

В. Гейзенберг
(Получено 5 Мая, 1952)

Рождение мезонов как проблема ударной волны

— — $\diamond \diamond \diamond$ — —
Перевод с немецкого выполнен Боосом Г.Э.
— — $\diamond \diamond \diamond$ — —

Аннотация

Множественное рождение мезонов при столкновении 2-х нуклонов описывается как ударно-волновой процесс, подчиняющийся нелинейному волновому уравнению. Поскольку речь идет о больших квантовых числах, данные квантовые процессы могут быть приближенно описаны с помощью принципа соответствия. Из обсуждения решений нелинейного волнового уравнения можно получить для различных сортов мезонов энергетическое и угловое распределения.

Из экспериментальных данных по рождению π -мезонов, полученных в последние годы, с большой степенью достоверности следует, что при столкновении 2-х нуклонов высокой энергии сразу рождается большое количество мезонов. То, что сильное взаимодействие нуклонов с мезонами, и, в особенности, мезонов между собой, приводит к такому множественному рождению, установлено достаточно давно [4]. Для количественной оценки можно сравнить энергетические потери в мезонном поле с турбулентностью течения [5]. Либо можно, как сделал Ферми [3], рассмотреть установившийся температурный баланс в момент столкновения, что позволяет рассчитать энергетическое распределение мезонов.

В предлагаемом рассмотрении данной проблемы используется точка зрения, высказанная автором в 1939 году в связи с теорией Юкавы

[4]. Рождение мезонов рассматривается как ударно-волновой процесс, который описывается нелинейным волновым уравнением. Будет показано, что на данном пути можно получить количественные результаты для спектрального и пространственного распределений различных сортов мезонов.

1 Наглядное описание ударной волны

Ниже рождение мезонов будет рассматриваться в системе центра масс. Переход в лабораторную систему координат может быть легко проведен, что уже было сделано в работе [5]. Поэтому здесь этот вопрос обсуждаться не будет.

а) В системе центра масс 2 нуклона движутся по направлению друг к другу (Рис. 1) до тех пор, пока они не пересекутся в некоторой области (заштрихована на Рис. 1), при этом между ними происходит сильное взаимодействие. Нуклоны нарисованы в виде дисков, толщина которых из-за фактора $\sqrt{1 - \beta^2}$ (β – скорость центра масс) по закону Лоренца меньше, чем их поперечное сечение, которое можно принять равным комптоновской длине волны мезона, т.е. порядка $1.4 \cdot 10^{-13}$ см. В момент взаимного удара изменяется скорость нуклонов, так что в области их пересечения энергия передается полю мезонов. Таким образом, в начальный момент возникновения ударной волны вся энергия мезонных полей сконцентрирована в тонком плоском слое, который в момент столкновения был заполнен обоими нуклонами.

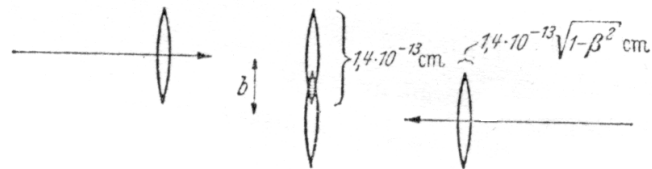


Рис. 1:

б) Если бы можно было пренебречь взаимодействием мезонов между собой, то с самого первого момента их образования они бы распространялись согласно волновому уравнению

$$\square\varphi - \kappa^2\varphi = 0 \quad (1)$$

(либо более сложному линейному волновому уравнению, соответствующему различным сортам мезонов). Тогда и угловое распределение мезонной волны не менялось бы в процессе ее распространения. Эти распределения можно было бы определить уже в первый момент при помощи разложения волны в ряд Фурье. Получаем, что энергия мезонной волны в диапазоне частот от k_0 до $k_0 + dk_0$ (k_0 соответствует энергии единичного мезона) не зависела бы от R_0 вплоть до таких частот, которые соответствуют длинам волн, сравнимым с толщиной слоя, в котором происходит столкновение, а именно, порядка $\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\kappa}$ (κ – масса мезона).

При $k_0 > k_{0m} = \frac{\kappa}{\sqrt{1-\beta^2}}$ интенсивность резко убывает как функция k_0 .

$$d\varepsilon = \text{constant} \cdot dk_0 \quad k_0 \leq k_{0m}. \quad (2)$$

Для числа мезонов в интервале dk_0 получаем

$$dn = \text{constant} \frac{dk_0}{k_0} \quad k_0 \leq k_{0m}. \quad (3)$$

На Рис. 2 графически изображено поведение функции φ на оси, перпендикулярной к плоскости излучения (сразу после акта излучения), кроме того, $d\varepsilon/dk_0$ и dn/dk_0 при выполнении уравнения (1). Спектр (3) соответствует известному спектру рентгеновского тормозного излучения электрона и справедлив также в том случае, когда большая часть энергии нуклонов была бы передана мезонному полю, причем так, чтобы число вылетевших мезонов не было бы слишком большим, т.е. при этом энергия отдельного мезона была бы примерно равна $\geq 1/2 k_{0m}$.

