

# PRIJENOS VISINA S KOPNA NA OTOKE SJEVERNOG JADRANA\*

\*rad je oralno prezentiran na I. simpoziju ovlaštenih inženjera geodezije u Opatiji, 24.-26. listopada, 2008.

Ilija Grgić, Marija Repanić, Maro Lučić, Bojan Barišić, Mihajla Liker, Tomislav Bašić

Hrvatski geodetski institut, Zagreb

**Sažetak.** Mjerenje visina u geodeziji se kontinuirano provodi već nekoliko stoljeća. Tijekom vremena došlo je do značajnog razvoja instrumentarija i mjernih postupaka. Jedna specijalna i relativno zahtjevna zadaća je prijenos visina preko velikih voda. Utjecaji raznorodnih pogrešaka, kao što su simetrična i nesimetrična refrakcija, su posebice preko otvorenih vodenih površina nepredvidivi i u konačnom iznosu neizračunljivi. Uobičajena metoda, prebacivanja visina geometrijskim nivelmanom s milimetarskom preciznošću se ovdje kao prihvatljivi mjerni postupak može u potpunosti isključiti. Vrlo brzo se nailazi na granične mogućnosti budući da udaljenosti od nivelira do nivelmanskih letava trebaju biti jednake. Osim toga, egzaktna očitanja na nivelmanskim letvama na tako velikim udaljenostima nisu moguća. U okviru projekta prijenosa visina s kopna na otok sjevernog Jadrana uspoređene su visine određene geometrijskim, trigonometrijskim i GNSS nivelmanom. U tu svrhu je korišten HRG2000 model geoida pomoću kojeg su elipsoidne visine transformirane u (normalne) ortometrijske. Tek nakon toga je bilo moguće usporediti relativne visinske razlike određene različitim metodama mjerenja i provesti analizu preciznosti ostvarenih rezultata. Temeljem provedenih analiza dobio se odgovor na pitanje da li je moguće ostvariti prijenos visina trigonometrijskim nivelmanom sa zahtijevanom subcentimetarskom preciznošću, koristeći nova tehnološka instrumentalna rješenja. U tu svrhu poslužila je usporedba prijenosa visina s kopna na otok Rab gdje je 60-tih godina prošlog stoljeća ostvaren prijenos visina geometrijskim nivelmanom pomoću specijalnog postupka.

**Ključne riječi:** prijenos visina preko velikih voda, geometrijski nivelman, HRG2000

## 1 UVOD

Jedna od najvažnijih zadaća državne izmjere su osnovni geodetski radovi. Između ostalog to podrazumijeva uspostavu referentnog visinskog sustava koji se realizira mrežom stalnih visinskih točaka (repera). Postojeća mreža repera podložna je stalnoj promjeni stanja raspoloživih repera budući da se veliki broj repera uništi za vrijeme gradnje novih infrastrukturnih objekata ili prilokom adaptacije postojećih zgrada. Osim toga, visina repera se mijenja zbog tektonskih pomaka Zemljine kore, pa se već iz tog razloga mreža visinskih točaka mora kontinuirano održavati i prilagođavati narastajućim promjenljivim potrebama.

Mjerenje visina u geodeziji se kontinuirano provodi već nekoliko stoljeća. Tijekom vremena došlo je do značajnog razvoja instrumentarija i mjernih postupaka. Jedna od specijalnih i relativno zahtjevnih zadaća je prijenos visina preko velikih voda. Utjecaj raznorodnih pogrešaka, kao što su simetrična i nesimetrična refrakcija, su posebice nepredvidivi preko otvorenih vodenih površina i u konačnom iznosu neizračunljivi. Uobičajena metoda, prebacivanja visina geometrijskim nivelmanom s milimetarskom preciznošću se ovdje kao prihvatljivi mjerni postupak može u potpunosti isključiti. Vrlo brzo se nailazi na granične mogućnosti, budući da udaljenosti od nivelira do nivelmanskih letava trebaju biti jednake. Osim toga egzaktna očitanja na nivelmanskim letvama na tako velikim udaljenostima nisu moguća. Iz navedenih razloga je prije nekoliko desetljeća od strane tvrtke Zeiss/Oberkochen razvijen specijalni postupak geometrijskog nivelmana koji je posebno koncipiran za prijenos visina preko velikih voda, odnosno savladavanja velikih udaljenosti u brdovitim područjima. Nedostatak mu je da zahtijeva brojno stručno osoblje te da je vremenski vrlo zahtjevan pa se iz tih razloga nije značajnije dalje razvijao i usavršavao.

Osim nivelmana preko velikih voda postoje i drugi postupci pomoću kojih se može ostvariti prijenos visina, koji su obzirom na preciznost prijenosa zaostajali iza postupka koji

je razvila tvrtka Zeiss. U međuvremenu su ti postupci, zahvaljujući tehnološkom razvitku, dobili na značaju, a odlikuje ih velika prednost prvenstveno u pogledu ekonomičnosti. Nameće se pitanje koliko ti postupci u svjetlu novih tehnoloških rješenja mogu zadovoljiti prijenos visina s unaprijed postavljenim zahtjevima preciznosti. Kao moguća alternativa nivelmanu preko velikih voda po svojim kriterijima dolaze nekoliko postupka u razmatranje. GNSS mjerena nalaze sve raznovrsniju primjenu u sve više područja geodezije, te je tom metodom uz vrlo mali napor moguće ostvariti prijenos visina. Pri određivanju visina GNSS nivelmanom nailazi se na temeljne probleme koji su u direktnoj korelacijskoj s preciznošću mjernog postupka i visinskim referentnim sustavom. Tom metodom dobivaju se elipsoidne visine koje se same po sebi ne mogu dalje upotrebljavati, nego se moraju korištenjem lokalnog modela geoida pretvoriti u neki od postojećih sustava visina. Modeli geoida su u posljednje vrijeme značajno poboljšani i evidentno je da će u bliskoj budućnosti doći do daljnog poboljšanja preciznosti. Iz te perspektive promatraljući određivanje visina GNSS metodom će sve više s vremenom dobivati na značaju. U geometrijskom nivelmanom sukladno zakonu o prirastu varijanci ovisno o duljini dolazi do sumiranja raznorodnih izvora pogrešaka u rezultatima mjerena. Međutim, to nije slučaj pri određivanju visina GNSS metodom. Na većim udaljenostima određivanje visina GNSS metodom je preciznije, brže i ekonomičnije ukoliko je zadovoljen zahtjev da je lokalni model geoida dovoljno točan.

Trigonometrijski nivelman, načelno gledajući, je jednako tako prihvatljiva metoda za prijenos visina preko velikih voda. Presudni faktor za uspješan i obećavajući ishod u ovoj metodi je povećanje efektivnosti pomoću automatiziranog mjernog procesa zahvaljujući mogućnostima najnovijih uređaja na tržištu.

U okviru prijenosa visina s kopna na otoke usporedene su visine određene geometrijskim, trigonometrijskim i GNSS nivelmanom, a u tu svrhu je korišten HRG2000 model geoida pomoću kojeg su elipsoidne visine transformirane u (normalne) ortometrijske. Tek nakon toga je bilo moguće usporediti relativne visinske razlike određene različitim metodama mjerena i provesti analizu preciznosti ostvarenih rezultata.

Osim toga dobio se odgovor na pitanje da li je moguće ostvariti prijenos visina trigonometrijskim nivelmanom sa zahtijevanom subcentimetarskom preciznošću. U tu svrhu poslužila je usporedba prijenosa visina s kopna na otok Rab gdje je 60-tih godina prošlog stoljeća ostvaren prijenos visina geometrijskim nivelmanom pomoću specijalnog postupka.

