

## CHAPITRE 3

# BANDELETTES POUR LA COMPRESSION D'IMAGES

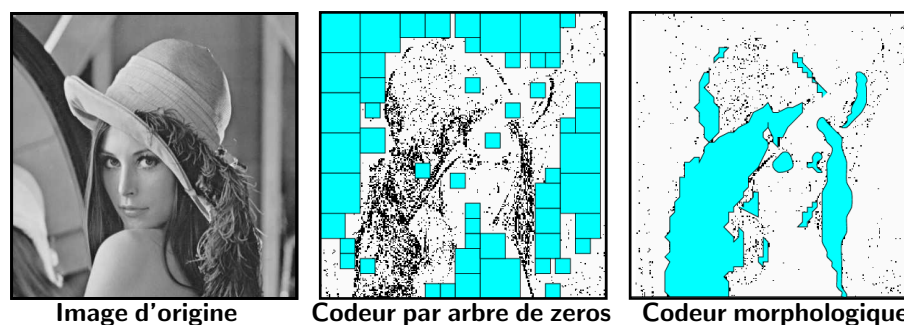
Dans ce chapitre, nous appliquons l'algorithme de transformée en bandelettes décrite au chapitre 2.3 à la compression d'images. Cependant, pour mieux prendre en compte la complexité des images naturelles, nous apportons quelques simplifications et améliorations.

### 3.1 ÉTAT DE L'ART

#### 3.1.1 CODEURS EN ONDELETTES

Les codeurs utilisant une transformée en ondelettes n'exploitent pas de réelle modélisation de la géométrie des images. Ils construisent empiriquement des schémas de codage efficaces pour prendre en compte les corrélations des coefficients en ondelettes comme expliqué par Liu et Moulin [121].

Historiquement, les premiers codeurs se sont intéressés aux redondances entre les différentes échelles. Le premier proposé est le codeur par arbre de zéros de Shapiro [173], affiné par le codeur SPIHT de Said et Pearlman [165]. Des études théoriques comme celle de Cohen et al. [43], étudient le taux de distorsion asymptotique de ce type de codeurs. Des modélisations plus complexes des dépendances entre les échelles ont permis quelques améliorations, voir par exemple le codeur de Buccigrossi et Simoncelli [25].



**Fig. 3.1** Comparaison entre le codage par arbre de zéros (codeur [173]) des coefficients nuls et le codage morphologique (codeur [171]) de groupes de coefficients non-nuls.

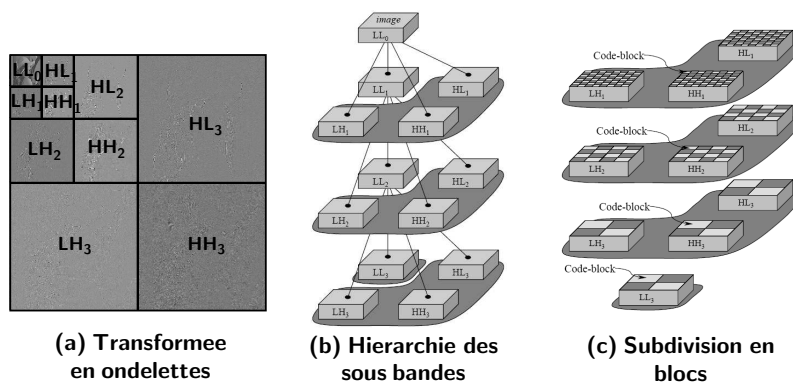
Cependant, la dernière génération de codeurs exploite uniquement les dépendances à l'intérieur d'une même échelle. On peut citer les codeurs de Chai et al. [36], le codeur morphologique de Servetto et al. [171], et le codeur SFQ de Xiong et al. [208]. La figure 3.1 montre qu'en se restreignant à chaque échelle indépendamment, on peut effectuer un codage exploitant la forme géométrique des groupes de coefficients non-nuls. Le standard JPEG2000, présenté à la section suivante, considère ainsi chaque échelle de façon indépendante.

