

POLITECHNIKA KRAKOWSKA
im. Tadeusza Kościuszki

Praca zbiorowa
pracowników Zakładu Hydrauliki i Hydromechaniki
***Ćwiczenia laboratoryjne
z hydrauliki***
pod red. Katarzyny Baran-Gurgul



Kraków 2002

SPIS TREŚCI

Wstęp	2
Wykaz ważniejszych oznaczeń	3
I. Wyznaczanie współczynnika lepkości wody wodociągowej za pomocą wiskozymetru Höpplera	4
II. Pomiar swobodnej powierzchni cieczy w naczyniu wirującym ze stałą prędkością kątową dookoła swej osi pionowej	10
III. Pływanie ciał. Wysokość metacentryczna	15
IV. Doświadczenie Reynoldsa	20
V. Wyznaczenie współczynników strat lokalnych ζ w rurociągu pod ciśnieniem	23
VI. Lewar	28
VII. Ustalony wypływ przez otwory	32
VIII. Nieustalony wypływ przez otwory. Czas opróżniania zbiornika	40
IX. Ustalony wypływ przez przelewy	44
X. Niezatopiony wypływ spod zasuw. Odskok hydrauliczny	48
XI. Wyznaczenie współczynnika filtracji gruntu	53
Literatura	57

Wstęp

Niniejszy skrypt zawiera objaśnienia do ćwiczeń laboratoryjnych prowadzonych przez pracowników Zakładu Hydrauliki i Hydromechaniki Instytutu Inżynierii i Gospodarki Wodnej na wszystkich specjalnościach. Ćwiczenia wchodzą w zakres przedmiotów: „Mechanika płynów” i „Hydraulika” wykładanych na Wydziale Inżynierii Środowiska Politechniki Krakowskiej.

Objaśnienia do każdego z ćwiczeń składają się z dwóch części:

A. TEORIA (podrozdział zawierający niezbędne wiadomości teoretyczne),

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO, a w nim:

- *cel doświadczenia,*
- *szkic stanowiska badawczego,*
- *przebieg doświadczenia,*
- *zakres ćwiczenia,*
- *tabele pomiarów i wyników.*

Ćwiczenia opracowane są w taki sposób, by każdy student po zapoznaniu się z ich opisem mógł samodzielnie wykonać dane doświadczenie, opracować wyniki, sporządzić sprawozdanie, a także przygotować się do zaliczenia swej pracy.

Autorzy będą wdzięczni za wszelkie uwagi dotyczące treści skryptu. Prosimy kierować je do adres: kgb@iigw.pl lub bezpośrednio do mgr inż. Katarzyny Baran-Gurgul.

Wykaz ważniejszych oznaczeń

- A – pole powierzchni [m^2]
- b – szerokość przelewu [m]
- d – średnica rurociągu [m], średnica ziarn gruntu [m]
- d_m – średnica miarodajna ziarn gruntu [m]
- F – pole powierzchni [m^2]
- Fr – liczba Froude'a [–]
- G – siła ciężkości [N]
- h_{dt} – wysokość straty na długości [m]
- h_L – wysokość straty lokalnej [m]
- I – spadek hydrauliczny [–]
- I_x – moment bezwładności [–]
- k – chropowatość bezwzględna przewodu [mm], współczynnik filtracji [m/s]
- k_{10} – współczynnik filtracji w temperaturze 10°C
- L – długość odskoku hydraulicznego [m]
- m – wysokość metacentryczna [m], współczynnik wydatku przelewu [–],
- p – ciśnienie bezwzględne [Pa]
- p_a – ciśnienie atmosferyczne [Pa]
- p_0 – ciśnienie zewnętrzne [Pa]
- Q – objętość przepływu cieczy [m^3/s]
- R – promień hydrauliczny [m]
- Re – liczba Reynoldsa [–]
- R_h – promień hydrauliczny [m]
- T – siła tarcia [N], czas opróżniania zbiornika [s]
- U – obwód zwilżony [m]
- u – prędkość [m/s]
- V – objętość [m^3]
- W – siła wyporu [N]
- α – współczynnik St. Venanta [–]
- ε – współczynnik kontrakcji [–]
- γ – ciężar właściwy [N/m^3]
- φ – współczynnik prędkości [–]
- λ – współczynnik strat liniowych [–]
- μ – dynamiczny współczynnik lepkości [–], współczynnik wypływu [–]
- ν – kinematyczny współczynnik lepkości [–]
- ρ – gęstość cieczy [kg/m^3]
- τ – naprężenie styczne [N/m^2]
- ω – prędkość kątowna [rad/s]
- ζ – współczynnik straty lokalnej [–]

I. Wyznaczanie współczynnika lepkości wody wodociągowej za pomocą wiskozymetru Höpplera

A. TEORIA

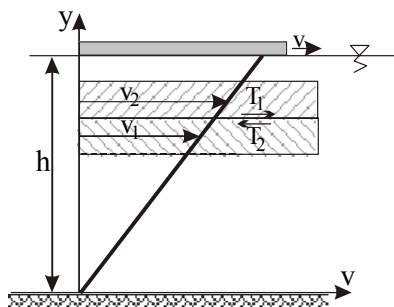
1. Lepkość cieczy

Lepkość – jest to zdolność cieczy do stawiania oporu przy wzajemnym przesuwaniu się jej cząstek. Jest to hydrodynamiczna cecha cieczy rzeczywistej, co oznacza, że ujawnia się dopiero w czasie jej ruchu. Przejawia się ona powstawaniem sił stycznych przy wzajemnym przesuwaniu się jej warstw po sobie. Lepkość jest przyczyną występujących podczas ruchu oporów, a tym samym strat energii mechanicznej strumienia.

Wyobraźmy sobie dwie duże, gładkie płyty ograniczające szczelinę o stałej wysokości h wypełnioną płynem. Załóżmy, że dolna płyta (dno) jest nieruchoma, a górna przesuwa się ze stałą prędkością u .

Dzięki lepkości ustali się taki stan, w którym:

- warstwa płynu bezpośrednio przylegająca do płyty górnej będzie mieć prędkość u , a przylegająca do dna będzie nieruchoma,
- między płytami wytworzy się zmienny liniowo rozkład prędkości.



Rys. 1

2. Hipoteza Newtona – tarcie wewnętrzne w ruchu laminarnym

Na granicy pomiędzy warstwami wody powstaje siła tarcia (oporu) płynu T , która przeciwdziała ruchowi górnej płyty i jest proporcjonalna do:

- gradientu prędkości dv/dy w kierunku prostopadłym do ruchu,
- powierzchni styku warstw A ,

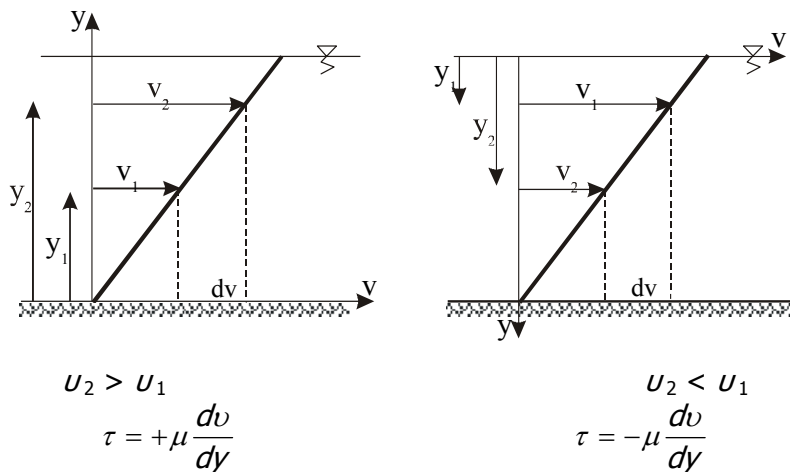
gdzie współczynnikiem proporcjonalności jest współczynnik lepkości dynamicznej μ (zależny od fizycznych właściwości cieczy, tzn. od jej rodzaju i temperatury).

$$T = \mu \cdot A \cdot \left| \frac{dv}{dy} \right| \quad (I-1)$$

Dzieląc obie strony równania przez powierzchnię A , otrzymamy *wzór Newtona* postaci:

$$\tau = \mu \cdot \left| \frac{dv}{dy} \right|, \quad (I-2)$$

gdzie τ jest naprężeniem stycznym (wielkością oporu przypadającą na jednostkę powierzchni płyty).



Rys. 2

Moduł w powyższych wzorach pozwala uwzględnić bezwzględną wartość naprężenia, którego znak zależy od:

- obranego kierunku osi y ,
- tego, czy rozpatrujemy oddziaływanie górnej warstwy cieczy na dolną, czy odwrotnie.

Powyższe prawo jest słuszne dla:

- niewielkich prędkości i niewielkich rozmiarów szczeliny. Po ich przekroczeniu ruch przestaje być laminarny i występują zaburzenia, w wyniku których naprężenia styczne wzrastają ponad te, określone wzorem Newtona. Ruch ten nosi nazwę turbulentnego;
- cieczy newtonowskich, spełniających równanie (I-2) (np. czekolada, płynny beton nie podlegają powyższej teorii Newtona).

3. Współczynnik lepkości cieczy

3.1. Dynamiczny współczynnik lepkości μ

Jednostką dynamicznego współczynnika lepkości μ jest taka jego wartość, przy której gradientowi prędkości (dv/dy) [$1\text{m/s}/1\text{m}$] odpowiada naprężenie styczne $1[\text{N}/\text{m}^2]$.

Naprężenie styczne określa formuła :

$$\tau = \frac{dT}{dA} = \mu \cdot \left| \frac{dv}{dy} \right| \quad [\text{N}/\text{m}^2] \quad (\text{I-3})$$

Wymiar tej jednostki w układzie SI jest następujący:

$$[\mu] = \left[\frac{\tau}{|dv/dy|} \right] = \left[\frac{\frac{\text{N}}{\text{m}^2}}{\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{m}}} \right] = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}}{\text{m}^2} \right] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right] = [\text{Pa} \cdot \text{s}] \quad (\text{I-4})$$

W wykorzystywanym jeszcze czasem układzie CGS jest to:

$$1[\text{P}](\text{poise}) = 1 \left[\frac{\tau}{|dv/dy|} \right] = 1 \left[\frac{\frac{\text{dyna}}{\text{cm}^2}}{\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{1}{\text{cm}}} \right] = 1 \left[\frac{\text{dyna} \cdot \text{s}}{\text{cm}^2} \right] = 1 \left[\frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{s}} \right] = 0,1 \left[\frac{\text{kg}}{\text{m} \cdot \text{s}} \right] = 0,1[\text{Pa} \cdot \text{s}] \quad (\text{I-5})$$

3.2. Kinematyczny współczynnik lepkości ν

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right], \quad (\text{I-6})$$

przy czym ρ jest gęstością cieczy w temperaturze, dla której określono μ oraz ν .

W układzie SI jednostką kinematycznego współczynnika lepkości jest:

$$[\nu] = \left[\frac{\text{N} \cdot \text{s}/\text{m}^2}{\text{kg}/\text{m}^3} \right] = \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad (\text{I-7})$$

zaś w CGS:

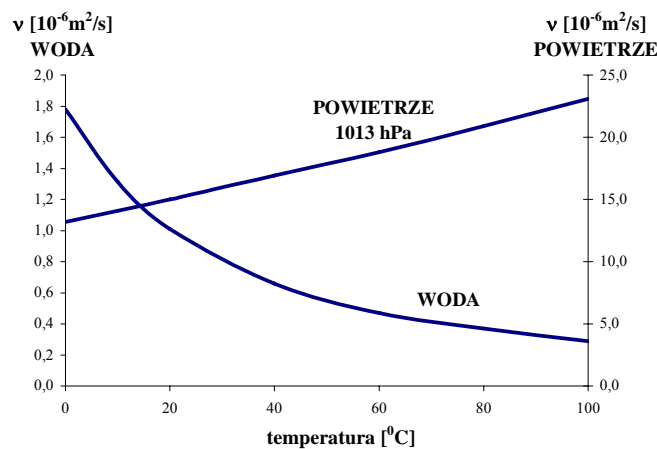
$$1[\text{St}] \text{ (1 stokes)} = 1 \left[\frac{\text{dyna} \cdot \text{s}/\text{m}^2}{\text{g}/\text{m}^3} \right] = \left[\frac{\text{cm}^2}{\text{s}} \right] = 10^{-4} \left[\frac{\text{m}^2}{\text{s}} \right] \quad (\text{I-8})$$

Przykładowo wartości współczynników, dla wody destylowanej, w temperaturze 20°C są następujące:

$$\mu \approx 1,0 \text{ cP} = 1,0 \cdot 10^{-3} [\text{Pa} \cdot \text{s}] \quad \nu \approx 1,0 \text{ cSt} = 10^{-6} [\text{m}^2 / \text{s}]$$

Lepkość cieczy zależy:

a) od temperatury cieczy – maleje z jej wzrostem,



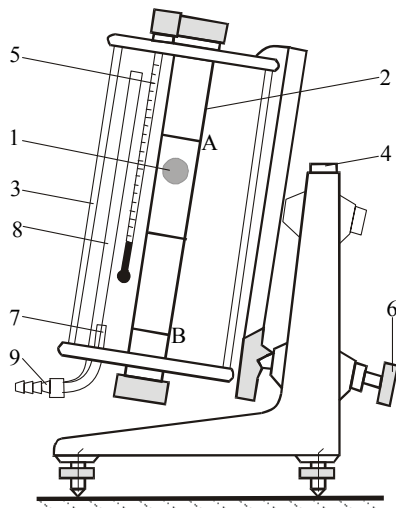
Rys. 3

b) nieznacznie od ciśnienia zewnętrznego. W przypadku, gdy ciecz znajduje się pod działaniem niewielkich ciśnień, przyjmuje się, że współczynnik lepkości nie zależy od ciśnienia. Przy ciśnieniach rzędu 10 – 400 MPa lepkość wzrasta liniowo. Przy ciśnieniach wyższych zależność lepkości od ciśnienia jest logarytmiczna. Wyjątek stanowi woda, której lepkość w temperaturze 25°C przy wzroście ciśnienia nieznacznie się zmniejsza.

4. Wiskozymetr kulkowy Höpplera

Jest to przyrząd służący do pomiaru lepkości cieczy newtonowskich. Zasada jego działania oparta jest na prawie Stokesa, które dotyczy swobodnego spadania kulkiw cieczy i wg którego siła oporu działającego na nią wynosi:

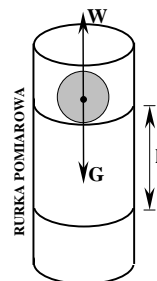
$$T = 6\pi \cdot \mu \cdot \nu \cdot R \quad (\text{I-9})$$



- 1 – kulka opadająca w badanej cieczy
- 2 – cylinder szklany z badaną cieczą
- 3 – obudowa wypełniona wodą pełniącą rolę cieczy termostatującej
- 4 – poziomica
- 5 – termometr
- 6 – zatrząsk sprężynowy
- 7,8,9 – połączenia do termostatu

Rys. 4 Wiskozymetr Höpplera

Na kulkę opadającą jednostajnie w cieczy oprócz siły oporu działają jeszcze: siła ciężkości równa jej ciężarowi G i siła wyporu hydrostatycznego W .



Rys. 5

Wszystkie siły mają ten sam kierunek (i przeciwne zwroty) więc warunek ich równowagi można zapisać wzorem:

$$G - W - T = 0, \quad (I-10)$$

gdzie:

$$\begin{aligned} G &= \rho_k \cdot V_k \cdot g \\ W &= \rho_c \cdot V_k \cdot g \\ T &= 6\pi \cdot \mu \cdot v \cdot R \end{aligned} \quad (I-11)$$

- gdzie: μ – dynamiczny współczynnik lepkości [cP],
 ρ_k – gęstość kulki użytej do pomiaru [g/cm³],
 ρ_c – gęstość badanej cieczy w temperaturze pomiaru [g/cm³],
 v – prędkość opadania kulki, $v = l/t$,
 l – odcinek pomiarowy [cm],
 t – czas przejścia kulki przez odcinek pomiarowy [s],
 V_k – objętość kulki [cm³],
 R – promień kulki [cm].

Po podstawieniu i przekształceniach:

$$\mu = \frac{2R^2 g}{9 \cdot l} (\rho_k - \rho_c) \cdot t \quad (I-12)$$

Wprowadzając $k = \frac{2R^2 g}{9 \cdot l}$ – tzw. stałą kulki [(cP·cm³)/(g·s)], wartość dynamicznego współczynnika lepkości wyrazić można wzorem:

$$\mu = t \cdot (\rho_k - \rho_c) \cdot k \quad (I-13)$$

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1. Cel doświadczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie za pomocą wiskozymetru Höpplera wartości dynamicznego i kinematycznego współczynnika lepkości wody wodociągowej w różnych temperaturach.

2. Przebieg doświadczenia

1. Ustawienie podstawy wiskozymetru w poziomie za pomocą libelli rektyfikacyjnej.
2. Napełnienie rurki pomiarowej wodą.
3. Wrzucenie do rurki odpowiedniej kulki (każdy przyrząd zaopatrzone jest w zestaw kulek szklanych i metalowych o różnych średnicach do badania cieczy o różnych współczynnikach lepkości) oraz założenie podkładki i zakręcenie korka.
4. Napełnienie termostatu wodą, podłączenie go do wiskozymetru oraz sieci i włączenie pompki doprowadzającej wodę do wiskozymetru.
5. Podgrzanie kąpeli wodnej do żądanej temperatury za pomocą termostatu.
6. Pomiarzenie za pomocą stopera czasu przejścia kulki między markami rurki pomiarowej, po ustaleniu się tej samej temperatury w kąpeli i w cieczy pomiarowej.
7. Powtórzenie doświadczenia dla co najmniej trzech różnych temperatur. W danej temperaturze pomiar czasu należy przeprowadzić trzykrotnie, za pomocą dwóch stoperów, biorąc do obliczeń wartość średnią.

3. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat i przebieg doświadczenia.
2. Obliczyć wartości kinematycznego i dynamicznego współczynnika lepkości.
3. Obliczyć procentową odchyłkę między kinematycznym współczynnikiem lepkości – obliczonym i odczytanym z tablic (tabela 1).
4. Narysować wykres zależności kinematycznego współczynnika lepkości wody od temperatury.
5. Przedstawić wnioski końcowe.

4. Tabela pomiarów i wyników

Nr	Wyniki pomiarów				Wyniki obliczeń					
	temp. T [°C]	gęstość H ₂ O ρ_c [g/cm ³]	czas 1 "w górę" t [s]	czas 2 "w dół" t [s]	t_{sr} [s] "w górę" "w dół"	μ [Pa s] "w górę" "w dół"	μ_{sr} [Pa s]	V_{sr} [m ² /s]	V_{tabl} [m ² /s]	błąd [%]
1										
2										
3										
4										
5										

stała k : "w dół": $0,076045 [(cP \cdot cm^3)/(g \cdot s)]$ "w górę": $0,076121 [(cP \cdot cm^3)/(g \cdot s)]$
 gęstość kulki: $\rho_k = 2,225 [g/cm^3]$

5. Wykres

Wykres powinien zawierać:

- 1) przyjęty układ współrzędnych (osie T i ν , podziałka, opis, wymiar), tytuł, legendę,
- 2) wartości obliczone na podstawie doświadczenia (punkty pomiarowe),
- 3) wartości teoretyczne, odczytane z tabeli 1 – patrz załącznik (wykres ciągły).

