Note ajoutée aux épreuves. — Depuis la rédaction de cet article, M. H. Studier et E. K. Hyde ont publié (*Phys. Rev.* Sept. 1948, p. 591) une étude des descendants du Pa^{230} obtenu à partir du Th^{232} par réaction (α, p 5n) et (d, 4n). Cette série comprend, d'après ces auteurs, les émetteurs α : U^{230}, Th^{226}, Ra^{222}, Rn^{218} et RaC', et appartient ainsi à la famille $4n+2$. Une période de 0,019 sec., attribuée à Rn^{218}, est obtenue par une méthode indirecte (coïncidences retardées) sans identification, toutefois, du corps émetteur et de la substance mère. Aucune période de l'ordre de 1, 3 sec. n'est observée.

Ces résultats ne changent en rien les conclusions indiquées plus haut au sujet de l'attribution probable, au Rn^{218}, de la période de 1, 3 sec, sans que, néanmoins, le désaccord paraisse aisé à expliquer.

Manuscrit reçu le 24 novembre 1948.

BIBLIOGRAPHIE.

[1] KARLIK et BERNERT, *Naturwiss.*, 1943, **31**, p. 298; *Zeitschr. f. Physik*, 1944, **123**, p. 51.

[2] MINDER, *Helv. Phys. Acta*, 1940, **13**, p. 144.

[3] Tsien SAN-TSIANG, *J. de Physique*, 1940, VIII-I, p. 1; *Thèse*, 1940, Gauthiers-Villars, Paris.

[4] HOLLOWAY et LIVINGSTON, *Phys. Rev.*, 1938, **54**, p. 18.

LE JOURNAL DE PHYSIQUE ET LE RADIUM. SÉRIE VIII, TOME X, MARS 1949.

LES EXPRESSIONS DE L'ÉNERGIE ET DE L'IMPULSION DU CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE PROPRE DE L'ÉLECTRON EN MOUVEMENT

Par BERNARD KWAL.
Institut Henri Poincaré, Paris.

Sommaire. — L'apparition du facteur 1/3 dans l'expression de l'énergie totale de l'électron en mouvement, résulte de l'emploi simultané dans les calculs d'une grandeur tensorielle (tenseur d'énergie et d'impulsion) et d'une grandeur qui ne l'est pas (élément de volume). La difficulté s'évanouit avec une définition tensorielle de l'élément de volume.

En 1904 Max Abraham ([1]), qui prônait comme on le sait, l'hypothèse de l'origine purement électromagnétique de la masse de l'électron et a bâti, à cet effet, la théorie de l'électron rigide, remarque que dans la théorie de l'électron de Lorentz l'énergie, totale U du champ de l'électron en mouvement contient un facteur supplémentaire qui prouverait que la masse de l'électron de Lorentz ne peut être considérée comme étant toute d'origine purement électromagnétique.

La démonstration relativiste de ce théorème est souvent reproduite dans les manuels, mais elle ne nous semble pas être tout à fait correcte, car elle se base sur l'évaluation d'une intégrale dans laquelle à côté d'une grandeur qu'on traite tensoriellement, à savoir l'énergie du champ électromagnétique, figure l'élément de volume qui est traité d'une manière différente. On définit en effet l'élément de volume en mouvement à l'aide de l'expression

$$dV = dV^0\sqrt{1-\beta^2}, \tag{1}$$

dV^0 étant l'élément de volume au repos (par rapport à l'électron). Cette définition n'est pas tensorielle elle résulte de la manière classique de mesurer les longueurs en mouvement qui subissent la contraction de Lorentz. [Comme corollaire de cette définition de l'élément de volume, nous avons comme on le sait la définition non tensorielle de la force, mesurée dans le système en mouvement

$$F_x = F_x^0, \qquad F_y = F_y^0\sqrt{1-\beta^2}, \qquad F_z = F_z^0\sqrt{1-\beta^2} \tag{2}$$

et d'une manière générale de toutes les grandeurs physiques qui entrent en jeu. Car leur définition doit être adaptée à la définition non tensorielle du volume (1), qui résulte d'une certaine manière d'effectuer les mesures dans le système en mouvement, manière qui ne cadre pas avec la définition des tenseurs]. Examinons maintenant la démonstration ici en cause ([2]). On prend pour l'expression de l'énergie et de l'impulsion du champ électromagnétique propre de l'électron en mouvement (dans la direction de l'axe OX) les formules suivantes :

$$U = \int T_{44}\, dV, \qquad G_x = \frac{1}{c}\int T_{4x}\, dV, \tag{2bis}$$

T_{ik} étant le tenseur de l'énergie et de l'impulsion

([1]) M. ABRAHAM, *Physik. Z.*, 1904, **5**, p. 576.