### 3.1.2 CODEUR JPEG2000

JPEG2000 est le standard le plus récent de compression d'images, voir le livre de Taubman et Marcellin [183] pour une description complète. Il utilise une transformée en ondelettes et effectue un codage optimisé de façon à satisfaire principalement deux objectifs :

- Produire un codage progressif. Ceci signifie que l'on compresses l'image une seule fois et que l'on peut la décompresser plus ou moins selon la qualité que l'on souhaite obtenir.
- Réduire la redondance qui existe dans les coefficients d'ondelettes. Pour améliorer la distorsion par rapport à un simple codage entropique des coefficients quantifiés, JPEG2000 utilise un codeur adaptatif.

Le codeur adaptatif de JPEG2000 est EBCOT, introduit par Taubman [182], qui permet de remplir ces deux objectifs avec une complexité numérique réduite. Pour chaque échelle  $2^j$  et orientation  $k$ , les coefficients  $f_j^k$  de la transformée en ondelettes sont regroupés par blocs dont la taille est typiquement  $64 \times 64$ , comme montré à la figure 3.2. Ceci permet d'optimiser localement le codage des coefficients, tout en garantissant une dispersion du budget de bits sur toute l'image.

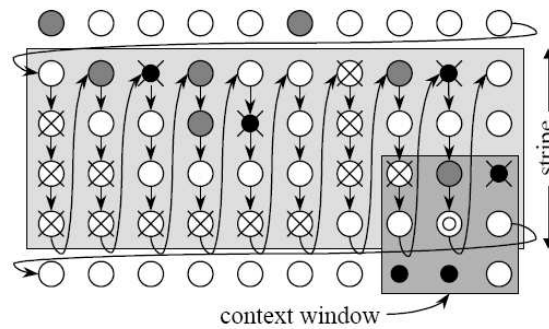


**Fig. 3.2** *Subdivision en blocs  $64 \times 64$  des coefficients d'une transformée en ondelettes.*

Pour chaque bloc, un flot de bits est produit pour coder de façon progressive les coefficients à l'intérieur du bloc. Des seuils dyadiques de la forme  $T_k \stackrel{\text{def.}}{=} 2^{-k} T_0$  sont utilisés pour quantifier les coefficients. Chaque coefficient  $c_n \stackrel{\text{def.}}{=} f_j^k[n]$ , quantifié à la précision la plus fine  $T_0$ , peut être représenté sous la forme

$$Q_{T_0}(c_n) = \sigma(c_n) \sum_{k \geq 0} c_n^{(k)} 2^k T_0 \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \sigma(c_n) \in \{-1, 1\}, \\ c_n^{(k)} \in \{0, 1\}. \end{cases}$$

Pour un  $k$  fixé, l'ensemble des bits  $c_n^{(k)}$  forment un *plan de bits* et EBCOT code cet ensemble de bits en les parcourant de manière séquentielle, comme représenté à la figure 3.3.



**Fig. 3.3** Déplacement de la fenêtre de contexte lors du codage d'un plan de bits.

Le codage de chaque plan de bits s'effectue de manière adaptative. De nombreuses expériences numériques ont mené au choix d'un certain nombre de contextes (correspondant aux configurations des bits voisins dans le plan de bits précédents) qui capturent de façon compacte la structure locale des coefficients d'ondelettes. En construisant progressivement les histogrammes des bits conditionnés par rapports aux différents contextes, EBCOT est capable de coder les coefficients en ondelettes de façon très efficace.

### 3.1.3 CODEURS GÉOMÉTRIQUES

De nombreuses méthodes d'analyse harmonique géométrique, présentées à la section 1.4.2, ont donné naissance à des algorithmes de compression, par exemple les contourlets de Do et Vetterli [66] ainsi que les approximations ENO bidimensionnelles de Matei et Cohen [132].

D'autres algorithmes de transformations géométriques donnent de très bons résultats comme par exemple les ondelettes courbes de Wang et al. [197] et les ondelettes orientées de Chappelier et Guillemot [38]. Ces schémas utilisent une transformée en ondelettes modifiée de façon non-linéaire de façon à suivre une orientation locale. L'implémentation pratique de ces transformées est effectuée grâce à une décomposition en étapes élémentaires de lifting, comme introduit par Sweldens et Daubechies [59]. Le principal problème avec ces approches est l'impossibilité de garantir l'orthogonalité de la base utilisée pour la décomposition. Ce type de méthodes est aussi employé en codage video par ondelettes, où l'on souhaite suivre le flot optique lors de la transformation, voir par exemple le codeur de Secker et Taubman [170] et Popescu [152].