6. Wnioski

Według uznania wykonującego ćwiczenie.

7. Załącznik

Tabela 1. Dynamiczny i kinematyczny współczynnik lepkości wody.

Temperatura T [$^{\circ}\text{C}$]	Współczynniki lepkości wody:		Temperatura T [$^{\circ}\text{C}$]	Współczynniki lepkości wody:	
	dynamiczny μ [cP]	kinematyczny ν [cSt]		dynamiczny μ [cP]	kinematyczny ν [cSt]
0	1,7921	1,7923	20	1,0050	1,0068
1	1,7313	1,7314	21	0,9810	0,9829
2	1,6727	1,6728	22	0,9579	0,9600
3	1,6191	1,6191	23	0,9358	0,9381
4	1,5674	1,5674	24	0,9143	0,9167
5	1,5188	1,5188	25	0,8937	0,8963
6	1,4728	1,4728	26	0,8737	0,8765
7	1,4284	1,4285	27	0,8545	0,8575
8	1,3860	1,3865	28	0,8360	0,8391
9	1,3462	1,3465	29	0,8180	0,8213
10	1,3077	1,3081	30	0,8007	0,8042
11	1,2713	1,2718	35	0,7225	0,7268
12	1,2363	1,2369	40	0,6560	0,6612
13	1,2028	1,2035	50	0,5494	0,5560
14	1,1708	1,1717	60	0,4688	0,4768
15	1,1404	1,1414	70	0,4061	0,4151
16	1,1111	1,1122	80	0,3565	0,6668
17	1,0828	1,0841	90	0,3165	0,3279
18	1,0559	1,0574	100	0,2838	0,2961
19	1,0229	1,0315			

$$1[\text{cP}] = 1[\text{mPa} \cdot \text{s}] = 10^{-3} [\text{Pa} \cdot \text{s}] \quad 1[\text{cSt}] = 1[\text{mm}^2 / \text{s}] = 10^{-6} [\text{m}^2 / \text{s}]$$

II. Pomiar swobodnej powierzchni cieczy w naczyniu wirującym ze stałą prędkością kątową dookoła swej osi pionowej

A. TEORIA

1. Pojęcia podstawowe

Hydrostatyka – część mechaniki płynów, która zajmuje się cieczą znajdującą się w stanie równowagi (spoczynku), co oznacza, że suma sił działających na dowolnie wybrany element cieczy jest równa zeru.

Siły działające na ciecz:

1. **Powierzchniowe**

Są to siły działające na zewnętrzną powierzchnię ograniczającą dany element cieczy. Są one prostopadłe do tej powierzchni i skierowane do wnętrza wydzielonej przez nią objętości cieczy. Przykładem siły powierzchniowej jest siła wywołująca nacisk tłoka na ciecz.

2. **Masowe**

Siły te są proporcjonalne do masy danego elementu (siła ciężkości, bezwładności, odśrodkowa).

Rodzaje równowagi cieczy:

- **bezwzględna** – cząstki cieczy są nieruchome względem każdego układu odniesienia (zarówno względem układu związanego z naczyniem, jak i każdego zewnętrznego);
- **względna** – wszystkie cząstki cieczy zachowują niezmienną położeń względem siebie i względem ścian **poruszającego się** naczynia. Oznacza to, że względem układu współrzędnych związanego z naczyniem, w którym znajduje się ciecz, a zatem wykonującego taki sam ruch jak to naczynie, ciecz znajduje się w spoczynku. Względem zaś każdego układu zewnętrznego ciecz ta jest w ruchu.

Przykłady równowagi względnej cieczy:

- ciecz w naczyniu poruszającym się ze stałą prędkością lub ze stałym przyspieszeniem,
- ciecz w naczyniu wirującym ze stałą prędkością kątową wokół osi pionowej (stałe przyspieszenie odśrodkowe).

***Uwaga:** Przez układ zewnętrzny rozumiemy układ współrzędnych związany z Ziemią !*

2. Podstawowe równania wykorzystywane do obliczeń

2.1. Podstawowe równanie różniczkowe hydrostatyki - Eulera

Równanie Eulera wyraża zależność między ciśnieniem a siłami masowymi działającymi na ciecz pozostającą w stanie względnego spoczynku i ma postać:

$$dp = \rho \cdot (a_x dx + a_y dy + a_z dz) \quad (\text{II-1})$$

gdzie: a_x, a_y, a_z – składowe, w poszczególnych kierunkach osi współrzędnych, jednostkowej wypadkowej sił masowych działających na ciecz (siła jednostkowa to siła przypadająca na jednostkę masy),

p – ciśnienie,
 ρ – gęstość cieczy.

2.2. Równanie swobodnej powierzchni cieczy w naczyniu wirującym wokół osi pionowej ze stałą prędkością kątową

Powierzchnia ekwipotencjalna (jednakowych ciśnień) to powierzchnia, w każdym punkcie której panuje jednakowe ciśnienie ($p = \text{const}$). Przykładem powierzchni ekwipotencjalnej jest swobodne zwierciadło cieczy (na które w każdym punkcie działa ciśnienie atmosferyczne p_a).

Dla takiej powierzchni, równanie Eulera zapisać można jako:

$$\rho \cdot (a_x dx + a_y dy + a_z dz) = 0 \quad (\text{II-2})$$

Ponieważ $\rho \neq 0$, ostateczna postać równania powierzchni ekwipotencjalnej przyjmuje zatem postać:

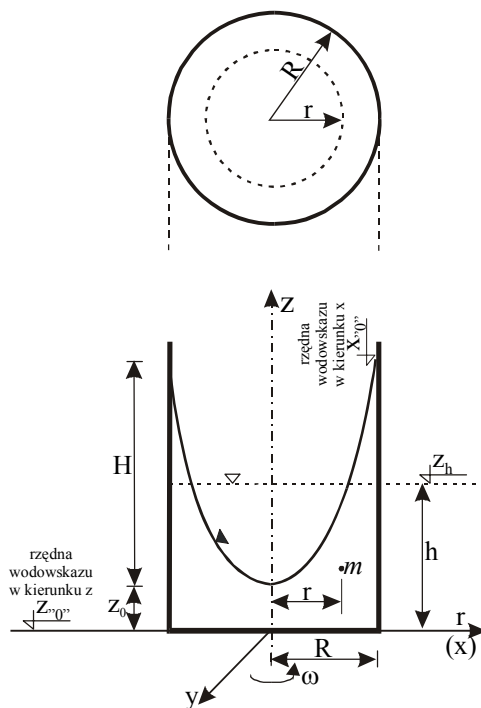
$$a_x dx + a_y dy + a_z dz = 0 \quad (\text{II-3})$$

Na dowolny element cieczy o masie m związany z naczyniem wypełnionym cieczą i obracającym się ze stałą prędkością kątową ω działa:

- siła ciężkości $G = m \cdot g$,
- siła odśrodkowa $J = m \cdot \omega^2 \cdot r$ (element cieczy o masie m wykonuje ruch jednostajny po okręgu o promieniu r).

Jednostkowe siły masowe w rozpatrywanym przez nas przypadku wynoszą:

- siła ciężkości $G' = \frac{G}{m} = g$,
- siła odśrodkowa $I' = \frac{J}{m} = \omega^2 \cdot r$.



Rys. 6

Składowe tych sił względem przyjętego układu współrzędnych (początek układu w środku ciężkości dna naczynia, oś pionowa z ma zwrot ku górze), który porusza się wraz z naczyniem:

$$\begin{aligned} G'_x &= 0 & J'_x &= \omega^2 \cdot x \\ G'_y &= 0 & J'_y &= \omega^2 \cdot y \\ G'_z &= -g & J'_z &= 0 \end{aligned}$$

Ostatecznie składowe jednostkowej wypadkowej sił masowych wynoszą:

$$\left. \begin{aligned} a_x &= \omega^2 x \\ a_y &= \omega^2 y \end{aligned} \right\} \\ a_z &= -g$$

Szukane jest równanie **swobodnej powierzchni cieczy (zwierciadła) w naczyniu**, czyli powierzchni ekwipotencjalnej ($\rho = \rho_a = \text{const}$).

Po podstawieniu powyższych związków różniczkowe równanie powierzchni ekwipotencjalnej przybierze postać:

$$\omega^2 \cdot (x \cdot dx + y \cdot dy) - g \cdot dz = 0 \quad (\text{II-4})$$

Po scałkowaniu otrzymuje się rozwiązanie ogólne, czyli ogólne równanie powierzchni ekwipotencjalnej w naczyniu wirującym:

$$\frac{\omega^2}{2} (x^2 + y^2) - g \cdot z = C, \text{ gdzie } C \text{ jest stałą całkowania.} \quad (\text{II-5})$$

Po podstawieniu $x^2 + y^2 = r^2$ (równanie okręgu) otrzymujemy:

$$\frac{\omega^2 r^2}{2} - g \cdot z = C \quad (\text{II-6})$$

Aby uzyskać rozwiązania dla konkretnego przypadku (całkę szczególną), konieczne jest podanie **warunku brzegowego**, a więc współrzędnych znanego punktu danej powierzchni ekwipotencjalnej. W przypadku zwierciadła może być to np. punkt o współrzędnych ($r = 0, z = z_0$). Zatem stała całkowania wynosi:

$$C = -g \cdot z_0 \quad (\text{II-7})$$

Równanie dla powierzchni zwierciadła wody przyjmuje ostatecznie postać:

$$z(r) = \frac{\omega^2 r^2}{2g} + z_0 \quad (\text{II-8})$$

Jest to równanie paraboloidy obrotowej, której wierzchołek wzniesiony jest ponad dno naczynia o wartość z_0 .

Aby rzędną zwierciadła wody uzależnić jedynie od zmiennej niezależnej r i parametrów R i ω , należy określić wielkość z_0 .

Objętość cieczy w naczyniu przed wprawieniem go w ruch wirowy jest równa objętości walca o promieniu podstawy R i wysokości h (głębokości cieczy) i wynosi:

$$V_0 = \pi R^2 \cdot h \quad (\text{II-9})$$

gdzie h jest głębokością cieczy w naczyniu przed wprawieniem go w ruch.

Ponieważ objętość cieczy nie ulega zmianie (zmienia się jedynie kształt bryły w naczyniu), objętość wody po uruchomieniu wirówki zapisać można jako:

$$V_0 = \pi R^2 \cdot z_0 + \pi R^2 \cdot \frac{H}{2} \quad (\text{II-10})$$

(objętość paraboloidy obrotowej odpowiada połowie objętości opisanego na niej walca).

Po porównaniu wyrażeń (II.8) i (II.9):

$$z_0 = h - \frac{H}{2} \quad (\text{II-11})$$

Równanie powierzchni zwierciadła wody dla $r = R$ i $z = H + z_0$ (przecięcie ze ścianą naczynia):

$$H + z_0 = \frac{\omega^2 R^2}{2g} + z_0 \quad (\text{II-12})$$

Czyli:

$$H = \frac{\omega^2 R^2}{2g} \quad (\text{II-13})$$

Po podstawieniu do (II.10):

$$z_0 = h - \frac{\omega^2 R^2}{4g} \quad (\text{II-14})$$

Ostatecznie równanie (II.7) przyjmie postać:

$$z = h + \frac{\omega^2}{2g} \left(r^2 - \frac{R^2}{2} \right) \quad (\text{II-15})$$

Przypomnijmy oznaczenia w tym równaniu:

- z, r – współrzędne punktów należących do zwierciadła cieczy,
- h – pierwotna głębokość wody [m],
- R – promień podstawy naczynia [m],
- ω – prędkość kątowna ruchu naczynia [rad/s].

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1. Cel doświadczenia

Celem ćwiczenia jest porównanie pomierzonego kształtu swobodnej powierzchni cieczy w naczyniu wirującym z kształtem otrzymanym z obliczeń.

2. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat i przebieg doświadczenia.
2. W tym samym naczyniu i przy tej samej prędkości kątowej, określić teoretycznie i w drodze pomiarów kształt krzywej, uzyskanej z przecięcia powierzchni zwierciadła wody pionową płaszczyzną przechodzącą przez oś z .
3. Narysować otrzymane krzywe.
4. Przedstawić wnioski końcowe.

3. Opis przebiegu doświadczenia

1. Przed uruchomieniem wirówki należy:
 - zmierzyć linijką wewnętrzną średnicę $2R$ naczynia,
 - za pomocą wodowskazu szpilkowego wyznaczyć wartości:
 - poziomej współrzędnej ścianki naczynia,
 - rzędnej dna naczynia,
 - rzędnej zwierciadła wody w naczyniu.
2. Po uruchomieniu wirówki i ustawieniu obrotów trzeba zmierzyć za pomocą stopera czas trwania t 100 (50) obrotów.
3. Po ustabilizowaniu się zwierciadła należy zmierzyć przy pomocy wodowskazu szpilkowego współrzędne (x_i, y_j) , punktów powierzchni co 1 cm (w poziomie).

4. Dziennik pomiarów

4.1. Pomiar geometrii

Średnic a $2R$ [cm]	„Zero” wodowskazu w kierunku x $x_{„0”}$ [cm]	„Zero” wodowskazu w kierunku z $z_{„0”}$ [cm]	Rzędna zw. wody przed uruchomieniem wirówki z_h [cm]

4.2. Pomiar prędkości obrotowej

Lp.	Czas t [s]	Ilość obrotów n	Prędkość obrotowa	
			ω [obr/s]	ω [rad/s]
1				
2				
3				

4.3. Pomiar kształtu zwierciadła

Nr punktu:	1	2	3	...	15
x_i [cm] = $x'_i - x_{„0”}$					
z_i^p [cm] = $(x^p)'_i - z_{„0”}$					

gdzie wartości z indeksem ' ' oznaczają wartości teoretyczne, a 'p' – otrzymane w drodze pomiarów

5. Tabele wyników

5.1. Teoretyczny kształt zwierciadła

Kształt ten opisuje równanie:

$$z_i^T = h + \frac{\omega^2}{2g} \left(r^2 - \frac{R^2}{2} \right)$$

5.2. Porównanie krzywej teoretycznej i doświadczalnej

		1	2	3	...	15
r_i [cm]						
Rzędna zwierciadła	pomiar					
	teoria z_i^T					
Błąd ε [%]						

gdzie wartość procentowej odchyłki obliczyć można wg wzoru: $\varepsilon = \frac{z_i^p - z_i^T}{z_i^T}$

6. Wykres

Wykres powinien zawierać:

- 1) tytuł, legendę,
- 2) przyjęty układ współrzędnych (osie r i z , podziałka, opisy, wymiary),
- 3) obrys naczynia, jego oś,
- 4) krzywą z pomiarów empirycznych,
- 5) krzywą teoretyczną,
- 6) napełnienie początkowe.

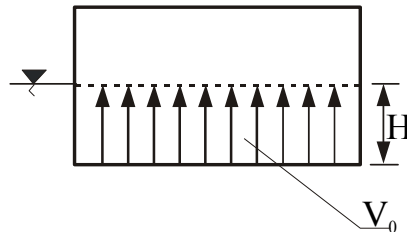
7. Wnioski

Wnioski powinny zawierać m.in. ocenę błędów (ich wartości i zmienności w przestrzeni, dlaczego są one tak duże), ocenę gęstości punktów pomiarowych zwierciadła (czy wystarczająca?) oraz ocenę poprawności przeprowadzenia doświadczenia.

III. Pływanie ciał. Wysokość metacentryczna

A. WARUNEK RÓWNOWAGI (PŁYWANIA)

Na ciało stałe zanurzone w cieczy działa siła wyporu W i przeciwie do niej skierowana siła ciężkości G . Ciało to pozostaje w równowadze, gdy suma sił zewnętrznych (wypór + ciężar) jest równa zero: $|\overline{W}| = |\overline{G}|$. Jeżeli równanie nie jest spełnione obiekt tonie lub wypływa.



Rys. I-86

W przypadku ciała zanurzonego częściowo (rys. I-86):

$$W = \gamma \cdot V_0 \quad (\text{III-1})$$

gdzie: W – siła wyporu, wyporność,
 γ – ciężar właściwy cieczy,
 $V_0 = f(H)$ – objętość części zanurzonej (bryły wyporu).

Wraz ze zmianą zanurzenia zmienia się wypór W , a układ sił zmierza do równowagi.

1. Równowaga ciała pływającego częściowo zanurzonego

Przechylenie obiektu (z położenia na rys. 8) przy zachowaniu warunku $W = G$ powoduje zmianę kształtu bryły wyporu (rys. 9) bez zmiany jej objętości V_0 .

Środek wyporu S_W przesuwa się do punktu S_W' i powstaje para sił prostujących obiekt momentem siły:

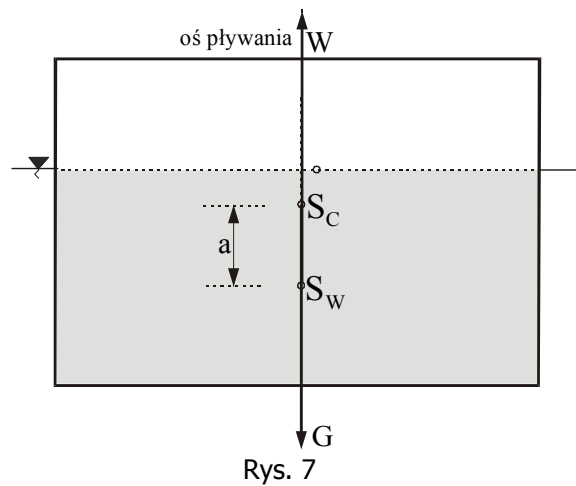
$$M_s = W \cdot R = G \cdot m \cdot \sin \varphi \cong W \cdot m \cdot \varphi \quad (\text{III-2})$$

(przy niewielkich kątach $\sin \varphi \cong \varphi[\text{rad}]$).

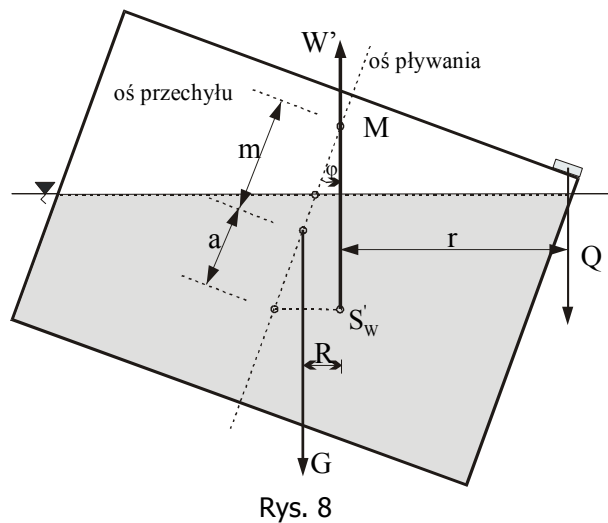
O wielkości momentu prostującego decyduje zatem *wysokość metacentryczna* m zależna od geometrii i rozkładu masy obiektu.