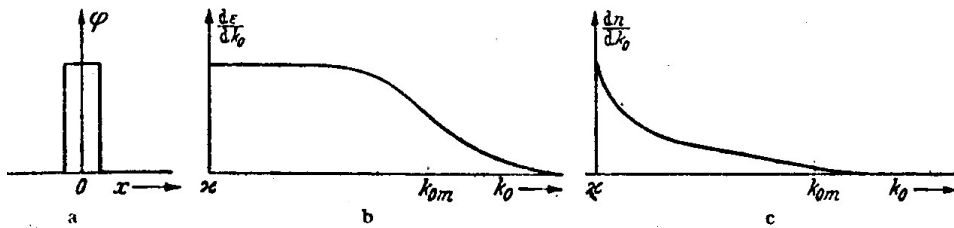


Рис. 2:

с) В действительности однако взаимодействием мезонов между собой пренебречь нельзя, т.о. расширение волны происходит согласно некоторому нелинейному волновому уравнению, которое только в случае

небольшой интенсивности становится приблизительно линейным. Нелинейность приводит к тому, как еще будет показано ниже, что сингулярность гребня волны немного сглаживается. Вследствие этого во время расширения волны энергия передается от коротких волн к длинным и спектральное распределение в конце этого расширения спадает более круто по сравнению с предыдущим случаем, когда справедливо уравнение (1). Таким образом, мы приходим к поведению, изображенному на Рис. 3. Пространственное расширение изображено на Рис. 4 (a-d).

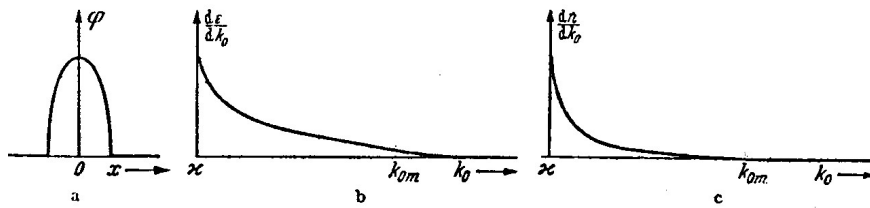


Рис. 3:

В момент столкновения вся энергия сконцентрирована в области взаимодействия обоих нуклонов (a). После чего вправо и влево начинают распространяться 2 фронта ударной волны. Большая часть энергии все еще сосредоточена в этих 2-х фронтах, однако волновое возмущение начинается также и в области между ними, где сосредоточен остаток энергии (b). Теперь фронты ударной волны распространяются и дальше, возмущение в их кильватере захватывает все большее пространство, которое, в свою очередь, становится источником новой волны. Энергия фронтов становится меньше, она перемещается в другие области распространения волн, и, в частности, на волны большей длины (c). Во время дальнейшего расширения возмущение в центральной области уменьшается, таким образом действительно возникает волна, которая в направлении ударных фронтов движется быстрее, чем в перпендикулярном направлении. Поэтому волны с более короткой длиной обладают большей групповой скоростью. Теперь возмущение также и со скоростью света, но очень низкой интенсивности, будет распространяться во все стороны. Энергия ударных фронтов становится столь малой, что также и здесь нелинейность не играет более важной роли и последующее расширение происходит согласно обычному линейному волновому уравнению (d).

До сих пор при таком наглядном описании мы пренебрегаем квантовыми эффектами данной проблемы. Это приближение приемлемо, по-

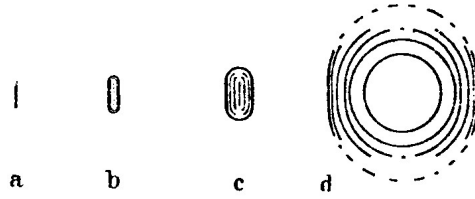


Рис. 4:

скольку речь идет о рождении большого числа мезонов, т.е. о процессе с большими квантовыми числами. Как применяется принцип соответствия в квантовой теории, подробно описано в вышеупомянутой работе [4]. Здесь достаточно принять качественные рассуждения, используя Рис. 4d, большая часть энергии излучается во всех направлениях в форме мезонов, чьи длины волн сравнимы с поперечным сечением диска, т.е. $1/\kappa$. Импульс в направлении, перпендикулярном оси, может быть больше κ лишь в редких случаях, так что коэффициенты Фурье таких волн очень малы. С другой стороны, импульс в направлении оси может быть больше, так что в самом фронте ударной волны встречаются более короткие длины волн. Мезоны с энергией k_0 будут излучаться в основном, только в области углов порядка κ/k_0 обоих превалирующих направлений. Также и более тяжелые мезоны вылетают, в основном, только во фронте ударной волны.