Certains codeurs essaient d'améliorer le codage arithmétique avec des modèles géométriques plus poussés que les constructions empiriques présentées à la section précédente, comme par exemple les codeurs de Wakin et al. [196] ou de Li [118].

Un codeur en bandelettes a déjà été utilisé par Le Pennec et Mallat [113]. Il utilise la transformée en bandelettes de première génération ainsi qu'un simple codeur arithmétique des coefficients quantifiés. Le codeur que nous présentons dans ce chapitre est du même type mais il utilise une transformée généralisant les bases de bandelettes orthogonales présentées dans les chapitres précédents. Nous montrons une légère amélioration par rapport au codeur de [113] de l'ordre de 0.3dB sur des images typiques et nous comparons ce codeur à JPEG2000.

## 3.2 LE CODEUR EN BANDELETTES ORTHOGONALES

Dans cette section, nous expliquons les modifications apportées à la transformée en bandelettes orthogonales pour la rendre plus efficace sur les images naturelles. Avant de décrire précisément la nouvelle transformée et le codeur associés aux sous-sections 3.2.2 et 3.2.2, nous décrivons un cas particulier simple de transformée en bandelettes qui donne une interprétation intuitive de la construction théorique.

### 3.2.1 TRANSFORMÉE EN BANDELETTES D'ORDRE 0

Dans cette sous-section, nous détaillons la transformée en bandelettes avec un seul moment nul. Tout en restant dans le cadre théorique garantissant un contrôle de l'erreur d'approximation, l'algorithme à l'ordre 0 est plus simple et peut donc s'interpréter de façon intuitive. Ce cas particulier consiste à utiliser :

- une géométrie approchée linéaire, c'est-à-dire des morceaux de droites. Ainsi, dans chaque carré  $S$  de la segmentation, l'algorithme de transformée décrit à la sous-section 2.3.1 va déterminer la meilleure direction pour approcher l'ensemble de coefficients en ondelettes dans  $S$ .
- des fonctions de base constantes sur des bandes rectilignes. Dans le cadre de la construction décrite à la sous-section 2.2.2, ceci correspond à utiliser des espaces  $G_\ell$  de fonctions constantes sur les bandes  $b_{\ell i}$ .

L'approximation avec  $M$  termes dans une meilleure base de bandelettes constante par morceaux donne une erreur d'approximation contrôlée par

$$\|f - f_M\|_{L^2}^2 \leq CM^{-3/2}.$$

Ce résultat diffère de celui présenté au théorème 2.14 pour un nombre de moments nul  $p = 2$ . Ceci vient du fait que l'on utilise une base ayant  $p = 1$  moment nuls avec une géométrie d'ordre 2 (linéaire). Il est à noter que ce résultat n'est pas couvert par le théorème 2.14. En effet, celui-ci suppose, pour obtenir une décroissance en  $M^{-2}$ , que l'on utilise une géométrie linéaire ainsi que des fonctions linéaires par morceaux.

L'intérêt de ce schéma simple d'approximation constante par morceaux est que l'on dispose d'une interprétation de la bandelétisation à l'aide d'une transformée unidimensionnelle. Nous allons expliquer en détails cette étape de la transformée, qui correspond à l'étape (5) de la transformée décrite à la sous-section 2.3.2.

**Réordonnement des points de la grille (étape 1 de la bandelétisation)** Jusqu'à la fin de cette section, on considère un carré  $S$  de taille  $b$  dans le domaine des coefficients d'ondelettes à une échelle  $2^j$  et orientation  $k$ , comme on peut le voir à la figure 3.4 (b). Le but est de décrire de façon simple la transformée de Alpert discrète  $\mathcal{A}_{\tilde{\gamma}}$  des coefficients  $f_S \stackrel{\text{def}}{=} \{f_j^k[n]\}_{2^j n \in S}$  nécessaires pour l'étape (5) de l'algorithme décrit à la sous-section 2.3.2.

