

**Almeida, C. (1987)**

**Novo método para resolução da equação dos  
rebaixamentos em ensaios a caudal variável**

Geolis, revista da Secção de Geologia Ec. e Aplicada, vol.  
I, p. 100-103.

## NOVO MÉTODO PARA RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DOS REBAIXAMENTOS EM ENSAIOS A CAUDAL VARIÁVEL

Almeida, Carlos (\*)

### RESUMO

Os ensaios a caudal variável (escalonados) constituem uma importante metodologia para avaliação da eficiência das captações, permitindo calcular as perdas de carga suplementares que ocorrem devido à travessia, pela água, dos maciços filtrantes, condutas, bomba, etc.

A determinação dos parâmetros que figuram na equação que relaciona os rebaixamentos com os caudais oferece algumas dificuldades, dada a não linearidade daquela, pelo que têm sido propostos vários métodos, incluindo métodos numéricos, gráficos e mistos.

No presente trabalho apresenta-se um novo método numérico que dispensa qualquer estimativa prévia dos parâmetros a calcular, sendo facilmente programável, mesmo em calculadora de bolso.

### ABSTRACT

Step-drawdown test is an important technique in assessing well efficiency. It allows the computation of the energy losses caused by the flow through well screen, conduits, pump, etc.

The computation of the parameters in the step-drawdown equation is rather difficult due to the nonlinearity of that equation. Several methods have been proposed for that resolution including numerical and graphic ones.

A new method is here proposed, which does not require any previous estimation of the parameters to be calculated and can be easily programmed in a microcomputer or even in a pocket calculator.

**INTRODUÇÃO.** Os ensaios a caudal variável (ensaios escalonados) tem por objectivo principal caracterizar a eficiência das captações.

Trata-se de uma metodologia correntemente utilizada pelos construtores pois é a única forma de se

avaliar correctamente as perdas de carga resultantes de travessia dos maciços filtrantes, ralos, condutas, bomba, etc. As referidas perdas, quando excessivas, traduzem-se em gastos suplementares de energia.

---

(\*) Departamento de Geologia da Faculdade de Ciências de Universidade de Lisboa.  
Centro de Geologia da Universidade de Lisboa (INIC).

Os ensaios de bombagem a caudal variável deveriam também ser efectuados periodicamente em cada captação, a fim de se detectarem processos de incrustação ou de corrosão dos ralos, etc.

A equação que relaciona o rebaixamento medido numa captação com o caudal é:

$$s_p = BQ + CQ^n \quad (\text{RORABAUGH, 1953}) \quad (1)$$

onde  $s_p$  é o rebaixamento medido na captação, B um parâmetro característico do aquífero, C e n constantes.

O termo BQ traduz o rebaixamento devido às perdas de carga próprias do aquífero sendo, portanto, uma característica deste, e é variável com o tempo.

O termo  $CQ^n$ , onde n pode assumir valores geralmente situados entre 2 e 3, relaciona-se com as perdas de carga não lineares devidas, fundamentalmente, à travessia dos ralos, maciços filtrantes, condutas e bomba. É este termo que tem mais interesse quando se pretende caracterizar a eficiência de uma captação.

A determinação dos parâmetros B, C e n de equação (1) oferece algumas dificuldades dada a não linearidade desta.

As soluções propostas vão desde métodos gráficos, métodos numéricos e métodos mistos (SHEAHAN, 1971, CUSTODIO, 1971, LABADIE & HELWEG, 1975, MILLER & WEBER, 1903).

O método proposto neste trabalho baseia-se na determinação do valor de n por um processo numérico. O cálculo de B e C, após n ser conhecido não oferece qualquer dificuldade.

## FUNDAMENTAÇÃO DO MÉTODO.

Para se utilizar o método agora proposto é necessário dispor de, pelo menos, três valores de rebaixamento correspondentes e três caudais diferentes.

Sejam  $s_1, s_2, s_3$  os rebaixamentos correspondentes aos caudais  $Q_1, Q_2, Q_3$ .

Tem-se então:

$$s_1 = BQ_1 + CQ_1^n$$

$$s_2 = BQ_2 + CQ_2^n$$

$$s_3 = BQ_3 + CQ_3^n$$

Dividindo ambos os membros de cada equação pelo caudal obtém-se:

$$s_i / Q_i = B + CQ_i^{n-1} \quad \text{ou, usando a notação}$$

$$\sigma_i = s_i / Q_i \quad \text{e } v = n - 1$$

$$\sigma_i = B + CQ_i^v$$

Subtraindo as equações duas a duas elimina-se o parâmetro B:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = C(Q_1^v - Q_2^v) \quad (2)$$

$$\sigma_1 - \sigma_3 = C(Q_1^v - Q_3^v) \quad (3)$$

Dividindo (2) por (3) elimina-se o parâmetro C:

$$(\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 - \sigma_3) = (Q_1^v - Q_2^v) / (Q_1^v - Q_3^v) \quad (4)$$

