

Sur l'origine de la résistance de rayonnement

Par M. Léon BRILLOUIN

Ingénieur-conseil à la Société indépendante de Télégraphie sans fil.

I. — Exposé élémentaire.

Dans tous les cours de télégraphie sans fil, on introduit la notion de résistance de rayonnement d'une antenne par la simple remarque suivante :

L'antenne rayonne, à grande distance, une énergie E_r proportionnelle au carré de l'intensité I du courant

$$E_r = RI^2$$

Cette énergie E_r , étant empruntée à la source locale qui entretient le courant I , on doit admettre qu'il existe dans l'antenne une force électromotrice de la forme $-RI$ qui consomme de l'énergie. Le coefficient R est appelé résistance de rayonnement.

Il semble intéressant d'étudier de plus près le mécanisme du phénomène et de rechercher d'où provient la force électromotrice RI ; c'est ce que je me propose d'exposer dans cet article.

Dans la théorie élémentaire, nous sommes habitués à considérer, pour un circuit, deux qualités essentielles, la self-inductance L et la capacité C , qui représentent la réaction du champ électromagnétique extérieur. Lorsque le courant I varie, il se produit une force électromotrice $L \frac{dI}{dt}$; si Q est la charge, la capacité introduit une force électromotrice $\frac{Q}{C}$. Mais les raisonnements qui servent de base à ces définitions supposent implicitement que les

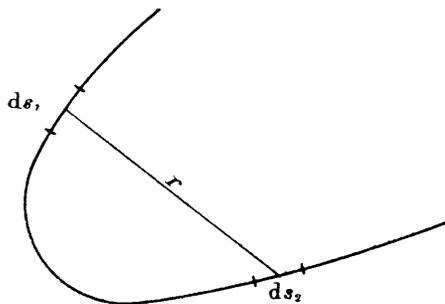


Fig. 1.

champs électrique et magnétique créés, dans tout l'espace occupé par le circuit, sont, à chaque instant, proportionnels aux valeurs I (du courant) et Q (de la charge) au même moment. C'est supposer la *propagation instantanée* des champs électrique et magné-

tique. Une telle approximation n'est valable que pour des courants à variation infiniment lente.

En réalité, lorsqu'une variation de courant (ou de

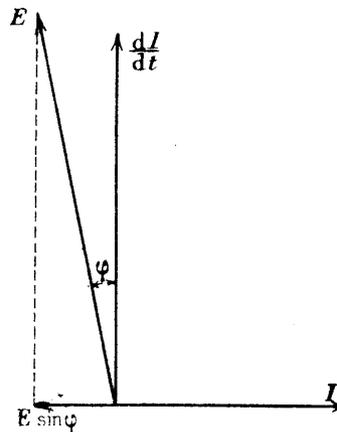


Fig. 2.

charge) se produit au temps t dans un élément ds_1 du circuit, son effet ne se fait sentir, sur un second élément ds_2 , qu'au temps $t + \frac{r}{c}$ (r distance de ds_1 à ds_2 ; c vitesse de la lumière) (fig. 1).

Si l'on tient compte de la durée $\frac{r}{c}$ de la propagation, toutes les forces électromotrices (tant électrostatiques qu'électromagnétiques) sont en réalité *en retard* par rapport à ce que suppose la théorie élémentaire.

Si le courant est sinusoïdal, ceci se traduira ainsi: la force électromotrice E totale sur l'ensemble du circuit sera déphasée d'un petit angle φ , en retard par rapport à $\frac{dI}{dt}$ (fig. 2); le terme en phase $E \cos \varphi$ représente l'effet de la self-inductance et de la capacité du circuit; et le terme déphasé $-E \sin \varphi$ donne la force électromotrice *de résistance de rayonnement*; ce second terme présente bien l'aspect d'une force contre-électromotrice, qui absorbe de l'énergie.