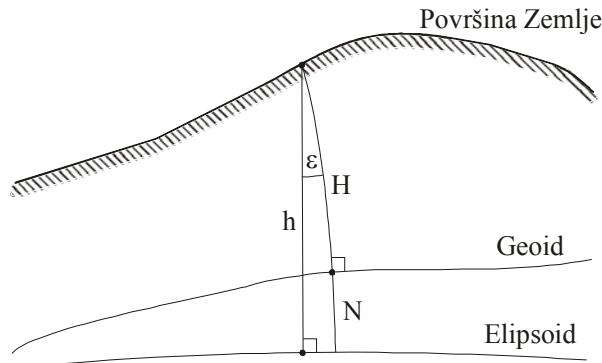
Nadalje, za dobivanje visina mogli bi se na otocima postaviti mareografi kojim bi se odredili srednji vodostaji od kojih bi se geometrijskim nivelmanom moglo razvijati mreže visinskih točaka na pojedinim otocima. Svaki pojedini otok bi na taj način dobio svoj visinski sustav koji je ovisan o preuzetom srednjem vodostaju. Nivo ploha mora bi time bila preciznije određena ukoliko bi period opažanja iz kojeg je određena bio dulji. Bez obzira na pouzdanost određivanja srednje nivo plohe mora, a time i definiranja visinskog sustava otoka, on neće odgovarati onom koji je usvojen za određivanje visina na kopnenom dijelu teritorija Republike Hrvatske.

Nadmorske visine u Republici Hrvatskoj računaju se od normalnog repera koji se nalazi na molu Sartorio u Trstu, stari visinski datum, te u odnosu na pet mareografa, novi visinski datum. Visina na molu Sartorio dobivena je prema srednjem vodostaju za 1875. godinu, pa se veći iz podatak istog mareografa za nekoliko sljedećih godina stanovilo da je srednja nivo ploha mora za oko 10-ak cm viša. Novi visinski datum otklonio je taj nedostatak tako što je na svim mareografima postojao puni period mjerena razine mora od 18.6 godina, a mjeranjima su obuhvaćeni mareografi: Koper, Rovinj, Bakar, Split i Dubrovnik. Mareografi su, obzirom na geometrijsku konfiguraciju mreže, pravilno

raspoređeni duž njenog jugozapadnog dijela, odnosno duž čitave obale Jadranskog mora od Kopra do Dubrovnika. Za potpuno korištenje podataka prikupljenih mareografima (kolebanje morskih razina, poniranje ili izdizanje kopna itd.) bilo ih je potrebno povezati u jedinstveni visinski sustav geometrijskim nivelmanom.

## 2 VISINSKI DATUM

Visine točaka na Zemljinoj površini definiraju se u odnosu na neku referentnu plohu. Uobičajeno se za referentnu plohu uzima srednja razina mora.

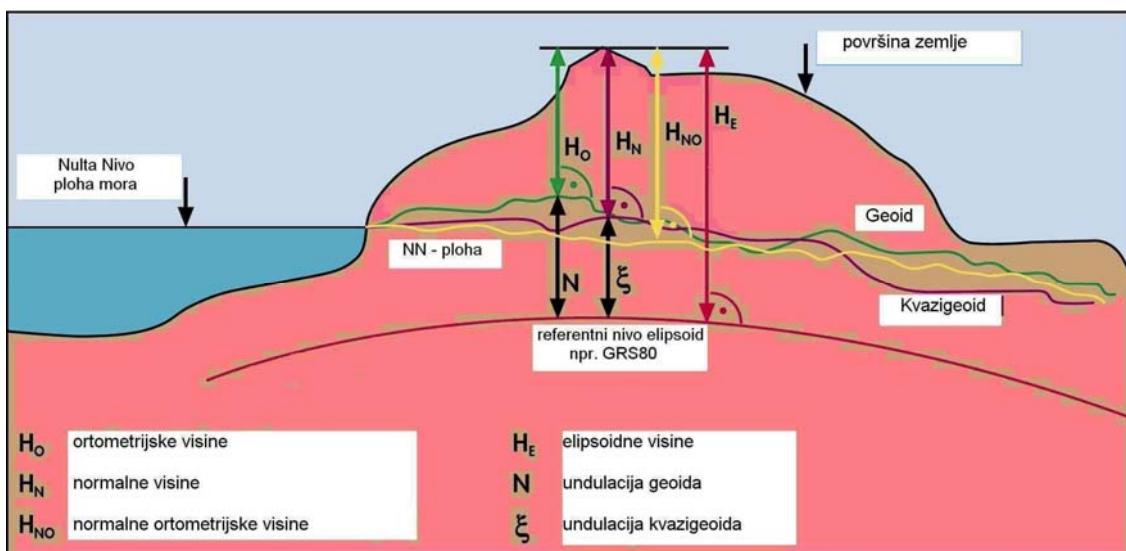


Sl. 1. Visinski datum

Visinski datum je ploha ili vrijednost od koje se određuju sve visine točaka na Zemljinoj površini, slika 1.

*Referentni visinski sustav* (RVS) je definiran datumom, parametrima i konstantama koje su potrebne za definiranje sustava visina. Postoje više sustava visina s obzirom na metodu određivanja, slika 2.:

- |   |  |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> normalne visine<br><input type="checkbox"/> geopotencijalne kote<br><input type="checkbox"/> elipsoidne visine | <input type="checkbox"/> dinamičke visine<br><input type="checkbox"/> ortometrijske visine<br><input type="checkbox"/> normalno-ortometrijske visine |
|---|--|



Sl. 2. Prikaz različitih sustava visina (Bleec, Krischker 2006)

U prvu grupu spadaju geopotencijalne kote i dinamičke visine kako su te visine odredive bez hipoteze o rasporedu masa u Zemljinoj unutrašnjosti, no nemaju veći značaj u

svakodnevnoj geodetskoj praksi. Druga grupa visina su ortometrijske, normalne i normalno-ortometrijske visine koje su fizikalno definirane visine i nama od velikog značaja. Treća grupa visina su elipsoidne visine koje spadaju u čisto geodetske visine.

Referentni visinski sustav ne mijenja se tijekom vremena. Ako se žele promijeniti visine točaka na površini Zemlje mora se promijeniti referentni visinski sustav.

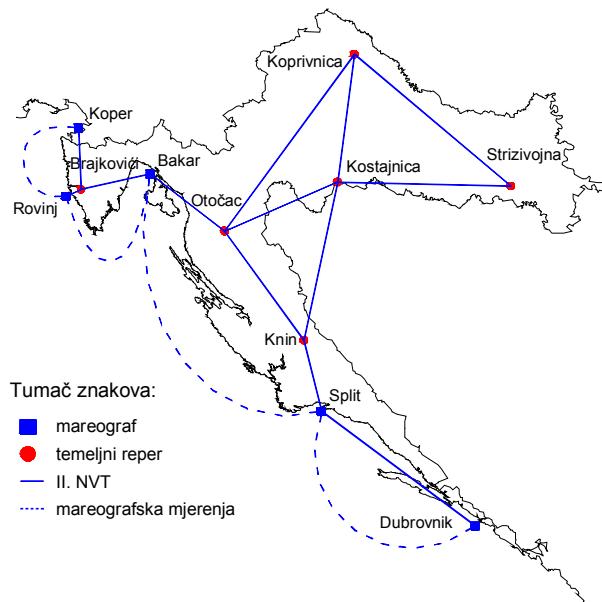
## 2.1 Visinski sustav Republike Hrvatske

Šezdesetih godina javlja se potreba za izvođenjem novog nivelmana visoke točnosti. Terenska mjerjenja mreže II.NVT-a obavljena su u razdoblju od 1970. do 1973. godine s djelomičnim mjeranjima ubrzanja sile teže i visinskim datumom definiranim s 5 mareografa (Koper, Rovinj, Bakar, Split i Dubrovnik) te punim periodom mjerjenja razine mora (18.6 godina) (GF 2000), slika 3.

Iako je od obavljenih mjerjenja prošlo više od trideset godina, tek 11. kolovoza 2004. godine službeno je proglašen novi visinski datum definiran srednjom razinom mora na navedenim mareografima za vremensku epohu 1971.5 godine.