Ciało częściowo zanurzone pozostaje w:

- **równowadze trwałej** gdy $m > 0$,
(istnieje moment prostujący) – ciało wychylone z położenia równowagi samo do niego powraca po usunięciu przyczyny wychylenia,
- **równowadze obojętnej** gdy $m = 0$,
(brak momentu prostującego) – po wychyleniu ciało pozostaje w nadanym mu położeniu,
- **równowadze chwiejnej** – nietrwalej gdy $m < 0$,
(przy wychyleniu powstaje moment przewracający) – ciało wychylone z położenia równowagi coraz bardziej się od niego oddala.



Rys. 7



Rys. 8

2. Wyznaczenie wysokości metacentrycznej

2.1. Ze wzoru teoretycznego

Wzór na wysokość metacentryczną wyprowadza się, rozważając moment obrotowy pary sił W i G , jaki powstaje na skutek wychylenia ciała z położenia równowagi o kąt φ .

$$m = \frac{I}{V_0} - a \quad (\text{III-3})$$

gdzie: m – wysokość metacentryczna,
 I – moment bezwładności płaszczyzny pływania względem osi przechyłu,
 V_0 – objętość bryły wyporu,
 a – odległość środka ciężkości ciała od środka wyporu w położeniu pływania.

Uwaga: Do obliczenia wysokości metacentrycznej przyjmuje się przypadek najniekorzystniejszy, $m = m_{min}$ uzyskiwany dla $I = I_{min}$, a więc moment bezwładności względem podłużnej osi symetrii obiektu pływającego.

2.2. Metoda doświadczalna

Jedną burtę obiektu obciąża się ciężarem Q powodując niewielki, dający się pomierzyć przechył o kąt φ . W nowym położeniu równowagi suma momentów sił dla punktu S wyniesie (rys. 9):

$$M_s = Q \cdot r - W' \cdot R = 0, \quad (\text{III-4})$$

przy: $R = m \cdot \varphi$ i $W' = G + Q$ (III-5)

$$\text{Stąd: } m = \frac{Q \cdot r}{(G + Q) \cdot \varphi} = \frac{m_q \cdot r}{(m_0 + m_q) \cdot \varphi} \quad (\text{III-6})$$

gdzie: $m_0 = G/g$ – masa obiektu [kg],
 $m_q = Q/g$ – masa obciążenia [kg],
 φ – kąt przechyłu [rad].

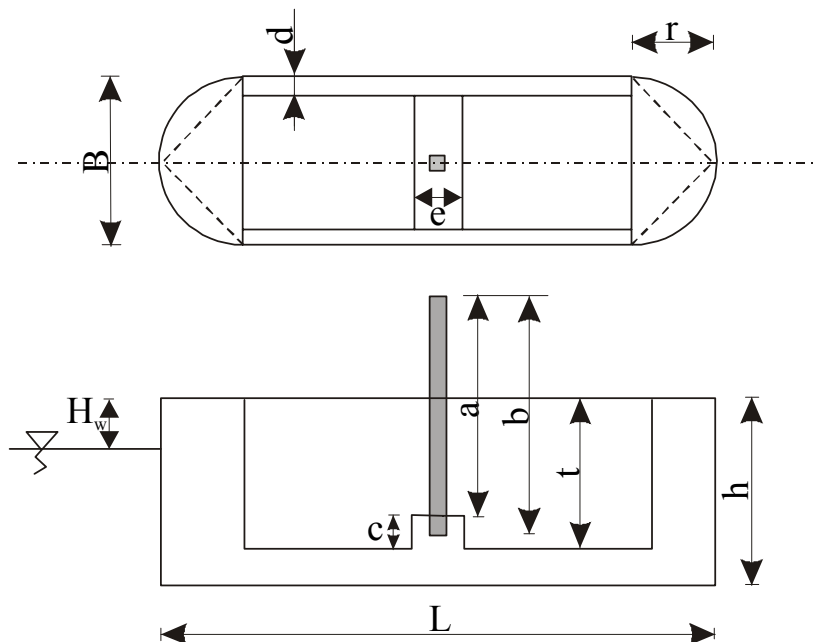
Uwaga: r jest odległością wektora obciążenia od wyporu (przy niewielkim przechyłu φ mierzy się ją po pokładzie $b = 0,5 \cdot (B - d)$).

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wysokości metacentrycznej modelu statku za pomocą wzoru teoretycznego oraz doświadczalnie.

2. Szkic modelu statku



Rys. 9

3. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat (pojęcia, definicje, wzory, rysunki poglądowe) i przebieg doświadczenia.
2. Narysować w skali przekrój pionowy statku w płaszczyźnie przechyłu (z wymiarami).
3. Obliczyć wypór i wysokość metacentryczną jednostki pływającej za pomocą wzoru teoretycznego.
4. Otrzymane wartości porównać z wielkościami otrzymanymi na podstawie doświadczenia (policzyć błąd).
5. Przedstawić wnioski końcowe.

4. Opis przebiegu doświadczenia

1. Przed przystąpieniem do doświadczenia należy pomierzyć następujące, stałe wielkości:
 - wymiary geometryczne - za pomocą linijki (L, B, h, t, r, d, e, c),

- masy: kadłuba m_k , masztu m_m i obciążników m_{q1} , m_{q2} – posługując się wagą sklepową (dokł. 0,01 kg).
2. Obciążając dodatkowym ciężarem (obciążnikiem o masie m_{q1}) jedną z burt, należy pomierzyć korzystając z kątomierza umieszczonego na maszcie kąt $\varphi [^\circ]$ przechyłu statku.
 3. Powyższe pomiary należy powtórzyć dla obciążnika o masie m_{q2} .

5. Dziennik pomiarów

5.1. Pomiar geometrii i wyporności

Długość statku L [cm]	Szerokość statku B [cm]	Wysokość statku h [cm]	Głębokość „wnętrza” statku t [cm]	Dziób statku r [cm]
Szerokość burty d [cm]	Jarżmo masztu e [cm]	Wysokość jarżma masztu c [cm]	Rzeczywista wysokość masztu b [cm]	Wysokość masztu ponad jarżmem a [cm]
Wysokość statku „nad wodą” H_w [m]	Masa kadłuba m_k [kg]	Masa masztu m_m [kg]	Masa obciążnika m_{q1} [kg]	Masa obciążnika m_{q2} [kg]

5.2. Pomiary zanurzenia i kąta przechyłu statku przy obciążeniu jednej z burt

Lp.	Obciążenie burty m_q [kg]	Kąt przechylenia	
		$\varphi [^\circ]$	φ [rad]
bez obciążenia	0	0	0
1			
2			

5.3. Obliczenia wysokości metacentrycznej wg wzoru teoretycznego

5.3.1. Obliczenie momentu bezwładności I powierzchni ograniczonej linią pływania

$$I = \sum I_i$$

$$I_{\text{prostokąta}} = \frac{(L - 2r) \cdot B^3}{12}, \quad I_{\text{kola}} = \frac{\pi \cdot r^4}{4}, \quad I_{\text{trójkąta}} = \frac{r \cdot B^3}{48}$$

5.3.2. Obliczenie wyporności

$$G = W$$

$$V_0 = G / \gamma_{\text{H}_2\text{O}} = m_{\text{statku}} / \rho_{\text{H}_2\text{O}}$$

5.3.3. Obliczenie odległości środka ciężkości statku od środka wyporu

- położenie środka wyporu:

$$V_0 = G / \gamma_{\text{H}_2\text{O}} = h \cdot A$$

$$h = m_{\text{statku}} / (\rho_{\text{H}_2\text{O}} \cdot A)$$

- gdzie: h – głębokość zanurzenia,
 A – powierzchnia ograniczona linią pływania.

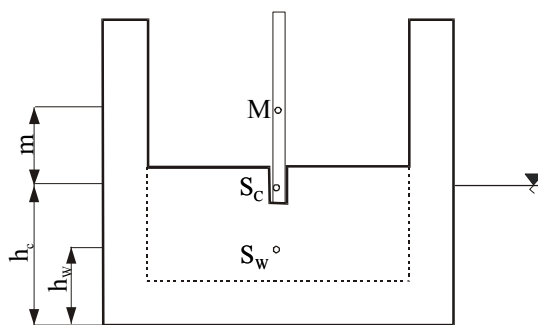
Stąd położenie środka wyporu nad dolną powierzchnią dna statku określone jest jako:
 $h_{\text{wyporu}} = h / 2$.

- *położenie środka ciężkości:*

$$h_{\text{ciężkości}} = \frac{\sum (V_i \cdot h_i)}{\sum V_i},$$

- gdzie: V_i – objętości poszczególnych części składowych modelu statku (dno, jarzmo masztu, itp.),
 h_i – odległość środka ciężkości powyższych elementów od dolnej powierzchni dna,
 $h_{\text{ciężkości}}$ – odległość środka ciężkości całego modelu statku od dolnej powierzchni dna.

5.4. Przekrój modelu



Rys. 10

- | | | | | | |
|-------|---|------------------------|-------|---|---------------------------|
| S_C | – | środek ciężkości | S_W | – | środek wyporu |
| M | – | metacentrum | h_c | – | wysokość środka ciężkości |
| h_w | – | wysokość środka wyporu | m | – | wysokość metacentryczna |

6. Wnioski

Badany statek ma wyporność $W = \dots\dots\dots$ [N] przy zanurzeniu $h = [\text{cm}]$.

Barka pozostaje w równowadze $\dots\dots\dots$ (wysokość metacentryczna wynosi $m = \dots\dots\dots$ [cm] teoretycznie oraz $m = \dots\dots\dots$ [cm] doświadczalnie).

Błąd określenia metodą laboratoryjną wynosi: $\varepsilon = \dots\dots\dots$

Inne wnioski (m.in. skąd wynika błąd między wielkościami wyznaczonymi metodą doświadczalną, a obliczonymi ze wzoru; czy można stosować obarczoną błędem metodę doświadczalną ...).

IV. Doświadczenie Reynoldsa

A. TEORIA

1. Klasyfikacja ruchu ze względu na sposób poruszania się cząstek

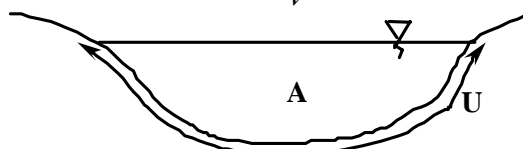
- ruch **laminarny** (uwarstwiony) – cząstki cieczy poruszają się po torach równoległych,
- ruch **turbulentny** (burzliwy, nieuporządkowany) – występuje intensywne mieszanie się cząstek płynu.

2. Liczba Reynoldsa

Bezwymiarowa liczba Reynoldsa Re określająca reżim (charakter) ruchu (przepływu) z punktu widzenia sposobu poruszania się cząstek, wyraża się wzorem dla:

$$\text{przekrojów kołowych: } Re = \frac{v \cdot d}{\nu},$$

$$\text{przewodów (koryt) otwartych: } Re = \frac{v \cdot R_h}{\nu}$$



Rys. 11

gdzie: u – średnia prędkość przepływu [m/s],
 d – średnica przewodu [m],
 ν – kinematyczny współczynnik lepkości [m²/s],
 R_h – promień hydrauliczny koryta [m].
 $R_h = A/U$,
gdzie: A – powierzchnia przekroju strumienia [m²],
 U – obwód zwilżony strumienia [m].

Obwód zwilżony oznacza tę część obwodu przekroju, na której występuje tarcie, a więc długość granicy między cieczą (wodą), a przewodem (rurą, korytem).

Dla rurociągu zależność między średnicą a promieniem hydraulicznym wynosi:

$$R_h = \frac{A}{U} = \frac{\pi \left(\frac{d}{2}\right)^2}{2\pi \frac{d}{2}} = \frac{d}{4} \quad (\text{IV-1})$$

Przeliczenie jednostek wykazuje, że Re jest liczbą bezwymiarowa: $\left[\frac{\frac{m}{s} \cdot m}{\frac{m^2}{s}} \right] = 1$

3. Graniczne liczby Reynoldsa

O reżimie ruchu świadczy wartość liczby Reynoldsa. Graniczne wartości pozwalające określić rodzaj ruchu **w przypadku rurociągów** wynoszą:

1. Praktycznie w przypadku **rurociągów** przyjmuje się:

- $Re < 2320$ – ruch laminarny,
- $Re \in [2320, 4\ 000]$ – niestabilny rodzaj przepływu,
- $Re > 4\ 000$ – ruch turbulentny.

2. W przypadku **koryt otwartych**, ze względu na zależność $R_h = d/4$ graniczne wartości Re są czterokrotnie mniejsze. Praktycznie w korytach otwartych nie występuje ruch laminarny, a liczba Reynoldsa zazwyczaj przekracza 50 000.
3. Ruch laminarny przy wartości liczby Reynoldsa do 50 000 można uzyskać *jedynie* w warunkach laboratoryjnych. Ruch ten ma charakter nietrwały i każde zaburzenie powoduje jego natychmiastowe i nieodwracalne przejście w ruch turbulentny.

4. Współczynnik liniowych oporów hydraulicznych

Wielkość tego współczynnika zależy przede wszystkim od chropowatości ścian przewodu i liczby Reynoldsa.

W przypadku ruchu laminarnego, współczynnik ten oblicza się według wzoru:

$$\lambda = \frac{64}{Re} \quad (IV-2)$$

λ jest **współczynnikiem oporów liniowych**, zwanym także współczynnikiem strat energetycznych na długości przewodu lub współczynnikiem oporów tarcia oporów tarcia wzdłuż przewodu.

W przypadku ruchu burzliwego, stosowany jest empiryczny wzór Colebrooka- White'a:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \log \left(\frac{k}{3,71d} + \frac{2,51}{Re\sqrt{\lambda}} \right) \quad (IV-3)$$

gdzie: k – chropowatość bezwzględna [mm],
 d – wewnętrzna średnica przewodu [mm].

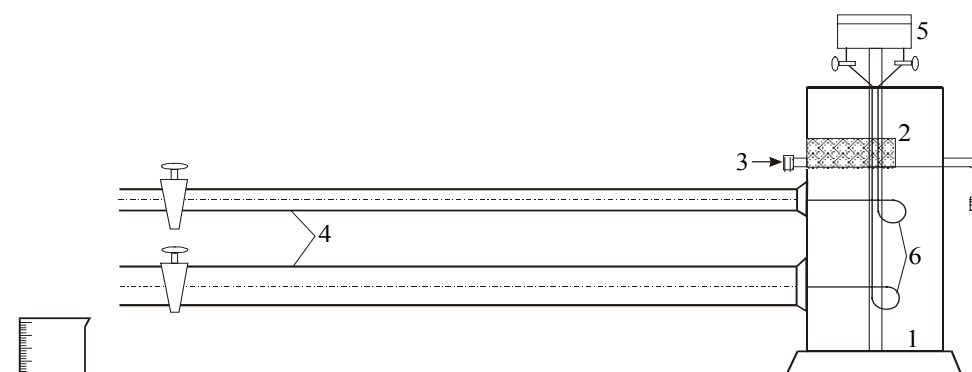
W praktyce wartość odczytuje się z wykresu Moody'ego, powstałego w oparciu o wzór (IV.3).

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1. Cel doświadczenia

Celem ćwiczenia jest określenie reżimu ruchu strumienia na podstawie obserwacji oraz obliczonej liczby Re .

2. Szkic przyrządu



- | | |
|------------------------------|-------------------------------------|
| 1 – zbiornik z wodą. | 2 – przelew nadmiarowy |
| 3 – dopływ wody do zbiornika | 4 – rury pomiarowe |
| 5 – zbiorniczek z barwnikiem | 6 – przewody doprowadzające barwnik |

Rys. 12

3. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat i przebieg doświadczenia.

2. Obserwować w trakcie trwania doświadczenia reżim ruchu płynącej cieczy.
3. W oparciu o wyniki pomiarów obliczyć wielkość liczby Reynoldsa.
4. Przedstawić wnioski końcowe (należy podać m.in. zakres pomierzonych Re i reżimów ruchu, ocenić uzyskaną zgodność reżimów określonych wizualnie i na podstawie liczby Re – podać ewentualne przyczyny rozbieżności).

4. Opis doświadczenia Reynoldsa (1883)

Ćwiczenie polega na obserwacji zachowania się strugi barwnika (fluoresceiny) przy różnych średnich prędkościach przepływu wody w przewodzie i na obliczeniu w każdym przypadku liczby Reynoldsa. Urządzenie użyte w tym doświadczeniu pozwala na regulację prędkości przepływu w przewodzie oraz prędkości wypływu barwnej strugi. Przy przepływie o charakterze laminarnym, kiedy strugi cieczy są równoległe i nie następuje wymiana elementów płynu pomiędzy sąsiednimi warstwami, struga barwnika rysuje się ostro i wyraźnie, biegnąc prawie równoległe do ścianki przewodu. Powyżej pewnej prędkości przepływu w rurze struga ta tuż za wylotem rurki podlega intensywnemu rozproszeniu, a następnie bardzo szybko zabarwia całą masę wody w przewodzie.

5. Opis przebiegu doświadczenia

Na początku należy wykonać rysunek aparatury z podaniem średnic rur.

1. Na rurze pomiarowej odkręcić zawór uważając, żeby w czasie pomiaru zawsze pewna ilość wody przelewała się przez przelew nadmiarowy 2 (by zapewnić ustaloność ruchu).
2. Odkręcić zawór na odpowiednim przewodzie doprowadzającym barwnik.
3. Obserwować sposób poruszania się strugi barwnika w rurze.
4. Dokonać pomiaru przepływu Q metodą wolumetryczną.
5. Dla danego przepływu Q obliczyć Re , odczytując z tablic wartość współczynnika lepkości dla pomierzonej temperatury.

Powtórzyć wymienione czynności trzykrotnie dla obydwu rurociągów zmieniając przepływ zaworem końcowym.

6. Dziennik pomiarów

d [cm]	Pomiar	Temp. [°C]	Lepkość ν [cSt]	Objętość V [ml]	Czas t [s]	Przepływ Q [ml/s]	Prędkość v [cm/s]	Re [-]	Reżim obserwowany	Opis ruchu
$d_1 = 1,4$ cm	1	1								
		2								
		3								
	2	1								
		2								
		3								
	3	1								
		2								
		3								
$d_2 = 4,0$ cm	1	1								
		2								
		3								
	2	1								
		2								
		3								
	3	1								
		2								
		3								

V. Wyznaczenie współczynników strat lokalnych ζ w rurociągu pod ciśnieniem

A. TEORIA

1. Pojęcia podstawowe

Przepływ w rurociągu – ruch płynu w przewodzie zamkniętym pod ciśnieniem.

Ruch ustalony – parametry ruchu (prędkość i ciśnienie) zależą tylko od położenia punktu w przestrzeni, nie zmieniają się natomiast w czasie.

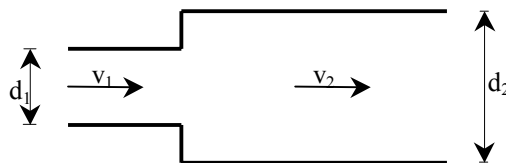
Linia ciśnień piezometrycznych – to linia, na której układa się zwierciadło cieczy w piezometrach podłączonych w dowolnych przekrojach rurociągu.

