

Admittanz und Stromverteilung bei linearen zylindrischen Antennen

von FRIEDRICH LANDSTORFER *

Mitteilung aus dem Institut für Hochfrequenztechnik der Technischen Hochschule München

(A.E.Ü. 23 [1969], Heft 2, 61–69; eingegangen am 18. Juli 1968)

DK 621.396.674

Es wird gezeigt, daß aus physikalischen Gründen mit der ursprünglichen Theorie von HALLÉN und ihren bekannten Verbesserungen nach KING, MIDDLETON und anderen keine konvergenten Lösungen für den Imaginärteil der Antennenadmittanz erhalten werden können. Durch die Kombination der Theorie von HALLÉN mit einem Verfahren nach MEINKE und GSCHWIND zur Ermittlung der Transformationseigenschaften koaxialer Fußpunktstrukturen ist es jedoch möglich, gut konvergente Lösungen auch für den Imaginärteil der Antennenadmittanz zu erhalten. Ein derartiges Berechnungsverfahren wird beschrieben und die Rechenergebnisse werden mit Meßergebnissen verglichen.

Admittance and Current Distribution with Linear Cylindrical Antennas

It is shown that, for physical reasons, no convergent solutions can be obtained for the imaginary part of the antenna admittance from the original theory of HALLÉN and the well-known improvements of the latter as devised by KING, MIDDLETON and others. By a combination of HALLÉN's theory with a method devised by MEINKE and GSCHWIND for determining the transformation characteristics of coaxial base-point configurations it is possible, however, to obtain well-converging solutions also for the imaginary part of antenna admittance. Such a calculation method is described, and the results are compared with those of measurements.

1. Einführung

Auf Grund der Einfachheit ihres Aufbaus gehören lineare, zylindrische Antennen, insbesondere in der Ausführungsform als Dipol bzw. Monopol, zu den am meisten verwendeten Antennenformen. Trotz des unkomplizierten Aufbaus stößt die Ermittlung der elektrischen Eigenschaften dieser Antennen auf einige Schwierigkeiten, wie die Fülle der Literatur über dieses Thema [1]–[10] beweist. Bei fast allen bekannten Antennentheorien [1]–[4] wird zum Zweck der Vereinfachung ein infinitesimal enger Speiseschlitz angenommen. Die auf Grund dieser Voraussetzung berechneten Werte der Antennenimpedanz sind jedoch physikalisch ohne Bedeutung, und die bei ihrer Ermittlung verwendeten Reihenansätze oder Iterationsverfahren konvergieren für den Imaginärteil der Admittanz nicht. In späteren Veröffentlichungen von KING und seinen Mitarbeitern [8], [10] wird diese Tatsache diskutiert; die

Schlußfolgerung, sich wegen dieser Nichtkonvergenz auf Näherungen niedriger Ordnung zu beschränken [8] oder die Näherung derjenigen Ordnung zu verwenden, die gerade mit Messungen übereinstimmt [10], befriedigt sicher nicht. Im folgenden wird eine Berechnungsmethode für lineare, zylindrische Antennen angegeben, die zwar von der HALLÉNSchen Integralgleichung [1], [3] ausgeht, aber die genannten Schwierigkeiten vermeidet. Mit dieser Methode können, auf der Grundlage eines von MEINKE und GSCHWIND [11]–[14] angegebenen Verfahrens, die Speisungsverhältnisse realistischer Antennenkonstruktionen mit großer Genauigkeit berücksichtigt werden, so daß auch für den Imaginärteil der Antennenadmittanz konvergente und physikalisch sinnvolle Lösungen erhalten werden. Erst mit Hilfe dieser Methode erlangt die Theorie von HALLÉN ihre volle Bedeutung.

2. Integralgleichung für die Stromverteilung auf einer Dipolantenne

Da man aus der Sendestromverteilung einer Antenne bei bekannter Speisespannung praktisch alle

* Dr. F. LANDSTORFER, im Institut für Hochfrequenztechnik der Technischen Hochschule, 8 München 2, Arcisstraße 21.

interessierenden Antennenparameter berechnen kann, ist das Ziel vieler Antennentheorien die Ermittlung dieser Stromverteilung. Einer der meistbenutzten Ansätze für eine strenge Lösung der Stromverteilung auf einem Dipol („strenge“ soll in diesem Zusammenhang bedeuten, daß mit Ausnahme der Antennenenden die Randbedingungen auf der Antenne erfüllt werden) stammt von HALLÉN [3]. Da im folgenden von diesem Ansatz ausgegangen wird, erscheint es notwendig, ihn noch einmal kurz zu skizzieren und dabei näher auf die in ihm enthaltenen Vereinfachungen einzugehen. In der Folge werden nur der symmetrisch gespeiste Dipol und der unsymmetrisch gespeiste Monopol behandelt. Die Ermittlung der Stromverteilung auf linearen, zylindrischen Antennen mit asymmetrischem Speisepunkt kann auf analoge Weise unter Berücksichtigung der in [1], [4], [15] gegebenen Gesichtspunkte erfolgen.

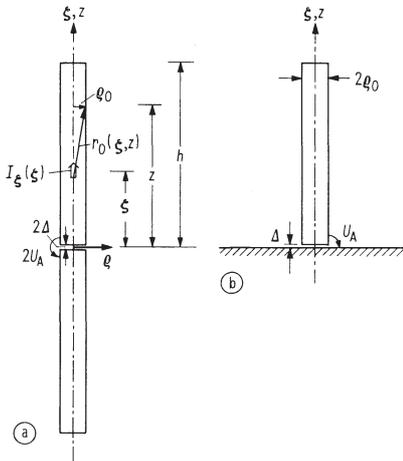


Bild 1. Bezeichnungen bei verschiedenen linearen Antennen;
(a) schlitzgespeister Dipol,
(b) schlitzgespeister Monopol.

Bild 1 a zeigt einen Dipol, der zunächst über einen infinitesimal engen Schlitz gespeist wird, an dem die Spannung $2U_A$ liegt. Am entsprechenden Monopol (Bild 1 b) liegt dann die Spannung U_A . Die Annahme eines infinitesimal engen Speiseschlitzes führt zu den oben angedeuteten Schwierigkeiten bei der Berechnung der Antennenadmittanz, weil der unendlich dünne Schlitz eine unendlich große Kapazität parallel zur speisenden Quelle erzeugt. Für die Berechnung der Stromverteilung auf der Antenne mit Ausnahme der Speisezone kann jedoch zunächst von dieser Idealisierung ausgegangen werden. Der Einfluß einer realistischen Fußpunktstruktur auf die Antenneneigenschaften wird im Abschnitt 5 behandelt.

Grundlage des Ansatzes von HALLÉN bildet der bekannte formelmäßige Zusammenhang zwischen einem Stromfaden I der Länge $\Delta\zeta$ und der z -Komponente P_z des Hertzischen Vektors [1] (Bild 2):

$$P_z = \frac{1}{j\omega 4\pi\epsilon_0} \frac{I \Delta\zeta}{r(\varrho, \zeta, z)} e^{-j\beta_0 r(\varrho, \zeta, z)} \quad (1)$$

mit

$$\beta_0 = 2\pi/\lambda_0 = \omega/c_0,$$

ω Kreisfrequenz, λ_0 Wellenlänge im freien Raum, $c_0 = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s.

$$r(\varrho, \zeta, z) = \sqrt{\varrho^2 + (\zeta - z)^2} \quad (2)$$

stellt den Abstand zwischen dem Ort von I und dem Ort ϱ, z von P_z dar. Für die Antenne nach

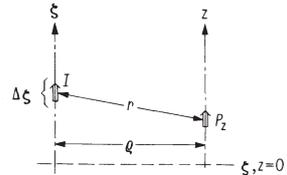


Bild 2.
Räumliche Anordnung von Stromfaden I und Hertzischem Vektor P_z .