Službeni naziv novog visinskog sustava RH je Hrvatski visinski referentni sustav za epohu 1971.5, odnosno skraćeno HVRS71. Okosnicu sustava čini visinska mreža trajno stabiliziranih repera II.NVT-a s visinama određenim u sustavu (normalnog) Zemljinog polja sile teže (*Narodne novine*, 2004.).

Nepovoljna činjenica je da je proteklo dulje vremensko razdoblje, približno 30 godina, od izmjere te da nedostaju mjerena vrijednosti ubrzanja sile teže.



Sl. 3. Položaj mareografa i temeljnih repera u II. NVT-u (GF 2000)

## 2.2 Stanje nivelmanске mreže u Republici Hrvatskoj

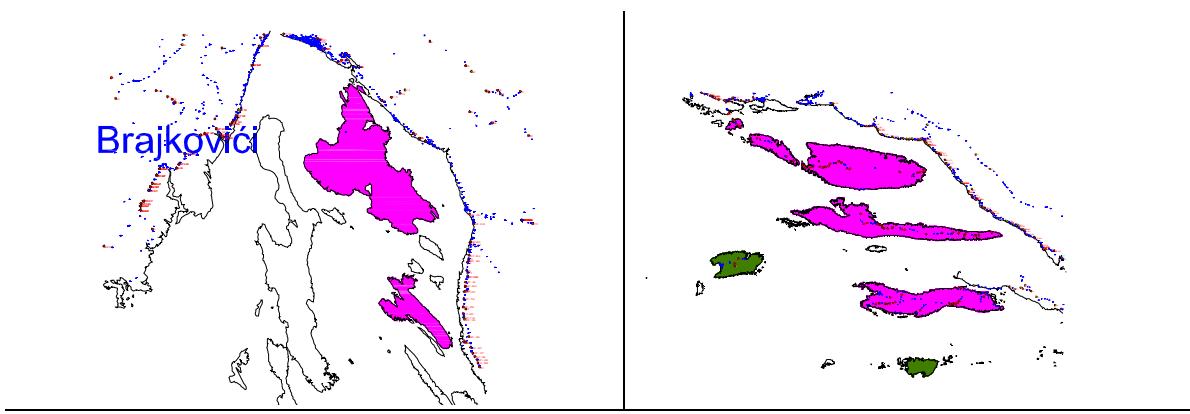
Visinski datum Republike Hrvatske određen je plohom geoida kao referentnom plohom za računanje nadmorskih visina. Ova je ploha položajno određena na lokacijama svih pet mareografa, te su u odnosu na njen položaj određene nadmorske visine pet repera visinskog sustava koji se nalaze u neposrednoj blizini mareografa. Ovi su reperi usvojeni

kao ishodišni reperi visinskog sustava, odnosno ishodišni reperi okosnice tog sustava koju čini nivelmanska mreža II.NVT-a, slika 4.



Sl. 4. Nivelmanski vlakovi II.NVT u Republici Hrvatskoj (GF 2000)

Takvo je rješenje i način definicije visinskog datuma u određenoj mjeri specifično, jer visinski sustav nema samo jednu, već praktički pet ishodišnih točaka (repera). Takav je pristup, iako nespecifičan, pokazao vrlo dobre rezultate, obzirom da se svi mareografi nalaze međusobno na relativno malim udaljenostima, a Jadransko more je izrazito zatvoreno more. Dodatno, usporedba mareografskih (fizikalnih) i geometrijskih (NVT) mjerjenja kojima su mareografi međusobno povezani, ukazuje na veoma dobro međusobno slaganje (GF 2000). Zahvaljujući takvom pristupu i podaci visinskog sustava duž obalne linije Hrvatske su krajnje usklađeni s fizikalnim realitetom.



Sl. 5. Otoči sa definiranim visinskim sustavima

Uspostava visinskog sustava Republike Hrvatske kroz povijest definirana je APN, I. i II.NVT-om, te je kao rezultat opsežnih radova geometrijskog nivelmana nastala mreža stalnih visinskih točaka na kontinentalnom dijelu državnog teritorija. Određivanje visina na otocima kroz povijest se obavljalo različitim metodama i postupcima mjerjenja, od geometrijskog nivelmana, otoci Rab i Krk, trigonometrijskog nivelmana, otoci Drvenik, Šolta, Brač, Hvar i Korčula, do mareografskih mjerjenja, otoci Lastovo i Vis, slika 5.

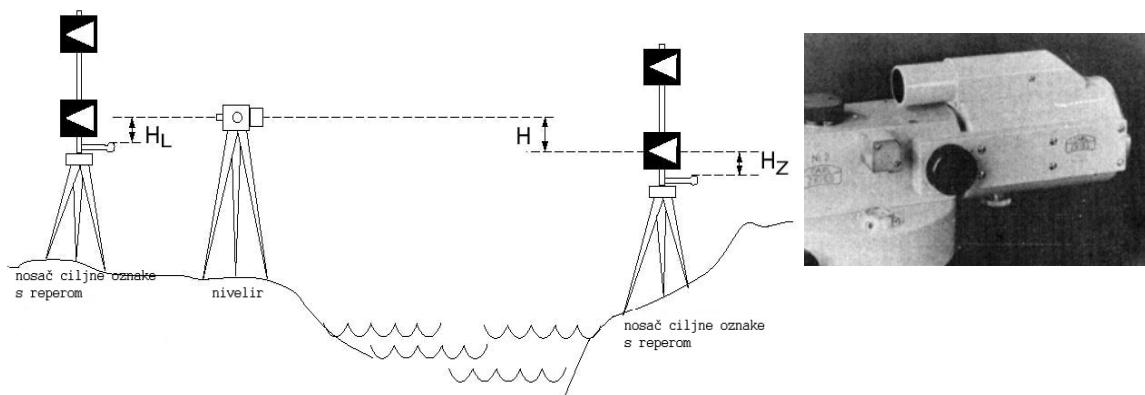
Intencija projekta visinskog povezivanja kopna s otocima je definirati ishodišne točke na otocima koje će poslužiti za definiranje visinskog sustava otoka koji će zajedno s visinskim sustavom na kopnu činiti jedinstvenu cjelinu. Za one otoke koji imaju već od prije definirane visinske sustave i koji su na neki način visinski povezani s kopnom, bilo trigonometrijskim bilo geometrijskim nivelmanom, obaviti će se ponovno prijenos visina u svrhu redefiniranja visina, uvažavajući nova tehnološka dostignuća i nove metode mjerjenja prije svega glede podizanja preciznosti i pouzdanosti mjerjenja duljina kao važne komponente u trigonometrijskom nivelmanu, odnosno kontrole kvalitete prije ostvarenog prijenosa visina.

### 3 PRIJENOS VISINA PREKO VELIKIH VODA

Prijenos visina preko većih rijeka ili drugih većih vodenih površina nije moguće realizirati preciznim nivelmanom iz sredine. Iz tog razloga je svojevremeno Zeiss-Oberkochen u 60-tim godinama prošlog stoljeća razvio specijalnu metodu koja omogućuje precizni prijenos visina u slučaju otežalih uvjeta. S tim postupkom se mogu prenositi visine na udaljenostima od 1 do 2 km (Rattke 2005).

Princip niveliranja preko velikih voda počiva na mjerenu malih nagiba vizure. Pomoću dodatka sa zakretnim klinom koji se stavlja na objektiv nivela pomici se horizontalna vizura prema dolje ili gore. Kut, koji zatvara vizura s horizontom, se očitava na okretnom bubnju (preciznost  $0.2''$ ) te se iz tako izmjerena nagiba izračuna visinska razlika. Mjerena se obavljaju istovremeno s obje strane obale, a to zahtijeva povećani angažman stručnjaka i instrumentarija s kojim se obavlja prijenos visina, slika 6.