La transformée de Alpert est paramétrée par une géométrie linéaire  $\tilde{\gamma} = d$ , où  $d$  est une direction quantifiée. Comme décrit par la théorie, il est nécessaire de choisir environ  $T^{-2}$  géométries quantifiées. Cependant, dans cette section, nous allons considérer toutes les directions  $d$  joignant un couple de points  $(2^j n, 2^j n') \in S^2$ . Ce faisant, on verra que l'on

teste en fait toutes les transformée de Alpert  $\mathcal{A}_d$  d'ordre 0. Le nombre de telles directions  $d$  quantifiées est de l'ordre de  $O(N_S^2)$  où  $N_S \stackrel{\text{def.}}{=} (2^j/b)^2$  est le nombre de coefficients dans  $S$ .

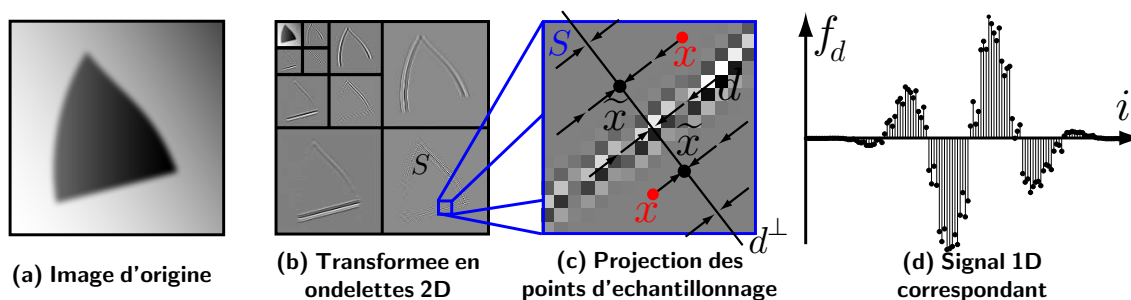
La transformée de Alpert  $\mathcal{A}_d$  peut en fait être calculée à l'aide d'une transformée de Haar  $\mathcal{H}$  monodimensionnelle d'un signal discret

$$\mathcal{A}_d(f_S) = \mathcal{H}(\tilde{f}_S), \quad \text{où} \quad \forall k \in \{0, \dots, N_S - 1\}, \quad \tilde{f}_S[k] = f_S[(\varphi_d)^{-1}[k]].$$

La bijection

$$\varphi_d : \{n \mid 2^j n \in S\} \mapsto \{0, \dots, N_S - 1\}^2$$

correspond à une numérotation des points à l'intérieur de  $S$ , c'est-à-dire à un réordonnement 1D de ces points le long d'un axe.



**Fig. 3.4** Réordonnement discret des points d'échantillonnage.

Pour construire ce réordonnement, comme montré à la figure 3.4 (c), on sélectionne chaque point  $x_n \stackrel{\text{def.}}{=} 2^j n \in S$  sur la grille d'échantillonnage des coefficients  $f_S$  et on le projette orthogonalement sur la droite  $d^\perp$  perpendiculaire à  $d$ . Ceci donne un nouveau point  $\tilde{x}_n$  repéré par son abscisse sur la droite  $d^\perp$ . On peut ensuite classer les abscisses de tous les points et la valeur de  $\varphi_d[n]$  est l'ordinal de  $\tilde{x}_n$  dans ce classement.

On peut remarquer que seules les positions relatives le long de  $d^\perp$  des points d'échantillonnage importe dans ce schéma d'ordre 0.

**Transformée de Haar 1D (étape 2 de la bandelétisation)** De façon intuitive, si la direction  $d$  suit bien une courbe de discontinuité passant à travers  $S$  (voir la figure 3.4 (c)), alors ce réordonnement sera capable de transférer la régularité directionnelle 2D de  $f_S$  dans une régularité isotrope 1D de  $\tilde{f}_S$ . C'est pour cela qu'une transformée de Haar 1D est efficace pour capturer cette régularité.