2 Решение ударно-волнового уравнения

а) Расширение ударной волны зависит от формы нелинейного волнового уравнения, которое положено в основу для описания мезонов. Тем не менее можно показать, что есть специальный случай сильного взаимодействия, при котором спектральное распределение мезонов может не зависеть от конкретной формы волнового уравнения. Если интересоваться лишь спектральным распределением, а не распределением по направлениям, то можно облегчить решение нелинейного уравнения посредством некоторого упрощения. Именно, если представить себе плоскость, в которой происходит излучение, бесконечной, то диск можно считать бесконечно тонким. Тогда вследствие Лоренц-инвариантности волнового уравнения φ может зависеть лишь от $s = t^2 - x^2$, при этом уравнение в частных производных переходит в обычное дифференциальное уравнение, решение которого поддается более простому анализу.

В качестве примеров обсудим две нелинейные волновые теории:

1. Уравнение, введенное Шиффом [10] и Тиррингом [12] в связи с описанием ядерных сил:

$$\square\varphi - \kappa^2\varphi - \eta\varphi^3 = 0. \quad (4)$$

2. Волновое уравнение, которое по аналогии с ранними работами Борна [1] вытекает из функции Лагранжа

$$L = l^{-4} \sqrt{1 + l^4 \left[\sum \left(\frac{\partial\varphi}{\partial\kappa_\nu} \right)^2 + \kappa^2\varphi^2 \right]} \quad (5)$$

Борн уже давно обратил внимание на тот факт, что нелинейные теории этого типа имеют решения, которые в меньшей степени сингулярны по сравнению с решениями линейных уравнений. Тогда этот факт был использован для описания собственной энергии электрона, но те же соображения можно также использовать для множественного рождения мезонов. Функция Лагранжа (5) уже рассматривалась для описания рождения мезонов в более ранних исследованиях [4].

К пункту 1. Первое из этих двух уравнений для $\varphi = \varphi(s)$ дает:

$$4 \frac{d}{ds} \left(s \frac{d\varphi}{ds} \right) + \kappa^2\varphi + \eta\varphi^3 = 0. \quad (4a)$$

При $\eta = 0$ мы приходим снова к линейному уравнению (1), решение которого имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= aJ_0(\kappa\sqrt{s}) & s > 0 \\ \varphi &= 0 & s < 0, \end{aligned} \right\} \quad (6a)$$

где a – константа интегрирования; сравниваем также с Рис. 2. Для $\eta \neq 0$ можно написать разложение в ряд вокруг точки $s = 0$.

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= a \left[1 - (\kappa^2 + \eta a^2)s + \frac{1}{4}(\kappa^2 + 3\eta a^2)(\kappa^2 + \eta a^2) s^2 - \dots \right] = 0 & s > 0 \\ & & s < 0. \end{aligned} \right\} \quad (6b)$$

Можно понять, что выражением (4) описывается некое “слабое” взаимодействие, которое ничего не изменяет при скачкообразном поведении волновой функции вблизи ударно-волнового фронта. Это связано с тем, что теория, заданная посредством (4), принадлежит классу перенормируемых теорий; константа связи безразмерна. Различными путями установлено, что перенормируемые теории описывают только слабые

взаимодействия, которые в общем случае не приводят к множественному рождению мезонов.

К пункту 2. По другому обстоит дело с уравнением, вытекающим из формулы (5). Для $\varphi = \varphi(s)$ его можно записать следующим образом:

$$4 \frac{d}{ds} (s\varphi') + \kappa^2 \varphi = 8l^4 s\varphi'^2 \frac{\varphi' + \kappa^2 \varphi}{1 + l^4 \kappa^2 \varphi^2}. \quad (7)$$

Если принять $\kappa = 0$ (безмассовые мезоны), то решение непосредственно можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{a} \lg \left(1 + \frac{a^2}{2l^4} s + \frac{a}{2l^4} \sqrt{4l^4 s + a^2 s^2} \right) & s \geq 0 \\ &= 0 & s \leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

В общем случае ($\kappa \neq 0$) можно опять записать в виде:

$$\varphi = \frac{1}{\kappa l^2} f(\zeta); \quad \zeta = s\kappa^2 \quad (9)$$

и получим

$$\left. \begin{aligned} f(\zeta) &= \sqrt{\zeta} \left(1 + a\zeta + \frac{27a^2 + 2a - 1}{10} \zeta^2 + \dots \right) & \zeta \ll 1 \\ &\approx \gamma \zeta^{-1/4} \cos(\sqrt{\zeta + \delta}) & \zeta \gg 1 \\ &= 0 & \zeta \leq 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Константы γ и δ однозначно определены через постоянную интегрирования a , однако их значения не посчитаны.