U slučaju prijenosa visine na većim udaljenostima, gdje bi očitanje na letvama bilo nesigurno, postavljaju se na letve specijalne pomicne značke. Značke nose na sebi podjelu sličnu onoj obične letve s tim da veličina značke mora biti u suglasnosti sa duljinom vizure. Značke su pričvršćene na letvu pomoću vijaka. Tijekom rada letva na reperima mora biti pričvršćena podupiračima.



Sl. 6. Princip prijenosa visina (lijevo), niveler Ni2 s dodatkom na objektivu (desno)

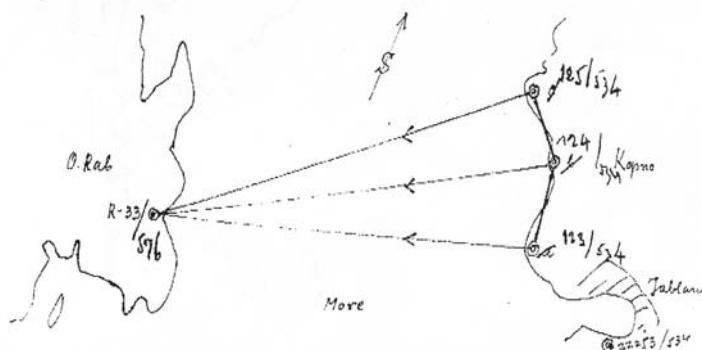
U slučaju da se želi ostvariti preciznost prijenosa visina od  $1\text{mm}/\text{km}$  potrebno je obaviti najmanje 6 do 8 mjerena sa svake strane. Iz dosad obavljenih praktičnih mjerena u pravilu se ostvarivalo standardno odstupanje srednje vrijednosti od oko  $12\text{ mm}$ . Također se i u ovom postupku mora voditi računa o djelovanju refrakcije i zakrivljenosti Zemlje. U slučaju kada se udaljenosti od nivela do mjernih letava sa značkama neznatno razlikuju mogu se ti utjecaji zanemariti zbog obostranog i istovremenog opažanja.

### 3.1 Visinsko povezivanje kopna s otokom Rabom

Geometrijski nivelman je metoda određivanja visinskih razlika koja daje visoko točne rezultate, a općenito se uzima da je moguće ostvariti preciznost od 1 mm na 1km. Poznato je da u slučaju primjenjivanja te metode standardno odstupanje raste vrlo sporo i u direktnoj je korelaciji s drugim korištenjem duljine.

Dužine vizura u geometrijskom nivelmanu ovise o vrsti geometrijskog nivelmana koji se provodi, a za precizni nivelman one iznose oko 40-60 m, pa je njima donekle definirana i mogućnost primjene geometrijskog nivelmana u praktičnim radovima. Dužine vizura su ograničavajući faktor, pa se iz tih razloga geometrijski nivelman ne može primijeniti za visinsko povezivanje otoka.

U drugoj i trećoj dekadi kolovoza 1961. godine obavljena su mjerena kod Jablanca u svrhu prijenosa visina s kopna na otok Rab, slika 7.



Sl. 7. Prijenos visina s kopna na otok Rab

Korišten je Wildov niveler Ni 3 i centimetarske invarne letve. Primijenjena je geometrijska metoda mjerena s indirektnim očitanjem, i to simetrično-uzajamna metoda s kraja. Duljine vizura kretale su se oko 2 km. Mjerena su obavljena između 7 i 9 sati te između 16 i 19 sati po sunčanom i tihom vremenu. Temperatura oko osunčane letve kretala se između 22 i 35° C, dok je za vrijeme opažanja niveler bio u hladu. Obzirom na instrumentalnu pogrešku te utjecaj refrakcije i zakrivenosti na udaljenosti na kojoj je ostvaren prijenos visina pojavile su se osjetljivo velike amplitude između obostranih mjerena. Kao kontrola samih mjerena poslužilo je zatvaranje trokuta, koje je dalo sljedeće rezultate (DGU 1961):

$$\Delta a, b, 33 \quad dh = -11.3 \text{ mm}$$

$$\Delta a, c, 33 \quad dh = -18.5 \text{ mm}$$

$$\Delta b, c, 33 \quad dh = -7.2 \text{ mm}$$

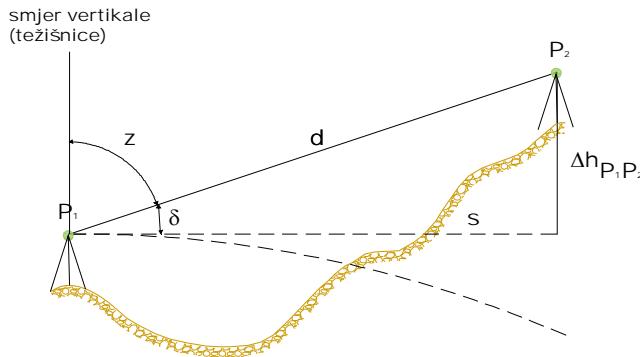
Pretpostavka je, na temelju provedenih ispitivanja, da je visina osnovnog repera na otoku Rabu 33/576 ( $H=8.5359$  m u starom visinskom datumu) određena s vjerojatnošću unutar jednog centimetra, što zadovoljava većinu zadaća koje se naslanjaju na mreže visinskih točaka.

## 4 TRIGONOMETRIJSKI NIVELMAN

Trigonometrijski nivelman je postupak određivanje visinskih razlika između dviju točaka P1 i P2 pomoću istovremenog i obostranog mjerena zenitnih daljina, pri poznatoj ili mjerenoj udaljenosti između tih točaka. Kao rezultat računanja dobiju se (normalne) ortometrijske visinske razlike. Uzmu li se pri računanju u obzir komponente otklona

vertikale, koje se mogu odrediti na nekoliko načina, kao rezultat dobiju se visinske razlike elipsoidnih visina točaka.

Postupak trigonometrijskog nivelmana je puno stariji od specijalno razvijenog postupka prijenosa visina geometrijskim nivelmanom preko visokih voda. Provedba samog prijenosa je mnogo jednostavnija i princip razumljiviji. U trigonometrijskom nivelmanu se određuju visinske razlike između točaka na osnovi izmjereneh zenitnih daljina  $z$  i duljina  $d$ , slika 8. Pri tome udaljenosti među točkama moraju biti poznate s dovoljnom preciznošću.



Sl. 8. Osnovni princip trigonometrijskog mjerjenja visina

Zenitne daljine  $z$  moraju biti određene s osjetno većom preciznosti nego duljine između točaka. U slučaju ako se visine moraju prenijeti s vrlo visokom preciznošću vrlo je važno voditi računa o mjerenoj nesigurnosti instrumenta kojim će se mjeriti zenitna daljina. Ukoliko se odabere prikladan instrumentarij i brižljivo izmjeri zenitna daljina u dovoljnom broju girusa teoretski se može ostvariti subcentimetarska točnost u prijenosu visina trigonometrijskim nivelmanom.

#### 4.1 Korišteni instrumentarij za GNSS i trigonometrijski nivelman

Prijenos visina s kopna na otoke obavljen je korištenjem dvije totalne stanice istog proizvođača ali različitog tipa, LEICA TC2003, i LEICA TCA2003, slika 9. Mogućnosti ATR (Automatic Target Recognition) značajno smanjuju vrijeme potrebno za obavljanje mjerena po pojedinom stajalištu, a ATR kao takav nudi puno prednosti u procesu mjerena. Precizno viziranje od strane opažača se izbjegava te se sukladno tome automatiziranim procesom mjerena eliminira pogreška opažača koja je često vrlo ovisna o stručnosti pojedinog opažača. Produktivnost i efikasnost se značajno povećavaju i povećava se preciznost mjerena budući da se prizma vizira skoro sa istom preciznošću u okviru dometa ATR-a. ATR je manje ovisan o atmosferskim uvjetima zahvaljujući svojstvima i načinu definiranja ciljne točke s najjačim signalom nego što je to izvežbano oko opažača.