II. — Solution exacte par les potentiels retardés.

Le calcul complet ne peut se faire par les procédés élémentaires; ce sont les potentiels retardés de Lorentz ⁽¹⁾ qui donnent la solution. Soit un milieu de

⁽¹⁾ Cf. H.-A. LORENTZ. The theory of electrons, chapitre I. B. G. Teubner, Leipzig.

pouvoir diélectrique k_0 , et de perméabilité magnétique μ_0 uniformes ; — j'appelle ρ la densité de charge électrique et \vec{u} (u_x, u_y, u_z), la densité de courant en chaque point ; on définit les deux potentiels retardés par les équations suivantes :

$$(1) \quad \begin{aligned} \text{Potentiel scalaire } V &= \frac{1}{k_0} \iiint \frac{[\rho]_{t-\frac{r}{c}}}{r} dx dy dz, \\ \text{Potentiel vecteur } \vec{F} &= \mu_0 \iiint \frac{[\vec{u}]_{t-\frac{r}{c}}}{r} dx dy dz \end{aligned}$$

Pour calculer les valeurs des potentiels V et \vec{F} en un point M_2 au temps t , on effectue l'intégration

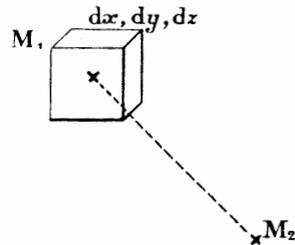


Fig. 3.

pour tous les volumes $dx dy dz$ de tout l'espace, en prenant chaque fois, pour ρ et \vec{u} , les valeurs qu'ils ont au temps $t - \frac{r}{c}$; r étant la distance $M_1 M_2$ du volume $dx dy dz$ au point M_2 (fig. 3).

Les champs électrique \vec{h} et magnétique \vec{H} au point M_2 sont alors donnés par les relations suivantes où le champ \vec{h} est le champ électrique total, c'est-à-dire le champ électrostatique augmenté du champ électromagnétique :

$$(2) \quad \vec{h} = -\text{grad } V - \frac{\partial \vec{F}}{\partial t} ; \quad \mu_0 \vec{H} = \text{rot } \vec{F},$$

relations qui s'explicitent ainsi :

$$(2 \text{ bis}) \quad \begin{cases} h_x = -\frac{\partial V}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial t} \\ h_y = -\frac{\partial V}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial t} \\ h_z = -\frac{\partial V}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial t} \end{cases} \quad \begin{cases} \mu_0 H_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \\ \mu_0 H_y = \frac{\partial F_x}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial x} \\ \mu_0 H_z = \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \end{cases}$$

Nous avons écrit les formules (1) sous la forme classique, en supposant que les charges et les courants sont répartis dans l'espace d'une manière quelconque. En réalité, dans la plupart des applications, les charges électriques et les courants n'existent que sur les conducteurs ; supposons que l'on puisse réduire ceux-ci à des fils de diamètre négligeable ;

nous effectuerons l'intégration relative à la surface de la section droite du fil et nous obtiendrons

$$(3) \quad \begin{aligned} V &= \frac{1}{k_0} \int \frac{[\sigma]_{t-\frac{r}{c}}}{r} ds, \\ \vec{F} &= \mu_0 \int \frac{[\vec{i}]_{t-\frac{r}{c}}}{r} ds, \end{aligned}$$

où σ est la charge électrique par unité de longueur du conducteur ; \vec{i} , le courant dans le conducteur, courant compté comme un vecteur tangent au fil ; ds , l'élément de longueur du fil.

Ces formules donnent la solution complète du problème que nous posons au premier paragraphe. Nous allons indiquer sur quelques exemples la manière dont s'effectue le calcul.

Les coefficients k_0 et μ_0 représentent respectivement le pouvoir inducteur spécifique et la perméabilité du vide ; leurs valeurs dans les différents systèmes d'unité sont :

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{1}{c^2} & \mu_0 &= 1 & \text{unités électromagnétiques c. g. s.} \\ k_0 &= 1 & \mu_0 &= \frac{1}{c^2} & \text{unités électrostatiques c. g. s.} \end{aligned}$$

III. — Cadre plan de forme quelconque.

Considérons un cadre plan, de forme quelconque, placé dans un espace illimité ; la présence d'autres corps conducteurs ou de la terre, au voisinage du cadre, compliquerait les résultats.

Nous allons supposer un courant variable, suivant une loi quelconque, en fonction du temps (fig. 4) ;

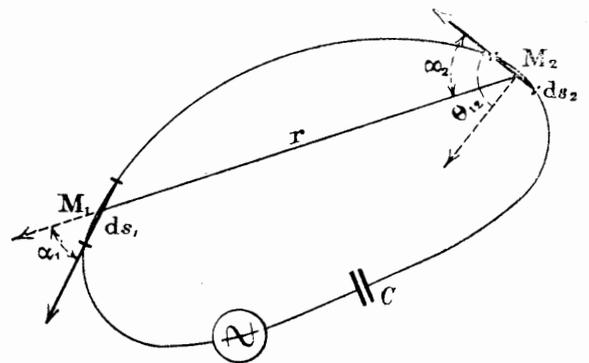


Fig. 4.