2. Podstawowe równania opisujące ustalony przepływ w rurociągu pod ciśnieniem

2.1. Równanie ciągłości przepływu

Równanie ciągłości wynika z zasady zachowania masy w ruchu ustalonym i w ogólnym przypadku ma postać:

$$Q = \text{const} \quad (\text{V-1})$$



Rys. 13

Dla rurociągu o zmiennej średnicy przybiera ono formę:

$$Q = A_1 \cdot v_1 = A_2 \cdot v_2 = \text{const} \quad (\text{V-2})$$

gdzie: v_1, v_2 – średnie w przekroju prędkości przepływu na odcinkach rurociągów o średnicach d_1 i d_2 ;

A_1, A_2 – pola powierzchni przekrojów.

2.2. Równanie Bernoulliego

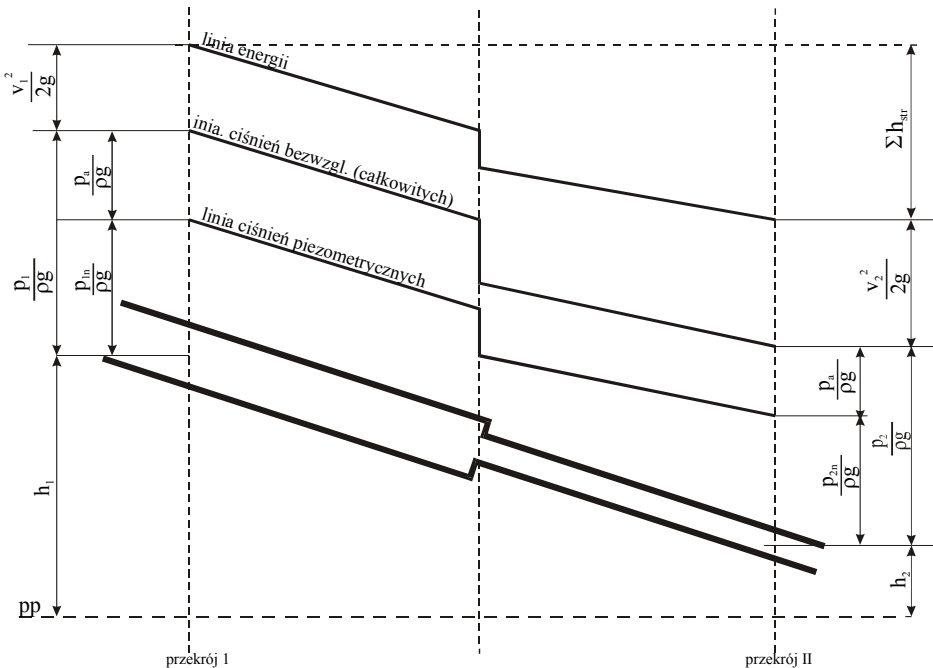
Równanie Bernoulliego wynika z zasady zachowania energii. Można go sformułować następująco:

Dla cieczy idealnej, znajdującej się w ruchu ustalonym pod działaniem wyłącznie siły ciężenia, suma wysokości: prędkości, ciśnienia i położenia jest wielkością stałą. W przepływie cieczy rzeczywistej występują nieodwracalne straty energii w kierunku przepływu.

Graficznym obrazem przebiegu zmian energii mechanicznej na rozpatrywanym odcinku strumienia, opisanych równaniem Bernoulliego jest **linia energii**. Przebieg zmian energii potencjalnej strumienia obrazuje **linia ciśnień** obniżona w stosunku do linii energii o wysokość energii kinetycznej $v^2/2g$. **Linia ciśnień piezometrycznych** przebiega poniżej linii ciśnień o wartość ρ_a/γ .

Zatem dla przypadku dowolnego rurociągu oraz cieczy rzeczywistej, dla której w trakcie przepływu występują straty energii wydatkowanej na pokonanie oporów ruchu, równanie to ma postać:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha_1 v_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha_2 v_2^2}{2g} + \sum h_{str} = \text{const} \quad (\text{V-3})$$



Rys. 14

gdzie: z_1, z_2 – rzędne osi rurociągu dla przekrojów I i II,

$\frac{p_1}{\gamma}, \frac{p_2}{\gamma}$ – wysokości ciśnienia w przekrojach I i II,

$\left. \begin{matrix} z_1 + \frac{p_1}{\gamma} \\ z_2 + \frac{p_2}{\gamma} \end{matrix} \right\}$ – rzędne zwierciadła piezometrycznego w przekrojach I i II,

$\frac{v_1^2}{2g}, \frac{v_2^2}{2g}$ – wysokości średnich prędkości przepływu (wysokości energii kinetycznej) w przekrojach I i II,

$\sum h_{str}$ – suma wysokości strat energii na pokonanie oporów ruchu między przekrojami I i II,

α_1, α_2 – współczynniki St. Venanta (nierównomierności rozkładu prędkości) w przekrojach. W przypadku ruchu burzliwego wsp. te można pominąć, gdyż ich wartości są bliskie 1.

2.3. Straty energii

2.3.1. Straty lokalne

Są one związane z występującymi na drodze płynącego strumienia przeszkodami, np.: nagłym poszerzeniem lub zwężeniem rurociągu, zaworami, kryzami, wodomierzami, zmianą jego kierunku itp.

Wielkość tych strat obliczyć można ze wzoru Weissbacha:

$$h_{lok} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \zeta \cdot \frac{v^2}{2g} \quad (\text{V-4})$$

gdzie: Δp – różnica ciśnień przed i za daną przeszkodą,
 v – prędkość przepływu za przeszkodą wywołującą lokalną stratę energii (wyjątek stanowi strata na wylocie z rurociągu, gdzie v oznacza prędkość

- ζ – tuż przed przekrojem wylotu),
 – współczynnik straty lokalnej zależny od rodzaju przeszkody, geometrii rurociągu itp. (tablice dla przypadków spotykanych w praktyce zawiera norma PN-76/M-34034).

2.3.2. Straty na długości

Są to straty wywołane tarciami cieczy o ściany przewodu. Ich wysokość jest proporcjonalna do długości rurociągu. Można ją obliczyć korzystając z formuły Darcy'ego-Weissbacha:

$$h_{dl} = \frac{\Delta p}{\gamma} = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{v^2}{2g} = \zeta_{dl} \frac{v^2}{2g} \quad (V-5)$$

- gdzie: Δp – różnica ciśnień na początku i końcu rozpatrywanego odcinka rurociągu,
 ζ_{dl} – współczynnik strat na długości,
 l – długość rozpatrywanego odcinka rurociągu,
 d – średnica rurociągu,
 λ – współczynnik tarcia określony przez Coolebrooka i White'a jako funkcja:

$$\lambda = f\left(\frac{k}{d}, Re\right) \quad (V-6)$$

- gdzie: k – chropowatość bezwzględna przewodu (tzw. ekwiwalentna chropowatość piaskowa),

$$Re = \frac{v \cdot d}{\nu} \quad \text{– liczba Reynoldsa,}$$

- ν – kinematyczny współczynnik lepkości cieczy,

Współczynnik λ :

- dla ruchu laminarnego: $\lambda = 64/Re$,
- dla ruchu burzliwego λ odczytuje się z wykresu Moody'ego (PN-76/M-34034).

2.4. Spadek ciśnienia na przeszkodzie

Równanie Bernoulliego dla przekroju I przed przeszkodą i przekroju II za przeszkodą, przy założeniu, że strata na tarcie na odcinku pomiędzy przekrojami I i II jest pomijalnie mała, ma postać (patrz rys. 15):

$$h_1 + \frac{v_1^2}{2g} = h_2 + \frac{v_2^2}{2g} + \zeta_{lok} \cdot \frac{v_2^2}{2g} \quad (V-7)$$

- gdzie: h_1, h_2 – rzędne zwierciadła w przekrojach I i II.

$$\text{stad: } h_1 - h_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + \zeta \cdot \frac{v_2^2}{2g} \quad (V-8)$$

Przy znanym spadku rzędnych zwierciadła pozornego, można wyznaczyć wartość współczynnika strat lokalnych:

$$\zeta = \frac{2g(h_1 - h_2) + (v_1^2 - v_2^2)}{v_2^2} \quad (V-9)$$

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1. Cel doświadczenia

Celem ćwiczenia jest :

- doświadczenie określenie współczynników strat lokalnych,
- sporządzenie wykresu linii ciśnień piezometrycznych i linii energii dla danego rurociągu.

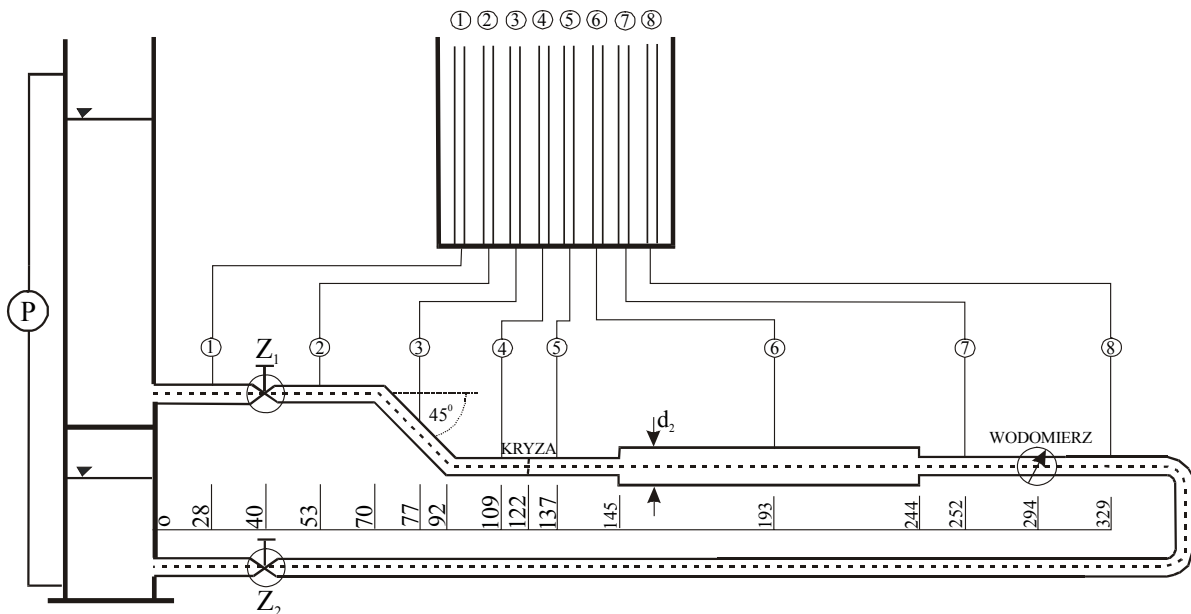
Rurociąg potraktowano jako krótki, czyli pominięto straty na długości.

2. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat i przebieg doświadczenia.
2. Opierając się na wynikach pomiarów wyznaczyć wielkość współczynników strat lokalnych i porównać je z wielkościami odczytanymi z tablic.
3. Sporządzić linię ciśnień piezometrycznych i linię energii.
4. Przedstawić wnioski końcowe.

3. Opis przebiegu doświadczenia

1. Po włączeniu pompy, otworzyć zawór Z_1 .
2. Odpowietrzyć piezometry poprzez całkowite otwarcie zaworu Z_2 .
3. Ustalić przepływ zaworem Z_1 w rurociągu.
4. Po ustaleniu się zwierciadeł wody w piezometrach, dokonać odczytu rzędnych ich położenia h_i .
5. Za pomocą wodomierza trzykrotnie dokonać pomiaru przepływu metodą wolumetryczną.



Rys. 15

4. Dziennik pomiarów

4.1. Wyznaczenie przepływu w rurociągu

Lp.	$V [m^3]$	$t [s]$	$Q [m^3/s]$
1			
2			
3			

4.2. Rzędne zwierciadeł w piezometrach

h_1	h_2	h_3	h_4	h_5	h_6	h_7	h_8

5. Tabele wyników

5.1. Straty na długości

d [mm]	A [10^{-3} m^2]	v [m/s]	$v^2/2g$ [m]
25,4 mm			
50,8 mm			

5.2. Straty lokalne

Lp.	Rodzaj straty	Parametr	Współczynnik straty lokalnej		Błąd [%]
			obliczony	z tablic	
1	zawór 1				
2	załamanie 1	$\varphi = 45^\circ$			
3	załamanie 2	$\varphi = 45^\circ$			
4	kryza	$d = 15,2$			
5	poszerzenie	$d/D = 25,4/50,8$			
6	zwężenie	$D/d = 50,8/25,4$			
7	wodomierz				

5.3. Linia ciśnień i energii

Piezometry		Rzędna	
Lp.	h_i [cm]	linii ciśnień h [cm]	linii energii H [cm]
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			

6. Wykres linii ciśnień i energii

Wykres powinien zawierać:

- 1) schemat rurociągu (przy zachowaniu jednolitej skali poziomej i pionowej),
- 2) przyjęty układ współrzędnych (osie x i h , podziałka, opis, wymiar),
- 3) odczytane położenie zwierciadeł wody w przekrojach piezometrycznych,
- 4) linię ciśnień piezometrycznych $h(x)$ i linię energii $H(x)$,
- 5) tytuł, legendę.

7. Wnioski

Według uznania wykonującego ćwiczenie.

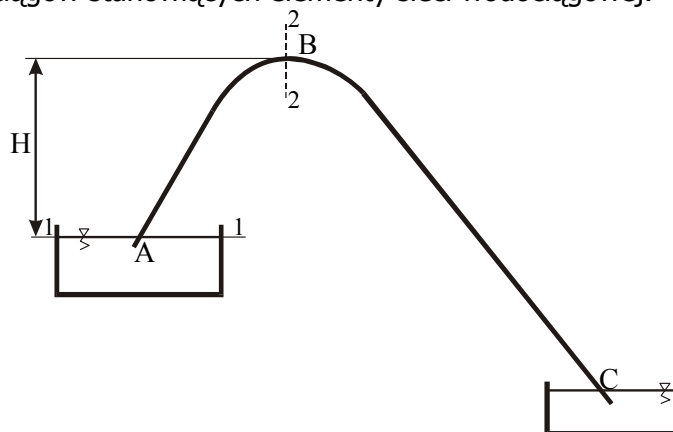
VI. Lewar

A. TEORIA

1. Pojęcia podstawowe

Lewar – jest to rurociąg służący do przeprowadzania wody z poziomu wyższego do niższego ponad przeszkodą (rys. 16). Przeszkodą taką może być przegroda dzieląca dwa zbiorniki (np. wał przeciwpowodziowy - przy użyciu lewara można odprowadzić wody powodziowe z terenu leżącego poza wałem do koryta rzeki, oczywiście po obniżeniu się poziomu wody w rzece poniżej poziomu wody za wałem).

Podkreślić trzeba, że lewar jest rurociągiem, a więc w odniesieniu do niego pozostają w mocy zasady dotyczące rurociągów stanowiących elementy sieci wodociągowej.



Rys. 16

2. Warunki pracy lewara

Lewar jest rurociągiem poprowadzonym ponad przeszkodą i umożliwiającym przepływ ze zbiornika górnego do dolnego z tym, że najwyższy położony punkt w lewarze wzniesiony jest powyżej zwierciadła w zbiorniku dolnym. Zatem w gałęzi AB woda płynie pod górę dzięki zjawisku ssania, a w części BC rurociągu sphywa grawitacyjnie.

Aby taka praca była możliwa, muszą być spełnione trzy warunki:

- zapoczątkowanie ruchu,
- warunek konstrukcyjny określający maksymalne możliwe wzniesienie najwyższego punktu lewara,
- odpowietrzenie lewara.

2.1. Zapoczątkowanie ruchu

Zapoczątkowanie ruchu w lewarze nastąpi po jego całkowitym wypełnieniu wodą np. przez:

- *zassanie* tzn. wypompowanie powietrza z lewara (z jego najwyższej części, czyli głowicy) przy zatopionych obu końcach rurociągu,
- *zalanie*.

2.2. Minimalna wartość ciśnienia w najwyższym punkcie i maksymalne wzniesienie tego punktu

Przy znanym wzniesieniu H przekroju ponad zwierciadło w górnym zbiorniku, wysokość ciśnienia w najwyższym położonym punkcie B (zgodnie z równaniem Bernoulliego) wyniesie (rys. 16):

$$\frac{p_B}{\gamma} = \frac{p_a}{\gamma} - \left(H + \frac{v^2}{2g} + \sum h_{str} \right) \quad (\text{VI-1})$$

gdzie: p_a/γ – wysokość ciśnienia atmosferycznego (10.33 m),
 H – wzniesienie najwyższego punktu lewara ponad poziom zwierciadła wody w zbiorniku górnym,
 v – prędkość przepływu w lewarze,
 $\sum h_{str}$ – suma strat na odcinku od wlotu do najwyższego punktu lewara.

Prawa strona równania, nie może być ujemna, gdyż oznaczałoby to niefizyczną sytuację ciśnienia niższego niż w próżni.

Zatem **teoretyczny warunek pracy lewara** ma postać $p_B/\gamma > 0$.

W praktyce ciśnienie p_B/γ nie może spaść poniżej ciśnienia w którym ciecz wrze w danej temperaturze, gdyż spadek ciśnienia w najwyższym punkcie lewara do wartości, przy której ciecz zaczyna wrzeć w danej temperaturze, doprowadziłoby do wypełnienia lewara gazem (parą cieczy), a zatem do przerwania przepływu.

Dlatego **praktyczny warunek pracy lewara** ma postać: $p_B/\gamma > p_0/\gamma$, gdzie w p_0/γ jest wysokością ciśnienia wrzenia cieczy w danej temperaturze.

Z powyższej nierówności wynika zatem **warunek konstrukcyjny** określający maksymalne możliwe wzniesienie najwyższego punktu lewara:

$$H < \frac{p_a}{\gamma} - \left(\frac{p_0}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + \sum h_{str} \right) \quad (\text{VI-2})$$

Ciśnienie jest najniższe w najwyższym punkcie lewara ($H = \max$), czyli w jego głowicy i jest ono, jak wynika ze wzoru, niższe niż atmosferyczne (podciśnienie). Określenie temperatury wrzenia (tablica) dla wyliczonego podciśnienia pozwala wyznaczyć zakres temperatur, przy których lewar może działać. Wzniesienie lewara nawet w warunkach idealnych ($T = 0^\circ \text{C}$, $\sum h_{str} = 0$) nie może przekroczyć 10.27 [m], a w praktyce około 8 [m].

Temperatura wrzenia wody T_w przy danej bezwzględnej wysokości ciśnienia p/γ														
p/γ [m]	0,06	0,08	0,12	0,24	0,42	0,75	1,25	2,00	3,20	4,80	5,90	7,15	8,60	10,3
T_w [°C]	0	4	10	20	30	40	50	60	70	80	85	90	95	100

2.3. Odpowietrzanie lewara

Lewar prowadzący ciecz ulega stopniowemu zapowietrzeniu, co może doprowadzić do przerwania w nim ciągłości przepływu. Zapowietrzenie lewara jest skutkiem wydzielania się z płynącej cieczy powietrza i innych gazów w efekcie wytworzonego podciśnienia. Aby nie dopuścić do przerwania pracy lewara należy usunąć gazy gromadzące się w głowicy (odpowietrzyć go).

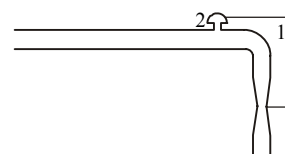
Rodzaje odpowietrzeń:

- *wymuszone* polegające na okresowym odpompowywaniu gazów z głowicy;
- *samoczynne*, przy wykorzystaniu głowicy samoodpowietrzającej.