Bild 1 a erhält man P_z durch Integration über alle Stromelemente. Da wegen des Skin-Effekts bei höheren Frequenzen der Antennenstrom in einer dünnen Schicht an der Leiteroberfläche fließt, führt diese Integration auf ein zweifaches Integral, das nach ZINKE [5] in ein einfaches Integral übergeführt werden kann. Wie jedoch KING in [4] beweist, kann mit geringem Fehler der Antennenstrom als I_ζ (Bild 1 a) in der Leiterachse konzentriert gedacht werden. Im folgenden wird von dieser Vereinfachung Gebrauch gemacht; für das im Abschnitt 3 beschriebene Rechenverfahren ist sie jedoch nicht notwendig. Mit den Bezeichnungen von Bild 1 a ergibt sich

$$P_z = \frac{1}{j\omega 4\pi\epsilon_0} \int_{-h}^h \frac{I_\zeta e^{-j\beta_0 r(\varrho, \zeta, z)}}{r(\varrho, \zeta, z)} d\zeta. \quad (3)$$

$r = \sqrt{\varrho^2 + (\zeta - z)^2}$ ist der Abstand zwischen dem gedachten Stromelement $I_\zeta(\zeta)$ in der Antennenachse und dem Ort ϱ, z des Hertzischen Vektors P_z . Der Ausdruck in Gl. (3) kann anschaulich so gedeutet werden, daß die Antenne als eine Aneinanderreihung infinitesimal kurzer Hertzischer Dipole auf der Antennenachse aufgefaßt wird, über die integriert wird. Aus dem Hertzischen Vektor P_z folgt für die z -Komponente der elektrischen Feldstärke E [1]

$$E_z = \beta_0^2 P_z + \frac{d^2 P_z}{dz^2}. \quad (4)$$

Um die Randbedingungen auf der Antenne ($r = r_0$; $\varrho = \varrho_0$; Bild 1) zu erfüllen, muß sein:

$$E_z = \beta_0^2 P_z + \frac{d^2 P_z}{dz^2} = 0 \quad \text{für} \quad \begin{cases} \varrho = \varrho_0, \\ -h \leq z < 0, \\ h \geq z > 0, \end{cases} \quad (5)$$

$$E_\varrho = 0 \quad \text{für} \quad z = \pm h. \quad (6)$$

Hierbei werden die ohmschen Verluste des Antennenstabes vernachlässigt. Die Bedingung nach Gl. (6) wird durch das folgende Berechnungsverfahren nicht erfüllt. Es wird statt dessen von der Vereinfachung

$$I_\zeta(\pm h) = 0 \quad (7)$$

ausgegangen. Wie ZINKE in [6] zeigt, ist der dabei entstehende Fehler gering.

Gl. (5) stellt eine lineare Differentialgleichung mit konstanten Koeffizienten dar, die nach P_z aufgelöst werden kann. Unter Berücksichtigung der Antennensymmetrie ergibt sich nach [1] in normierter Schreibweise

$$P_z = -\frac{1}{\beta_0} (U_A \sin \beta_0 |z| + A \cos \beta_0 z). \quad (8)$$

U_A ist die halbe Speisespannung des Dipols, A eine noch unbekannte komplexe Konstante. Gleichsetzung von Gl. (8) mit Gl. (3) für $\varrho = \varrho_0$ liefert die HALLÉNSCHE Integralgleichung:

$$\begin{aligned} j \frac{Z_0}{4\pi} \int_{-h}^h I_\zeta(\zeta) \frac{e^{-j\beta_0 r_0(\zeta, z)}}{r_0(\zeta, z)} d\zeta = \\ = U_A \sin \beta_0 |z| + A \cos \beta_0 z, \end{aligned} \quad (9)$$

$$Z_0 = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0}.$$

Gl. (9) stellt eine Fredholmsche Integralgleichung erster Art mit der Nebenbedingung Gl. (7) dar, für die eine analytische Lösung nicht bekannt ist.

3. Numerische Methode zur Lösung der Integralgleichung

Zur numerischen Bestimmung der Stromverteilung aus der Integralgleichung (9) existieren verschiedene Ansätze. HALLÉN wählt ein Iterationsverfahren [3], das jedoch verhältnismäßig schlecht konvergiert und daher von KING und MIDDLETON [4] verbessert wurde. ZUHRT [1], [2] ermittelt die Stromverteilung über einen Fourierreihenansatz. Allen diesen Verfahren ist gemein, daß sie mit erheblichem mathematischem Aufwand verbunden sind und praktisch nur bei Einsatz eines Digitalrechners angewendet werden können. Geht man jedoch von vornherein von der Notwendigkeit des Einsatzes eines Computers aus, empfiehlt es sich, zu Lösungsmethoden zu greifen, die der Arbeitsweise eines Rechners besser angepaßt sind. Eine derartige Methode, die mit einfachen Algorithmen arbeitet, wird im folgenden Abschnitt beschrieben. Grundgedanke der Lösung ist es, die Antenne als Reihenfolge einzelner Hertzscher Dipole auf der Antennenachse aufzufassen und den Strom in jedem Dipol einzeln zu bestimmen. Das Integral in Gl. (9) wird dann auf eine Summe, die Integralgleichung

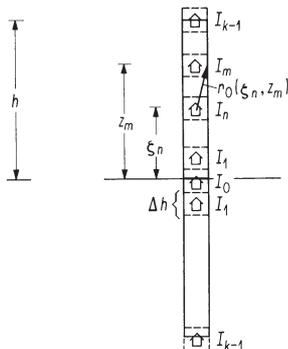


Bild 3. Aufteilung des Dipols nach Bild 1a in einzelne Abschnitte.

auf ein lineares Gleichungssystem zurückgeführt. Bild 3 zeigt die Aufteilung des Dipols von Bild 1a in $2k - 1$ Abschnitte der Länge Δh . In jedem dieser Abschnitte wird der Strom als konstant angenommen. Wegen der symmetrischen Anordnung ergeben sich k unbekannte Ströme. Ferner ist die Konstante A zu bestimmen. Als Summennäherung für Gl. (9) ergibt sich dann im einfachsten Fall bei Beachtung der Symmetriebedingung $I_{-n} = I_n$ für $z = z_m$:

$$\begin{aligned} j \frac{Z_0}{4\pi} \Delta h \left\{ I_0 \frac{e^{-j\beta_0 r_0(\zeta_0, z_m)}}{r_0(\zeta_0, z_m)} + \sum_{n=1}^{k-1} I_n \left[\frac{e^{-j\beta_0 r_0(\zeta_n, z_m)}}{r_0(\zeta_n, z_m)} + \frac{e^{-j\beta_0 r_0(-\zeta_n, z_m)}}{r_0(-\zeta_n, z_m)} \right] \right\} = U_A \sin \beta_0 |z_m| + A \cos \beta_0 z_m, \end{aligned} \quad (10)$$

wobei

$$\Delta h = h/(k - 1), \quad \zeta_n = n \Delta h, \quad z_m = m \Delta h, \quad (11)$$

$$r_0(\zeta_n, z_m) = \sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta_n - z_m)^2},$$

$$I_{k-1} = 0. \quad (12)$$

Schreibt man Gl. (10) für $m = 0, \dots, k - 1$ an und berücksichtigt Gl. (12), so ergeben sich $k + 1$ komplexe, lineare, von einander unabhängige Gleichungen, aus denen sich die unbekanntenen Ströme I_n und die Konstante A bestimmen lassen.