A est la source (alternateur, poste émetteur) qui entretient le courant dans le cadre. Nous admettons que le courant a , à un instant donné, la même valeur en tout point du cadre, c'est-à-dire que le fil est supposé assez fin pour qu'aucun effet de capacité ne se produise d'une manière appréciable. Les charges σ réparties sur le fil sont donc négligeables ;

il n'y a pas de terme V de potentiel électrostatique. — La présence d'une capacité électrostatique C coupant le circuit ne crée non plus aucun potentiel de ce genre, les deux charges opposées des deux électrodes voisines n'ayant aucun effet sur un point extérieur.

Le vecteur courant en un point M_1 est dirigé suivant ds_1 ; le potentiel vecteur $d\vec{F}$ engendré en M_2 par l'élément de circuit ds_1 est un vecteur parallèle à ds_1 et de grandeur :

$$d\vec{F} = \mu_0 \frac{i}{r} \frac{t-r}{c} d\vec{s}_1;$$

ceci donne, pour le champ électrique en M_2 , une contribution :

$$(4) \quad d\vec{h} = \mu_0 \frac{1}{r} \frac{d i_{t-r}}{dt} d\vec{s}_1.$$

Ce qui nous intéresse, c'est la composante de ce champ électrique suivant la tangente au circuit en M_2 .

Appelons θ_{12} l'angle des deux directions et nous avons

$$(5) \quad dh_{ij} = \frac{\mu_0}{r} \frac{d i_{t-r}}{dt} \cos \theta_{12} ds_1.$$

Le champ électrique total h_i au point M_2 s'obtient en intégrant par rapport à ds_1 le long de tout le circuit.

La force électromotrice totale E le long du circuit se trouvera alors par une seconde intégration

$$\int h_i ds_2$$

prise aussi sur tout le circuit; nous aboutissons ainsi à la formule finale

$$(6) \quad E = \mu_0 \int ds_2 \int \frac{1}{r} \frac{d i_{t-r}}{dt} \cos \theta_{12} ds_1.$$

Il nous faut maintenant évaluer le courant i au temps $t - \frac{r}{c}$ qui figure dans notre formule; un développement en série de Taylor donne

$$(7) \quad \frac{d i_{t-r}}{dt} = \frac{d i}{dt} - \frac{r}{c} \frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{r^2}{2c^2} \frac{d^3 i}{dt^3} - \frac{r^3}{6c^3} \frac{d^4 i}{dt^4} \dots$$

Et notre intégrale (6) se présente alors comme une suite de termes de la forme suivante :

$$(8) \quad E = L \frac{d i}{dt} + l_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + l_3 \frac{d^3 i}{dt^3} + l_4 \frac{d^4 i}{dt^4} \dots$$

Les coefficients L, l_2, l_3, l_4 , représentent les intégrales :

$$(9) \quad L = \mu_0 \iint \cos \theta_{12} \frac{ds_1 ds_2}{r}; \quad -l_2 = \frac{\mu_0}{c} \iint \cos \theta_{12} ds_1 ds_2; \\ l_3 = \frac{\mu_0}{2c^2} \iint \cos \theta_{12} r ds_1 ds_2; \quad -l_4 = \frac{\mu_0}{6c^3} \iint \cos \theta_{12} r^2 ds_1 ds_2.$$

Nous reconnaissons immédiatement le premier terme, qui n'est autre que l'expression bien connue de la self-inductance L du circuit; c'est le seul important en cas de variation lente du courant.

Les autres termes nous donneront les corrections à apporter pour les courants à rapide variation; nous allons y trouver une *variation de la self-inductance avec la fréquence* et une *résistance de rayonnement*.

Prenons, en effet, un courant sinusoïdal

$$i = I \cos \omega t$$

et nous voyons que notre développement (8) prend l'aspect suivant :

$$(10) \quad E = (L - l_3 \omega^2) \frac{d i}{dt} - (l_2 \omega^2 - l_4 \omega^4) i.$$

Nous voyons donc apparaître un terme en phase avec i , c'est-à-dire équivalent à la force électromotrice d'une résistance fictive R .

$$(11) \quad R = -l_2 \omega^2 + l_4 \omega^4.$$

Cette résistance R est la *résistance de rayonnement*. Nous allons justifier cette affirmation en effectuant le calcul complet de R et en vérifiant que l'énergie consommée par cette résistance fictive représente exactement l'énergie rayonnée à grande distance par notre circuit.

