Universität Mannheim
Lehrstuhl für VWL/Finanzwissenschaft
SS 2006

Finanzwissenschaft II
Herleitung der Corlett-Hague Regel

Wenn man Freizeit besteuern könnte, wäre eine erstbeste (optimale, zusatzlastfreie) Besteuerung möglich. Dies ist aber nicht der Fall. Daher gibt es folgende Idee: Güter, die Komplemente zu Freizeit sind, sollten stärker besteuert werden als Güter, die Substitute zu Freizeit sind, um so Freizeit indirekt zu besteuern. Es handelt sich dann um zweitbeste (second-best) Besteuerung.

Grundlagen für die Herleitung:

Ein Term S_{ik} der Slutsky-Matrix S (Matrix der Substitutionseffekte) ist definiert als $S_{ik} \equiv \frac{\partial x_i^c}{\partial p_k}$ und wenn man Freizeit als das Gut „Null“ bezeichnet, entspricht $S_{i0} \equiv \frac{dx_i^c}{\partial w}$, wobei w der Lohnsatz ist (Opportunitätskosten der Freizeit). Diese Terme geben die Substitutionseffekte der Preis- und Lohneffekte an. Die zugehörigen Elastizitäten der kompensierten Nachfrage sind

$$\epsilon_{ik}^c \equiv \frac{S_{ik}p_k}{x_i} \text{ bzw. } \epsilon_{i0}^c \equiv \frac{S_{i0}w}{x_i}. \tag{1}$$

Wegen der Konkavität der Ausgabenfunktion in den Preisen ist die Slutsky-Matrix negativ definit, so dass

$$S_{ii} < 0, \begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{vmatrix} > 0, ...$$

Außerdem gilt wegen der Symmetrie der Substitutionseffekte $S_{12}S_{21} = (S_{12})^2$. Im Zwei-Güter Fall ist daher die Determinante

$$|S| = S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21} > 0. \tag{2}$$

Die Ausgabenfunktion ist homogen vom Grad 1 in den Preisen

$$e(\lambda p, u) = \lambda e(p, u).$$

Nach dem Euler'schen Theorem gilt:

$$e \equiv \sum_{k=1}^{n} p_k \frac{\partial e}{\partial p_k} = \sum_{k=1}^{n} p_k x_k^c$$

Ableitung von e nach einem p_i ergibt nach der Kettenregel

$$\frac{\partial e}{\partial p_i} = x_i^c + \sum_{k=1}^{n} p_k \frac{\partial x_k^c}{\partial p_i}.$$

Da die linke Seite nach Shephard's Lemma x_i^c entspricht, folgt

$$0 = \sum_{k=1}^{n} p_k \frac{\partial x_k^c}{\partial p_i}$$

und gemäß den Eigenschaften der kompensierten Nachfrage (vgl. 1. Übung, Young's Theorem)

$$0 = \sum_{k=1}^{n} p_k \frac{\partial x_i^c}{\partial p_k}.$$

Dividiert man auf beiden Seiten durch x_i^c, führt dies gemäß der Definition der Elastizität (1) zu

$$\sum_{k=1}^{n} S_{ik} \frac{p_k}{x_i^c} = \sum_{k=1}^{n} \epsilon_{ik}^c.$$

Für den Zwei-Güter-und-Freizeit-Fall heißt das

$$\epsilon_{10}^c + \epsilon_{11}^c + \epsilon_{12}^c = 0 = \epsilon_{20}^c + \epsilon_{21}^c + \epsilon_{22}^c$$

und damit

$$-\epsilon_{12}^c = \epsilon_{11}^c + \epsilon_{10}^c \tag{3}$$

$$-\epsilon_{21}^c = \epsilon_{22}^c + \epsilon_{20}^c. \tag{4}$$

Herleitung der Corlett-Hague-Formel - Gleichung (VII. 19) in Keuschnigg (2005)

Die Ramsey-Regel lautet

$$\sum_{i=1}^{m} \frac{t_i S_{ik}}{x_k} = -\theta < 0 \tag{5}$$

wobei

$$\theta \equiv \nu - \sum_{i=1}^{m} t_i \frac{dx_i}{dI} > 0 \tag{6}$$

Für den Zwei-Güter-Fall gelten dann die folgenden Gleichungen für die optimale Besteuerung, $t_1 S_{11} + t_2 S_{21} = -\theta x_1$ und $t_1 S_{12} + t_2 S_{22} = -\theta x_2$, bzw in Matrixschreibweise

$$\begin{vmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} t_1 \\ t_2 \end{vmatrix} = -\theta \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}$$

Man löse nach den Steuersätzen auf und berücksichtige die Symmetrie der Slutsky Matrix,

$$\begin{vmatrix} t_1 \\ t_2 \end{vmatrix} = \frac{-\theta}{|S|} \begin{vmatrix} S_{22} & -S_{12} \\ -S_{21} & S_{11} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x_1 \\ x_2 \end{vmatrix}$$

wobei die Determinante $|S|$ wegen (2) positiv sein muss. Die einzelnen Steuersätze lauten

$$t_1 = \frac{-\theta}{|S|} \left(S_{22} x_1 - S_{12} x_2 \right), \; t_2 = \frac{-\theta}{|S|} \left(S_{11} x_2 - S_{21} x_1 \right)$$

Um dies in Elastizitätennotation umzuwandeln werden beide Ausdrücke entsprechend der Definition der kompensierten Nachfrageelatizität (1) erweitert zu

$$t_1 = \frac{-\theta x_1 x_2}{|S| p_2} \left(\frac{S_{22} p_2}{x_2} - \frac{S_{12} p_2}{x_1} \right), \; t_2 = \frac{-\theta x_1 x_2}{|S| p_1} \left(\frac{S_{11} p_1}{x_1} - \frac{S_{21} p_1}{x_2} \right)$$

Anwenden der Definition (1) und Umwandlung der Steuersätze in Wertsteuersätze $\tau_i = \frac{t_i}{p_i}$ führt zu

$$\tau_1 = -\theta' \left(\epsilon^c_{22} - \epsilon^c_{12} \right), \; \tau_2 = -\theta' \left(\epsilon^c_{11} - \epsilon^c_{21} \right), \tag{7}$$

wobei $\theta' \equiv \frac{\theta}{|S|} \frac{x_1 x_2}{p_1 p_2}$ und $\theta' > 0$, da $\theta > 0$ gemäß (6) und $|S| > 0$ gemäß (2).

Mit (3) und (4) lässt sich (7) schreiben als

$$\tau_1 = \theta' \left(-\epsilon^c_{11} - \epsilon^c_{22} - \epsilon^c_{10} \right), \; \tau_2 = \theta' \left(-\epsilon^c_{11} - \epsilon^c_{22} - \epsilon^c_{20} \right) \tag{8}$$

Daraus folgt

$$\begin{aligned} \tau_1 > \tau_2 &\Longleftrightarrow \epsilon^c_{10} < \epsilon^c_{20} \\ \tau_1 = \tau_2 &\Longleftrightarrow \epsilon^c_{10} = \epsilon^c_{20} \\ \tau_1 < \tau_2 &\Longleftrightarrow \epsilon^c_{10} > \epsilon^c_{20} \end{aligned} \tag{9}$$

Das Gut mit dem geringeren Wert für ϵ^c_{i0} und daher höherer Komplementarität zu Freizeit sollte höher besteuert werden.