Für eine praktische Durchrechnung ist das Gleichungssystem (10), (12) jedoch wenig geeignet, da die Summendarstellung des Integrals von Gl. (9) schlecht konvergiert. Dies kann bei einer Zerlegung des komplexen Integralkerns K in Real- und Imaginärteil gezeigt werden:

$$\begin{aligned} K = C + jD = j \frac{e^{-j\beta_0 \sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta - z)^2}}}{\sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta - z)^2}} = \\ = \frac{\sin(\beta_0 \sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta - z)^2})}{\sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta - z)^2}} + j \frac{\cos(\beta_0 \sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta - z)^2})}{\sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta - z)^2}}. \end{aligned}$$

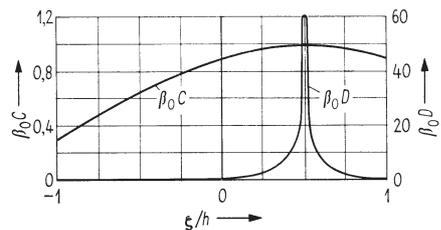


Bild 4. Verlauf des Realteils $\beta_0 C$ und des Imaginärteils $\beta_0 D$ des normierten Integralkerns $\beta_0 K$ längs eines Dipols mit $\varrho_0/h = 0,01$ für $h/\lambda_0 = 0,25$ und $z = 0,5 h$.

Als Beispiel zeigt Bild 4 den Verlauf von $\beta_0 C$ und $\beta_0 D$ für $\beta_0 h = \pi/2$, $\varrho_0/h = 0,01$ und $\beta_0 z = \pi/4$. Während der Verlauf von $\beta_0 C$ eine verhältnismäßig glatte Kurve darstellt, ergibt sich für $\beta_0 D$ bei $\xi \approx z$ ein schmales Maximum. Physikalisch erklärt sich dieses stark ausgeprägte Maximum so, daß die Feldstärke im Punkt z hauptsächlich vom Strom an diesem Ort bestimmt wird. Die Approximation des Integrals in Gl. (9) durch den Summenausdruck in Gl. (10) setzt voraus, daß sich sowohl der Strom als auch der Integralkern K innerhalb der Breite Δh eines Abschnittes nicht merklich ändern. Wie Bild 4

zeigt, muß die Antenne dann aber in sehr viele Abschnitte aufgeteilt werden, um diese Bedingung für den Imaginärteil D des Integralkerns bei $\zeta \approx z$ zu erfüllen. Entsprechend ergibt sich eine schlechte Konvergenz des Gleichungssystems (10), (12). Diese Erscheinung kann vermieden werden, indem der dominierende Term von D

$$D_1 = \frac{1}{\sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta - z)^2}} \quad (13)$$

abschnittsweise integriert wird. Es gilt dann

$$\int_{\zeta_n - \Delta h/2}^{\zeta_n + \Delta h/2} \frac{d\zeta}{\sqrt{\varrho_0^2 + (\zeta - z_m)^2}} = \frac{\zeta_n + \frac{\Delta h}{2} - z_m + \sqrt{\varrho_0^2 + \left(\zeta_n + \frac{\Delta h}{2} - z_m\right)^2}}{\zeta_n - \frac{\Delta h}{2} - z_m + \sqrt{\varrho_0^2 + \left(\zeta_n - \frac{\Delta h}{2} - z_m\right)^2}} = L(\zeta_n, z_m). \quad (14)$$

Mit Gl. (14) kann Gl. (9) nun folgendermaßen approximiert werden:

$$\begin{aligned} \frac{Z_0}{4\pi} \left\{ I_0 \left[\Delta h \frac{\sin \beta_0 r_0(\zeta_0, z_m)}{r_0(\zeta_0, z_m)} + j \cos \beta_0 r_0(\zeta_0, z_m) L(\zeta_0, z_m) \right] + \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{k-1} I_n \left[\Delta h \frac{\sin \beta_0 r_0(\zeta_n, z_m)}{r_0(\zeta_n, z_m)} + \Delta h \frac{\sin \beta_0 r_0(-\zeta_n, z_m)}{r_0(-\zeta_n, z_m)} + \right. \right. \\ \left. \left. + j (\cos \beta_0 r_0(\zeta_n, z_m) L(\zeta_n, z_m) + \cos \beta_0 r_0(-\zeta_n, z_m) L(-\zeta_n, z_m)) \right] \right\} = \\ = U_A \sin \beta_0 z_m + A \cos \beta_0 z_m. \end{aligned} \quad (15)$$

Läßt man m wieder von 0 bis $k-1$ laufen und berücksichtigt Gl. (12), so erhält man ein komplexes Gleichungssystem, aus dem sich die Ströme I_n und die Konstante A ermitteln lassen. Das obige Gleichungssystem kann sehr einfach mit Hilfe des Gaußschen Algorithmus an einer digitalen Rechenanlage gelöst werden.

4. Betrachtung des Konvergenzverhaltens

Je kleiner man in Bild 3 die Breite Δh eines Antennenabschnittes wählt (d.h. je größer man die Gleichungszahl k macht), um so genauer approximiert der Ansatz (15) die Integralgleichung (9). Für $\Delta h \rightarrow 0$, d.h. für infinitesimal kleine Abschnittsbreite, konvergiert die Summe gegen das Integral, und das Gleichungssystem (15) liefert die wirkliche Stromverteilung auf der idealisierten Antenne nach Bild 1a. Es ist nun zu untersuchen, wie gut die Stromverteilung bereits durch Auflösung eines endlichen Gleichungssystems approximiert werden kann. Auf Grund des Fehlens einer analytischen Lösung kann die Frage der Brauchbarkeit der vorliegenden Näherungsmethode letzten Endes nur durch einen Vergleich mit Messungen beantwortet werden. Guten Aufschluß über das Konvergenzverhalten erhält man aber auch, wenn man das Gleichungssystem für verschiedene Werte der Gleichungszahl k löst. Bei guter Konvergenz darf sich von einer gewissen Grenze ab die Lösung bei Erhöhung von k nicht mehr wesentlich ändern. Besondere Bedeutung hat die Größe

$$Y_D = \frac{I_0}{2U_A} = G_D + j B_D, \quad (16)$$

da sie die Eingangsadmittanz des Dipols am Speiseschlitz angibt. Bild 5 zeigt die Änderung von G_D und B_D für einen Dipol mittlerer Dicke abhängig von der Gleichungszahl k bei $h/\lambda_0 = 0,5$. Obwohl k nur als ganze Zahl auftreten kann, wurden die eingetragenen Werte zur Erhöhung der Anschaulichkeit durch eine Kurve verbunden. Während G_D schnell konvergiert, strebt B_D mit wachsender Gleichungszahl immer höheren Werten zu. Dieses Verhalten ist jedoch nicht darauf zurückzuführen, daß etwa k noch nicht groß genug gewählt wurde,