La transformée de Haar est la plus simple des transformées en ondelettes et en particulier elle ne possède qu'un moment nul. Dans [155], une transformée 1D générale est employée, ce qui améliore les résultats numériques mais n'apporte pas de moments nuls supplémentaires.

L'étape (6) de l'algorithme décrit à la sous-section 2.3.2 compare toutes les directions  $d$  possibles pour trouver celle qui minimise le Lagrangien. La figure 3.5 montre comment cette minimisation permet de choisir à la fois une direction admissible et une taille des carrés correcte. Sur la première ligne on peut voir différents carrés  $S$  extraits autour d'une singularité dans le domaine en ondelettes. Sur la ligne du milieu, on peut voir le signal discret réordonné 1D  $\tilde{f}_S$ . Sur la ligne du bas, on peut voir l'amplitude des coefficients de Haar  $\mathcal{H}(\tilde{f}_S)$ .

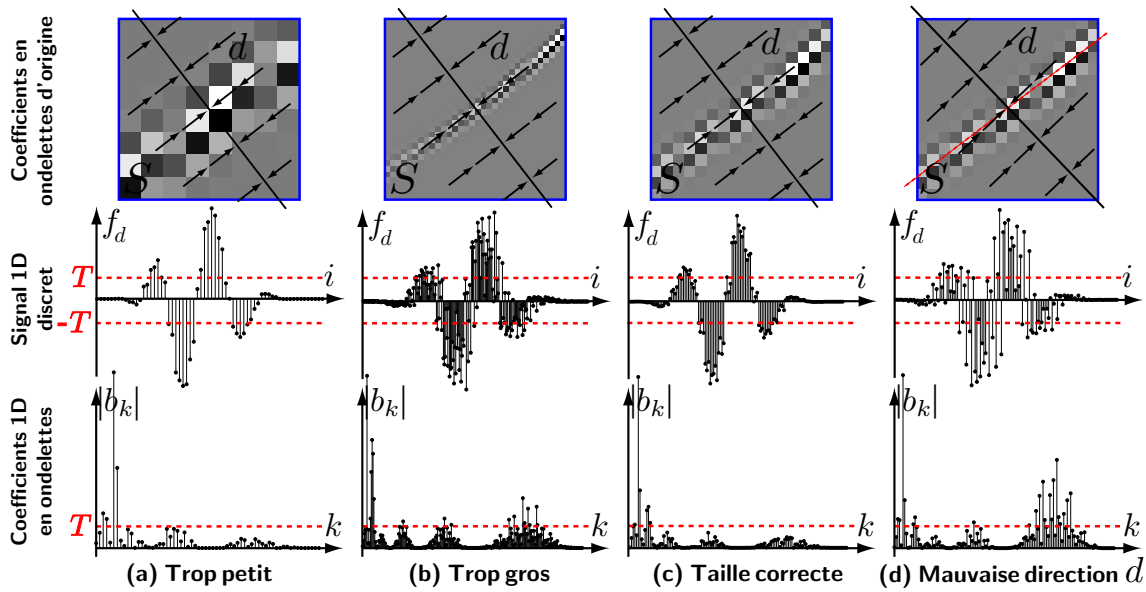


Fig. 3.5 Influence de la taille de  $S$  et de la direction  $d$ .

- (a) Le carré est trop petit, puisque on peut étendre un peu  $S$  sans produire de coefficients de Haar au-dessus du seuil  $T$ .
- (b) Le carré est trop grand et il y a trop de coefficients de Haar au-dessus du seuil  $T$ . Ceci provient du fait que la vraie géométrie a un peu de courbure et que la direction  $d$  dévie trop de cette géométrie.
- (c) Le carré a la bonne taille et le signal 1D est régulier. On remarque qu'il y a beaucoup plus de coefficients de Haar vérifiant  $|\mathcal{H}(\tilde{f}_S)[k]| < T$  que de coefficients d'ondelettes vérifiant  $|f_S[n]| < T$ .
- (d) La direction  $d$  dévie trop de la vraie géométrie.