2.4. Przykłady konstrukcji samoodpowietrzających

2.4.1. Zwężka Venturiego

Rurka „1” łączy zbiornik powietrzny „2”, zainstalowany w miejscu gromadzenia się powietrza, za zwężoną częścią rury spadkowej (występuje tu obniżone ciśnienie, które powoduje zasysanie powietrza



doprowadzanego ze zbiornika) i kierowanie go do dalszej części przewodu lewarowego. Zwężka musi być tak zaprojektowana, by prędkość w niej panująca zapewniała trwanie tego procesu.

2.4.2. Działanie głowicy samoodpowietrzającej Steinwendera.

Głowica Steinwendera (rys. 18) posiada dwie rury spadowe: **pomocniczą** (2) i **główną** (3).

Główna rura spadowa (3) ukształtowana jest jak zwężka Ventouriego.

W pomocniczej rurze spadowej (2) zainstalowana jest wahadłowa rurka (4) o wygiętym na zewnątrz obrzeżu i z otworami ponad tym obrzeżem. W górnej części ma ponadto szczeliny służące odprowadzaniu powietrza z głowicy (5) do strefy obniżonego ciśnienia, skąd jest ono porywane przez strumień wody i transportowane do stanowiska dolnego.

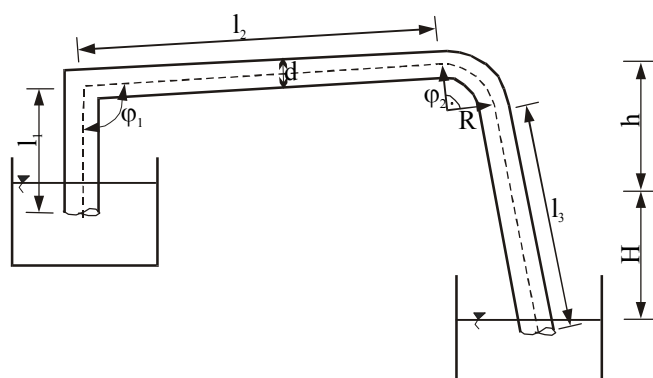
Przy minimalnych przepływach przez lewar czynna jest tylko pomocnicza rura spadowa, a przy wzroście natężenia (przy podniesieniu się poziomu wody w głowicy do krawędzi przelewu (7)) zaczynać działać główna rura spadowa, która przejmuje wówczas na siebie całkowite odpowietrzanie lewara.

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

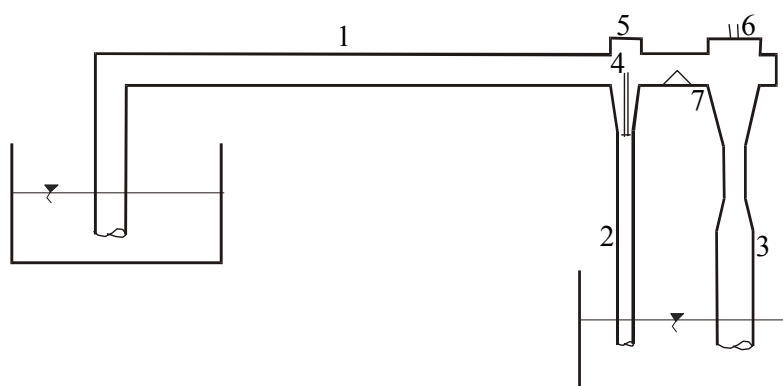
1. Cel doświadczenia

Celem ćwiczenia jest obserwacja zasad działania lewara klasycznego (rys. 17) i lewara z głowicą samoodpowietrzającą (rys. 18).

2. Schematy



Rys. 17. Lewar klasyczny



- | | | | |
|---|--------------------------------|---|--------------------------------------|
| 1 | – rura gravitacyjna, | 2 | – pomocnicza rura spadowa, |
| 3 | – główna rura spadowa, | 4 | – rurka wahadłowa, |
| 5 | – głowica odpowietrzająca | 6 | – głowica z wylotem pompy próżniowej |
| 7 | – przelew regulujący przepływ. | | |

Rys. 18. Lewar z głowicą samoodpowietrzającą

3. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat i przebieg doświadczenia.
2. Na podstawie danych obliczyć przepływ w lewarze klasycznym.
3. Obliczyć podciśnienia w głowicy lewara.
4. Przedstawić wnioski końcowe m.in. przy jakiej temperaturze wody, praca lewara zostanie przerwana.

4. Opis instalacji doświadczalnej

Dwa zbiorniki (górny i dolny) są połączone dwoma lewarami: klasycznym i z samoczynnym odpowietrzaniem. Poziom wody w obu zbiornikach utrzymywany jest dzięki przelewom nadmiarowym, a przepływ odbywa się w zamkniętym obiegu wody. Do uruchomienia lewarów wykorzystuje się pompę próżniową podłączoną do głowicy każdego z nich zaworem przełączającym i zabezpieczoną przed zalaniem przez zbiornik przelewowy.

5. Opis przebiegu doświadczenia

1. Pomiar wartości poszczególnych wymiarów geometrycznych lewara klasycznego:
 - średnicy wewnętrznej d ,
 - długości odcinków l_1, l_2, l_3 ,
 - promienia łuku R ,
 - kątów zmian kierunku φ_1 i φ_2 ,
 - różnicy poziomów w zbiornikach H i wzniesienia głowicy h ,a ponadto określenie kształtu wlotu i chropowatości bezwzględnej rury k .
2. Zapoczątkowanie ruchu pompą próżniową dostarczającą wodę do zbiornika górnego.
3. W przypadku lewara klasycznego obserwacja:
 - procesu odpowietrzania (przy sztucznym zapowietrzeniu),
 - przerwania przepływu przy obniżeniu zwierciadła w głowicy do poziomu dna rury.
4. W przypadku lewara z głowicą Steinwendera obserwacja:
 - procesu odpowietrzania w lewarze,
 - działania głowicy samoodpowietrzającej,
 - przerwania przepływu na skutek zapowietrzenia.

6. Dziennik pomiarów

d [mm]	l_1 [m]	l_2 [m]	l_3 [m]	R [m]	φ_1 [°]	φ_2 [°]	k [mm]	H [m]	h [m]	ρ [kg/m ³]	p_a [hPa]
35	0,5	2,0	0,7	0,15	100	90			0,50	1000	1013

Odczyt wielkości współczynników strat lokalnych ζ

wlot typ d	zmiana kierunku $\varphi_1 = 100^\circ$	łuk $\varphi_1 = 90^\circ, r/R =$

7. Wyniki

Należy:

- obliczyć przepływ w lewarze klasycznym,
- sprawdzić warunek pracy lewara – obliczyć podciśnienie w głowicy.

8. Wnioski

Według uznania wykonującego ćwiczenie.

VII. Ustalony wypływ przez otwory

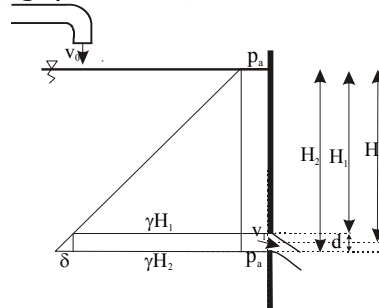
A. TEORIA

1. Pojęcia podstawowe

Ćwiczenie dotyczy **ruchu ustalonego** (parametry ruchu nie zmieniają się w czasie), co oznacza, że ilość cieczy, jaka wypływa w jednostce czasu przez otwór jest uzupełniana takim samym dopływem do zbiornika. Zatem poziom zwierciadła wody w zbiorniku, a w związku z tym i ciśnienie w obszarze wypływu, a tym samym i prędkości wypływu nie ulegają zmianie.

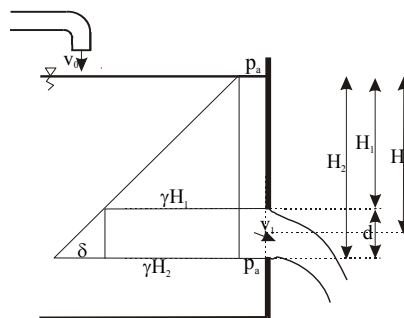
2. Klasyfikacja otworów

- **ze względu na wpływ położenia zwierciadła wody dolnej na wydatek otworu:**
 - **niezatopiony** – brak wpływu, co zachodzi gdy zwierciadło wody dolnej znajduje się poniżej dolnej krawędzi otworu,
 - **zatopiony** – istnieje wpływ, co zachodzi, gdy zwierciadło wody dolnej znajduje się powyżej górnej krawędzi otworu.
- **ze względu na zróżnicowanie ciśnienia w obszarze otworu:**
 - **otwór mały** (rys. 20) tj. taki, na którego powierzchni ciśnienie wody zmienia się nieznacznie (różnica δ pomiędzy ciśnieniem w najniższej i najwyższej położonym punkcie otworu jest zanedbywalnie mała w stosunku do jego wartości w środku ciężkości otworu). Przyjmuje się wtedy, że ciśnienie, a zatem i prędkości we wszystkich punktach otworu są takie same i równe odpowiednim wartościom obliczonym dla środka ciężkości otworu. Założenie to można przyjąć, gdy: $H \geq 5 d$,



Rys. 19

- **otwór duży** (rys. 21) – różnica δ między ciśnieniem maksymalnym (w najniższym punkcie otworu) a minimalnym – w najwyższym jest znaczna (warunek praktyczny: $H < 5 d$).



Rys. 20

- **ze względu na grubość ścianki:**
 - **otwór w cienkiej ściance:** otwór w którym strumień nie przylega do wewnętrznych krawędzi otworu; $L < (3,5 \div 4) d$ (patrz rys. 21),
 - **przystawka:** otwór, w którym strumień przylega do wewnętrznych krawędzi otworu powodując zwiększenie wydatku.

3. Ustalony, niezatopiony wypływ przez otwory w pionowej, cienkiej ścianie

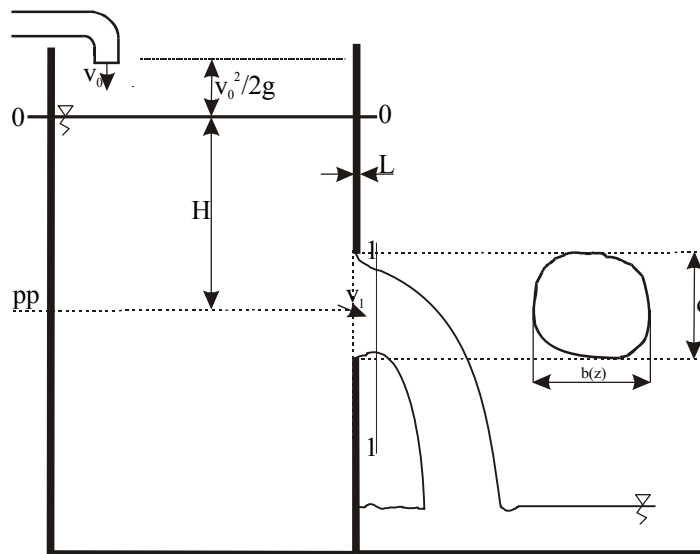
3.1. Wydatek małego otworu

Oznaczenia (rys. 21):

- p_0, u_0 – ciśnienie i prędkość w przekroju 0-0 zbiornika,
- p_1, u_1, A_1 – ciśnienie, prędkość i pole przekroju strumienia w przekroju 1-1,
- H – zagłębienie środka ciężkości otworu pod zwierciadłem cieczy.

Równanie Bernoulliego zapisane dla przekrojów 0-0 i 1-1 względem poziomu porównawczego przyjętego w osi otworu:

$$H + \frac{p_0}{\gamma} + \frac{v_0^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{v_1^2}{2g} + \sum h_{\text{str}} \quad (\text{VII-1})$$



Rys. 21

Podstawiając:

- I. $h_{\text{str}} = \zeta \cdot \frac{v_1^2}{2g}$ – strata lokalna na wlocie do otworu (strata na długości równej grubości ścianki jest pomijalnie mała),
- II. $p_0 = p_1 = p_a$ – ciecz wypływa ze zbiornika w atmosferę i można przyjąć, że w środku ciężkości przekroju 1-1 ciśnienie jest równe atmosferycznemu,
- III. $H_0 = H + \frac{v_0^2}{2g}$ – wzniesienie linii energii nad środkiem ciężkości otworu.

powyższe równanie przyjmie postać:

$$H_0 = \frac{v_1^2}{2g} + \zeta \frac{v_1^2}{2g} \quad (\text{VII-2})$$

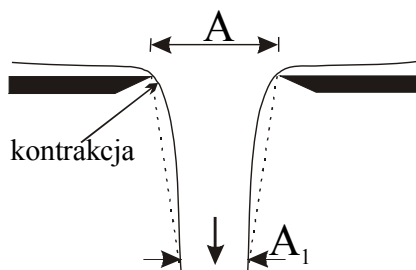
$$\text{Stąd: } v_1 = \sqrt{\frac{1}{1+\zeta}} \cdot \sqrt{2gH_0} = \varphi \cdot \sqrt{2gH_0}, \quad (\text{VII-3})$$

gdzie $\varphi \in (0,1)$ – współczynnik prędkości (oporów ruchu).

3.1.1. Współczynnik kontrakcji ε

Tuż za otworem (przekrój 1-1) struga nieznacznie się przewęża – zjawisko to nazywa się kontrakcją. Rzeczywisty przekrój strugi A_1 jest zatem mniejszy od pola powierzchni A otworu, co zmniejsza dodatkowo wielkość wydatku Q otworu. Współczynnik kontrakcji (zweżenia strumienia), jest to stosunek najmniejszego przekroju przewężonego strumienia A_1 do przekroju otworu A :

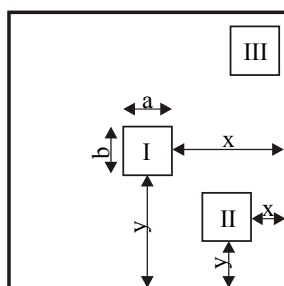
$$\varepsilon = \frac{A_1}{A} \quad (\varepsilon \in (0,1)) \quad (\text{VII-4})$$



Rys. 22

Ze względu na położenie otworu względem ścianek naczynia rozróżnić można następujące **rodzaje kontrakcji** (patrz rys. 23):

- **pełną**, gdy struga cieczy wpływającej do otworu doznaje kontrakcji ze wszystkich stron; może to być kontrakcja rzeczywista (położenie I), gdy $x > 3b$ i $y > 3a$ (wówczas $\mu = 0,60 \div 0,62$) lub tzw. kontrakcja nierzeczywista (położenie II), gdy x i y są większe od zera lecz mniejsze od poprzednich wartości. W tym drugim przypadku, wartość współczynnika zwiększa się; aby ją obliczyć można posłużyć się wzorami empirycznymi podanymi w literaturze;
- **niepełną** (położenie III), gdy otwór leży bezpośrednio przy którejś ze ścianek. Współczynnik kontrakcji, a zatem i współczynnik wypływu, jest w tym przypadku większy niż w poprzednich. Do obliczania współczynnika μ służyć mogą również wzory empiryczne.



Rys. 23

Rzeczywisty wydatek wypływu równy jest iloczynowi rzeczywistej prędkości u_1 i przewężonego przekroju strumienia A_1 :

$$Q = A_1 \cdot v_1 = A_1 \cdot \varphi \cdot \sqrt{2gH_0} = A \cdot \varepsilon \cdot \varphi \cdot \sqrt{2gH_0} \quad (\text{VII-5})$$

3.1.2. Współczynnik wydatku μ

Współczynnik ten zastępuje iloczyn:

$$\mu = \varepsilon \cdot \varphi \quad (\text{VII-6})$$

Wyraża on wartość stosunku objętości wypływu przez otwór cieczy rzeczywistej do objętości wypływu cieczy doskonałej.

$$\mu = \frac{Q}{Q_{\text{dosk}}} \quad (\text{VII-7})$$

Gdy zachodzi potrzeba, dla zwiększenia dokładności obliczeń należy posłużyć się specjalnymi tablicami zawierającymi współczynniki μ określone na podstawie doświadczenia. Dane te wskazują, że współczynnik μ maleje wraz ze wzrostem powierzchni otworu oraz wysokości ciśnienia w środku ciężkości otworu. Dla małych otworów w cienkiej ścianie można przyjmować średnie wartości współczynnika μ w granicach $0,60 \div 0,62$.

Wydatek małego otworu zatem wynosi:

$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gH_0} \quad (\text{VII-8})$$

3.2. Wydatek dużego otworu

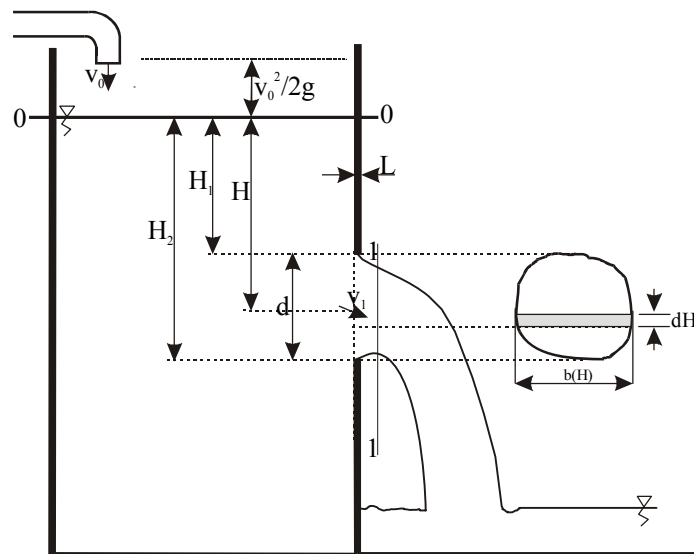
W tym przypadku prędkość zmienia się na powierzchni otworu. Aby obliczyć wydatek otworu, podzielono zatem przekrój wypływającego strumienia na takie poziome paski elementarne, by prędkość w każdym z nich móc traktować w przybliżeniu jako stałą.

Po zapisaniu równania Bernoulliego (analogicznie jak dla małego otworu) dla przekrojów 0-0 oraz 1-1 względem poziomu porównawczego przyjętego na głębokości wybranego paska otworu prędkość wypływu wynosi:

$$v_1 = \varphi \cdot \sqrt{2g \cdot \left(H + \frac{v_0^2}{2g} \right)}, \quad (\text{VII-9})$$

gdzie v_0 jest prędkością dopływu.

Powierzchnia elementarnego paska wynosi: $dA = b(H) \cdot dH$ (gdzie $b(H)$ jest szerokością otworu na głębokości H).



Rys. 24

Stąd elementarny wydatek:

$$dQ = dA \cdot v_1 = b(H) \cdot dH \cdot \varphi \cdot \sqrt{2g \cdot \left(H + \frac{v_0^2}{2g} \right)}. \quad (\text{VII-10})$$

Całkowity wydatek dużego otworu jest równy sumie wydatków elementarnych. Możemy go obliczyć poprzez całkowanie w granicach H_1 do H_2 (wzniesienie linii energii odpowiednio nad górną i dolną krawędzią otworu).