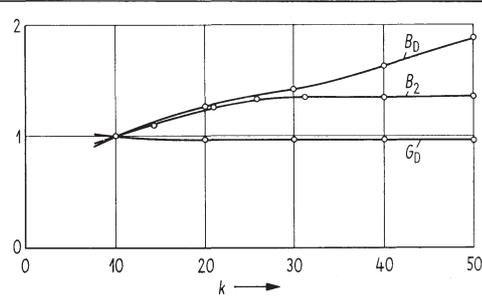


Bild 5. Realteil G_D und Imaginärteil B_D der Admittanz am Speiseschlitz sowie Imaginärteil B_2 der Admittanz in der Fläche F_2 für einen Dipol nach Bild 7a mit $h/\varrho_0 = 74$, $h/\lambda_0 = 0,5$ abhängig von der Gleichungszahl k . G_D , B_D und B_2 sind jeweils auf ihren Wert bei $k = 10$ normiert.

sondern es beruht auf der gewählten Fußpunkt-konstruktion. Bild 6a zeigt einen Monopol nach Bild 1b, der über einen Schlitz der Breite Δ gespeist wird. Die sich ausbildenden elektrischen Feldlinien sind nach MEINKE [14] identisch mit den elektrostatischen Feldlinien, solange ihre Länge sehr viel kürzer als die Wellenlänge ist. Je nach Art des Antennenzyllinders treten verschiedene Arten von Feldlinien auf. Die Feldlinien erster Art (Bild 6a) ähneln Viertelkreisbogen und stehen auf der äußeren Oberfläche des Antennenzyllinders und auf der Grundebene senkrecht. In Gl. (9) werden nur Feldlinien dieser Art berücksichtigt. Trotzdem ergibt sich, wie im Anhang gezeigt wird, daß bei infinitesimal engem Speiseschlitz eine unendliche Kapazität parallel zum Eingang der Antenne auftritt. Der Imaginärteil B_D der Eingangsadmittanz und damit

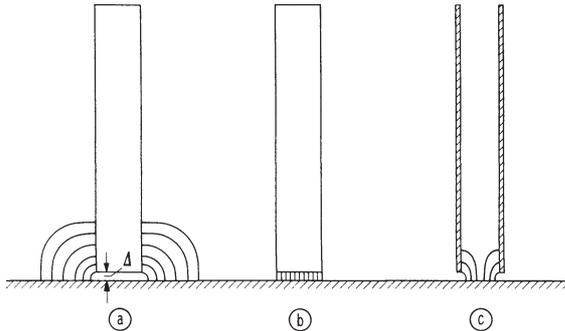


Bild 6. Verschiedene Arten von elektrischen Feldlinien in der Speisezone eines Monopols;
(a) Feldlinien erster Art,
(b) Feldlinien zweiter Art bei einem Vollzylinder,
(c) Feldlinien zweiter Art bei einem Hohlzylinder.

der Imaginärteil des Stromes bei $\zeta = 0$ wird daher ebenfalls unendlich. Die Art der Singularität der Stromverteilung bei $\zeta = 0$ wird im Anhang genauer untersucht.

Die Nichtkonvergenz von B_D ist physikalisch bedingt und tritt bei allen Antennenberechnungsverfahren auf, die als Speisequelle einen Schlitzgenerator voraussetzen. Die Singularität der Stromverteilung macht sich jedoch nur in der unmittelbaren Umgebung des Speiseschlitzes bemerkbar. Daher tritt sie auch bei Näherungen niedriger Ordnung noch kaum in Erscheinung und es kommt zu einer Art Pseudokonvergenz. Dies ist wohl auch der Grund dafür, daß bei den meisten Antennentheorien die Nichtkonvergenz von B_D nicht beachtet wird.

Neben den Feldlinien nach Bild 6a treten noch Feldlinien 2. Art auf. Die Gestalt dieser Feldlinien hängt davon ab, ob die Antenne als Voll- oder als Hohlzylinder ausgebildet ist. Im ersten Fall (Bild 6b) ergeben sich Feldlinien zwischen der Grundebene und der Endfläche des Zylinders, im zweiten Fall entstehen Feldlinien im Inneren des Antennenzylinders (Bild 6c). Für infinitesimale Schlitzbreite erhält man auch für diesen Teil des Feldes eine unendliche Kapazität parallel zum Eingang der Antenne. Da in Gl. (9) die Feldlinien zweiter Art

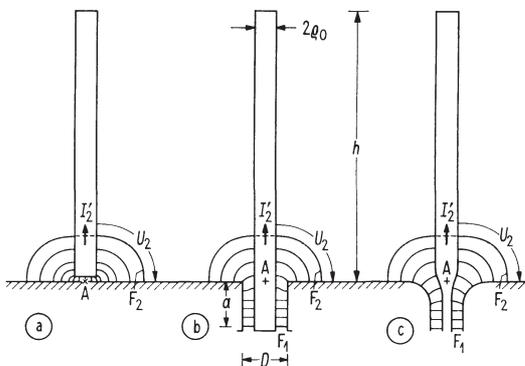


Bild 7. Elektrische Feldlinien in der Speisezone
(a) eines schlitzgespeistes Monopols,
(b) eines Monopols mit koaxialem Fußpunkt und sprungförmigem Übergang,
(c) eines Monopols mit koaxialem Fußpunkt und stetigem Übergang.

nicht berücksichtigt werden, haben Lösungen dieser Gleichung, wie sie sich aus der HALLÉNSCHEN Theorie und ihren Verbesserungen (z. B. KING und MIDDLETON) ergeben, auch wenn sie konvergent wären, keine physikalische Bedeutung.

Im Abschnitt 5 wird gezeigt, daß man gut konvergente und physikalisch sinnvolle Ergebnisse auch für den Imaginärteil der Eingangsadmittanz erhalten kann, wenn man die Fußpunktkonstruktion einer realen Antenne nach [12] berücksichtigt. Um später den Vergleich mit Meßergebnissen zu erleichtern, soll im folgenden ein Monopol untersucht werden. Das Verfahren gilt jedoch sinngemäß auch für symmetrisch gespeiste Dipole.

5. Einfluß der Fußpunktkonstruktion auf die Antenneneigenschaften

Bild 7 zeigt drei gleiche Monopole mit verschiedener Fußpunktkonstruktion. Innerhalb eines gewissen Bereiches um den gedachten Schnittpunkt A aus Grundebene und Strahlerachse herum, der im folgenden als Speisezone bezeichnet werden soll, ist die Länge der auftretenden elektrischen Feldlinien sehr viel kürzer als die Wellenlänge. Die elektrischen Feldlinien sind daher nach [14] identisch mit den elektrostatischen Feldlinien. Innerhalb der Speisezone treten daher nur Leitungswellen auf und die Speisezone stellt eine inhomogene Leitung zwischen dem Generator bzw. dem homogenen Speisekabel und der eigentlichen Antenne dar. Ein Vergleich von Bild 7a—c zeigt, daß die drei Feldlinienbilder in einer gewissen Entfernung von A, gekennzeichnet durch die Feldlinienrotationsfläche F_2 , weitgehend übereinstimmen. Das heißt oberhalb dieser Fläche F_2 sind die elektrischen Eigenschaften der drei Antennen gleich [12]. Die Fläche F_2 ist induktions- und verschiebungsstromfrei. Man kann daher nach [13], [14] in dieser Fläche eine Admittanz

$$Y_2 = I_2'/U_2 = G_2 + j B_2$$

definieren, die unabhängig von den Fußpunkteigenschaften der jeweiligen Antenne ist und daher auch aus der Stromverteilung der schlitzgespeisten Antenne berechnet werden kann. Das Verfahren wird weiter unten beschrieben. Bei der so definierten Admittanz Y_2 treten keine Konvergenzschwierigkeiten auf, da die Stromverteilung bei F_2 regulär ist. Die entsprechende Kurve in Bild 5 zeigt die rasche Konvergenz des Imaginärteils B_2 von Y_2 .