Mathématiquement, ce choix de la meilleure direction correspond à minimiser le Lagrangien  $\mathcal{L}(f_S, d, T)$  (voir l'étape (6) de l'algorithme présenté à la section 2.3.2). Il convient de noter que ce choix de taille  $b$  et de direction  $d$  dépend de la précision fixée par l'utilisateur par l'intermédiaire de  $T$ . Ainsi, des carrés corrects pour grand seuil  $T$  (compression agressive) peuvent s'avérer trop grands pour un petit seuil  $T$ , puisque plus de précision est alors requise.

### 3.2.2 TRANSFORMÉE EN BANDELETTES PAR GROUPEMENTS

**La géométrie de 16 coefficients d'ondelettes** La géométrie des images naturelles est complexe. La topologie de l'ensemble des courbes est souvent compliquée avec de très nombreuses jonctions en  $T$ , croisements et enchevêtrements. Comme on peut le voir à l'image 3.6, il y a beaucoup d'effets chaotiques dus aux interactions entre la grille d'échantillonnage et une géométrie courbe et variable.

Pour toutes ces raisons, il est rare de pouvoir exploiter, dans une image typique, une régularité géométrique sur une longueur de plus d'une dizaine de pixels. À l'échelle la plus fine de la transformée en ondelettes, ceci se traduit par des corrélations sur environ 4 coefficients d'ondelettes. Étant donné le coût du codage d'une géométrie, il n'est de plus

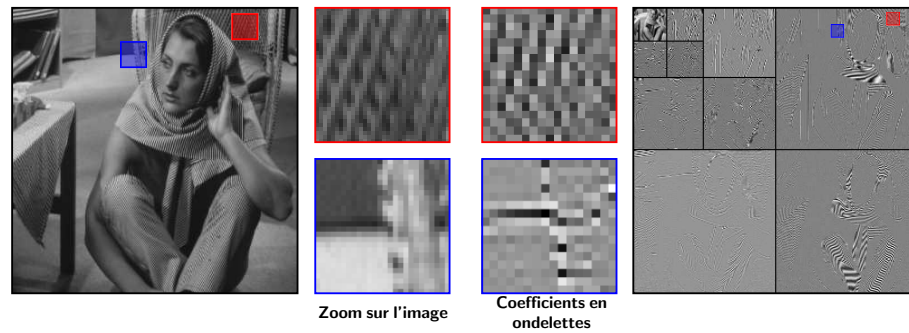


Fig. 3.6 Configurations complexes de coefficients d'ondelettes.

pas raisonnable de pouvoir gagner en compression en considérant des interactions de moins de 3 coefficients.

Ces constatations ainsi que la pratique empirique de la transformée en bandelettes nous ont amenés à ne pas utiliser de quadtree, en se restreignant à des carrés  $S$  de côté  $b = 42^j$ , c'est à dire des paquets de  $4 \times 4$  coefficients d'ondelettes.

**Une transformée par groupements** Le fait de se restreindre à des groupes de  $4 \times 4$  coefficients comporte plusieurs avantages :

- Comme on l'a déjà dit, ils contiennent les corrélations typiques que l'on trouve dans les images naturelles.
- Le fait de ne pas avoir de quadtree simplifie la procédure de codage, comme on le verra à la sous-section suivante.
- Enfin, en se concentrant sur seulement 16 coefficients, on peut mieux comprendre la nature des redondances des coefficients d'ondelettes. On va ainsi construire une transformée en bandelettes ad-hoc plus adaptée.