Osim toga, prijenos visina obavljen je pomoću 4 GNSS uređaja R7 s pratećom opremom, slika 9, koji su primarno poslužili za precizno određivanje udaljenosti, u slučaju kada one nisu mjerene s totalnim stanicama zbog prevelike udaljenosti, odnosno za kontrolu mjereneh udaljenosti. Jednako tako obavljen je prijenos visina GNSS nivelmanom te je kao takav uspoređen s vrijednostima dobivenim trigonometrijskim nivelmanom.

U svrhu obrade i izjednačenja podataka mjerena, odnosno definiranja visinskih razlika između točaka mikromreže, korišten je adekvatan program za izjednačenje mjerena ovakvog tipa, LISCAD 6.0. Format podataka preuzet iz totalne stanice bilo je potrebno prilagoditi ulaznom formatu programa LISCAD kako bi izjednačenje i obrada bili mogući. Osim toga, izjednačenje je obavljeno specijaliziranim programskim sustavom razvijenim od

strane Marije Repanić, mag.geod., zaposlenice Hrvatskog geodetskog instituta, koji je djelomično otvorenog tipa, odnosno u kojem je moguće proizvoljno definirati težine pojedinih mjerena te na taj način taj program omogućuje specifične analize utjecaja težina na rezultate izjednačenja.

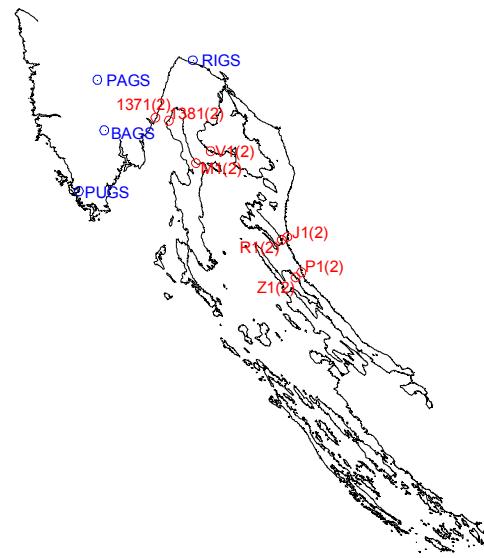


Sl. 9. Korišteni instrumentarij za GNSS i trigonometrijski nivelman

Za obradu i izjenačenje GNSS podataka mjerena korišten je TTC (Trimble Total Control) softver i to na dva načina. Prvo su sve točke pojedine mikromreže određene u prostoru u odnosu na mrežu referentnih stanica u Istri kako bi se mogao izračunati otklon vertikale u svakoj od njih, te je nakon toga u svrhu preciznog definiranja visinskih razlika svaka pojedina mreža izjednačena lokalno eliminiravši na taj način raznovrsne izvore pogrešaka (model ionosfere, udaljenost od referentnih stanica itd.).

#### 4.2. Lokacija mjerena

Za potrebe određivanja visina gravimetrijskih točaka na otocima te u svrhu prijenosa visina s kopna na otoke uspostavljene su četiri mikromreže, slika 10. U svakoj mikromreži bilo je planirano opažanje sa četiri stajališta (po dvije sa svake strane), pa je u tu svrhu bilo potrebno odrediti međusobne udaljenosti između pojedinih točaka mikromreže.



Sl. 10. Pregledna skica s mjerenim točkama i referentnim GPS stanicama

Veze kopna s otocima ostvarene su na sljedećim lokacijama:

- Brestova (Istra) – Porozina (Cres), točke 1371, 1372, 1381 i 1382,
- Merag (Cres) – Valbiska (Krk), točke M1, M2, V1 i V2,
- Jablanac – Mišnjak (Rab), točke J1, J2, R1 i R2,
- Prizna – Žigljen (Pag), točke P1, P2, Z1 i Z2

Cjelokupna izmjera obuhvatila je osim 16 točaka u 4 mikromreže i repere koji visinski osiguravaju svaku pojedinu mikromrežu. Točke su položajno izjednačene u odnosu na 4 permanentne GNSS stanice na području Istre u vlasništvu tvrtke Geoservis iz Pule.

## 5 LOKALNO IZJEDNAČENJE MIKROMREŽA MJERENIH GNSS METODOM

Principijelno se u obradi i izjednačenju podataka mjerena kao lokalnih mreža rukovodilo istim načelima kao pri izjednačenju u odnosu na referentne stanice uz odmak da je ovdje fiksirana jedna točka (točka koja je geometrijskim nivelmanom vezana na najbliži reper državne visinske mreže) s poznatim koordinatama preuzetim iz prethodnog izjednačenja zbog komparacije dobivenih rezultata. Lokalnim izjednačenjem eliminirane su prostorno uvjetovane pogreške (velika udaljenost od referentnih stanica, model ionosfere i sl.) te je omogućeno dobivanje visinskih razlika s visokom preciznosti što je osnovna pretpostavka za obavljanje GNSS nivelmana u svrhu istraživanja njegovog potencijala u smislu kvalitetne zamjene za danas uvriježene metode određivanja visinskih razlika.

Zorniji prikaz kvalitete definiranja točaka u prostoru daje tablica 1. u kojoj su iskazana standardna odstupanja geografske širine, duljine i elipsoidne visine.

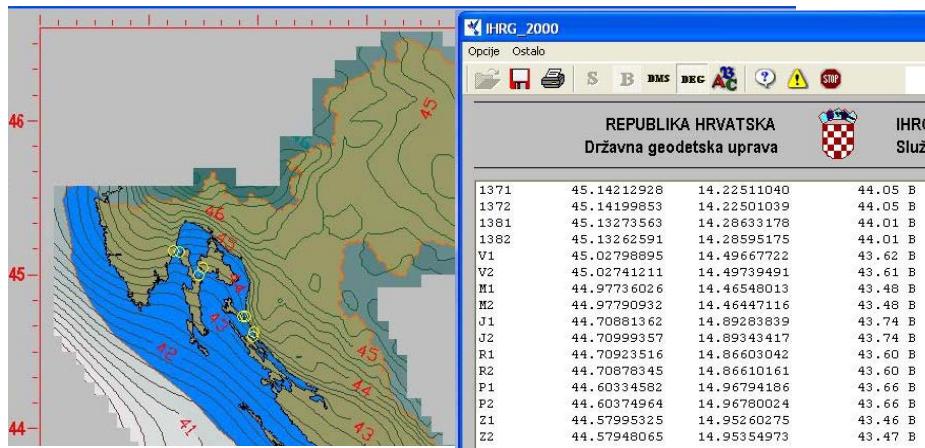
Tablica 1. Podaci o izjednačenim točkama

| Točka | $\sigma_B$<br>[mm] | $\sigma_L$<br>[mm] | $\sigma_h$<br>[mm] | Točka | $\sigma_B$<br>[mm] | $\sigma_L$<br>[mm] | $\sigma_h$<br>[mm] |
|-------|--------------------|--------------------|--------------------|-------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1371  | 0.0                | 0.0                | 0.0                | V1    | 0.0                | 0.0                | 0.0                |
| 1372  | 3.1                | 3.1                | 4.1                | V2    | 5.6                | 4.2                | 6.8                |
| 1381  | 3.9                | 3.8                | 5.5                | M1    | 2.8                | 2.3                | 3.2                |
| 1382  | 4.3                | 3.8                | 6.3                | M2    | 2.9                | 2.4                | 3.3                |
| J1    | 0.0                | 0.0                | 0.0                | P1    | 0.0                | 0.0                | 0.0                |
| J2    | 6.0                | 3.9                | 5.6                | P2    | 2.3                | 2.1                | 4.4                |
| R1    | 6.0                | 3.9                | 5.6                | Z1    | 2.7                | 2.5                | 5.8                |
| R2    | 6.0                | 3.9                | 5.6                | Z2    | 2.6                | 2.4                | 5.7                |

### 5.1. GNSS nivelman

Iz GNSS opažanja dobiju se koordinate u WGS84 sustavu koji je geocentričan trodimenzionalan kartezijev koordinatni sustav koji rotira sa Zemljom. Za praktičnu primjenu te trodimenzionalne koordinate treba prilagoditi dnevnim geodetskim zadaćama. Umjesto geocentričnog načina izražavanja koordinata koristi se površina elipsoida GRS80 kao referentna ploha za njihov prikaz. Kartezijeve koordinate X, Y i Z konvertiraju se u geografske koordinate sa širinom B i duljinom L te elipsoidnom visinom h. Elipsoidna visina h, koja je neovisna o gravitacijskom polju mora se transformirati u visine koje su u primjeni, kod nas su to normalne ortometrijske visine. Veza između elipsoidnih visina i standardno korištenih visina opisuje se dobro prilagođenim lokalnim modelom geoida koji mora biti

definiran da bi to bilo moguće. U svrhu transformiranja elipsoidnih visina u normalne ortometrijske korišten je HRG2000 lokalni model geoida (Bašić 2001).