Will man die Eingangsadmittanz der Antenne nicht nur in der Fläche F_2 sondern z. B. auch am Ende des Speisekabels in der Fläche F_1 (Bild 7b, c) ermitteln, so müssen die Transformationseigenschaften der zwischen F_1 und F_2 liegenden inhomogenen Leitung, die im folgenden durch die Kettenparameter ausgedrückt werden, bekannt sein. In [12] beschreibt Gschwind ein Verfahren nach Ideen von Meinke [11], [13], [14], mit dem die Transformationseigenschaften koaxialer Fußpunktkonstruktionen erfaßt werden können. Grundlage des Verfahrens, das im folgenden am Beispiel der Fußpunktkonstruktion nach Bild 7b skizziert werden

soll, bildet die Kenntnis des statischen Feldes in der Speisezone. Im vorliegenden Fall zeigte es sich, daß das Feld mit Hilfe der graphischen Methoden nach [17] hinreichend genau ermittelt werden

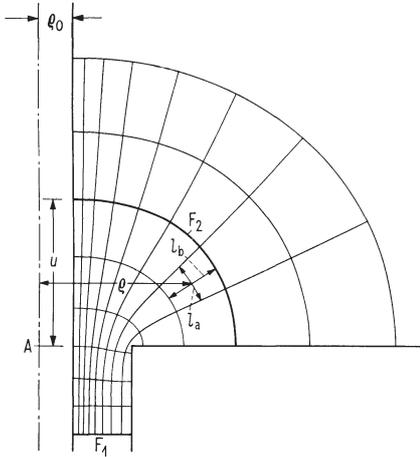


Bild 8. Vergrößerter Ausschnitt des elektrischen Feldes in der Speisezone eines Monopols nach Bild 7b.

konnte. Bild 8 zeigt einen vergrößerten Ausschnitt des elektrostatischen Feldes des Fußpunktes nach Bild 7b. Es soll der durch die Feldlinien-Rotationsflächen F_1 und F_2 gebildete Vierpol betrachtet werden. Da in jeder Feldlinienfläche innerhalb der Speisezone Strom und Spannung definiert werden können, bilden je zwei aufeinanderfolgende Feldlinienflächen in Bild 8 einen Vierpol, der im folgenden als Elementarvierpol bezeichnet werden soll. Die Kettenschaltung aller dieser Elementarvierpole liefert den Gesamtvierpol F_1-F_2 . Jedem Elementarvierpol kann man eine Serieninduktivität ΔL und eine Parallelkapazität ΔC bzw. einen Wellenwiderstand Z_L und eine elektrische Länge Δz zuordnen. Streng genommen gilt dies nur, wenn die Begrenzungsflächen des Elementarvierpols von einander infinitesimal kleinen Abstand haben, d. h. wenn der Vierpol F_1-F_2 in unendlich viele Elementarvierpole zerlegt wird. Die Unterteilung in fünf Elementarvierpole wie in Bild 8 stellt jedoch für nicht zu hohe Frequenzen schon eine sehr gute Näherung dar.

Durch das Einzeichnen von $m - 1$ Äquipotentiallinien wird jeder Elementarvierpol in Bild 8 in m Teile zerlegt. Für jeden dieser Teile gilt

$$k = \rho \cdot l_b / l_a = \text{const.} \tag{17}$$

Hierin stellt ρ den Abstand der Strahlerachse vom Mittelpunkt, l_a den mittleren Abstand der Äquipotentiallinien und l_b den mittleren Abstand der Feldlinien eines Teil-Elementarvierpols dar. Die elektrischen Parameter eines Elementarvierpols ergeben sich aus

$$\begin{aligned} \Delta C &= 2 \pi \epsilon \frac{k}{m}, \\ \Delta L &= \frac{\mu}{2 \pi k} \sum_{n=1}^m l_{bn}^2, \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned} Z_L &= \frac{1}{2 \pi k} \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} \sqrt{m \sum_{n=1}^m l_{bn}^2}, \\ \Delta z &= \frac{1}{m} \sqrt{\sum_{n=1}^m l_{bn}^2}. \end{aligned} \tag{19}$$

Mit Gl. (19) kann man auf Grund der Kenntnis des statischen Feldes den Verlauf des Wellenwiderstandes Z_L über z bzw. $z^* = z/c_0$ ($c_0 = 3 \cdot 10^{10}$ cm/s) auftragen. In Bild 9 ist die Abhängigkeit des Wellen-

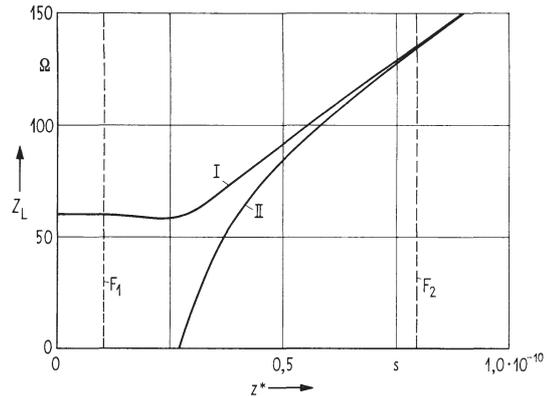


Bild 9. Verlauf des Wellenwiderstandes bei verschiedenen Fußpunktkonstruktionen;
I: Fußpunkt nach den Bildern 7b und 8,
II: Fußpunkt nach Bild 7a.

widerstandes Z_L von z^* für den Fußpunkt nach Bild 7b bzw. Bild 8 eingetragen (Kurve I). Die Kurve durchläuft ein Minimum, das typisch für sprungförmige Übergänge ist und schon in [14] beschrieben wird. Die Kurve II gilt für die schlitzespeiste Antenne nach Bild 7a. Die beiden Kurven nähern sich für wachsendes z^* und gehen bei F_2 ineinander über.