Можно сделать вывод, что здесь нелинейность существенно изменяет характер решения: скачкообразное поведение φ при $s = 0$ исчезает, в то время как в предыдущем случае φ изменялось скачкообразно, а при s , близких к 0, φ ведет себя как \sqrt{s} .

Если подставить $\varphi(s) = \varphi(x, t)$ при фиксированном времени t в интеграл Фурье по волновому числу k , то для $\varphi(k, t)$ с большим значением k ($k \sim k_0 \geq \kappa$) с точностью до постоянного множителя получаем выражение вида

$$\varphi(k, t) \sim k^{-3/2} t^{1/2} e^{\pm i k_0 t}. \quad (11)$$

Множитель $t^{1/2}$ наглядно показывает, что во время всего процесса расширения энергия перетекает от передней части ударной волны к остальным ее частям или в область более низких частот. По существу, потенциал энергии в начальной точке ударной волны неограничен. Это является

необходимым следствием того, что ударная волна начинается в некотором бесконечно тонком плоском слое. При этом предположении решение $\varphi(x, t)$ зависит только от $t^2 - x^2$, и, таким образом, оно является инвариантным относительно преобразований Лоренца в пространстве x, t . Конечный же 4-вектор энергии – импульс задал бы выделенное направление в пространстве, что не могло бы соответствовать Лоренц-инвариантному решению.

Однако в действительности ударная волна начинается в диске конечной длины $\sim \frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\kappa}$; 4-вектор энергии-импульса является конечным. И увеличение амплитуды Фурье (11) начинается спустя определенный промежуток времени, а когда запас энергии в центре волны исчерпан, наступает состояние покоя. Коэффициенты Фурье для больших значений t как функция от k для $k > k_{0m} = \frac{\kappa}{\sqrt{1-\beta^2}}$ спадают быстрее, чем $k^{-1/2}$. Таким образом, распределение по интенсивности представляется в виде:

$$\frac{d\varepsilon}{dk_0} = \text{const} \frac{dk_0}{k_0} \quad \kappa \leq k_0 \leq k_{0m} = \frac{\kappa}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (12)$$

и

$$\frac{dn}{dk_0} = \text{const} \frac{dk_0}{k_0^2}. \quad (13)$$

для той же области.

Такая форма спектра уже упоминалась ранее в связи с множественным рождением [4], [5], что также изображено на Рис. 3.

Волновое уравнение (7), заимствованное из теории Борна [1] представляет собой типичный случай “сильного” взаимодействия и приводит к множественному рождению мезонов, при этом константа связи имеет размерность корня четвертой степени из длины.

в) Теперь надо показать, что спектры (12) и (13) в самом общем случае соответствуют сильному взаимодействию в не зависимости от конкретной формы функции Лагранжа и свойств частиц, принимающих участие.

Начнем с произвольной функции Лагранжа, зависящей от скалярной волновой функции φ и ее первых производных $\partial\varphi/\partial x_\nu$. Из-за Лоренц-инвариантности L может зависеть лишь от φ и $\sum \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_\nu}\right)^2$. Для небольших значений φ и $\partial\varphi/\partial x_\nu$ L должно переходить в функцию Лагранжа для обычного волнового уравнения (1). Теперь встает вопрос о величине $\sum(\partial\varphi/\partial x_\nu)^2$ в окрестности $s = 0$ ($s > 0$). При $s \rightarrow 0$ величина $\sum \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_\nu}\right)^2$ может быть либо бесконечно большой либо конечной,

либо нулевой. Прежде всего, можно исключить последнюю из этих трех возможностей поскольку тогда именно в критической точке $s = 0$ нелинейность не играла бы никакой роли. Однако это невозможно, поскольку для обычного волнового уравнения (1) $\sum(\partial\varphi/\partial x_\nu)^2$ в критической точке ни в коем случае не обращается в 0, а, напротив, бесконечна.

Из обеих еще оставшихся возможностей, очевидно, вторая дает гладкое поведение φ в сингулярной точке, т.о. она отвечает сильному взаимодействию. В области $s = 0$ получится

$$\sum \left(\frac{\partial\varphi}{\partial x_\nu} \right)^2 = -4s \left(\frac{\partial\varphi}{\partial s} \right)^2 = \text{const} (\neq 0 \quad \neq \infty). \quad (14)$$

отсюда

$$\varphi(s) \sim \text{const} \sqrt{s}, \quad (15)$$

а также соотношения типа (7) и (10)–(14).