Sl. 11. Prikaz veza kopna s otocima te ovisnost undulacija o reljefnim datostima

Relativna preciznost lokalnog modela geoida ovisi o složenosti reljefne konfiguracije i iznosi od 1 do 2 cm. U svrhu prikaza ponašanja modela geoida na mjestima prijenosa visine s kopna na otoke izračunane su vrijednosti undulacija geoida sa specijaliziranim programskim sustavom IHRG2000. Izrazite promjene u undulaciji geoida za područje sjevernog Jadrana slijede pravac pružanja planinskog masiva Velebit, slika 11.

## 6. RAČUNANJE TRIGONOMETRIJSKOG NIVELMANA

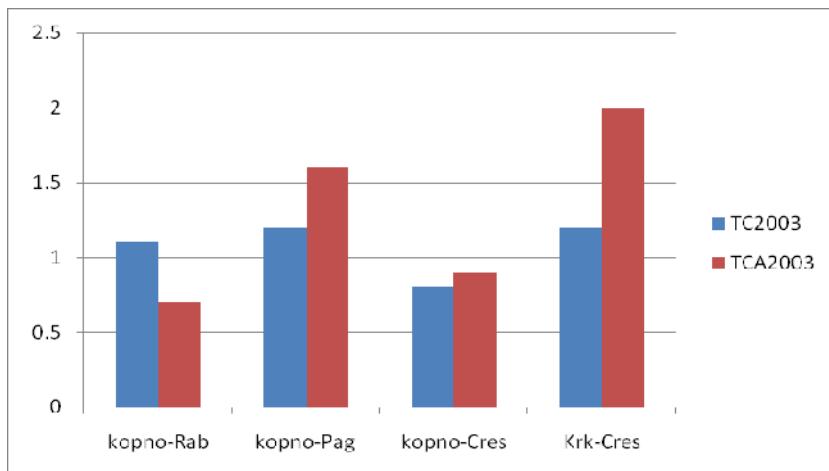
Instrumentalna pogreška koja je proizvodilački uvjetovana je pogreška indeksa vertikalnog kruga. Ona ima za posljedicu da vrijednost očitanog vertikalnog kuta pri potpuno horizontalnoj vizuri odstupa za mali iznos od  $90^\circ$ . Na temelju očitanja vertikalnog kuta iz dva položaja instrumenta može se odrediti odstupanje indeksa vertikalnog kruga od teoretske vrijednosti. Suma iz očitanja vertikalnog kruga u dva položaja instrumenta treba biti  $360^\circ$ , a razlika od te vrijednosti je dvostruka vrijednost odstupanja indeksa vertikalnog kruga. Ova instrumentalna pogreška se eliminira određivanjem i postavljanjem nove vrijednosti indeksa ili mjerljem vertikalnih kutova u dva položaja instrumenta. Osim ove instrumentalne pogreške na većim udaljenostima svakako se mora uzeti u obzir zakrivljenost Zemljine površine. Ona se može eliminirati obostranim mjerjenja visinske razlike. Koeficijent refrakcije jednako tako ima vrlo važnu ulogu pri mjerljenu visinskih razlika trigonometrijskim nivelmanom a on se može eliminirati istovremenim opažanjem vertikalnih kutova između točaka, u vrijeme istovjetnih uvjeta u atmosferi, pa to ima za posljedicu da se na obje strane obale mora imati po jedna totalna stanica sa pratećim mjernim priborom.

### 6.1. Analiza rezultata prijenosa visina s kopna na otoke sjevernog Jadrana

U mikromrežama koje su razvijene za potrebe prijenosa visina trigonometrijskim nivelmanom izmjereni su svi pravci i duljine, te su izmjerene visinske razlike između bliskih točaka geometrijskim nivelmanom zbog podizanja nivoa preciznosti u izjednačenju gdje su se one kao takve smatrале bespogrešno mjerjenim. Osim toga poslužile su kao dobra kontrola preciznosti trigonometrijskog nivelmana na kratkim stranama.

U svrhu analize podataka mjerjenja obavljeno je računanje standardnih odstupanja po stajalištima u ovisnosti o broju mjerljenih girusa. Na svim lokacijama može se zaključiti da nije bilo signifikantnih promjena u standardnim odstupanjima mjerljenih vertikalnih kutova pri

podizanju broja girusa od 1 na 10 te da nije bilo značajne razlike u standardnim odstupanjima vertikalnih kutova mjerjenih totalnom stanicom TCA2003 i TC2003. Prosječno standardno odstupanje vertikalnih kutova iz svih mjerjenih girusa sa TCA2003 iznosilo je  $0.7''$ - $2''$  a sa TC2003  $0.8''$ - $1.2''$ , slika 12.



Sl. 12. Prikaz prosječnih standardnih odstupanja u sekundama

Rezultati prijenosa visina trigonometrijskim nivelmanom s kopna na otok Rab su zadovoljavajući. Odstupanja rezultata između pojedinih točaka te odstupanja prema TREBA vrijednosti, koja je uzeta iz nivelmana iz 1961. godine, su prihvatljiva. Računana standardna odstupanja nepoznanica u prisilnom izjednačenju te  $2.7$  cm u prisilnom izjednačenju s uvjetima nepoznanica ne izražavaju problematiku obrade rezultata u potpunosti, jer su u obradi mjerjenja softverski korištena originalna mjerjenja koja u sebi sadrže sve izvore sustavnih pogrešaka. Ona su dijelom rezultat toga što se softverski svako mjerjenje pretvara u jednu jednadžbu popravaka pa se razlika u visinskoj razlici, koja je u potpunosti opterećena sustavnim pogreškama, mjerenoj tamo i natrag manifestira u ocjeni točnosti. U postupku prisilnog izjednačenja s uvjetima nepoznanica visine točaka s kopnene strane, koje su priključene na repere državne visinske mreže, uzete su kao fiksne jednakako kao i visinska razlika između točaka sa strane otoka Raba. Prepostavka je bila da je visinska razlika određena geometrijskim nivelmanom obzirom na duljinu strane bespogrešna, tablica 2.

Tablica 2. Prisilno izjednačenje s uvjetima nepoznanica

| Kopno-Rab  | J1-Fiksna<br>[m] | J2-Fiksna<br>[m] | R1<br>[m] | s<br>[m] | R2<br>[m] | s<br>[m] |
|------------|------------------|------------------|-----------|----------|-----------|----------|
|            | 38.1164          | 47.7032          | 21.5864   | 0.0269   | 19.5144   | 0.0269   |
| Kopno-Pag  | P1               | P2               | Z1        |          | Z2        |          |
|            | 22.2949          | 26.8681          | 28.0872   | 0.0318   | 27.9379   | 0.0318   |
| Kopno-Cres | 1371             | 1372             | 1381      |          | 1382      |          |
|            | 33.7597          | 34.4650          | 44.9375   | 0.0651   | 41.8531   | 0.0556   |
| Krk-Cres   | V1               | V2               | M1        |          | M2        |          |
|            | 2.7389           | 10.4033          | 145.3872  | 0.0500   | 142.1546  | 0.0503   |

U slučaju kada ne bi postojale komparativne vrijednosti ili u slučaju da nisu poznate visine stajališnih točaka kao što je to u slučaju prijenosa visine s kopna na otok Rab standardna odstupanja nepoznanica bi iskazivala preciznost određivanja visina koja je ovom slučaju znatno drugačija jer je na štetu trigonometrijskog nivelmana.

