($6 = 2 \cdot 3$). Dies gelingt durch die Wahl einer Paarung mit 45 und 90 Zähnen ($1 : 2$) und eine Paarung mit 15 und 45 Zähnen ($1 : 3$). Man nimmt drei Räder mit 90, 45 und 15 Zähnen und stellt durch die richtige Montage sicher, dass das 15er-Rad auf der Achse des 93er-Rades liegt. Da dieser Mechanismus insgesamt 5 Räder aufweist, während der Mechanismus für den Meton-Zyklus aus 4 Rädern besteht, ist auch sichergestellt, dass der Drachenzeiger sich im zum Sonnen- und Mondzeiger entgegengesetzten Drehsinn bewegt. Die Abbildung 4 zeigt das „Drachenge triebe“ im Querschnitt und in Draufsicht.

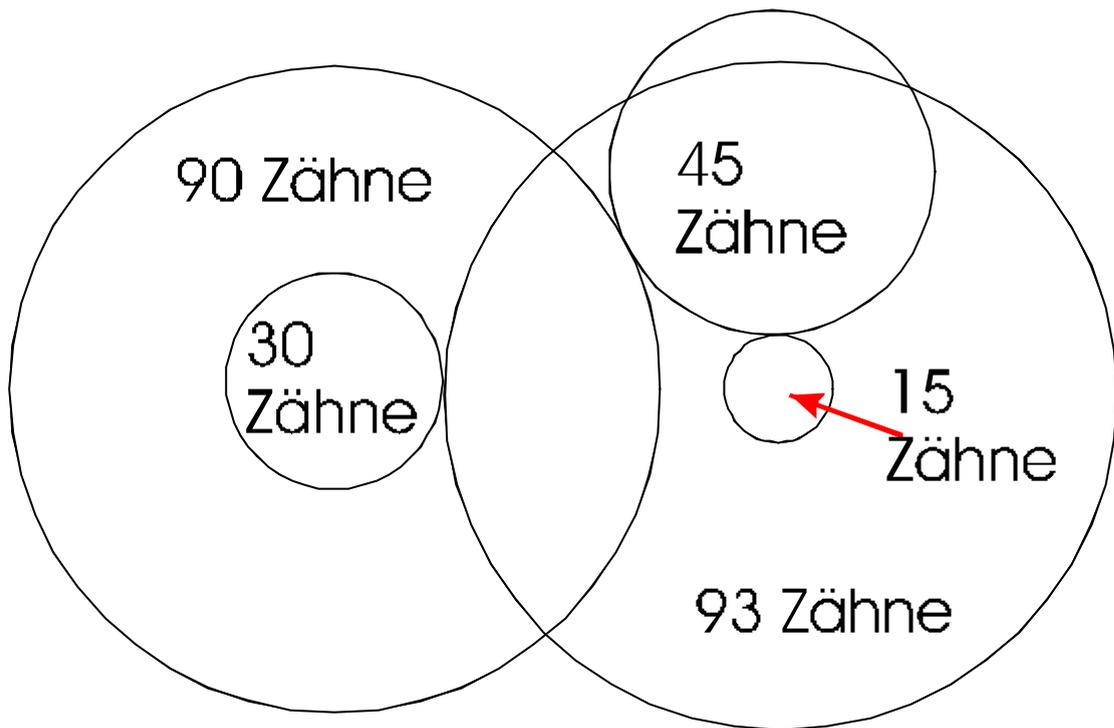
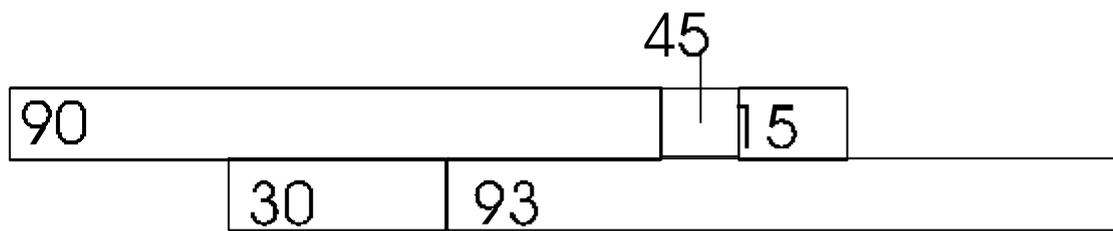


Abb: 4: Das Getriebe für den Drachenzeiger