IV. — Calcul des divers coefficients. Énergie dissipée.

Les coefficients l ont, dans le cas du cadre plan, des expressions simples; on a, en effet,

$$(12) \quad \int \cos \theta_{12} ds_1 = 0,$$

car cette intégrale représente la projection, sur la tangente au point M_2 , du circuit complet. Le cadre étant fermé, la projection totale est nulle; le coefficient l_2 s'annule donc.

Quant à l_4 , il est facile d'en trouver la valeur; développons le cosinus qui figure dans la formule : $\cos \theta_{12} = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_2$; $\theta_{12} = \alpha_1 + \alpha_2$ les intégrales se séparent alors :

$$(13) \quad -\frac{6c^3}{\mu_0} l_4 = \int r \cos \alpha_1 ds_1 \int r \cos \alpha_2 ds_2 - \int r \sin \alpha_1 ds_1 \int r \sin \alpha_2 ds_2 = -4 S^2.$$

Chacune des deux dernières intégrales vaut, en effet, deux fois la surface totale S embrassée par le circuit; et chacune des deux premières intégrales est nulle, prise sur le contour fermé :

$$\int r \cos \alpha \, ds = \int r \, dr = 0.$$

Si le courant est sinusoïdal, de fréquence ω , nous trouvons donc une résistance de rayonnement

$$(14) \quad R = + l_4 \omega^4 = \mu_0 \frac{2}{3} \frac{\omega^4}{c^3} S^2.$$

Quant à l'intégrale l_3 qui donne le terme de correction sur la self-inductance, son expression dépend de la forme du cadre.

Quelle est l'énergie W consommée par ces diverses forces électromotrices supplémentaires?

Sa valeur est :

$$(15) \quad W = \int E i \, dt = \int L \frac{di}{dt} i \, dt + l_2 \int \frac{d^2 i}{dt^2} i \, dt + l_3 \int \frac{d^3 i}{dt^3} i \, dt + l_4 \int \frac{d^4 i}{dt^4} i \, dt \dots$$

L'intégrale est à prendre depuis l'instant initial t_0 , où le courant i et ses dérivées sont nulles, jusqu'à l'instant final t_1 , où la même condition est supposée remplie. Des intégrations par parties donnent alors :

$$(16) \quad \int_{t_0}^{t_1} i \frac{d^2 i}{dt^2} dt = \int_{t_0}^{t_1} i d \frac{di}{dt} = \left[i \frac{di}{dt} \right]_{t_0}^{t_1} - \int \left(\frac{di}{dt} \right)^2 dt \\ \int_{t_0}^{t_1} i \frac{d^4 i}{dt^4} dt = \int_{t_0}^{t_1} i d \frac{d^3 i}{dt^3} = \left[i \frac{d^3 i}{dt^3} - \frac{di}{dt} \frac{d^2 i}{dt^2} \right]_{t_0}^{t_1} + \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{d^2 i}{dt^2} \right)^2 dt.$$

Les expressions entre parenthèses s'annulent aux limites. Les deux intégrales sont les seules intéressantes; la première intégrale, en L , et la troisième, en l_3 , donnent un résultat nul; on s'en convainc aisément en effectuant les intégrations par parties correspondantes (1).

Il reste donc finalement :

$$(17) \quad W = -l_2 \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{di}{dt} \right)^2 dt + l_4 \int_{t_0}^{t_1} \left(\frac{d^2 i}{dt^2} \right)^2 dt.$$

Telle est l'expression générale, pour un courant de forme quelconque; si nous revenons au courant sinusoïdal de fréquence ω , nous obtenons :

$$(18) \quad W = R I^2, \quad R = -l_2 \omega^2 + l_4 \omega^4.$$

Le terme l_2 est d'ailleurs nul pour le cadre. Quant à la valeur de R pour courant sinusoïdal

$$(14) \quad R = \frac{2}{3} \frac{\omega^4}{c^3} \mu_0 S^2,$$

c'est exactement celle à laquelle conduit le calcul de l'énergie rayonnée à grande distance. L'énergie

$$(1) \quad \int i \frac{d^3 i}{dt^3} dt = \int i d \frac{d^2 i}{dt^2} = \left[i \frac{d^2 i}{dt^2} \right]_{t_0}^{t_1} - \int \frac{di}{dt} d \frac{di}{dt} = \left[i \frac{d^2 i}{dt^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{di}{dt} \right)^2 \right]_{t_0}^{t_1}.$$