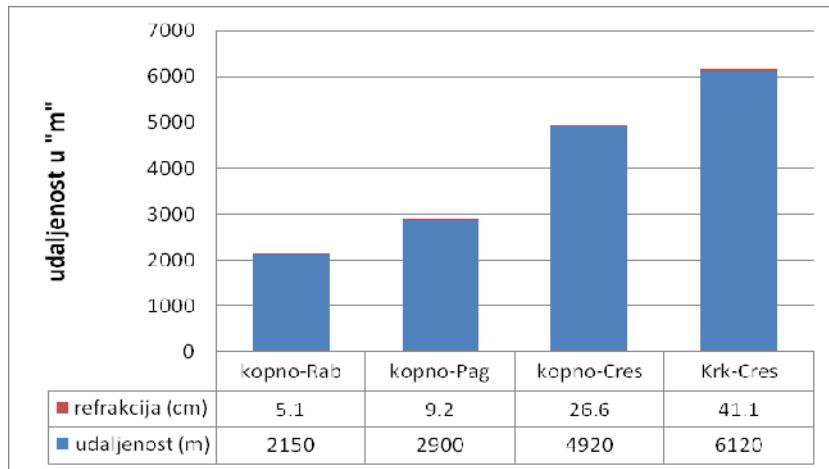
Međutim, formiraju li se iz obostrano mjerene visinske razlike srednje vrijednosti te se sa njima uđe u izjednačenje dobiju se skoro identični rezultati visina nepoznatih točaka, razlike do 0.5 mm, ali ovaj put sa puno realnijom ocjenom točnosti jer su vrijednosti popravaka mjerena puno manje, što je i razumljivo budući da su mjerena oslobođena sustavnih pogrešaka (formiranje srednje vrijednosti visinske razlike u potpunosti eliminira iz mjerena utjecaj zakrivljenosti Zemljine površine te refrakciju), pa zbog toga ovaj postupak izjednačenja s prethodno eliminiranim utjecajem raznorodnih izvora pogrešaka iz mjerena oslikava u potpunosti realno stanje međusobnog odnosa točaka, te samih točaka kroz standardno odstupanje nepoznanica, tablica 3.

Tablica 3. Prisilno izjednačenje (eliminirane sustavne pogreške iz mjerena)

| J1-Fiksna<br>[m] | J2-Fiksna<br>[m] | R1<br>[m]   | s <sub>h</sub><br>[m] | R2<br>[m]   | s <sub>h</sub><br>[m] | Ref. st. odst. s <sub>0</sub><br>[m] |
|------------------|------------------|-------------|-----------------------|-------------|-----------------------|--------------------------------------|
| 38.1164          | 47.7032          | 21.5869     | 0.0030                | 19.5139     | 0.0030                | 0.0033                               |
| <b>P1</b>        | <b>P2</b>        | <b>Z1</b>   |                       | <b>Z2</b>   |                       |                                      |
| 22.2949          | 26.8681          | 28.0881     | 0.0057                | 27.9370     | 0.0057                | 0.0039                               |
| <b>1371</b>      | <b>1372</b>      | <b>1381</b> |                       | <b>1382</b> |                       |                                      |
| 33.7597          | 34.4650          | 44.9438     | 0.0095                | 41.8593     | 0.0095                | 0.0038                               |
| <b>V1</b>        | <b>V2</b>        | <b>M1</b>   |                       | <b>M2</b>   |                       |                                      |
| 2.7389           | 10.4033          | 145.3797    | 0.0500                | 142.1494    | 0.0503                | 0.0062                               |

Pregled rezultata različitih vrsta izjednačenja pokazuje da se zahvaljujući tehnološki usavršenom instrumentariju, brižljivo pripremljenom planu opažanja, izobraženim stručnjacima te pri adekvatnim meteorološkim uvjetima može postići prijenos visina s preciznošću od nekoliko milimetara. Preduvjet je da se izabere instrumentarij s mjernom nesigurnošću mjerena zenitnih daljina 0.5" ili manjom, te da se zenitne daljine izmjere u odgovarajućem broju girusa.

Utjecaj refrakcije iz mjerena nije eliminiran u potpunosti simultanim obostranim mjeranjima. Nesimetrična refrakcija koja utječe na određivanje visinske razlike na nepoznati način ostaje prisutna u mjeranjima. Ona ne može biti eliminirana formiranjem sredine obostrano mjerene visinske razlike budući da njen utjecaj nije u potpunosti istražen i modeliran. Ona proizlazi iz neusklađenih uvjeta na obje strane obale između kojih se mjeri visinska razlika, odnosno iz neujednačenih atmosferskih uvjeta duž putanje vizurne linije preko vodene površine. Jednako tako kut koji zatvaraju zrake Sunca s pojedinom obalom, odnosno postavljenim instrumentima utječe na temperaturu neposrednog okružja stjališne točke, a samim tim i na putanju vizure. Osim toga, nejednake visine okretne osi instrumenta nad tlom, te nejednake nadmorske visine stjališnih točaka utječu na to da zraka putuje kroz različite atmosferske slojeve. U slučaju atmosferskih uvjeta iznad vodenih površina nastupa potpuno drugačija situacija nego u slučaju atmosferskih uvjeta nad tlom. Nad tlom se isijava temperaturno zračenje koje opada s visinom, dok je iznad vode donji sloj hladniji nego slojevi iznad njega. Tek u višim slojevima uspostavljaju se realni odnosi u atmosferi. U kojoj mjeri nesimetrična refrakcija utječe na određivanje visinske razlike nije poznato, ali budući da se utjecaj refrakcije na udaljenosti od približno 2000 do 6000 m kreće u rasponu od 5 do 41 cm za pretpostaviti je da bi i utjecaj nesimetrične refrakcije mogao, ovisno o udaljenosti, iznositi od nekoliko milimetara do nekoliko cm, slika 13.



Sl. 13. Utjecaj udaljenosti na vrijednost refrakcije

Na osnovi izračunanih visinskih razlika u mikromrežama izvršena je usporedba razlika visinskih razlika, tablice 4-6, određenih specijalnim postupkom za prijenos visina, trigonometrijskim i GNSS nivelmanom.