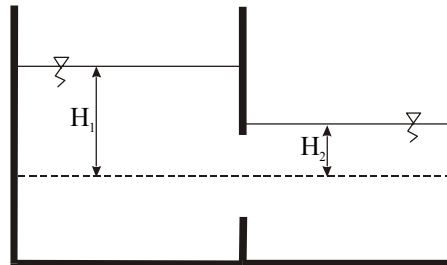
$$Q = \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot \int_{H_1}^{H_2} b(H) \cdot \sqrt{H + \frac{v_0^2}{2g}} dH \quad (\text{VII-11})$$

Uwaga: W praktyce wydatek dużych otworów oblicza się jak małych, uwzględniając jednak prędkość dopływu do otworu i korzystając z innych wartości współczynników

4. Ustalony, zatopiony wypływ przez otwory w pionowej ścianie

W tym przypadku traci sens podział na mały i duży otwór. Prędkość w obu przypadkach nie zależy od zagłębienia otworu pod zwierciadłem cieczy, lecz od różnicy poziomu zwierciadła wody, czyli:

$$Q = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2g \cdot (H_1 - H_2)} \quad (\text{VII-12})$$

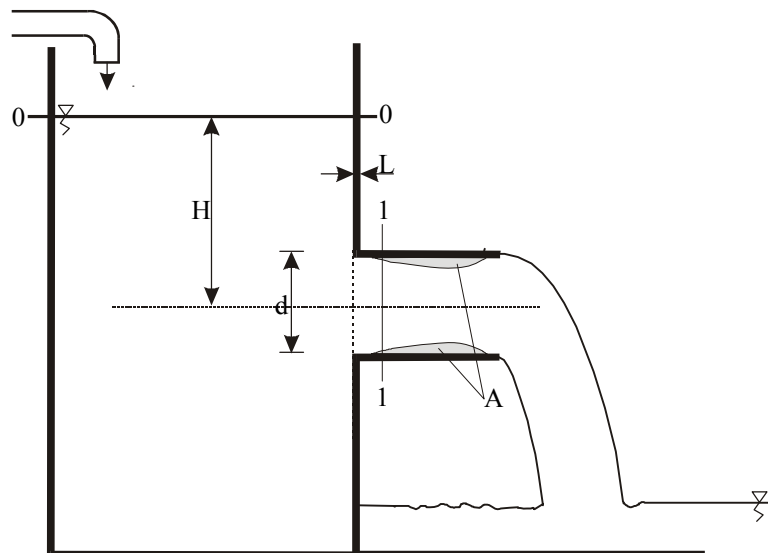


Rys. 25

5. Wypływ przez przystawki

Przystawką nazywa się krótką rurkę przymocowaną do otworu. Jest to de facto krótki rurociąg, przy obliczaniu którego należy uwzględnić jedynie lokalne straty ciśnienia. Jej długość powinna być $3 \div 6$ razy większa od jej wewnętrznej średnicy, aby nastąpił wypływ cieczy z przystawki pełnym przekrojem (by przystawka pracowała prawidłowo). Ograniczenie długości od dołu wynika z konieczności spełnienia warunku, by woda zdążyła wypełnić całkowicie przekrój przystawki, a od góry – gwarantuje, że straty na pokonanie oporów ruchu w przystawce nie przekroczą zysku wynikającego ze zwiększenia podciśnienia w strefie *A*.

Otwór w grubej ścianie może też być traktowany jako przystawka, o ile grubość ścianki spełnia warunek określający długość przystawki.



Rys. 26

Przystawki stosuje się z w celu zwiększenia wypływu przez otwór, co jest efektem dwóch zjawisk:

- w obszarze powstałym na skutek kontrakcji wywołanej wejściem strumienia do przystawki (obszar *A*) wytwarza się podciśnienie powodujące zasysanie wody ze zbiornika, a tym samym zwiększenie przepływu,
- z przystawki ciecz wypływa pełnym przekrojem (brak kontrakcji za przystawką), zatem: $\varepsilon_p = 1$, stąd $\mu_p = \varphi_p \cdot 1$, a wypływ $Q = \mu_p \cdot F \cdot \sqrt{2gH}$

Współczynnik prędkości uzależniony jest od współczynnika straty lokalnej na wlocie do przystawki. Przy wlocie o ostrych krawędziach współczynnik ten wynosi:

$$\varphi_p = \sqrt{\frac{1}{1 + \zeta_{wl}}} = \sqrt{\frac{1}{1 + 0,5}} = 0,82 \quad (\text{VII-13})$$

Współczynnik wypływu μ_p zatem: $\mu_p = \varphi_p \cdot 1 = 0,82$.

Przystawka zwiększa objętość przepływu w stosunku do jego wartości przy wypływie przez otwór cienkościenny o kilkanaście procent.

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia laboratoryjnego jest doświadczalne wyznaczenie kształtu strugi wypływającej z otworu, wartości współczynników μ i ε dla otworu i współczynnika μ_p dla otworu z przystawką oraz określenie podciśnienia w przystawce.

2. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat (pojęcia, definicje, wzory, rys. poglądowe) i przebieg doświadczenia.
2. Część I dotycząca *otworów*:
 - Dla zadanych przepływów Q_i wyznaczyć wartości współczynników: kontrakcji ε_i i wydatku otworu μ_i .
 - Narysować wykresy zależności $\mu_i = f(Q_i)$ i $\varepsilon_i = f(Q_i)$.
 - Obliczyć jego średnie całkowite ε_{sr} i μ_{sr} i nanieść ich wartości na wykresy.
3. Część II dotycząca *przystawki*:
 - Dla każdego przepływu pomierzyć wysokość podciśnienia w przystawce.
 - Dla zadanych przepływów Q_i wyznaczyć wartości współczynnika wydatku otworu μ_{pi} .
 - Narysować wykres zależności $\mu_{pi} = f(Q_i)$.
 - Obliczyć jego średnią całkowitą μ_{psr} i nanieść jej wartość na wykres.
4. Przedstawić wnioski końcowe.

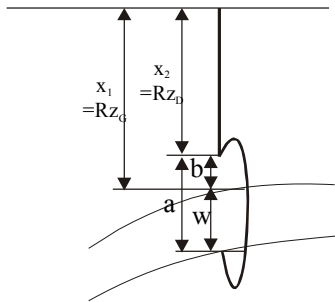
3. Opis przebiegu doświadczenia

1. Pomiary w przypadku otworu:
 - Określić wymiary otworu i ustalenie rzędnej środka otworu.
 - Odczytać „zero” wodowskazu (5) przelewu wytarowanego.
 - Otwierając zawór (6) ustalić dowolny, ale sięgający powyżej górnej krawędzi otworu poziom wody w korycie.
 - Po ustaleniu się zwierciadła wody w korycie, odczytać na wodowskazie przelewu (5) wysokość przelewającej się wody h_i , a następnie przy pomocy jego krzywej konsumpcyjnej określić rzeczywistą wartość przepływu Q_i .
 - Odczytać poziom wody w korycie za pomocą wodowskazu (3) i ustalić na tej podstawie głębokości H_i .
 - Pomierzyć wodowskazem 3a średnicę strugi w przekroju, w którym struga wypływająca z otworu ulega największemu zwężeniu.

Czynności te powtórzyć należy kilkakrotnie, dla różnych przepływów Q_i .

2. Następnie należy zamienić ściankę z otworem, na przystawkę i przeprowadzić takie same pomiary jak w przypadku otworu.

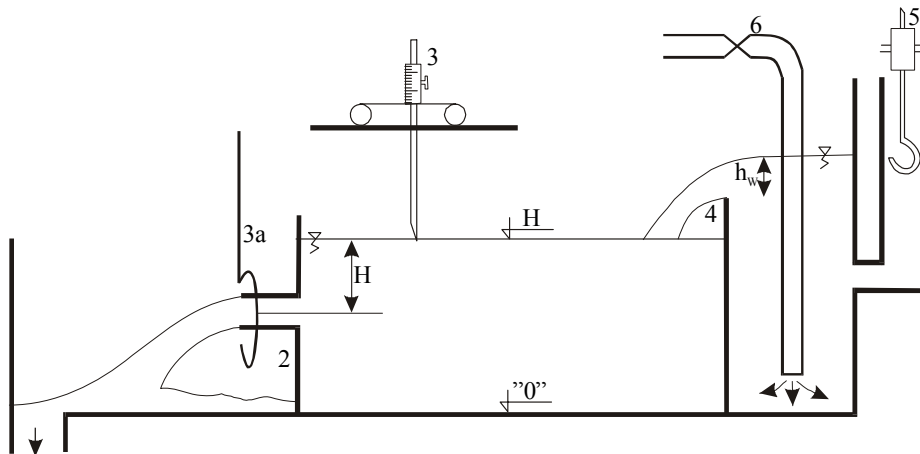
4. Schematy



Wodowskaz 3a

$$\left. \begin{aligned} a &= b + w \Rightarrow w = a - b \\ b &= RZ_G - RZ_D \end{aligned} \right\} w = a - (RZ_G - RZ_D)$$

Rys. 27. Wodowskaz 3a



Rys. 28

5. Dziennik pomiarów

5.1. Geometria

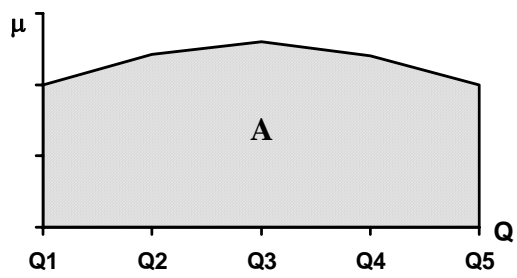
Średnica otworu	Wysokość dolnej krawędzi otworu nad kanałem	Grubość ścianki	Szerokość koryta	Rzędna dna koryta
d [cm]	h [cm]	L [cm]	B [cm]	z [cm]

5.2. Przepływy i głębokości i średnica pomniejszona o kontrakcję

Przepływy		Głębokości		Średnica skonstruktowana		
Wysokość na przelewie kontrolnym	Przepływ (z krzywej konsum.)	Rzędna zw. wody przed otworem	Głębokość	„Górna” rzędna strugi	„Dolna” rzędna strugi	Średnica
h_w [cm]	$Q = f(h_w)$ [m ³ /s]	H [cm]	$h_g = H - z$ [cm]	x [cm]	y [cm]	d [cm]

OTWÓR						
1						
2						
3						
PRYZYSTAWKA						
1						
2						
3						

6. Obliczenie średniej całkowej



$$\mu_{sr} = \frac{A}{Q_5 - Q_1}$$

7. Wnioski

Według uznania wykonującego ćwiczenie.

VIII. Nieustalony wypływ przez otwory. Czas opróżniania zbiornika

A. TEORIA

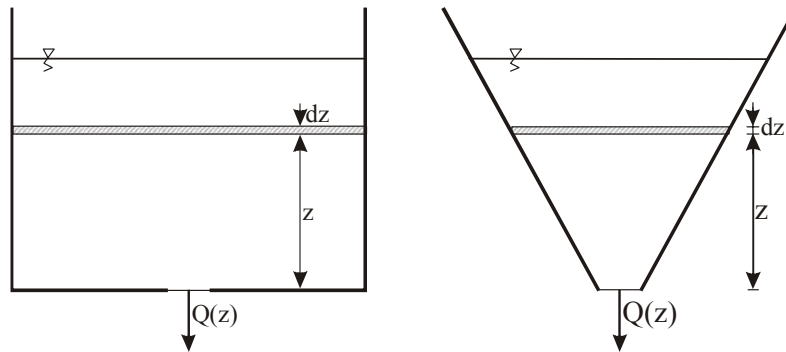
1. Czas opróżniania zbiornika

Rozpatrzmy przypadek zbiornika nie zasilanego z zewnątrz, z którego woda wypływa przez otwór umieszczony w dnie. Początkowe napełnienie wynosi H .

Zakładamy, że w nieskończenie małym czasie dt , objętość wypływu przez otwór $dV = dt \cdot Q(z)$ jest równa objętości warstewki wody o grubości dz i powierzchni $F_{zb}(z)$.

$$\text{Zatem: } dt \cdot Q(z) = dz \cdot F_{zb}(z), \quad (\text{VIII-1})$$

$$\text{czyli: } dt = \frac{F_{zb}(z)}{Q(z)} dz \quad (\text{VIII-2})$$



Rys. 29

Obliczenie czasu opróżniania zbiornika od początkowego poziomu napełnienia H do napełnienia H_1 po częściowym opróżnieniu, polega na obustronnym scałkowaniu tego równania, po odpowiednich zmiennych:

$$\int_0^T dt = \int_{H_1}^H \frac{F_{zb}(z)}{Q(z)} dz \quad (\text{VIII-3})$$

gdzie: $Q(z)$ – wydatek otworu określony na podstawie równania Bernoulliego,

opisującego wypływ przez dowolny (duży lub mały) otwór w ścianie lub dnie zbiornika $Q(z) = \mu \cdot F_{otw} \sqrt{2gz}$,

T – czas opróżniania zbiornika, odpowiadający obniżeniu się zwierciadła wody w zbiorniku od poziomu H do H_1 ,

$F_{zb}(z)$ – pole powierzchni przekroju poprzecznego zbiornika (zmiennie, przy zmiennym kształcie przekroju zbiornika),

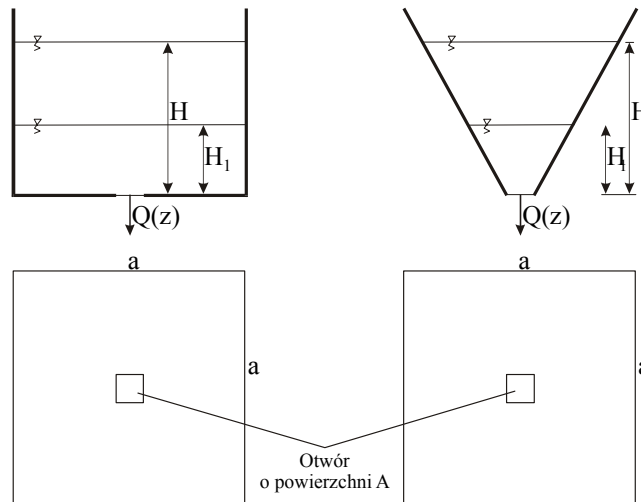
F_{otw} – pole przekroju otworu,

z – zmienna rzędna zwierciadła wody w zbiorniku,

μ – współczynnik wydatku (mniejszy od 1) uwzględniający straty energii mechanicznej przy przepływie (tarcie) oraz kontrakcję podczas wypływu z otworu.

Po podstawieniu formuła na czas T opróżniania zbiornika będzie miała postać:

$$T = \frac{1}{\mu \cdot F_{otw} \cdot \sqrt{2g}} \int_{H_1}^H \frac{F_{zb}(z)}{\sqrt{z}} dz \quad (\text{VIII-4})$$



Rys. 30

W szczególności dla **zbiornika prostopadłościennego**: $F_{zb}(z) = \text{const} = F_{zb}$ i wtedy:

$$T = \frac{F_{zb}}{\mu \cdot F_{otw} \cdot \sqrt{2g}} \int_{H_1}^H \frac{1}{\sqrt{z}} dz \Rightarrow T = \frac{2 \cdot F_{zb}}{\mu \cdot F_{otw} \cdot \sqrt{2g}} (\sqrt{H} - \sqrt{H_1}) \quad (\text{VIII-5})$$

natomiast czas całkowitego opróżnienia zbiornika będzie równy:

$$T_c = \frac{2 \cdot F_{zb} \cdot \sqrt{H}}{\mu \cdot F_{otw} \cdot \sqrt{2g}} \quad (\text{VIII-6})$$

Dla **zbiornika ostrosłupowego** o podstawie kwadratowej:

$$T = \frac{2}{5} \frac{c}{\mu \cdot F_{otw} \cdot \sqrt{2g}} (H^{5/2} - H_1^{5/2}) \quad (\text{VIII-7})$$

zaś czas całkowitego opróżnienia zbiornika:

$$T_c = \frac{2}{5} \frac{c \cdot H^{5/2}}{\mu \cdot F_{otw} \cdot \sqrt{2g}} \quad (\text{VIII-8})$$

gdzie $c = \frac{a^2}{H^2}$ jest stałą dla danego zbiornika.

Wniosek: Nieustalony wypływ przez otwory charakteryzuje się malejącą wartością objętości wypływu w czasie spowodowaną obniżającym się poziomem zwierciadła wody w zbiorniku nie zasilanym z zewnątrz (malejące ciśnienie). Wynika z tego, że ta sama, cząstkowa objętość cieczy z opróżnianego zbiornika wypływa w coraz dłuższym czasie.

2. Określenie zależności $V(t)$ z wykorzystaniem metody najmniejszych kwadratów

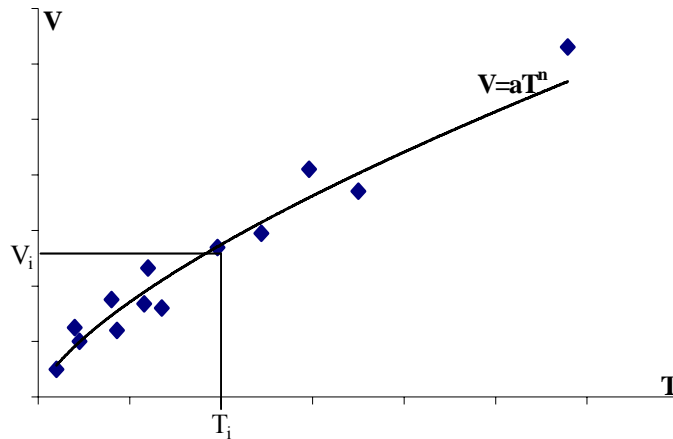
Z pomiarów wykonanych w trakcie opisanego doświadczenia uzyskuje się zbiór par liczb (V_i), gdzie T_i oznacza czas całkowitego opróżnienia zbiornika wypełnionego wodą. Zastosowana metoda ma na celu wyznaczenie równania krzywej najlepiej oddającej przebieg punktów pomiarowych.

W metodzie zakłada się, że szukane równanie krzywej $V(T)$ ma postać paraboliczną:

$$V(T) = a \cdot T^n, \quad (\text{VIII-9})$$

gdzie: T – czas, zmienna niezależna,
 V – objętość, funkcja T i współczynników a i n .

Szukane zatem są wartości współczynników: 'd' i 'n'.



Rys. 31

Jako kryterium doboru wartości tych współczynników 'd' i 'n' przyjmuje się, że suma kwadratów odchyłeń pomiędzy wartościami pomierzonymi V_i a wartościami odczytanymi z krzywej wyrównanej powinna być minimalna. Krzywa wyrównana przebiegać ma zatem w ten sposób, aby suma odległości punktów uzyskanych z pomiarów od niej osiągnęła wartość najmniejszą (minimalną). Kwadraty odchyłeń wprowadza się po to, aby uniknąć znoszenia się przy sumowaniu odchyłek ze znakami przeciwnymi. Ponieważ metoda ma zastosowanie do funkcji liniowych, konieczne jest więc zlinearyzowanie powyższego równania przez jego obustronne zlogarytmowanie.

$$\log V_i = \log a + n \cdot \log T_i \quad (\text{VIII-10})$$

Suma kwadratów odchyłeń wynosi:

$$\sum_{i=1}^k [\log V_i - (\log a + n \cdot \log T_i)]^2 = f = \min, \quad (\text{VIII-11})$$

gdzie k jest liczbą pomiarów.