Tem sido propostos vários métodos para achar o valor de v que satisfaz a igualdade (4). Para fundamentar o que se segue comece-se por escrever a equação (4) desta outra forma:

$$F(v) - \kappa = 0 \quad (5)$$

$$\text{onde } F(v) = (Q_1^v - Q_2^v) / (Q_1^v - Q_3^v) \quad \text{e}$$

$$\kappa = (\sigma_1 - \sigma_2) / (\sigma_1 - \sigma_3)$$

O método que agora se propõe baseia-se no cálculo de raiz de equação (5) pelo método das secantes, consistindo, resumidamente, em calcular cada valor de  $v_{i+1}$  ( $i = 1, 2, \dots$  até satisfazer o critério de convergência) a partir dos dois valores anteriores:

$$v_{i+1} = [F(v_i) \cdot v_{i-1} - F(v_{i-1}) \cdot v_i] / [F(v_i) - F(v_{i-1})]$$

tendo  $v_0$  e  $v_1$  sido arbitrariamente fixados em 0.5 e 3.

O método de Newton-Raphson aplicado ao caso presente mostrou-se menos eficiente.

Este método oferece as vantagens de ser totalmente automático, não necessitando de qualquer estimativa prévia dos parâmetros procurados, nem de qualquer solução gráfica auxiliar, como acontece com outros métodos propostos, não exigindo grande esforço computacional, podendo mesmo ser programado em calculadora de bolso o que permite a utilização no terreno.

Em geral os valores correctos são obtidos com um pequeno número de iterações (três ou quatro).

Após v ser conhecido C é calculado a partir de expressão

$$C = (\sigma_1 - \sigma_2) / (Q_1^v - Q_2^v)$$

Seguidamente B pode ser calculado a partir de expressão

$$B = \sigma_1 - Q_1^v$$

### EXEMPLOS DE APLICAÇÃO.

O método foi aplicado aos dados apresentados por MILLER & WEBER (1983) (QUADRO I):

QUADRO I			
$Q_1$ (gal/min)	100	$s_1$	10.40 (pés)
$Q_2$ (gal/min)	200	$s_2$	22.77 (pés)
$Q_3$ (gal/min)	300	$s_3$	38.03 (pés)

A eficiência do método pode ser testada comparando os valores de n dados em cada iteração pelos dois métodos (Quadro II):

QUADRO II		
ITERAÇÃO	ESTE MÉTODO	MILLER & WEBER (1983)
1	2.917	3.274
2	2.798	2.948
3	2.809	2.855
4	2.809	2.825
5	2.809	2.814
6	2.809	2.809
7	2.809	2.809

Após n ter sido calculado o programa forneceu valores de B e C idênticos aos que são dados pelos autores citados.

### Exemplo 2

Aplicou-se o método aos exemplos dados por VILLANUEVA & IGLESIAS (1983), pp. 240 e seguintes.

Em todos os casos os valores de n concordam bastante com os obtidos por aqueles autores.

Os valores de C, no entanto, mostram-se muito sensíveis a pequenas variações no parâmetro n. Assim, no exemplo 1 dos citados autores, tem-se

VILLANUEVA & IGLESIAS	ESTE MÉTODO
2*	2.04
4E-03	4.1E-03
1.6E-07	1.0E-07

\* valor pressuposto

Portanto, o facto de se considerar  $n=2$ , em vez de  $n=2.04$ , tem como consequência um erro de 60% no cálculo de C.

### CONCLUSÕES.

O método agora proposto oferece as vantagens de dispensar gráficos dos valores experimentais, sendo mais eficiente do que qualquer outro de que tenhamos conhecimento, podendo ser programado em microcomputador ou calculadora de bolso, fornecendo os valores que melhor satisfazem a equação dos rebaixamentos para o conjunto de dados observados.

### BIBLIOGRAFIA

CUSTODIO, E. (1971) in CUSTODIO, E. & M. R. LLAMAS (1978) - Hidrología Subterránea, Tomo I, Edit. Omega. Barcelona.

LABADIE, J. & O. J. HELWEG (1975) - Step-drawdown test analysis by computer. Ground Water, vol.13, nº 5, p. 438-444.

MILLER, C. T. & W. J. WEBER JR. (1983) - Rapid solution of the nonlinear step-drawdown equation. Ground-Water, vol. 21, nº 5, p. 584-588.

RORABAUGH, M. I. (1953) - Graphical and theoretical analysis of step-drawdown test on artesian well. Proc. Am. Soc. Civil Eng., vol. 79, separata nº 382, p.382-383.

SHEAHAN, N. T. (1971) - Type-curve solution on step-drawdown test. Ground-Water, vol. 9, nº 1, p. 25-29.

VILLANUEVA, M. M. & A. L. IGLESIAS (1984) - Pozos y Acuíferos, Técnicas de evaluación mediante ensayos de bombeo. Ins. Geol. y Minero da España, 429 p. MADRID.