с) Однако для выражений (12) и (13) можно дать еще одно более общее обоснование, которое верно также и для любых частиц с более высоким спином. В пункте Па уже было отмечено, что если ударная волна начинается в некотором бесконечно тонком слое, она должна обладать бесконечно большим запасом энергии, в этом случае волновая функция по отношению к поворотам в пространстве x, t является инвариантной. Чем круче спадает энергетический спектр, тем больше потери энергии, вызванные взаимодействием. Поскольку спектр имеет форму, которая в точности соответствует закону потенциала (и это справедливо для большинства простых волновых уравнений), он не может спадать быстрее, чем в (12) и (13), и при этом полная энергия при $k_{0m} \rightarrow \infty$ все еще расходится (а именно, логарифмически). Спектры (12) и (13), таким образом соответствуют предельному случаю сильного взаимодействия. Заимствованная из теории Борна функция Лагранжа (5) дает, как уже было сказано, только один специальный пример теории сильного взаимодействия. Также однако для очень многих более сложных функций Лагранжа, которые в пределе слабого взаимодействия соответствуют решению с различными сортами мезонов, спектры (12) и (13) остаются верными, когда идет речь о теории сильного взаимодействия.

3 Применение к рождению мезонов

Теперь множественное рождение мезонов в случае сильного взаимодействия должно быть описано количественно.

а) Одной из важнейших величин, характеризующих мезонные линии, является средняя энергия мезонов в системе центра масс. В очень грубом приближении можно рассматривать спектры (12), (13) точными в диапазоне от $k_0 = \kappa_i$ (масса покоя соответствующего сорта мезонов) для $k_0 = k_{0m}$.

Тогда получаем:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= A_i \int_{\kappa_i}^{k_{0m}} \frac{dk_0}{k_0} = A_i \lg \frac{k_{0m}}{\kappa_i} \\ n_i &= A_i \int_{\kappa_i}^{k_{0m}} \frac{dk_0}{k_0} = \frac{A_i}{\kappa_i} \left(1 - \frac{\kappa_i}{k_{0m}}\right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

и отсюда следует

$$\bar{k}_{0i} = \frac{\varepsilon_i}{n_i} = \kappa_i \frac{\lg \frac{k_{0m}}{\kappa_i}}{1 - \frac{\kappa_i}{k_{0m}}} \quad k_{0m} > \kappa_i. \quad (17)$$

При $k_{0m} \leq \kappa_i$ мезоны соответствующего сорта не родились бы совсем.

В действительности уже из-за фазового объема спектр должен будет содержать kdk_0 и при малых k не будет иметь форму (12), (13); кроме того, при $k_0 > k_{0m}$ влияние этого не пропадает полностью, а приведет к более быстрому убыванию по сравнению с (12) и (13). Можно попробовать принять в качестве немного более хорошего приближения

$$d\varepsilon_i = A_i \frac{kdk_0}{k_0^2 \left(1 + \frac{k_0^2}{k_{0m}^2}\right)}. \quad (18)$$

Тогда имеем

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_i &= A_i \left(-1 + \sqrt{1 + \alpha^2} \lg \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha} \right) \\ n_i &= \frac{A_i}{\kappa_i} \frac{\pi}{4} \left(1 + 2\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{1 + \alpha^2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$$\bar{k}_{0i} = \kappa_i \frac{4}{\pi} \frac{-1 + \sqrt{1 + \alpha^2} \lg \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha^2}}{\alpha}}{1 + 2\alpha^2 - 2\alpha\sqrt{1 + \alpha^2}}, \quad (20)$$

где $\kappa_i/k_{0m} = \alpha$.

Оба приближения (17) и (18) отображены на Рис. 5 как функция $\lg(1/\alpha)$. Разница между обоими кривыми показывает величину неточности всей оценки.

Из этих расчетов следует, что в случае сильного взаимодействия средняя энергия мезонов возрастает с начальной энергией лишь логарифмически, так что количество мезонов почти пропорционально энергии, которая была передана полю мезонов в системе центра масс.

в) Правда данное поведение при высоких энергиях еще более усложняется из-за новых сортов мезонов, вступающих в игру. Можно принять, что при достаточно большом k_0 ($k_0 \gg \kappa_i$) доля g_i сорта мезонов κ_i не зависит от k_0 , а зависит лишь от формы ударно-волнового уравнения. При этом можно считать что в этом случае различные сорта мезонов появляются, вообще говоря, со сравнимой частотой. Тем не менее g_i не должны быть просто пропорциональны статистическому весу соответствующего сорта.

Отнормируем их как

$$\sum g_i = 1 \quad (21)$$

и получим

$$A_i = g_i A. \quad (22)$$

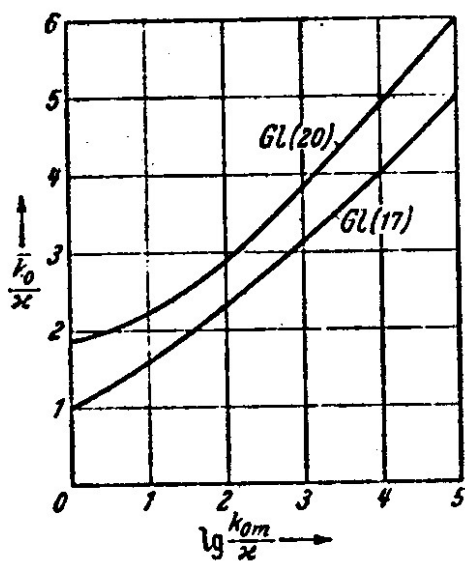


Рис. 5:

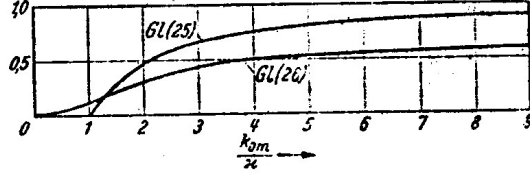


Рис. 6:

Тогда выполняется грубая оценка для (16) и (17)

$$\varepsilon = A \sum g_i \lg \frac{k_{0m}}{\kappa_i}, \quad (23)$$

$$n = A \sum \frac{g_i}{\kappa_i} \left(1 - \frac{\kappa_i}{k_{0m}} \right), \quad (24)$$

таким образом

$$n_i = \varepsilon \left. \begin{array}{l} \frac{g_i}{\kappa_i} \left(1 - \frac{\kappa_i}{k_{0m}} \right) \\ \sum_l g_l \lg \frac{k_{0m}}{\kappa_i} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \kappa_i \leq k_{0m} \\ \kappa_i \geq k_{0m}. \end{array} \quad (25)$$

Для величины k_{0m} ($k_{0m} \gg \kappa_i$) множественности в различных мезонных группах ведут себя таким образом, как g_i/κ_i ; так что при уменьшении k_{0m} число более тяжелых мезонов убывает быстрее, чем число более легких. Как только k_{0m} становится меньше порогового значения κ_i , соответствующий сорт мезонов пропадает совсем. Тогда в приближениях (18)–(20) вместо (25) было бы справедливо соотношение

$$n_i = \varepsilon \frac{\frac{g_i}{\kappa_i} \frac{4}{\pi} \left(1 + 2\alpha_i^2 - 2\alpha_i \sqrt{1 + \alpha_i^2} \right)}{\sum g_i \left(-1 + \sqrt{1 + \alpha_i^2} \lg \frac{1 + \sqrt{1 + \alpha_i^2}}{\alpha_i} \right)}. \quad (26)$$

Множитель перед g_i/κ_i , который характеризует зависимость n_i от k_{0m} в соотношениях (25) и (26) графически представлен на Рис. 6.

При втором приближении осталось бы еще меньше мезонов сорта κ_i также и при $k_{0m} < \kappa_i$, что также можно ожидать с точки зрения физики.

с) Чтобы сделать оценку полного числа испущенных мезонов, необходимо также в (25) и (26) знать полную энергию мезонного поля ε . Можно для начала взять максимальное значение этой величины, а именно ε , которое не может быть больше кинетической энергии обоих нуклонов в системе центра масс перед столкновением.

Поскольку, вообще говоря, лишь часть этой энергии действительно передается мезонному полю, имеет смысл охарактеризовать эту долю γ , как “степень неэластичности” столкновения. Тогда справедливо ($M =$ масса нуклона)

$$\varepsilon = \gamma \cdot 2M \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right). \quad (27)$$

где

$$0 \leq \gamma \leq 1.$$

Можно ожидать, что при центральном столкновении γ должно быть близко к 1, в то время как при периферическом ударе лишь небольшая часть кинетической энергии передается мезонному полю.

Если обозначить расстояние между центрами нуклонов в момент столкновения как b , тогда можно в качестве меры интенсивности взаимодействия рассмотреть интеграл перекрытия π -мезонных полей обоих нуклонов. Можно в качестве очень грубой оценки степени неэластичности γ принять, что она пропорциональна этому интегралу перекрытия.

Тогда имеем

$$\gamma = e^{-b\kappa}, \quad (28)$$

Где κ – масса π -мезонов. Отсюда следует, что сечение для γ от γ до $\gamma + d\gamma$

$$d\sigma = 2\pi b db = \frac{2\pi}{\kappa^2} \frac{d\gamma}{\gamma} \lg \left(\frac{1}{\gamma} \right). \quad (29)$$

Для того чтобы определить полное сечение, нужно ввести минимальное значение γ , необходимое для множественного рождения мезонов, например, как самое малое значение γ , при котором по крайней мере два мезона могут быть рождены

$$\gamma_{\min} = \frac{\bar{k}_0}{M \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right)}. \quad (30)$$

(\bar{k}_0 соответствует легчайшему сорту мезонов, т.е. π -мезонам).