([2]) Cf. R. BECKER, *Théorie des électrons*, § 66. — W. PAULI, *Relativitätstheorie*, 1921, pp. 681 et 751. — M. LAUE, *La théorie de la Relativité*, vol. I, pp. 143-145.

du champ électromagnétique. On passe alors au référentiel par rapport auquel l'électron est au repos, en faisant subir à l'élément de volume la transformation (1) et aux composantes T_{44} et T_{4x} les transformations des composantes du tenseur T_{ik}

$$\left.\begin{aligned} T_{11} &= \frac{T^0_{11} + 2\beta T^0_{14} + \beta^2 T^0_{44}}{1-\beta^2}, \\ T_{14} &= \frac{T^0_{14} + \beta(T^0_{44} + T^0_{11}) + \beta^2 T^0_{14}}{1-\beta^2}, \\ T_{44} &= \frac{T^0_{44} + 2\beta T^0_{14} + \beta^2 T^0_{11}}{1-\beta^2}. \end{aligned}\right\} \tag{3}$$

Comme dans le référentiel au repos $T^0_{14} = 0$, on obtient, en posant

$$U_0 = \int T^0_{44}\, dV^0, \tag{4}$$

$$U = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(U_0 + \beta^2 \int T^0_{11}\, dV^0\right),$$

$$G_x = \frac{v_x}{c^2\sqrt{1-\beta^2}}\left(U_0 + \int T^0_{11}\, dV^0\right).$$

Or

$$T^0_{11} = E^{0\,2}_x, \qquad \text{d'où} \qquad \int T^0_{11}\, dV^0 = \frac{1}{3} U_0.$$

On aboutit ainsi aux formules

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{1-\beta^2}}\left(1 + \frac{\beta^2}{3}\right), \qquad \vec{G} = \frac{4}{3}\,\frac{\vec{v}}{c^2}\,\frac{U_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \tag{5}$$

C'est précisément l'existence du facteur 1/3 qui est interprétée comme preuve que la masse de l'électron ne peut pas être considérée comme étant d'origine purement électromagnétique.

Comme nous venons de le dire, nous reprochons à la démonstration ci-dessus le tort de mélanger sans scrupules une grandeur tensorielle avec une grandeur à qui l'on n'attribue pas ce caractère. Pour que des formules (2) on puisse tirer des conclusions correctes, il faut que les grandeurs T_{44} et T_{4x} ne soient pas considérées comme se transformant comme des composantes d'un tenseur, mais qu'elles soient pourvues d'une *variance adaptée* à celle de l'élément de volume dV, comme on le fait, par exemple, lorsqu'on définit d'une manière non covariante, la force ou les différentes grandeurs physiques (température, chaleur) qui interviennent en thermodynamique relatitiviste.

Nous pouvons néanmoins raisonner sur le tenseur d'énergie-impulsion T_{ik}, à condition bien entendu, d'utiliser une définition covariante de l'élément de volume. Pour le faire, nous allons partir de l'élément de volume au repos dV^0 et nous allons considérer dans le référentiel ou mouvement un pseudo-quadrivecteur dV_i, défini comme suit :

$$\left.\begin{aligned} dV_{1,2,3} &= -dV^{1,2,3} = \frac{\vec{v}\, dV_0}{c\sqrt{1-\beta^2}}, \\ dV_4 &= dV^4 = \frac{dV_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

A l'aide de cette définition tensorielle, l'énergie et l'impulsion totales du champ électromagnétique se présenteront sous une forme quadri-vectorielle correcte :

$$U_\nu = \int T_{\nu\mu}\, dV^\mu. \tag{7}$$

Et, nous aurons, dans notre cas :

$$\begin{aligned} U = U_4 &= \int T_{44}\, dV^4 + T_{4x}\, dV^x \\ &= \int (T_{44} - \beta T_{4x}) \frac{dV_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \\ G_x = \frac{1}{c} U_x &= \frac{1}{c}\int T_{x4}\, dV^4 + T_{xx}\, dV^x \\ &= \frac{1}{c}\int (T_{x4} - \beta T_{xx}) \frac{dV_0}{\sqrt{1-\beta^2}}. \end{aligned}$$

On vérifiera sans peine que les transformations (3) conduisent maintenant aux relations suivantes

$$U = \frac{U_0}{\sqrt{1-\beta^2}} \qquad \text{et} \qquad \vec{G} = \frac{\vec{v}}{c^2}\,\frac{U_0}{\sqrt{1-\beta^2}}, \tag{8}$$

et non aux relations (5), qui nous paraissent avoir été obtenues par une voie incorrecte.

Manuscrit reçu le 12 novembre 1948.

Le Gérant : Maurice Blondin. 131476 Imp. Gauthier-Villars, 55, quai des Grands-Augustins, Paris. — 1949.