Ceci est nul si i et $\frac{di}{dt}$ sont nuls en t_0 et t_1 .

consommée par les forces électromotrices auxiliaires que crée le champ extérieur se retrouve donc dans l'onde de rayonnement. La puissance, empruntée à la source qui alimente le courant, est absorbée par le champ électromagnétique.

La surface S qui figure dans la formule (14) est la surface totale embrassée par le circuit; un cadre à n spires de surface s a une surface totale $S = ns$.

V. — Circuit ouvert.

Le cas d'un circuit ouvert, tel que le doublet de Hertz ou l'antenne, se présente sous un aspect assez analogue; nous trouverons, là encore, que la réaction du champ extérieur sur le circuit se met sous la forme d'un développement :

$$(11) \quad E = \frac{Q}{C} + L \frac{di}{dt} + l_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + l_3 \frac{d^3 i}{dt^3} + l_4 \frac{d^4 i}{dt^4} \dots$$

Nous y voyons seulement apparaître un terme $\frac{Q}{C}$ et le coefficient l_2 ne sera plus nul. Les calculs généraux sont en tous points semblables à ceux du paragraphe précédent; nous trouverons, pour un courant de fréquence ω , une self-inductance apparente

$$L \omega = L - \omega^2 l_3$$

et une résistance de rayonnement

$$(12) \quad R = -l_2 \omega^2 + l_4 \omega^4.$$

Les expressions des divers coefficients l se trou-

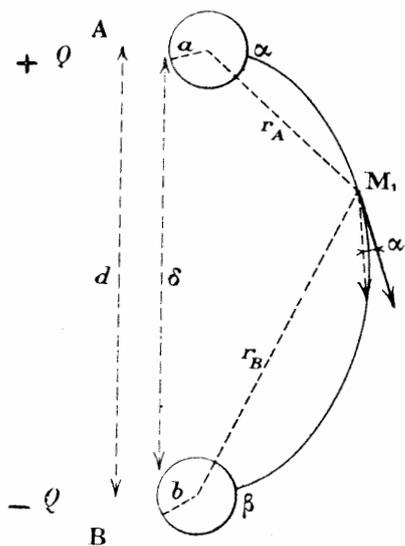


Fig. 5.

vent considérablement modifiées et c'est là le point qu'il faut examiner de plus près.

Nous supposons, pour simplifier, un oscillateur du type de Hertz, comprenant deux sphères A (rayon a) et B (rayon b) réunies par un conduc-

teur de forme quelconque (fig. 3). Le fil est supposé assez fin pour n'avoir qu'une capacité négligeable. Toute la capacité électrostatique est concentrée sur les deux sphères terminales.

Le potentiel scalaire V était nul pour le cas du cadre; il n'en est plus de même ici; pour simplifier, nous supposons les rayons a et b des deux sphères petits devant la distance d . En électrostatique, nous trouverions alors, pour potentiel au point M, la valeur

$$V = \frac{Q}{k_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right);$$

les distances r_A et r_B sont comptées à partir des centres des sphères A, B, qui portent des charges $+Q$ et $-Q$.

Pour les courants à variation rapide, nous devons introduire les valeurs des charges aux temps $t - \frac{r_B}{c}$ et $t - \frac{r_A}{c}$; notre potentiel retardé s'écrit alors

$$(13) \quad V = \frac{1}{k_0} \left(\frac{Q_{t-\frac{r_A}{c}}}{r_A} - \frac{Q_{t-\frac{r_B}{c}}}{r_B} \right).$$

Ce que nous cherchons, c'est la différence de potentiel entre les deux sphères A et B, qui s'obtient en intégrant le long du circuit, de α en β

$$(14) \quad \int_{\alpha}^{\beta} \frac{\partial V}{\partial s} ds = V_{-\beta} - V_{-\alpha} = \frac{1}{k_0} \left[\frac{Q_{t-\frac{a}{c}}}{a} + \frac{Q_{t-\frac{b}{c}}}{b} - \frac{2}{d} Q_{t-\frac{d}{c}} \right].$$