Таким образом из (30) следует

$$\sigma = \frac{\pi}{\kappa^2} \lg^2 \gamma_{\min} \quad (31)$$

и

$$\bar{\gamma} = \frac{2}{\lg^2 \gamma_{\min}} (1 - \gamma_{\min} + \gamma_{\min} \lg \gamma_{\min}). \quad (32)$$

Нужно отметить, что оценка (28)–(30) для распределения по γ не зависит от предшествующих наблюдений о распространении ударной волны, что не дает большую степень достоверности. Имеющийся на данный момент экспериментальный материал не позволяет определить экспериментально распределение по γ .

В таблице 1 приведены данные по полному сечению, среднему значению γ , n_π , и n_κ (число π и κ -мезонов), их средняя энергия а также число мезонов в случае $\gamma = 1$ как функция начальной энергии E (в лабораторной системе). Другие сорта мезонов, кроме π и κ -мезонов в расчет не принимались, кроме того было положено $g_\kappa = 2g_\pi$, или $g_\pi = 1/3$, $g_\kappa = 2/3$ для того чтобы учесть сравнительно большую частоту появления κ -мезонов, обнаруженную в Бристоле. Эти числа предстоит еще проверить на основе более точных измерений.

Таблица 1

E	10	10 ²	10 ³	10 ⁴	БэВ
σ	0.18	0.49	0.85	1.3	10^{-24} cm^2
$\bar{\gamma}$	0.34	0.19	0.13	0.09	
\bar{n}_π	3.6 ± 0.7	4.2 ± 0.8	5.2 ± 0.8	8.0 ± 1	
\bar{n}_κ	–	0.9 ± 0.2	2.0 ± 0.4	3.4 ± 0.6	
$\bar{k}_{0\pi}$	0.25 ± 0.04	0.36 ± 0.04	0.50 ± 0.05	0.67 ± 0.06	БэВ
$\bar{k}_{0\kappa}$	–	1.0 ± 0.2	1.4 ± 0.15	2.0 ± 0.18	БэВ
$\gamma = 1$	\bar{n}_π	10.7 ± 2	22.1 ± 4	40.3 ± 6	89 ± 12
	\bar{n}_κ	–	4.7 ± 1	15 ± 6	38 ± 6

В качестве массы κ -мезонов взят 0.61 БэВ. Для вычисления погрешности теоретической оценки каждый раз (за исключением первых двух строк) берется среднее значение, посчитанное с помощью (16), (17) или (18–20), затем среднее отклонение принимается за ошибку.

d) Угловое распределение испущенных мезонов вытекает из наглядных соображений из I части. Правда детали углового распределения будут еще зависеть от ударно-волнового уравнения. Однако из общих

соображений импульс мезонов поперечный к начальному направлению, крайне редко сможет значительно превысить величину κ . Мезоны энергии k_0 , как правило, испускаются в области углов порядка κ/k_0 к оси. Распределение κ мезонов является, таким образом, всегда анизотропным, в то время как в системе центра масс распределение медленных π -мезонов будет в какой-то степени изотропным.

4 Сравнение с экспериментом

До сих пор наблюдались лишь некоторые мезонные ливни без серых или черных треков и только для таких ливней можно с некоторой вероятностью принять, что речь шла лишь о некотором взаимном соударении двух нуклонов без участия какого-нибудь большого атомного ядра. Если для проверки теории привлечь экспериментально также и ливни с небольшим числом (до 3-х) толстых треков, то из общих соображений изменение ливня из-за атомных ядер будет небольшим.

Таблица 2

E	30	40	40	90	130	1000	2000	30000 БэВ
$n_\pi - n_\kappa$	9	18	25	10	18	9	12	21
1/emp	0.51	0.8	1.0	0.38	0.61	0.16	0.17	0.1

Однако поскольку может произойти вторичное слияние образованных мезонов на атомных ядрах, определение начальной энергии из углового распределения и оценка самого углового распределения становятся неточными.

Наблюдения ливней, которые пригодны для сравнения с теорией, представлены в работах Тойхера [11], группы Бристоля [2], фон Шайна и соавторов [9], Пикапа и Воеводича [8], а также Хоппера, Бисваса и Дебри [6]. Если попытаться по данным публикаций оценить величины начальных энергий из углового распределения (что в некоторых случаях является очень неточным), тогда можно получить мезонные множественности для восьми наблюдавшихся ливней, приведенные во второй строчке таблицы 2. При этом бралось отношение нейтральных мезонов к заряженным 1 : 2 (из-за нейтральных мезонов имеется неточность). Если предположить, что обе последние строки в таблице 1 являются верными, то для каждого такого ливня получаем некоторую эмпирическую оценку γ , которая приведена в третьей строке таблицы 2.

Прежде всего известно, что по-существу мезонные множественности не являются однозначной функцией начальной энергии; величины γ сильно колеблются, как и ожидалось, в центре они несколько больше, чем можно было бы предположить, исходя из данных таблицы 1. Это может быть основано на том, что небольшой ливень легче упустить из рассмотрения, чем большой. Это также может означать, что оценка в уравнении (28) все еще до сих пор является слишком грубой.¹ В остальном сами эмпирические величины γ в таблице 2 тоже очень неточны, поскольку, например, часть κ -мезонов точно не известна. Также Перкинс [7] сообщает об относительно более высоких γ -величинах, но надо подождать еще большего количества экспериментальных материалов.