Die Übertragungseigenschaften des Vierpols F_1 bis F_2 ergeben sich aus der Kettenschaltung der Elementarvierpole durch Multiplikation der Kettenmatrizen. Für die Kettenmatrix des Gesamtvierpols gilt [12]

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ I_1 \end{pmatrix} = (A) \begin{pmatrix} U_2 \\ I_2 \end{pmatrix}, \tag{20}$$

$$\begin{aligned} A_{11} &= 1 - a_2 \omega^2 + \dots, \\ A_{12} &= j(b_1 \omega - b_3 \omega^3 + \dots), \\ A_{21} &= j(c_1 \omega - c_3 \omega^3 + \dots), \\ A_{22} &= 1 - d_2 \omega^2 + \dots. \end{aligned}$$

Die Konstanten $a_2, b_1, b_3, c_1, c_3, d_2$ usw. können mit den nachstehenden Formeln aus dem in Bild 9 gezeigten Verlauf des Wellenwiderstandes $Z_L(z^*)$ über z^* nach [12] ermittelt werden:

$$\begin{aligned} a_2 &= \int_{z_1^*}^{z_2^*} \frac{1}{Z_L} \int_0^{z^*} Z_L dz^* dz^*, \\ b_1 &= \int_{z_1^*}^{z_2^*} Z_L dz^*, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 b_3 &= \int_{z_1^*}^{z_2^*} Z_L \int_0^{z^*} \frac{1}{Z_L} \int_0^{z^*} Z_L dz^* dz^* dz^*, \\
 c_1 &= \int_{z_1^*}^{z_2^*} \frac{dz^*}{Z_L}, \\
 c_3 &= \int_{z_1^*}^{z_2^*} \frac{1}{Z_L} \int_0^{z^*} Z_L \int_0^{z^*} \frac{1}{Z_L} dz^* dz^* dz^*, \\
 d_2 &= \int_{z_1^*}^{z_2^*} Z_L \int_0^{z^*} \frac{1}{Z_L} dz^* dz^*.
 \end{aligned} \tag{21}$$

Im allgemeinen genügt in Gl. (20) die Berücksichtigung des ersten Reihengliedes. Die Integrationsgrenzen z_1^* und z_2^* sind durch die Grenzen des Vierpols gegeben. Mit der Kenntnis der Kettenmatrix können nun alle interessierenden elektrischen Parameter am Eingang F_1 der Antenne berechnet werden. So ergibt sich z. B. die Eingangsadmittanz Y_1 der Antenne aus der Admittanz Y_2 in der Fläche F_2 zu

$$Y_1 = \frac{A_{21} + A_{22} Y_2}{A_{11} + A_{12} Y_2}. \tag{22}$$

Die Auflösung des Gleichungssystems (15) liefert die Stromverteilung auf der schlitzz gespeisten Antenne und daher auch auf den auf U_A normierten Strom I_2' durch die Fläche F_2 . Um daraus die Admittanz Y_2 zu berechnen, muß noch die Spannungstransformation von U_A in die Spannung U_2 in der Fläche F_2 berücksichtigt werden. Hierfür werden die Kettenparameter A'_{11} und A'_{12} des Vierpols A-F₂ (A bezeichnet in Bild 7a den Speiseschlitz) der schlitzz gespeisten Antenne benötigt. Da bei der Spannungstransformation keine Singularität auftritt, sind diese Parameter im Gegensatz zu A'_{21} und A'_{22} endlich und können mit Gl. (20), (21) aus dem statischen Feldlinienbild (Bild 6a, [12]) berechnet werden. Es gilt

$$Y_2 = \frac{A'_{11}}{U_A/I_2' - A'_{12}}. \tag{23}$$

6. Rechenergebnisse und Vergleich mit Meßwerten

Bild 10 zeigt die Ortskurve der Admittanz Y_2 in der Fläche F_2 für eine mäßig schlanke Antenne nach Bild 7a, b. Die Fläche F_2 schneidet die Antenne im Abstand $u = 4\varrho_0$ (Bild 8) von der leitenden Ebene. Bild 11 zeigt die nach Gl. (23) berechnete Eingangsadmittanz der Antenne nach Bild 7b, bezogen auf die Fläche F_1 , zusammen mit gemessenen Werten. Die Abweichungen zwischen gemessenen und berechneten Werten liegen innerhalb der Meßgenauigkeit. Bemerkenswert ist insbesondere, daß die bei Antennentheorien im allgemeinen als kritisch bekannten Admittanzwerte in der Nähe der Antiresonanzen ($h/\lambda_0 = 0,5; 1$) mit den gemessenen Werten praktisch zusammenfallen. Bild 12 zeigt die berechnete Stromverteilung für die gegebene An-

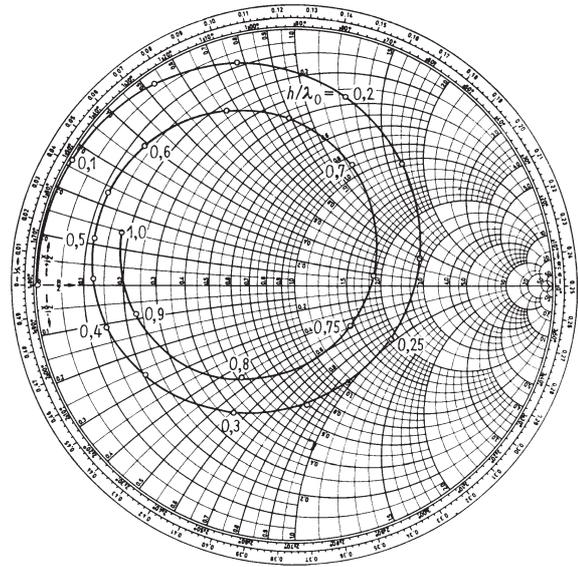


Bild 10. Admittanz $Y_2/10$ mS in der Fläche F_2 eines Monopols nach Bild 7 für $h/\varrho_0 = 255$.

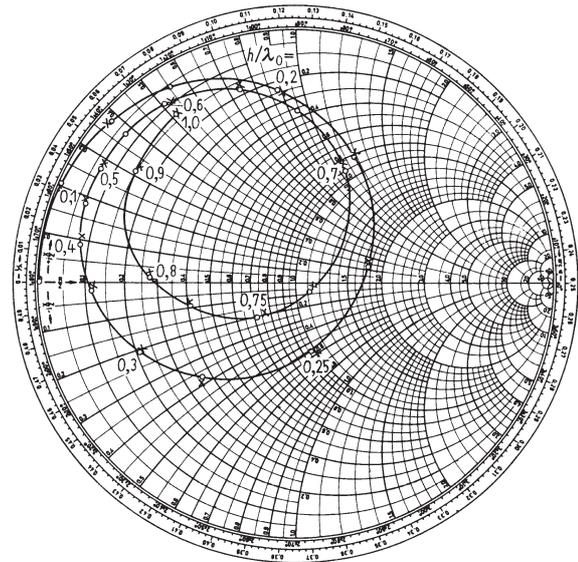


Bild 11. Admittanz $Y_1/(1/60 \Omega)$ in der Fläche F_1 eines Monopols nach Bild 7b für $h/\varrho_0 = 255$, $D/\varrho_0 = 5,4$, $a/\varrho_0 = 16$. Die eingetragenen Kreuze bezeichnen Meßwerte.

tenne bei $h/\lambda_0 = 0,5$. Durch Unterteilung des Fußpunktvierpols in mehrere Teilvierpole wurde auch die Stromverteilung im Fußpunkt erfaßt. Während der Imaginärteil des Stromes des schlitzz gespeisten Strahlers für $\zeta = 0$ divergiert (gestrichelt gezeichnet), bleibt der Strom der wirklichen Antenne endlich. Der Einfluß der Fußpunktstransformation macht sich wegen des kleinen Eingangsleitwertes in der Fläche F_2 hauptsächlich beim Imaginärteil des Stromes bemerkbar. In Bild 13 ist die Stromverteilung auf derselben Antenne für $h/\lambda_0 = 1$ bis zur Fläche F_2 dargestellt. Für eine mäßig dicke Antenne zeigt Bild 14 die Ortskurve der Admittanz Y_2 . Die