J'appelle d la distance des deux sphères; à vrai dire je devrais introduire séparément les distances αB et βA ; mais ces deux longueurs sont sensiblement égales à d . Pour obtenir la valeur Q à un instant antérieur $t - \frac{d}{c}$, nous utiliserons un développement en série de Taylor

$$(15) \quad Q_{t-\frac{d}{c}} = Q + \frac{d}{c} i - \frac{d^2}{2c^2} \frac{di}{dt} + \frac{d^3}{6c^3} \frac{d^2i}{dt^2} - \frac{d^4}{24c^4} \frac{d^3i}{dt^3} + \dots$$

Le courant i dirigé de A vers B est en effet égal à $-\frac{dQ}{dt}$ avec les conventions faites plus haut. Pour $Q_{t-\frac{a}{c}}$ et $Q_{t-\frac{b}{c}}$ nous aurions des expressions analogues. Portons ces valeurs dans la formule (14) et nous trouvons

$$(16) \quad V_B - V_A = \frac{Q}{C} + \frac{2d-a-b}{2k_0c^2} \frac{di}{dt} - \frac{2d^2-a^2-b^2}{6k_0c^3} \frac{d^2i}{dt^2} + \frac{2d^3-a^3-b^3}{24k_0c^4} \frac{d^3i}{dt^3} + \dots$$

C désigne la capacité électrostatique relative des deux sphères

$$(17) \quad \frac{1}{C} = \frac{1}{k_0} \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{2}{d} \right).$$

Ces termes (16) représentent au signe près la contribution du potentiel électrostatique retardé à notre développement général (11). Pour compléter, il nous

faut maintenant évaluer le rôle du potentiel vecteur retardé \vec{F} .

Ces calculs se présentent exactement sous le même aspect qu'au paragraphe III et donnent pour résultat final la formule (8), dont les coefficients sont les intégrales (9). Nous écrirons ces coefficients avec indice F pour les distinguer des termes globaux l qui figurent dans notre formule d'ensemble (11). Nous y retrouvons la self-inductance L_F et un terme l_{F2} qui, pour le circuit ouvert, prend une valeur différente de zéro. Utilisons la décomposition $\cos \theta_{12} = \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 - \sin \alpha_1 \sin \alpha_2$, $\theta_{12} = \alpha_1 + \alpha_2$, où α_1 est l'angle d'un élément de circuit avec la droite AC; notre intégrale se décompose ainsi :

$$(18) \quad -c l_{F2} = \mu_0 \int \cos \alpha_1 ds_1 \int \cos \alpha_2 ds_2 - \mu_0 \int \sin \alpha_1 ds_1 \int \sin \alpha_2 ds_2 = \mu_0 d^2;$$

chacune des premières intégrales est égale à d et les deux dernières sont nulles. Les coefficients l_{F3} , l_{F4} d'ordre supérieur à 2 ont des expressions qui dépendent de la forme particulière de circuit envisagé.

Groupons ces différents termes et nous obtenons les valeurs suivantes pour les coefficients de notre développement (11).

$$(19) \quad \begin{cases} L = L_F - \frac{d}{k_0 c^2} \\ l_2 = \frac{d^2}{3k_0 c^3} - \mu_0 \frac{d^2}{c} = -\frac{2}{3} \mu_0 \frac{d^2}{c} \\ l_3 = -\frac{d^3}{12k_0 c^4} + l_{F3} \end{cases}$$

Pour mettre d'accord les approximations faites dans les diverses parties du calcul, nous négligeons ici a et b devant d (*).

Dans le groupement des deux termes de l_2 , nous tenons compte de la relation $k_0 \mu_0 c^2 = 1$.

Nous trouvons donc (formule 12), pour le cas d'un courant sinusoïdal, une résistance de rayonnement

$$(20) \quad R = -l_2 \omega^2 + l_4 \omega^4 = \frac{2}{3} \mu_0 \frac{d^2}{c} \omega^2 + l_4 \omega^4 + \dots$$

Le premier terme, en ω^2 , a bien exactement la valeur que l'on calcule d'après l'énergie rayonnée à grande distance par le doublet. Le second terme en ω^4 correspond à un effet de cadre, sensible si le fil du circuit n'est pas rectiligne.

VI. — Aspect général.

Applications de ce mode de calcul.