Tablica 4. Usporedba visina kopno-Rab

| Točka | H_1961 [m] | H_GNSS [m] | H_Trig.Niv. [m] | H_1961-H_GNSS [m] | H_1961-H_TN [m] | H_GNSS-H_TN [m] |
|-------|------------|------------|-----------------|-------------------|-----------------|-----------------|
| J1    | 38.1164    | 38.1164    | 38.1164         | 0                 | 0               | 0               |
| J2    | 47.7032    | 47.7063    | 47.7032         | -0.0031           | 0               | 0.0031          |
| R1    | 21.5807    | 21.5684    | 21.5864         | 0.0123            | -0.0057         | -0.0180         |
| R2    | 19.5077    | 19.4940    | 19.5144         | 0.0137            | -0.0067         | -0.0204         |

Tablica 5. Usporedba visina

| Prizna-Žigljen |            |          |                 | Valbiska-Merag |            |          |                 |
|----------------|------------|----------|-----------------|----------------|------------|----------|-----------------|
| Točka          | H_GNSS [m] | H_TN [m] | H_GNSS-H_TN [m] | Točka          | H_GNSS [m] | H_TN [m] | H_GNSS-H_TN [m] |
| P1             | 22.2949    | 22.2949  | 0               | V1             | 2.7389     | 2.7389   | 0               |
| P2             | 26.8681    | 26.8681  | 0.0000          | V2             | 10.4180    | 10.4033  | 0.0000          |
| Z1             | 28.0635    | 28.0881  | -0.0246         | M1             | 145.3809   | 145.3797 | 0.0012          |
| Z2             | 27.9075    | 27.9370  | -0.0295         | M2             | 142.1539   | 142.1494 | 0.0045          |

Tablica 6. Usporedba visina Brestova-Porozina

| Točka | H_GNSS [m] | H_Trig.Niv. [m] | H_GNSS-H_TN [m] |
|-------|------------|-----------------|-----------------|
| 1371  | 33.7597    | 33.7597         | 0               |
| 1372  | 34.4658    | 34.4650         | 0.0008          |
| 1381  | 44.8496    | 44.9438         | -0.0942         |
| 1382  | 41.7745    | 41.8593         | -0.0848         |

U mikromrežama kopno-otok Rab, kopno-otok Pag i otok Krk-otok Cres velika je podudarnost u rezultatima zahvaljujući dobro modeliranom geoidu za to područje. Obzirom

na male razlike može se reći da je prijenos visina mogao biti ostvaren samo GNSS nivelmanom međutim rezultati iz mikromreže kopno-otok Cres, Tablica 6, ukazuju na oprez pri korištenju modela geoida obzirom na veću razliku, te naglašavaju potrebu prethodne apsolutne orijentacije geoida, odnosno korekcije modela geoida za otoke na temelju ostvarenih prijenosa visina. Unutarnja točnost modela geoida se dodatno može poboljšati korekcijom apsolutne orijentacije na otocima na temelju rezultata trigonometrijskog nivelmana kojim će se u bližoj budućnosti povezati svi veći otoci bliže kopnu s ostalim dijelom države u jedinstveni visinski sustav, što bi u budućnosti omogućilo širu primjenu GNSS nivelmana.

## 7 ZAKLJUČAK

Definiranjem, izvođenjem, obradom i izjednačenjem satelitskih i nivelmanskih mjerena na projektu prijenosa visina s kopna na otoke sjevernog Jadrana, naša država je dobila dobru podlogu točaka na kojima su definirane visine što će omogućiti njihovu primjenu za obavljanje različitih geodetskih zadaća, a posebice za priključenje otoka u jedinstveni visinski sustav s kontinentalnim dijelom Republike Hrvatske.

Prijenos visina trigonometrijskim nivelmanom može se u velikoj mjeri automatizirati zahvaljujući novim tehnološkim rješenjima. Brzina prikupljanja podataka se rapidno podiže, pa tako instrumenti u vremenskom intervalu od jednog sata mogu izmjeriti 40-ak girusa, što je u direktnoj ovisnosti s međusobnom udaljenosti između točaka. Čak i kod stručnjaka s velikim iskustvom taj broj girusa je teško ostvariv pri radu s manualnim uređajima. Osim toga na temelju automatske obrade podataka mjerena moguće je povećavati broj girusa do onog broja dok se ne zadovolji postavljeni zahtjev preciznosti određivanja zenitnih daljina.

Analiza rezultata prijenosa visina trigonometrijskim i GNSS nivelmanom je pokazala da je, zahvaljujući tehnološkom napretku, poglavito glede mjerne nesigurnosti elektronskih tahimetara, te zahvaljujući visokoj unutarnjoj točnosti modela geoida, moguće izvršiti prijenos visina s visokom preciznošću te samim tim velike otoke koji su bliže obali mora povezati u jedinstveni visinski sustav s kopnenim dijelom Republike Hrvatske. Pri tom treba napomenuti da je šira primjena GNSS nivelmana moguća samo uz prethodno poboljšanje modela geoida i njegove apsolutne orijentacije na otocima. Potencijal trigonometrijskog nivelmana nije u potpunosti iskorišten, a upravo analiza na prijenosu visina na otoke sjevernog Jadrana govore u prilog tome da je uz uvažavanje svih teoretskih prepostavki potpomognuto novim tehnološkim rješenjima moguća primjena trigonometrijskog nivelmana i tamo gdje je tražena subcentimetarska preciznost.

Osim obavljenih terenskih radova i obrade podataka mjerena potrebnih za dovršenje prijenosa visina na otoke sjevernog Jadrana, pri čemu se vodilo računa o svim znanstveno-stručnim elementima izvedbe preciznih nivelmanskih radova, za potrebe integriranja otoka u jedinstveni visinski sustav RH biti će potrebno obaviti još sljedeće važne radove:

- obaviti reopserviranje mikromreže u potpuno drugaćijim vremenskim uvjetima, drugo doba godine, drugaćiji atmosferski uvjeti i sl.,
- povezati mikromreže Brestova-Porozina i Valbiska-Merag preciznim nivelmanom te obaviti priključak nivelmanskog vlaka na najbliži reper iz državne visinske mreže na otoku Krku u svrhu zatvaranja nivelmanskog poligona,
- obaviti prijenos visina na otoke srednjeg i južnog Jadrana.

### **Zahvala:**

Posebnu zahvalu dugujemo gosp. Hrvoju Čuljku, vlasniku tvrtke Geoservis iz Pule, na nesebičnoj suradnji tijekom projekta prijenosa visina s kopna na otoke sjevernog Jadrana.

### **8 LITERATURA**

- Bašić, T. (2001): *Detaljni model geoida Republike Hrvatske HRG2000*. Državna geodetska uprava, "Izvješća o znanstveno-stručnim projektima iz 2000. godine", Zagreb.
- Bleeck, A., Krischker, R. (2006): *Untersuchungen zur Höhenbestimmung in den amtlichen Nivellementnetzen Brandenburgs*. Diplomarbeit, Technische Fachhochschule Berlin.
- DGU (1961): *Izvješće*. Državna geodetska uprava, Arhivska dokumentacija, Zagreb.
- GF (2000): *Prijedlog službenog visinskog datuma Republike Hrvatske*. Geodetski fakultet, Sveučilište u Zagrebu.
- Rattke, K. (2005): *Untersuchungen zur relativen Höhenübertragung über große Gewässer*. Diplomarbeit, Technische Fachhochschule Berlin.
- NN (2004): *Odluke Vlade Republike Hrvatske o utvrđivanju službenih geodetskih datuma i ravninskih kartografskih projekcija Republike Hrvatske*. Narodne novine 110/04, 117/04. Zagreb

## **HEIGHT TRANSFER FROM MAINLAND TO THE NORD ADRIA ISLANDS**

*Abstract.* Levelling already employ geodesy for some centuries. In this time a constant advancement of the instruments and measuring procedures took place. Transmission of heights over waters is a special and relatively fastidious task. The conditions for error influences, like the refraction, are particularly incalculable over open water surfaces. A generally used method of height transmission by means of a millimetre-accuracy geometrical levelling, can be excluded here as suitable procedure. One pushes to the borders, since the distances from the level to the staff should be equally large selected. In addition is the accurate reading at that staff with such large distances not possibly. In frame of project of height transfer from mainland to the nord adria islands equalization of heights which were defined by geometrical, trigonometrical and GNSS levelling was made. For this purpose HRG2000 model of geoid was used to transfer ellipsoid into (normal) ortometric heights. Thereafter were possible to compare relative height difference measured by various geodetic methods and perform the analysis of accuracy of accomplished results. The comparative investigation of the trigonometric and GNSS levelling measurements, will show whether we are able to manage transfer of heights with required subcentimeter accuracy or it is still in despite of new technique development uncertainly. For that reason will be used comparison of hight transfer from mainland to the island Rab where height difference according procedures of sea-transfer levelling was defined by geometrical levelling in the year 1961.

**Key words:** height transfer over big waters, geometrical levelling, HRG2000