Funkcja 'f' osiągnie minimum, gdy jej pochodne względem zmiennych $\log a$ oraz n będą równe 0:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial (\log a)} = 2 \sum_{i=1}^k [\log V_i - (\log a + n \log T_i)] \cdot (-1) = 0 \\ \frac{\partial f}{\partial n} = 2 \sum_{i=1}^k [\log V_i - (\log a + n \log T_i)] \cdot (-\log T_i) = 0 \end{cases} \quad (\text{VIII-12})$$

Po przekształceniu powyższy układ przyjmuje postać:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^k \log V_i - k \cdot \log a - n \cdot \sum_{i=1}^k \log T_i = 0 \\ \sum_{i=1}^k (\log V_i \cdot \log T_i) - \log a \cdot \sum_{i=1}^k \log T_i - n \cdot \sum_{i=1}^k (\log T_i)^2 = 0 \end{cases} \quad (\text{VIII-13})$$

Przyjmując oznaczenia:

$$A = \sum_{i=1}^k \log V_i \quad B = \sum_{i=1}^k \log T_i \quad C = \sum_{i=1}^k (\log T_i \cdot \log V_i) \quad D = \sum_{i=1}^k (\log T_i)^2$$

układ (VII.13) można zapisać w następującej postaci:

$$\begin{cases} A - k \log a - B \cdot n = 0 \\ C - B \log a - D \cdot n = 0 \end{cases} \quad (\text{VIII-14})$$

Z powyższego układu wyliczamy poszukiwane wartości współczynników 'd' i 'n', a tym samym znajdujemy równanie poszukiwanej krzywej $V(T)$.

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1. Cel doświadczenia

Celem ćwiczenia jest doświadczalne wyznaczenie krzywej zależności czasu opróżniania zbiornika od objętości wody w nim zawartej.

2. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat i przebieg doświadczenia.
2. Pomierzone wartości czasu i objętości zestawić w tabeli.
3. Wykreślić krzywą doświadczalną, czyli zależność czasu opróżnienia zbiornika T_i od objętości zawartej wody V_i .
4. Wyznaczyć współczynniki 'a' i 'n' układu równań metody najmniejszych kwadratów.
5. Wykreślić krzywą określoną przy pomocy metody najmniejszych kwadratów.
6. Bazując na wzorze określającym czas całkowitego opróżniania zbiornika, obliczyć wartość współczynnika wydatku otworu μ .
7. Przedstawić wnioski końcowe.

3. Opis przebiegu doświadczenia

1. Wypełnienie zbiornika wodą oraz zmierzenie powierzchni F_{zb} .
2. Określenie początkowej rzędnej zwierciadła wody w zbiorniku.
3. Dokonanie pomiaru czasu opróżniania kolejnych warstw wody (np. co 2 cm) za pomocą wodowskazu szpilkowego lub skali umieszczonej na zbiorniku.

4. Dziennik pomiarów

Powierzchnia otworu $F_{otw} = \dots\dots\dots$ [cm²]

Początkowe napełnienie zbiornika $H = \dots\dots\dots$ [cm²]

	1	2	...	1 7
Rzędna H_i [cm]				
Czas T_i [s]	0			

5. Wykres

Wykres powinien zawierać:

- przyjęty układ współrzędnych (osie V i T , podziałka, opis, wymiar),
- punkty z pomiaru (V_i , T_i),
- ciągłą krzywą wyrównaną, której równanie wyznaczono przy pomocy metody najmniejszych kwadratów.
- tytuł, legendę.

6. Wnioski

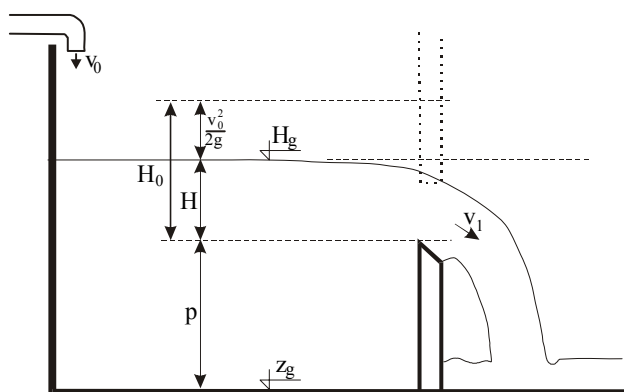
Według uznania wykonującego ćwiczenie.

IX. Ustalony wypływ przez przelewy

A. TEORIA

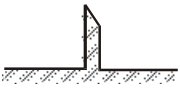
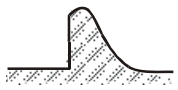
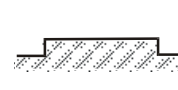
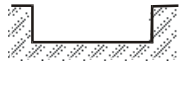
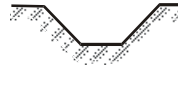

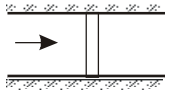
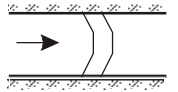
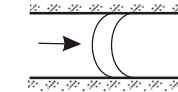
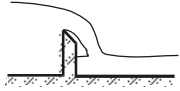
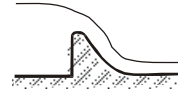
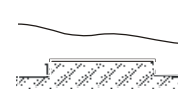
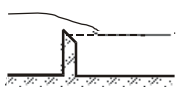
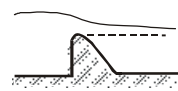
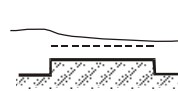
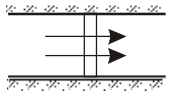
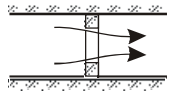
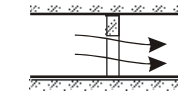
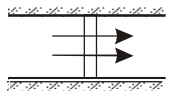
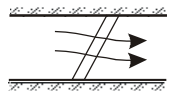
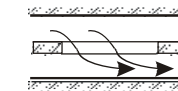
1. Klasyfikacja przelewów

Przelew to część przegrody ustawionej na drodze płynącego strumienia w celu jego spiętrzenia, przeprowadzająca równocześnie wodę ze *stanowiska górnego do dolnego*. Górną krawędź tej przegrody nazywamy **koroną przelewu**, a jej odległość od dna – **wysokością przelewu**.



Rys. 32

W poniższej tabeli przedstawiono klasyfikację przelewów

Rodzaje przelewów			Uwagi	
Przekrój budowli	 ostra krawędź	 kształt praktyczny	 szeroka korona	*
Kształt wycięcia				Klasyfikacja ta dotyczy tylko przelewów w cienkiej ścianie
Kształt w planie	 prosty	 rozwinięty		Najczęściej stosuje się przelew prostopadły do strumienia wody.
Zatopienie przelewu				Przelew niezatopiony – położenie zwierciadła wody dolnej nie ma wpływu na wydatek
				
Dławienie boczne	 bez dławienia	 z dławieniem		
Kierunek przepływu	 prosty	 ukośny	 boczny	

* Pojęcia podstawowe:

- **ostra krawędź** – cienka ścianka – grubość ścianki nie wpływa na kształt przelewającej się strugi,
- **kształt praktyczny** – krzywizna powierzchni splotu powinna odpowiadać naturalnemu kształtowi dolnej warstwy splotującego strumienia,
- **o szerokiej koronie** – strugi wody na progu są praktycznie równoległe.

2. Wydatek przelewu

Z hydraulicznego punktu widzenia, przelewy stanowią szczególny przypadek dużego, niezatopionego otworu, pozbawionego górnej części ścianki ($H_1 = 0$).

Wydatek dużego otworu (patrz opis do ćwiczenia IX):

$$Q = \mu \cdot \sqrt{2g} \cdot \int_{H_1}^{H_2} b(H) \cdot \sqrt{H + \frac{v_0^2}{2g}} dH,$$

gdzie: $b(H)$ – szerokość otworu na głębokości H ,

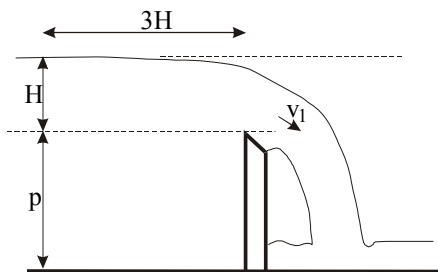
H_1, H_2 – wzniesienie linii energii odpowiednio nad górną i dolną krawędzią otworu.

Wydatek przelewu o kształcie prostokątnym ($b = \text{const}, H_1 = 0$):

$$Q = m \cdot b \cdot \sqrt{2g} \cdot H_0^{3/2}, \quad (\text{IX-1})$$

gdzie: $m = \frac{2}{3} \mu$

Uwaga: głębokość wody na przelewie H powinna być mierzona w odległości co najmniej $3H$ przed przelewem, by wyeliminować błąd pomiaru wynikający ze zjawiska zakrzywiania się zwierciadła wody nad konstrukcją – krzywa depresji.



Rys. 33

3. Tarowanie przelewu

Jest to doświadczalne wyznaczenie zależności objętości przepływającej wody od jej głębokości na przelewie. Wynikiem tej czynności jest więc ustalenie krzywej konsumpcyjnej przelewu $Q = f(H)$.

B. OPIS PRZEBIEGU DOŚWIADCZENIA

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest wytarowanie przelewu, czyli ustalenie jego krzywej konsumpcyjnej $Q = f(H)$. Ćwiczenie sprowadza się zatem do doświadczalnego wyznaczenia wartości współczynnika m .

2. Przebieg doświadczenia

1. Zdjęcie wymiarów tarowanego przelewu.
2. Odczytanie „zera” wodowskazu przelewu kontrolnego z_w i rzędnej dna przed przelewem z_g .
3. Ustalenie dowolnego przepływu Q w korycie pomiarowym.

4. Po ustaleniu się poziomu w korycie:

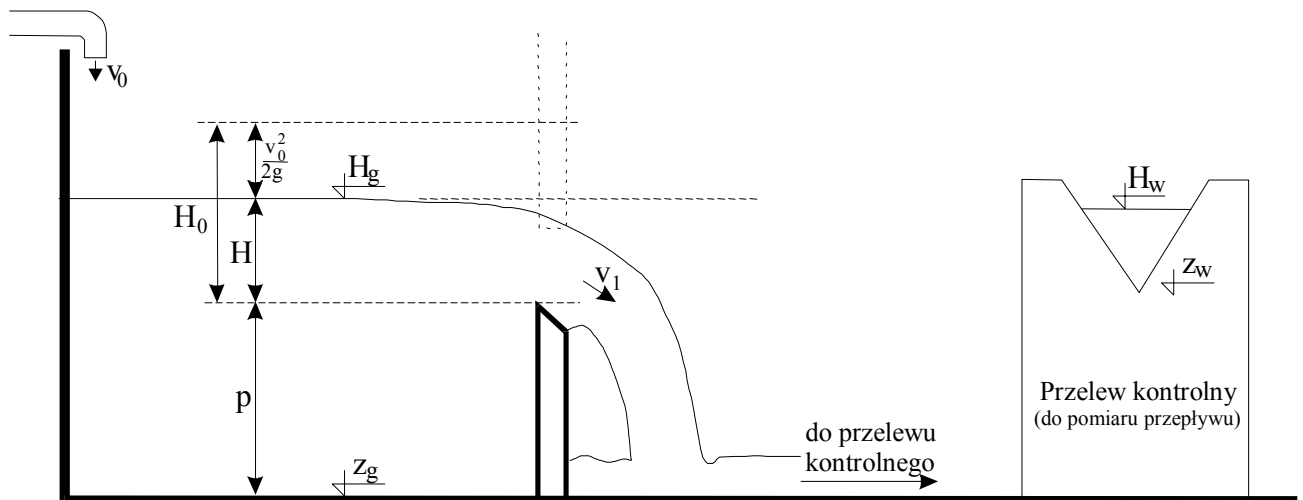
- ❖ za pomocą wodowskazu szpilkowego pomierzenie grubości warstwy przelewającej się wody na przelewie wytarowanym,
- ❖ odczytanie rzeczywistej wartości przepływu z krzywej konsumcyjnej,
- ❖ pomiarzenie wysokości warstwy wody w odległości co najmniej $3H$ od przelewu.

Powyższe czynności należy powtórzyć 4-6 razy dla różnych przepływów.

3. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat i przebieg doświadczenia.
2. Dla każdego z ustalonych przepływów, obliczyć wartość współczynnika wydatku m i obliczyć jego średnią całkową.
3. Przyjmując tak obliczony współczynnik charakteryzujący przelew, wyznaczyć krzywą konsumcyjną badanego przelewu.
4. Narysować wykresy zależności $Q(H)$ – doświadczalną i z obliczeń.
5. Przedstawić wnioski końcowe.

4. Schemat



Rys. 35

5. Dziennik pomiarów

5.1. Geometria

Szerokość przelewu b [cm]	Wysokość przelewu p [cm]	Rzędna dna koryta z_g [cm]	Rzędna zera przelewu kontrolowanego z_w [cm]

5.2. Przepływy i głębokości

Pomiar	Przepływy			Głębokości na przelewie	
	Stan	Wysokość	Przepływ (z krzywej konsumcyjnej)	Stan przed przelewem	Głębokość przed przelewem
	H_w [cm]	$h_w = H_w - z_w$ [cm]	$Q = f(h_w)$ [m ³ /s]	H_g [cm]	$H = H_g - z_g$ [cm]
1					
2					
3					
4					
5					

6. Wykres

Wykres powinien zawierać:

- 1) przyjęty układ współrzędnych (osie Q i H , podziałka, opis, wymiar), tytuł, legendę,
- 2) pomierzone punkty empiryczne $Q_i(H_i)$,
- 3) krzywą teoretyczną $Q(H)$ (linia ciągła).

7. Wnioski

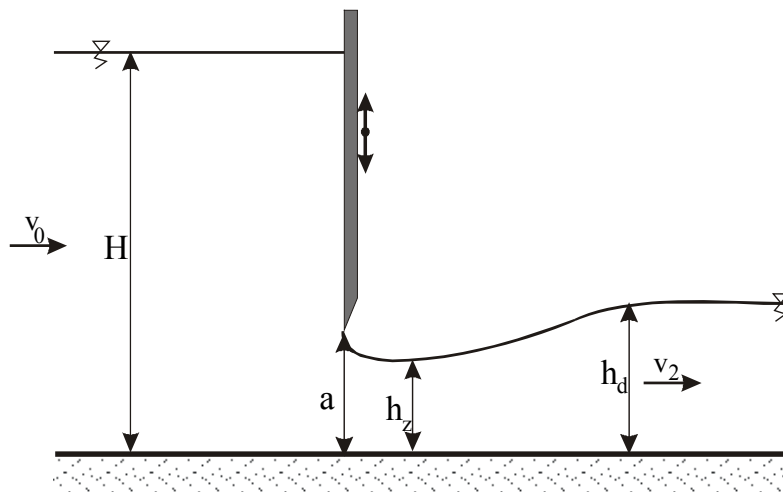
Według uznania wykonującego ćwiczenie.

X. Niezatopiony wypływ spod zasuwy. Odskok hydrauliczny

A. TEORIA

1. Niezatopiony wypływ spod zasuwy

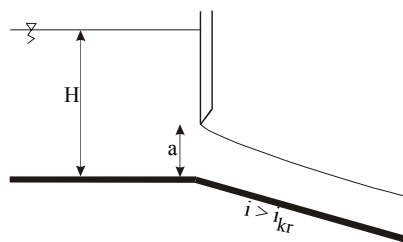
Pod względem hydraulicznym wypływ spod zasuwy może być traktowany jak wypływ z małego lub dużego otworu, a ze względu na warunki w jakich odbywa się ten wypływ, może być zatopiony lub niezatopiony.



Rys. 36

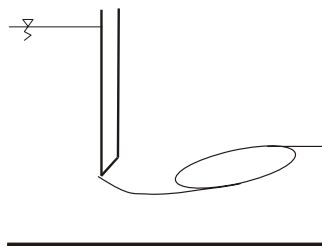
Wypływ niezatopiony – wypływ, którego wielkość nie zależy od położenia zwierciadła wody dolnej. Ma on miejsce w dwóch przypadkach:

- jeśli spadek dna koryta odpływowego jest większy od krytycznego,



Rys. 37

- jeśli przejście z ruchu podkrytycznego w nadkrytyczny odbywa się przez niezatopiony odskok Bidone'a.



Rys. 38

Z równania Bernoulliego wynika, że prędkość w przekroju o największej kontrakcji za zasuwą wynosi:

$$v = \varphi \sqrt{2g(H_0 - h_c)} \quad (\text{X-1})$$

gdzie: $h_c = \varepsilon \cdot a$,

- h_c – głębokość w przekroju skonstruktowanym,
- ε – współczynnik kontrakcji pionowej
(w obliczeniach przybliżonych można przyjmować $\varepsilon = 0,064$)
- a – wysokość podniesienia zasuw,
- φ – współczynnik prędkości, który dla przypadku wypływu spod zasuw bez progu przyjmuje wartości z przedziału $0,97 \div 0,97$.

$$H_0 = H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}, \text{ gdzie } v_0 \text{ oznacza prędkość dopływu wody.} \quad (\text{X-2})$$

Objętość wypływu spod zasuw wyraża formuła:

$$Q = \varphi \cdot \varepsilon \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon \cdot a)} \quad (\text{X-3})$$

gdzie b jest rozpiętością (światło) zasuw.

Wzór ten można zapisać w postaci:

$$Q = \mu \cdot a \cdot b \cdot \sqrt{2g(H_0 - \varepsilon \cdot a)}, \quad (\text{X-4})$$

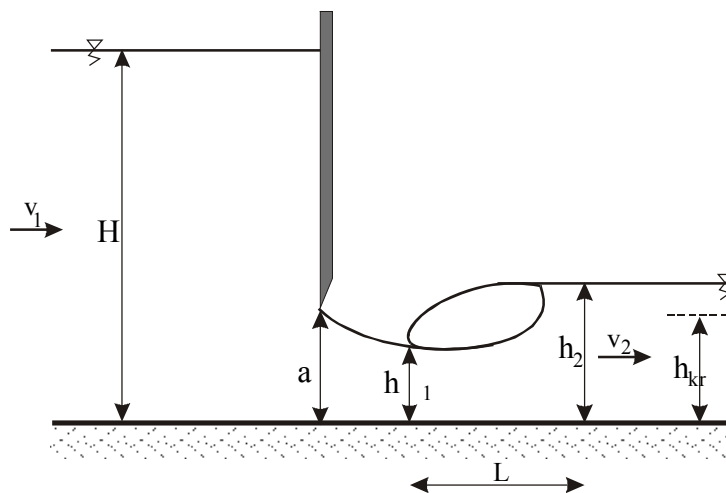
dla $\mu = \varepsilon \cdot \varphi$ (μ – współczynnik wypływu).

2. Odskok Bidone'a

Odskok hydrauliczny (Bidone'a) jest formą przejścia przepływu z ruchu rwącego (podkrytycznego) w spokojny (nadkrytyczny). Zjawisku odskoku towarzyszy znaczna strata energii, przy czym wielkość tej straty jest tym większa, im większa jest wysokość odskoku. Miarę wysokości odskoku stanowi stosunek skrajnych głębokości ograniczających odskok:

$$t = \frac{h_2}{h_1}, \quad (\text{X-5})$$

- gdzie: h_1 – **pierwsza głębokość sprzężona**
głębokość w ruchu rwącym, od której następuje gwałtowne przejście (odskok) w ruch nadkrytyczny,
- h_2 – **druga głębokość sprzężona**
maksymalna głębokość ograniczająca odskok w ruchu spokojnym.