Nous avons insisté sur les deux exemples classiques du cadre et du vibreur simple; on pourrait multiplier les applications et retrouver, dans tous les cas, des résultats semblables. Le procédé de

(*) Il était indispensable de préciser les valeurs de a et b , dans la première partie du calcul, pour ne pas avoir une capacité nulle et éviter des termes infinis dans le développement de V .

calcul par potentiels retardés est tout à fait général; familier aux théoriciens, il a servi à Lorenz pour établir toutes les lois du champ électromagnétique engendré par les électrons en mouvements. On retrouve ainsi, par des calculs maintenant classiques, la masse électromagnétique de l'électron et les ondes émises chaque fois qu'il y a une accélération. J'ai tenu à montrer la fécondité de cette méthode générale, qui s'adapte aisément aux problèmes de la télégraphie sans fil. On pourra calculer la résistance de rayonnement d'un système quelconque, si l'on a la répartition exacte des courants et des charges statiques sur les conducteurs. Cette remarque est essentielle, puisque cette répartition sert de point de départ au calcul. Mais dans beaucoup de cas on connaît, au moins avec une grande approximation, la manière dont se distribue le courant et sa loi de variation dans les conducteurs. Ce qui rendra les calculs pratiques très délicats, c'est le manque de renseignements sur la répartition des courants et charges dans la terre. On sait raisonner simplement, lorsque la terre est assimilable à un conducteur parfait, ce qui se réalise approximativement sur mer. Mais pour une terre notablement imparfaite, il devient très difficile de faire un calcul exact. Les raisonnements très complets établis par Sommerfeld et ses collaborateurs sont d'un aspect un peu rébarbatif pour l'ingénieur!

Voyons quel est le rôle d'un conducteur parfait, formant un plan indéfini. Il doit s'établir, à la surface de ce plan, une répartition de charges et courants superficiels tels, que le champ électrique total se trouve partout normal à la surface. On arrive aisément à trouver ce champ par la méthode des images électriques. Prenons l'image, par rapport à la surface plane du conducteur, de notre système électrique; le champ résultant total admettra ce plan comme plan de symétrie, ce qui satisfait à la condition indiquée plus haut. Le champ réel se trouvera coïncider avec ce champ résultant, pour tout l'espace situé au-dessus du plan. Dans le conducteur, le champ est nul; à la surface du conducteur circulent les courants nécessaires pour maintenir le champ. Si notre émetteur était un cadre, la surface totale du cadre et de son image serait double, ce qui nous multiplierait par quatre la résistance de rayonnement (proportionnelle à S^2); mais nous n'avons à prendre la force électromotrice E que sur le cadre initial et non sur les deux cadres; ceci introduit un facteur $\frac{1}{2}$; au total, la résistance de rayonnement est doublée. On retrouve aisément cette valeur, en considérant l'onde émise à grande distance: le cadre est doublé par son image; le champ dans l'onde est doublé; l'énergie de l'onde est quadruplée, mais l'onde n'occupe que la moitié de l'espace située au-dessus du plan conducteur; au total, l'énergie rayonnée est seulement doublée.

On verrait, de même, qu'une antenne avec prise de terre a une résistance de rayonnement double de celle d'une antenne libre de même longueur; je suppose ici l'antenne grossière représentée par une sphère et un fil, c'est-à-dire la moitié de l'oscillateur du paragraphe précédent.

On étendrait sans peine les calculs à l'antenne rectiligne unifilaire, avec courant et charge répartis suivant les lois classiques. On pourrait aussi calculer la résistance de l'antenne en nappe, en utilisant des formules approchées pour la répartition du courant. La grosse difficulté reste toujours l'évaluation du rôle de la terre.

VII. — Conclusions.

Je ne veux pas aborder, dans cet article, ces problèmes pratiques. Mon but était simplement de montrer comment on doit comprendre l'origine de la résistance de rayonnement. Cette notion apparaît, en général, comme un *deus ex machina* assez mystérieux. Il est bien évident que l'énergie rayonnée à grande distance est empruntée à la source locale qui entretient les oscillations; mais cette explication ne fait pas du tout saisir d'où peut provenir, dans le circuit émetteur, la force électromotrice RI qui consomme cette énergie. Il est impossible de le comprendre, si l'on s'en tient aux raisonnements usuels; on voit le champ électromagnétique réagir sur le circuit, et l'on calcule ainsi les forces électromotrices de self-induction et de capacité. Pour trouver la résistance de rayonnement, il faut, comme je l'ai montré, tenir compte de la durée de propagation du champ, d'un point du circuit à un autre.