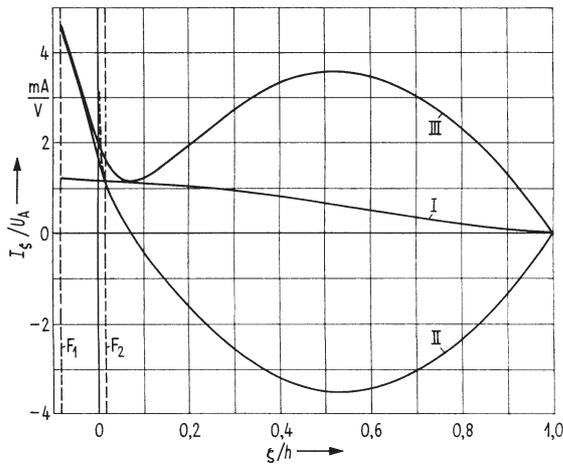


Bild 12. Stromverteilung auf einem Monopol nach Bild 7b für $h/\lambda_0 = 0,5$, $h/\varrho_0 = 225$, $D/\varrho_0 = 5,4$, $a/\varrho_0 = 16$; I: Realteil, II: Imaginärteil, III: Betrag des Antennenstroms

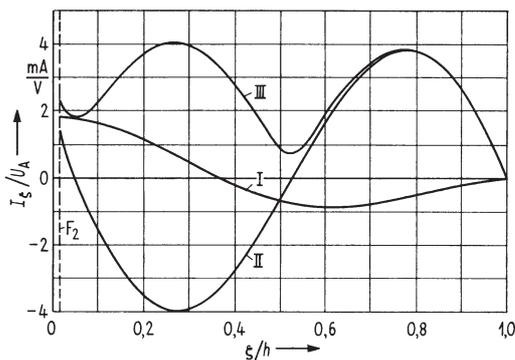


Bild 13. Stromverteilung auf einem Monopol nach Bild 7 für $h/\lambda_0 = 1$, $h/\varrho_0 = 255$; I: Realteil, II: Imaginärteil, III: Betrag des Antennenstroms.

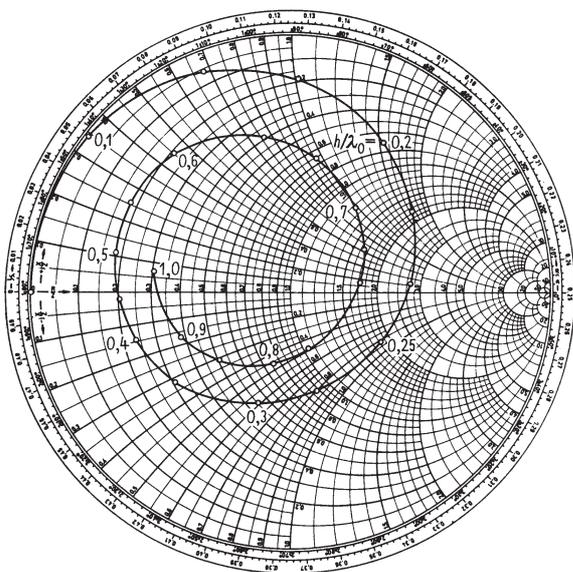


Bild 14. Admittanz $Y_2/10$ mS in der Fläche F_2 eines Monopols nach Bild 7 für $h/\varrho_0 = 74$.

Stromverteilung auf dieser Antenne für $h/\lambda_0 = 0,5$ und $h/\lambda_0 = 1$ zeigen die Bilder 15 und 16. Die zusätzlich eingetragenen Punkte stellen Meßwerte nach MOHR und STEIDLE dar [18], [19]. Auch hier liegen die Abweichungen der gemessenen von den berechneten Werten innerhalb der Messungengenauigkeit.

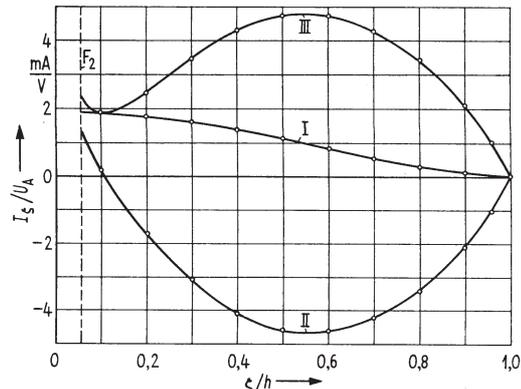


Bild 15. Stromverteilung auf einem Monopol nach Bild 7 für $h/\lambda_0 = 0,5$, $h/\varrho_0 = 74$; I: Realteil, II: Imaginärteil, III: Betrag des Antennenstroms. Die eingetragenen Punkte bezeichnen Meßwerte nach [18], [19].

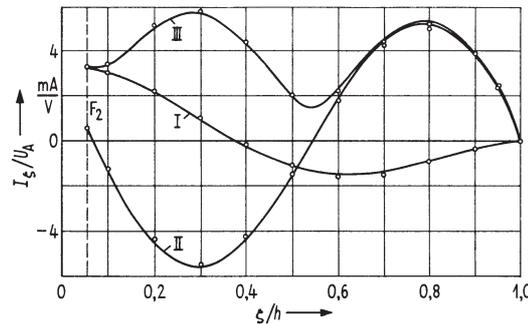


Bild 16. Stromverteilung auf einem Monopol nach Bild 7 für $h/\lambda_0 = 1$, $h/\varrho_0 = 74$; I: Realteil, II: Imaginärteil, III: Betrag des Antennenstroms. Die eingetragenen Punkte entsprechen Meßwerten nach [18], [19].

7. Ausblick

Ein Verfahren wurde beschrieben, mit dem es möglich ist, die Stromverteilung auf Dipolen und Monopolen auf verhältnismäßig einfachem Wege zu berechnen. Für die Ableitung wurde vorausgesetzt, daß der Antennenstrom in der Leiterachse konzentriert angenommen werden kann. Bei sehr dicken Antennen trifft diese Annahme nicht mehr zu. Für diese Antennen muß die Integralgleichung (9) erweitert werden [8], [10], was in der Folge zu komplizierteren Ausdrücken für die Koeffizienten des Gleichungssystems (15) führt. Die Methode bleibt jedoch anwendbar.

Die getrennte Behandlung der eigentlichen strahlenden Antenne und des nichtstrahlenden Fußpunkts ist nicht nur deshalb vorteilhaft, weil auf diese Weise die bei den meisten Antennentheorien auftretenden Konvergenzschwierigkeiten vermieden werden können, sondern sie ermöglicht auch die

Ermittlung von getrennten Kennwerten für die eigentliche Antenne und den Fußpunkt. Es können daher, z. B. in einer Art von Katalog, von einander unabhängige elektrische Daten für verschiedene Antennen und verschiedene Fußpunkte bereitgestellt werden, mit deren Hilfe dann die elektrischen Eigenschaften aller möglichen Kombinationen aus diesen Elementen berechnet werden können.

Anhang

Die Singularität der Stromverteilung auf einer Antenne mit infinitesimal engem Speiseschlitz

Mit dem im Abschnitt 5 beschriebenen Verfahren kann auf einfache Weise die Stromverteilung auf einer schlitzgespeisten Antenne in der Nähe des Speiseschlitzes berechnet werden. Bild 17 zeigt die unmittelbare Umgebung des

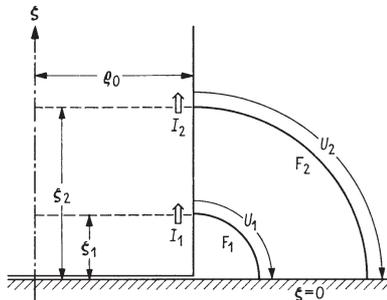


Bild 17. Elektrische Feldlinien in der Nähe des Speiseschlitzes eines Monopols nach Bild 7a.