Два ливня (Тойхер [11] и Хопле, Бивас и Дерби [6]) были настолько точно измерены, что могли быть указаны значения средней энергии мезонов в системе центра масс. В первом случае (40 БэВ, примерно 25 мезонов) наблюдаемая средняя энергия мезонов составляет 0.29 БэВ по сравнению с 0.31 БэВ из таблицы 1. Во втором случае (100 БэВ, приблизительно 9 мезонов) в известной степени существует некая неопределенность из-за возможности среди наблюдаемых частиц находиться некоторому количеству κ -мезонов, что еще не принималось во внимание авторами (по данным таблицы 1 надо было бы ожидать среди 9 мезонов около 3-х κ -мезонов). Если это не учитывать, то измеренная средняя энергия π -мезонов в системе центра масс составляет 0.44 БэВ по сравнению с 0.50 БэВ из таблицы 1. Таким образом, оба этих измерения подтверждают относительно низкие величины энергий в таблице 1. С другой стороны Перкинс [7] за среднюю энергию мезонов из ряда ливней с начальной энергией от 10^2 до 10^3 БэВ принимает величину 1.5 БэВ, которая существенно выше. Однако здесь нужно принять во внимание неопределенность в измерении начальной энергии. Любая ошибка начальной энергии из общих соображений повышает среднюю энергию мезонов, поскольку как раз в системе центра масс она минимальна.

В отношении частоты появления κ -мезонов на данный момент существуют лишь данные Бристольской группы о том, что при высоких

¹Замечено при корректуре. Ле Куртье на конференции в Копенгагене в июне 1951 года указал на то, что среднее значения γ для тяжелых элементов (как, например, фотографические эмульсии) должно быть существенно больше, чем для водорода, (в таблице 1 приведены данные для водорода), поскольку периферические столкновения случаются только среди нуклонов, находящихся на поверхности атомных ядер. Кроме того, Пауелл сделал доклад о новых экспериментах, которые свидетельствуют о том, что частицы, названные нами κ -мезоны, распадаются на две группы мезонов с малыми 0.74 и 0.54 БэВ, которые имеют абсолютно разные свойства.

энергиях она сравнима с частотой появления π -мезонов [7]. В то же время из теории невозможно определить данное соотношение (в таблице 1 было положено $g_\kappa/g_\pi = 2$). В отношении углового распределения наблюдается, что в системе центра масс для ливней низкой энергии угловое распределение изотропно, в то время как для ливней высокой энергии отчетливо наблюдается накопление событий в первичном направлении и в противоположном ему направлении. Это в точности соответствует картине из пункта I с.

В самом деле кажется, что мезоны высокой энергии распределены всегда анизотропно, в особенности κ -мезонов [7]. Также и степени анизотропии соответствуют теоретической оценке.

В основном складывается впечатление, что при условии сильного взаимодействия формулы из части III удовлетворительно описывают экспериментальные данные, так что взаимодействие элементарных частиц при высокой энергии в самом деле принадлежит классу сильных взаимодействий, впервые изученных Борном.

Геттинген,
Институт физики Макса Планка

Список литературы

- [1] Born, M.: Proc. Roy. Soc. Long., Ser. A **143**, 410 (1933); Born, M. and L. Infeld: Proc. Roy. Soc. Long., Ser. A **144**, 425 (1934); **147**, 522 (1934); **150**, 141 (1935).
- [2] Camerini, U., P.H. Fowler, W.O. Lock and H. Muirhead; Phil. Mag., (7) **41**, 413 (1950)
- [3] Fermi, E.: Progr. theor. Phys. **5**, 570 (1950).–Phys. Rev. **81**, 683 (1951).
- [4] Heisenberg, W.; Z. Physik **113**, 61 (1939)
- [5] Heisenberg, W.; Z. Physik **126**, 519 (1949)
- [6] Hopper, V.D., S. Biswas and J.F. Derby; Phys. Rev. **84**, 457 (1951)
- [7] Перкинс любезно согласился ознакомить меня с результатами его недавно опубликованной работы.
- [8] Pickup, E., and L. Voyvodic; Phys. Rev. **82**, 293 (1951); **84**, 1190 (1951).
- [9] Schein, M., J.J. Lord and J. Fainberg; Phys. Rev. **80**, 970 (1950); **81**, 313 (1951)
- [10] Schiff, L.J.; Phys. Rev., **84**, 1 (1951)
- [11] Teucher, M.; Naturwiss, **37**, 260 (1950); **39**, 68 (1952).
- [12] Thirring, W.; L. Naturforsch. **7a**, 63 (1952)