En négligeant cette durée de propagation, la force électromotrice causée par la réaction du champ extérieur a la forme ordinaire

$$E = \frac{Q}{C} + L \frac{di}{dt}$$

Si l'on tient compte de la vitesse finie de propagation, on constate que l'expression ci-dessus n'est valable que pour des courants à variation infiniment lente; la formule complète s'écrit

$$(21) \quad E = \frac{Q}{C} + L \frac{di}{dt} + l_2 \frac{d^2 i}{dt^2} + l_3 \frac{d^3 i}{dt^3} + l_4 \frac{d^4 i}{dt^4} + \dots$$

Ceci nous donne, pour un courant de pulsation ω , une self-inductance apparente:

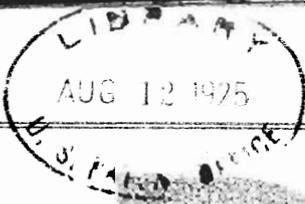
$$(22) \quad L_\omega = L - \omega^2 l_2 + \omega^4 l_4 - \dots$$

et une résistance de rayonnement:

$$(23) \quad R_\omega = -\omega^2 l_2 + \omega^4 l_4 - \omega^6 l_6 + \dots$$

Les raisonnements élémentaires permettaient d'évaluer la résistance de rayonnement, mais ils ne donnaient pas la variation apparente de self-inductance représentée par la formule (22). Or, ces deux phénomènes sont inséparables et du même ordre de grandeur. Notre théorie est donc à la fois plus claire et plus complète.

L. BRILLOUIN.



RADIO ÉLECTRICITÉ

SOMMAIRE

La radiologie : Son application à l'étude des matériaux (*suite*) (G. MALGORN) 135

La grande station radioélectrique intercoloniale de Tananarive 144

A propos des nouvelles notations radioélectriques 146

Sur l'origine de la résistance de rayonnement (L. BRILLOUIN) 147

Abaque pour le calcul de la portée, du champ électromagnétique, des caractéristiques de l'émission, de la longueur d'onde favorable, au moyen de la formule d'Austin-Cohen (L. BOETHILLON) 153

Informations maritimes : Modifications aux services publics radiotélégraphiques. — Avis d'examens. — Informations diverses. — Etat des mutations. 163

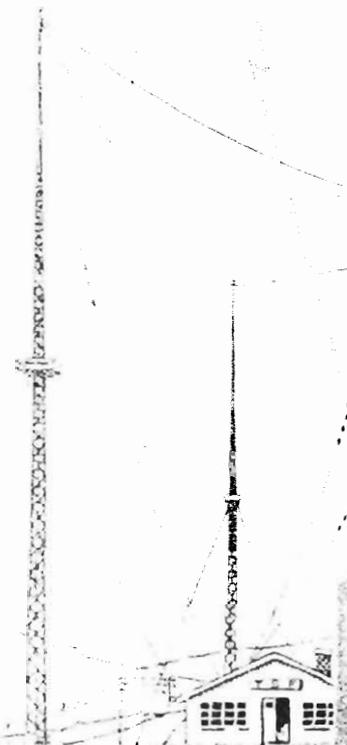
Chronique des amateurs : A propos de la téléphonie sans fil. — Un nouveau variomètre. — Le concours transatlantique. — La section de télégraphie sans fil de Valenciennes. . . 167

Législation : Les stations de bord aux Etats-Unis (*fin*) 174

La radiotélégraphie à travers le monde : Le réseau radiotélégraphique de l'Etat. — La radiotéléphonie entre la France et l'Afrique du Nord. — Le nouveau groupe d'émission de Croix-d'Hins. — L'inauguration du service radioélectrique Europe-La Plata. — Informations de Berne et diverses . . . 175

Nouvelles économiques et financières . . 182

Documentation : Bibliographie. — Analyse des revues et brevets. — Correspondance. 49 D



REDACTION & ADMINISTRATION : 12, place de Laborde, PARIS (8°)

TÉL. WAGRAM 90-34

ABONNEMENTS : FRANCE 30 FR. — ÉTRANGER 36 FR.

REVUE MENSUELLE

PRIX DU NUMÉRO 3 FR.