Rys. 39

Głębokości te są ze sobą powiązane **funkcją odskoku**, postaci:

$$A(h) = \frac{h^2}{2} + \frac{\beta q^2}{gh} \quad (\text{X-6})$$

gdzie: h – głębokość h_1 lub h_2 ,
 $q = Q/B$ – przepływ na jednostkę szerokości koryta,
 B – stała szerokość koryta,
 β – współczynnik uwzględniający nierównomierność rzeczywistego rozkładu prędkości.

Funkcja odskoku osiąga minimum dla głębokości krytycznej, a dla głębokości sprzężonych przyjmuje jednakowe wartości:

$$A(h_1) = A(h_2) \quad (\text{X-7})$$

Z równości tej wynika zależność między głębokościami sprzężonymi:

$$h_2 = \frac{h_1}{2} \left[\sqrt{1 + \frac{8q^2}{gh_1^3}} - 1 \right] \quad (\text{X-8})$$

Stratę energii mechanicznej w odskoku określa formuła:

$$\Delta E = \left(h_1 + \frac{\alpha v_1^2}{2g} \right) - \left(h_2 + \frac{\alpha v_2^2}{2g} \right) \quad (\text{X-9})$$

gdzie u_1, u_2 są prędkościami w przekrojach o głębokościach h_1 i h_2 .

3. Długość odskoku

Odkok posiada pewną długość L , którą określają liczne formuły empiryczne, np.:

- wzór Wóycickiego $L = \left(8 - 0,5 \frac{h_2}{h_1} \right) (h_2 - h_1)$
- wzór Pawłowskiego $L = 2,5(1,9h_2 - h_1)$
- wzór Czertousowa $L = 10,3h_1 \left(\sqrt{Fr_1} - 1 \right)^{0,81}$

gdzie: $Fr_1 = \frac{\alpha v_1^2}{gh_1^3}$ (liczba Frouda) (X-10)

We wszystkich powyższych wzorach głębokości h_1 i h_2 należy podawać w [m]. Długość odskoku także otrzymuje się w [m].

Lokalizacja odskoku zależy od relacji między głębokością normalną h_n w korycie odpływowym (za odskokiem), czyli w obszarze ruchu nadkrytycznego, a drugą głębokością sprzężoną h_2 .

I tak, jeśli:

- $h_n < h_2$ – odskok jest odsunięty od najmniejszej głębokości w ruchu podkrytycznym do przekroju, w którym zwiększona głębokość h_1 sprzęga się z głębokością normalną h_n ;
- $h_n = h_2$ – odskok jest ustabilizowany w danym przekroju (nieruchomy);
- $h_n > h_2$ – odskok jest zatopiony (przykryty wodą w odpływie).

B. OPIS PRZEBIEGU DOŚWIADCZENIA

1. Cel ćwiczenia

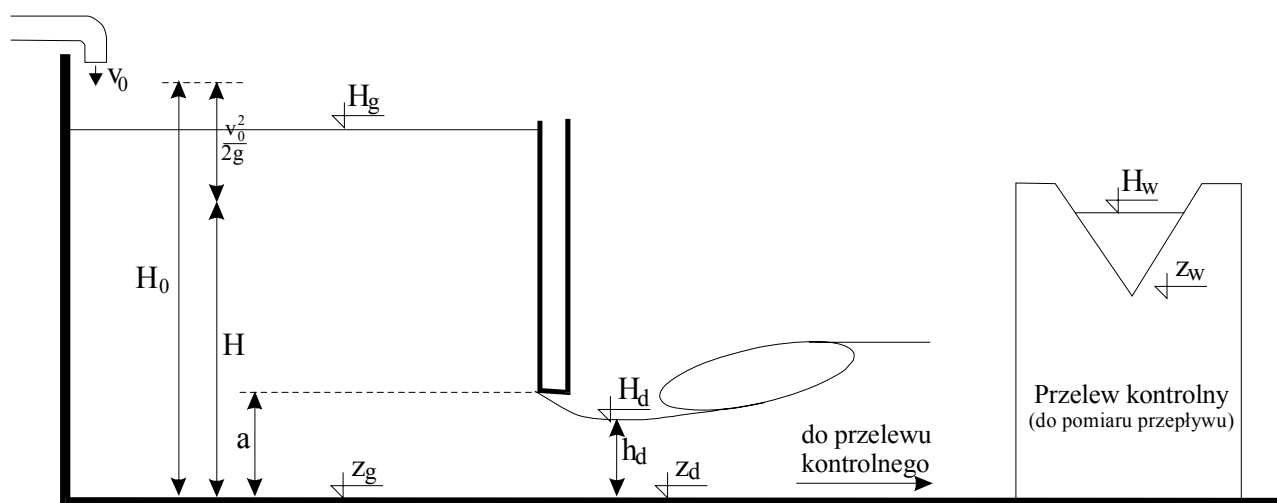
Celem ćwiczenia jest wyznaczenie wartości współczynnika wypływu spod zasuw μ , obserwacja odskoku Bidone'a, a także określenie wielkości charakteryzujących odskok na podstawie pomiarów i drogą teoretyczną.

2. Przebieg doświadczenia

1. Odczytanie „zera” wodowskazu przelewu kontrolnego z_w .
2. Pomiarzenie rzędnej dna przed zasuwą z_g i za zasuwą z_d .
3. Ustalenie dowolnego przepływu Q w korycie pomiarowym.
4. Po ustaleniu się poziomu w korycie:
 - ❖ za pomocą wodowskazu szpilkowego pomiarzenie grubości warstwy przelewającej się wody na przelewie wytarowanym,
 - ❖ odczytanie rzeczywistej wartości przepływu z krzywej konsumcyjnej.
5. Podniesie zasuwę na wysokość „ a ”.
6. Pomiarzenie wysokości warstwy wody przed zasuwą w celu wyznaczenia wysokości „ H ”.
7. Pomiarzenie głębokości h_d w przekroju skontraktowanym za pomocą wodowskazu szpilkowego.

Przy danym podniesieniu zasuwę czynności 4–7 powtórzyć kilkakrotnie. Doświadczenie powinno się wykonać dla kilku wysokości podniesienia zasuwę.

3. Schemat



Rys. 40

4. Zakres ćwiczenia

1. Opisać krótko temat (pojęcia, definicje, wzory, rys. poglądowe) i przebieg doświadczenia.
2. Obliczyć współczynnik μ_i dla danego przepływu i danego podniesienia zasuwę, przyjmując $H_0 = H$.
3. Wykreślić zależność $\mu_i = f(H/a)$.
4. Na tym samym wykresie narysować krzywą $\mu = f(H/a)$ otrzymaną przez wyrównanie poprzednio naniesionych punktów metodą najmniejszych kwadratów.
5. Przedstawić wnioski końcowe.

5. Opis przebiegu doświadczenia

1. Pomiar rzędnej dna koryta przed i za zasuwą za pomocą ruchomego wodowskazu (5); pomiar szerokości koryta B ; określenie „0” wodowskazu (4);
2. Otwarcie zasuwy na dowolną wysokość „ a ”.
3. Ustalenie przepływu Q w korycie przez otwarcie zaworu na rurociągu doprowadzającym wodę (6) oraz określenie wielkości przepływu z krzywej konsumcyjnej przelewu (3) (na podstawie pomierzonej za pomocą wodowskazu (4) głębokości „ h ”).
4. Ustalenie odskoku w pewnym położeniu przez odpowiednie ustawienie zasuwy (8).
5. Pomiar za pomocą wodowskazu (5):
 - poziomu wody w korycie przed zasuwą w celu określenia głębokości H ,
 - poziomu wody za zasuwą w przekroju przewężonym, w celu określenia głębokości $h_1 = h_a$,
 - poziomu wody za odskokiem (w odpływie) w celu określenia wielkości $h_2 = h_n$.
6. Pomiar długości odskoku

Uwaga: Czynności 2÷5 należy powtórzyć kilkakrotnie dla różnych wartości przepływów w korycie Q i wysokości podniesienia zasuwy a .

6. Dziennik pomiarów

Lp.	Wysokość podniesienia zasuwy a [cm]	Poziom wody za zasuwą, w przekroju skonstruktowanym h_1 [cm]	Poziom wody za odskokiem h [cm]	Przepływ Q [l/s]	Poziom wody w korycie H [cm]	Uwagi
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						

7. Wnioski

Według uznania wykonującego ćwiczenie.

XI. Wyznaczenie współczynnika filtracji gruntu

A. TEORIA

1. Pojęcia podstawowe

Filtracja – przepływ cieczy w materiale porowatym (najczęściej w gruncie).

Współczynnik porowatości n – względna objętość porów (V_p) w całej objętości ośrodka porowatego (V), zwykle podawana w [%]: $n = V_p/V$.

Prędkość filtracji u_f – zastępcza (fikcyjna) prędkość, z jaką poruszałaby się ciecz całym przekrojem warstwy filtracyjnej A , a nie tylko wolnymi przestrzeniami między ziarnami: $u_f = Q/A$, gdzie Q – przepływ.

Rzeczywista prędkość filtracji u_r – średnia prędkość cieczy w porach ośrodka: $u_r = Q/A_p$ (A_p – powierzchnia przekroju porów). Przyjmując, że $A_p = A \cdot n$, otrzymuje się zależność: $u_r = u_f/n$.

2. Prawo Darcy'ego

Straty hydrauliczne w procesie filtracji są proporcjonalne do prędkości, co jest zgodne z laminarnym charakterem ruchu.

Zależność ta nosi nazwę „prawa Darcy'ego”:

$$v = k \cdot J = k \cdot \frac{\Delta H}{L} \quad (\text{XI-1})$$

gdzie: k – współczynnik filtracji,
 $J = \Delta H/L$ – spadek hydrauliczny,
 L – długość drogi filtracji,
 $\Delta H = H_1 - H_2$ – wysokość strat hydraulicznych na odcinku L .

Wzór jest prawdziwy w przypadku ruchu laminarnego, co oznacza ograniczenie liczby Reynoldsa dla przepływu gruntowego:

$$Re = \frac{v_r \cdot d_p}{\nu} = \frac{2 \cdot d_m \cdot v}{3 \cdot \nu \cdot (1-n)} \leq 10, \quad (\text{XI-2})$$

gdzie: $d_p = \frac{2}{3} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot d_m$ – przeciętna średnica porów;
 d_m – miarodajna średnica ziarn gruntu sypkiego.

Niska wartość graniczna wynika ze skomplikowanej geometrii porów.

3. Współczynnik filtracji

Współczynnik filtracji jest to stała dla danego ośrodka, liczbowo równa wartości cieczy wartość ilorazu prędkości przepływu i spadku hydraulicznego:

$$k = \frac{v}{J}, \quad [k] = [v] = [\text{m s}^{-1}]. \quad (\text{XI-3})$$

Współczynnik ten opisuje fizyczne własności ośrodka porowatego i filtrującej przezeń cieczy. Jego wartość zależy zatem od szeregu parametrów:

$$k_t = C_1 \cdot f(d_m, m, \nu, \gamma), \quad (\text{XI-4})$$

gdzie: k_t – współczynnik filtracji w temperaturze t ,

- C_1 – stała,
- d_m – średnica miarodajna ziarn warstwy filtracyjnej,
- m – porowatość warstwy,
- ν – kinematyczny współczynnik lepkości filtrującej cieczy,
- γ – ciężar właściwy cieczy.

Współczynnik wodoprzepuszczalności jest to współczynnik filtracji wody, podawany dla temperatury $T = 10^\circ\text{C}$:

$$k_{10} = k(T=10^\circ\text{C}) = \frac{k(T)}{0,7 + 0,03 \cdot T} \quad (\text{XI-5})$$

Współczynnik przepuszczalności κ [m^2] jest to stały dla danego ośrodka porowatego (gruntu) iloraz:

$$\kappa = \frac{k \cdot \nu}{g} \quad (\text{XI-6})$$

Oznacza to, że współczynnik filtracji zależy od własności gruntu κ i lepkości cieczy ν , która z kolei jest funkcją temperatury T (porównaj k_{10}) $k = \kappa \cdot g / \nu$.

Zmienność współczynnika wodoprzepuszczalności.

Dla gruntów przepuszczalnych współczynnik k może być zróżnicowany w przestrzeni i przyjmuje wartość od około 100 (żwir) do 5 (drobne piaski) [m/d] ($10^{-3} \div 5 \times 10^{-5}$ [m/s]).

Grunt niejednorodny to taki, którego wodoprzepuszczalność jest zróżnicowana i zależy od miejsca pobrania próbki gruntu.

Grunt anizotropowy to taki, którego wodoprzepuszczalność zależy od kierunku przepływu (w przeciwnym wypadku grunt jest *izotropowy*).

4. Metody wyznaczania wodoprzepuszczalności gruntu

Wyznaczenie na podstawie wzorów polega na wykorzystaniu zależności pomiędzy wodoprzepuszczalnością gruntu, a jego własnościami (skład granulometryczny, porowatość, kształt ziarn itp.) Są to zwykle wzory empiryczne lub sprawdzone empirycznie wzory teoretyczne.

Metody laboratoryjne polegają na obliczeniu k z prawa Darcy'ego poprzez pomiar w kolumnie filtracyjnej (rys. 40) prędkości filtracji i spadku hydraulicznego w próbce gruntu. Uwaga: tego typu badania dla potrzeb budownictwa wykonywane są w odpowiednim aparacie normowym.

Metody infiltracyjne (stosowane w badaniach polowych) wykorzystują fakt, iż prędkość infiltracji wody w grunt nienasycony jest zbliżona do jego wodoprzepuszczalności k .

Próbne pompowania (lub zalewania) studni polegają na obliczeniu k z hydraulicznego wzoru na dopływ wody do studni poprzez pomiar wydatku i kształtu zwierciadła piezometrycznego w jej otoczeniu.

B. OPIS ĆWICZENIA LABORATORYJNEGO

1. Cel ćwiczenia

Celem ćwiczenia laboratoryjnego jest wyznaczenie współczynnika wodoprzepuszczalności próbki gruntu metodą laboratoryjną przy użyciu kolumny filtracyjnej.

2. Zakres ćwiczenia

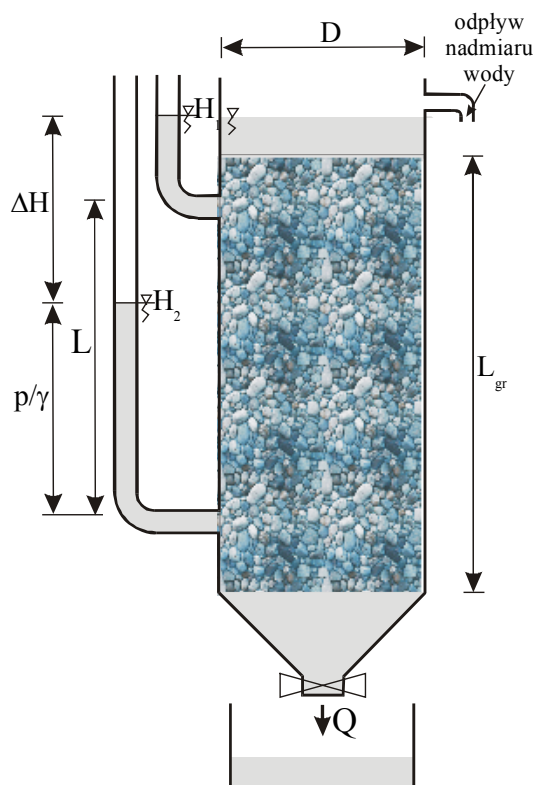
1. Opisać krótko temat (pojęcia, definicje, wzory, rys. poglądowe) i przebieg doświadczenia.
2. Dla danych przepływów obliczyć współczynniki wodoprzepuszczalności.
3. Narysować wykres $k(\nu)$.

- Obliczyć średnią całkową z tych współczynników.
- Przedstawić wnioski końcowe.

3. Opis przebiegu doświadczenia

- Wyznaczyć wymiary (D , L , L_{gr} , m , d).
- Doprowadzić wodę do cylindra, w którym znajduje się próbka gruntu i ustalić przepływ wody przez tę próbkę (otwarcie dolnego zaworu).
- Pomierzyć temperaturę wody.
- Wydatek pomierzyć metodą wolumetryczną poprzez trzykrotny pomiar menzurką objętości V i czasu t stoperem.
- Po ustabilizowaniu się stanów H_i w piezometrach pomierzyć je ruchomą przykładnicą na skali bocznej w [cm].

Pomiary 4 i 5 powtórzyć dla 3 różnych objętości przepływu.



Rys. 41. Kolumna filtracyjna

4. DZIENNIK POMIARÓW

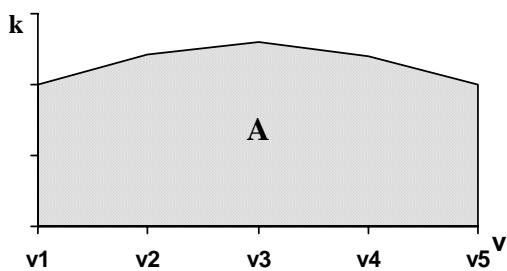
4.1. Pomiar geometrii i temperatury

Wewnętrzna średnica kolumny D [cm]	Odległość między piezometrami L [cm]	Ilość piezometrów m	Przeciętna średnica ziarn w próbce d [cm]	Temperatura wody T [°C]

4.2. Pomiar przepływu

PRZEPŁYW					PIEZOMETRY	
Lp.	V [ml]	t [s]	Q_i [ml/s]	Q_{sr} [ml/s]	Lp.	H_j [cm]
1					1	
					2	
					3	
					4	
					5	
					6	
					7	
2					1	
					2	
					3	
					4	
					5	
					6	
					7	
3					1	
					2	
					3	
					4	
					5	
					6	
					7	

5. Obliczenie średniej całkowej (jak w ćwiczeniu nr VII)



$$k_{sr} = \frac{A}{v_5 - v_1}$$

6. Wykres

Wykres zależności wodoprzepuszczalności od prędkości filtracji $k(v)$ powinien zawierać:

- 1) przyjęty układ współrzędnych (osie k i v , podziałka, opis, wymiar), tytuł, legendę,
- 2) pomierzone punkty pomiarowe k_i z pomiarów, poziom średniej całkowej.

7. Wnioski

Według uznania wykonującego ćwiczenie.

Literatura

- [1] E. Czetwertyński, B. Utrysko, *Hydraulika i hydromechanika*, PWN, 1969.
- [2] Z. Gręplowska i inni, *Ćwiczenia laboratoryjne z mechaniki płynów*, Wydawnictwo PK, Kraków 1985.
- [3] A. Jarosz, *Hydraulika*, Hortpress Sp. z o.o., 1996.
- [4] K. W. Książczyński, P. Jeż, Z. Gręplowska, *Tablice do obliczeń hydraulicznych*, Wydawnictwo PK, Kraków 2000.
- [5] K. W. Książczyński: *Materiały pomocnicze do ćwiczeń laboratoryjnych z mechaniki płynów i hydrauliki*, maszynopis, 1997.
- [6] J. Sobota, *Hydraulika*, Wydawnictwo AR, Wrocław 1994.