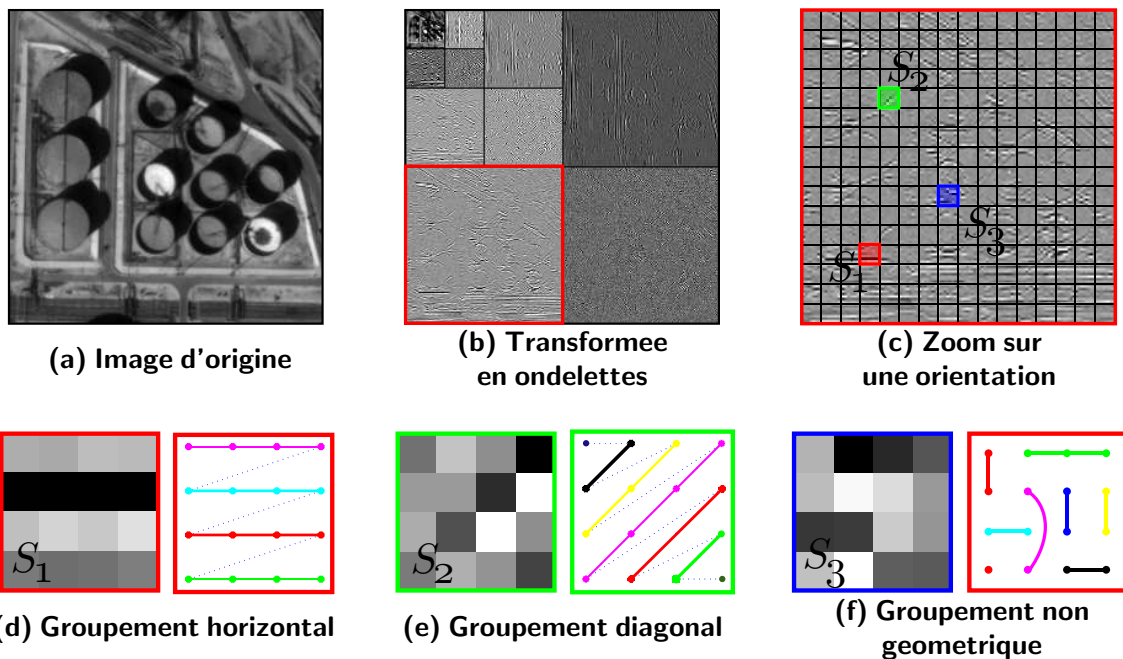


Fig. 3.7 Zoom sur des carrés de côté  $4 \times 4$  dans une transformée en ondelettes.

Le figure 3.7 montre trois paquets typiques de 16 coefficients d'ondelettes. À chaque fois, on a effectué un regroupement adapté des coefficients.

- Le carré  $S_1$  correspond à une régularité purement horizontale. On a donc groupé les coefficients suivant les 4 lignes.
- Le carré  $S_2$  correspond à une régularité diagonale. On a donc groupé les coefficients selon les 7 lignes diagonales.
- Le carré  $S_3$  correspond à une géométrie chaotique (près d'une jonction). Les groupements correspondant sont donc très complexes.

Les groupement ont été effectués de façon manuelle pour garantir que les coefficients en ondelettes sont quasi-constants dans chaque groupe.

Plutôt que d'utiliser une transformée en bandelettes orthogonales classique, qui va transformer tous les coefficients d'un seul coup, une meilleure stratégie consiste à transformer chaque groupe de coefficients de manière indépendante. Ainsi, l'information n'est pas diffusée à travers les groupes, ce qui garantit une meilleure compression.

Plus précisément, la géométrie est maintenant décrite par un ensemble de groupes orientés  $G = \{(G_i, \varphi_i)\}_{i=1}^{N_G}$

$$\{n \setminus 2^j n \in S\} = \bigcup_{i=1}^{N_G} G_i \quad \text{et} \quad \varphi_i : G_i \mapsto \{0, \dots, g_i - 1\},$$

où  $g_i$  est le cardinal du groupe  $G_i$ . Les fonctions  $\varphi_i$  permettent d'ordonner les points à l'intérieur de  $G_i$ .

Les nouvelles fonctions de base de bandelettes sont définies avec des polynômes orthogonaux restreints à chaque groupe  $G_i$ . On note, pour chaque taille de groupe  $g_i$ ,  $\{\theta_m^{g_i}\}_{m=0}^{g_i-1}$  la base orthogonale de  $\mathbb{R}^{g_i}$  formée par l'orthogonalisation discrète des monômes  $1, X, \dots, X^{g_i-1}$  évalués en des nœuds d'échantillonnage régulièrement espacés. La figure 3.8 montre les vecteurs discrets correspondants. Si on les considère comme échantillonnés aux points  $\{0, \dots, g_i - 1\}$ , chaque vecteur  $\theta_m^{g_i}$  a  $m - 1$  moments nuls discrets.