Speiseschlitzes. Betrachtet man den Vierpol, der durch die beiden Feldlinienflächen F_1 und F_2 gebildet wird (F_2 stellt hier im Gegensatz zu Abschnitt 5 eine beliebige Feldlinienfläche dar), so gilt

$$\frac{I_1(\zeta_1)}{U_2} = A'_{21} + \frac{I_2}{U_2} A'_{22}.$$

Hierin sind A'_{21} und A'_{22} die Kettenparameter des Vierpols und I_2/U_2 ist die Admittanz in der Fläche F_2 . Da die Art der Singularität des Stromes bei $\zeta = 0$ nicht von der Höhe des Stabes und daher nicht von der Admittanz bei F_2 abhängt, kann man willkürlich setzen $I_2 = 0$ und somit

$$\frac{I_1(\zeta_1)}{U_2} = A'_{21}(\zeta_1). \quad (24)$$

A'_{21} erhält man aus Gl. (20), (21). Wegen $\zeta_1, \zeta_2 \ll \lambda_0$ braucht nur das erste Glied berücksichtigt zu werden. Es gilt

$$A'_{21} = j\omega c_1, \quad c_1 = \int_{\zeta_1^*}^{\zeta_2^*} \frac{d\zeta^*}{Z_L(\zeta^*)} = \int_{\zeta_1}^{\zeta_2} C'(\zeta) d\zeta, \quad (25)$$

wobei von den Beziehungen

$$\zeta = \zeta^* c_0 \quad \text{und} \quad C'(\zeta) = \frac{dC}{d\zeta} = \frac{1}{Z_L c_0}$$

[20] Gebrauch gemacht wurde. $C'(\zeta)$ stellt den Kapazitätsbelag pro Längeneinheit, c_1 die Kapazität zwischen Strahler und Grundebene im Bereich ζ_1 bis ζ_2 dar. Für kleine Werte von ζ kann die Krümmung der Zylinderoberfläche vernachlässigt werden. Die elektrischen Feldlinien stellen dann konzentrische Kreise, die Äquipotentiallinien Strahlen mit

gleichem Winkelabstand dar. Daher gilt für den Kapazitätsbelag

$$C' = \frac{dC}{d\zeta} = \epsilon_0 \frac{2\varrho_0 \pi}{\zeta \pi/4} = 4\epsilon_0 \frac{\varrho_0}{\zeta}. \quad (26)$$

Aus Gl. (24), (25), (26) ergibt sich, wenn man den Index 1 fortläßt,

$$\frac{I(\zeta)}{U_2} = j\omega c_1 = j\omega 4\epsilon_0 \varrho_0 \ln \frac{\zeta_2}{\zeta}. \quad (27)$$

Der Imaginärteil des Stromes steigt in der Nähe des Speiseschlitzes logarithmisch an. Bei $\zeta = 0$ wird die Gesamtkapazität c_1 und damit der Imaginärteil des Stromes unendlich. Zu demselben Ergebnis, aber auf wesentlich komplizierterem Wege kommen auch WU und KING in [8].

Herrn Prof. Dr. H. H. MEINKE möchte ich an dieser Stelle für die Anregung zu dieser Arbeit und für viele fruchtbare Diskussionen herzlich danken. Dem Leibniz-Rechenzentrum der Bayerischen Akademie der Wissenschaften danke ich für die Möglichkeit zu numerischen Berechnungen an seiner digitalen Rechenanlage TR 4. Die Messungen wurden im Antennenmeßraum des Instituts für Hochfrequenztechnik [16] vorgenommen. Die finanziellen Mittel für diesen Raum stellte die Stiftung Volkswagenwerk zur Verfügung.

Schrifttum

- [1] ZUHRT, H., Elektromagnetische Strahlungsfelder. Springer-Verlag, Berlin 1958.
- [2] DUNCAN, R. und HINCHEY, F., Cylindrical antenna theory. J. Res. NBS, Radio Prop. **64 D** [1960], 569–584.
- [3] HALLÉN, E., Theoretical investigations into transmitting and receiving qualities of antennae. Nova Acta R.S.S. Upsaliensis **11** [1938], 1–44.
- [4] KING, R. P., The theory of linear antennas. Harvard University Press, 1956.
- [5] ZINKE, O., Grundlagen der Strom- und Spannungsverteilung auf Antennen. Arch. Elektrotechnik **35** [1941], 67–84.
- [6] ZINKE, O., Eine neue Lösung der Strom- und Spannungsverteilung auf zylindrischen, elliptischen, konischen oder anderen rotations-symmetrischen Antennen. Frequenz **6** [1952], 57–65.
- [7] GROSSKOPF, J., Zur Theorie der Empfangsantennen. Frequenz **4** [1950], 249–261.
- [8] WU, T. T. und KING, R. P., Driving point and input admittance of linear antennas. J. appl. Phys. **30** [1959], 74–76.
- [9] KING, R. P., The end correction for a coaxial line when driving an antenna over a ground screen. Transact. Inst. Radio Engrs. AP-**3** [1955], 66–72.
- [10] KING, R. P., ARONSON, E. A. und HARRISON, C., The determination of accurate values of admittance and effective length of cylindrical antennas. Sandia Corp. Monograph, Aug. 1965.
- [11] MEINKE, H. H., Die richtige Dimensionierung des Fußpunkts von Breitbandantennen. Nachrichtentech. Z. **12** [1959], 286–290.
- [12] Gschwind, W., Die Vierpolgleichungen von Inhomogenitäten im Zuge homogener Leitungen mit besonderer Anwendung auf die Fußpunktsinhomogenität zylindrischer Strahler. Dissertation Techn. Hochschule München, 1952.
- [13] MEINKE, H. H., Über die Begriffe Strom, Spannung, Widerstand und Vierpol bei Dezimeterwellen. Z. angew. Phys. **1** [1948], 90–96.
- [14] MEINKE, H. H., Theorie der Hochfrequenzschaltungen. R. Oldenbourg Verlag, München 1951.
- [15] LANDSTORFER, F., Einschwingverhalten von Empfangsantennen. Dissertation Techn. Hochschule München, 1967.
- [16] LANDSTORFER, F., Antennenmeßraum im Bereich 1 bis 500 MHz. Nachrichtentech. Z. **21** [1968], 186–190.
- [17] KÜPFMÜLLER, K., Einführung in die theoretische Elektrotechnik, 4. Aufl. Springer-Verlag, Berlin 1952.
- [18] MOHR, C., Messung der Stromverteilung auf rotations-symmetrischen Antennen. Unveröffentlichte Aufzeichnungen, Institut für Hochfrequenztechnik, Techn. Hochschule München, 1968.
- [19] STEIDLE, H. G., Messung der Stromverteilung auf rotations-symmetrischen Antennen beliebiger Form. Diplomarbeit am Institut für Hochfrequenztechnik, Techn. Hochschule München, 1968.
- [20] MEINKE, H. H., Einführung in die Elektrotechnik höherer Frequenzen, Bd. 1. Springer-Verlag, Berlin 1965.