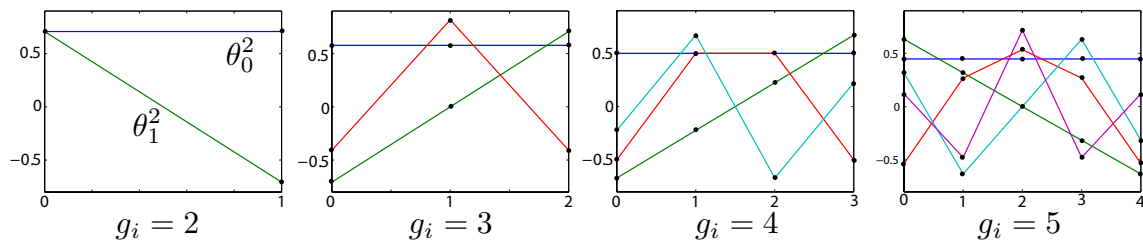


Fig. 3.8 Polynômes de Lagrange discrets.

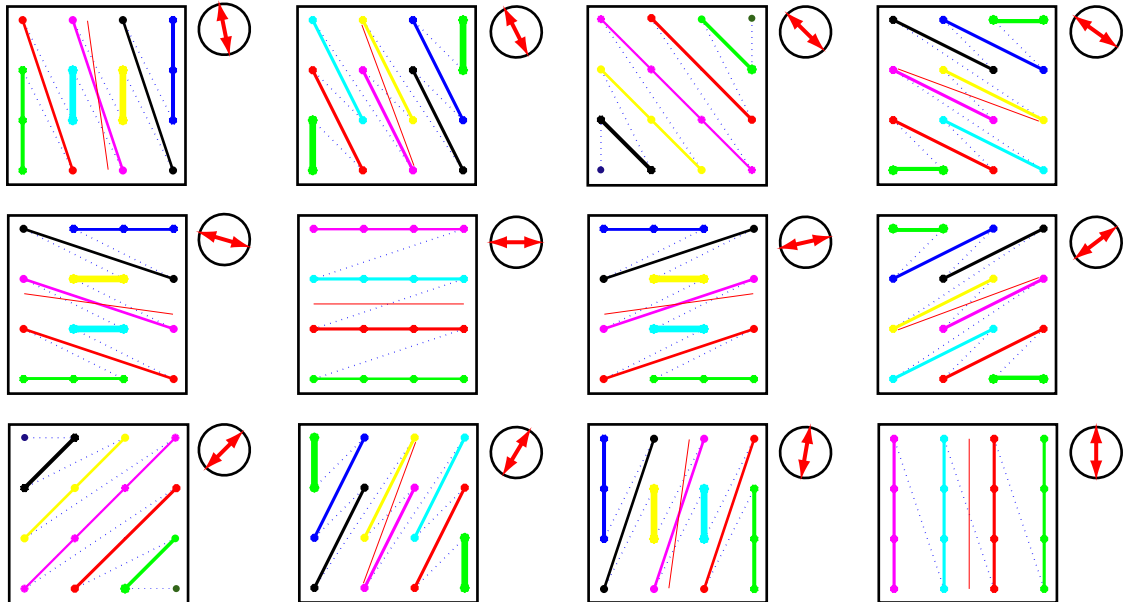
Une base de bandelettes  $\mathcal{B}(G, S)$  de  $\ell_j^2(S)$ , paramétrée par la géométrie  $G$ , peut être définie à l'aide de ces polynômes orthogonaux. Chaque vecteur de base  $\Psi_{i,m}$  est indexé par le numéro d'un groupe  $G_i$  et par le numéro d'un polynôme orthogonal  $\theta_m^{g_i}$

$$\Psi_{i,m}[n] = \begin{cases} 0 & \text{si } n \notin G_i \\ \theta_m^{g_i}[\varphi_i[n]] & \text{si } n \in G_i. \end{cases}$$

**Choix des groupements** Chaque géométrie  $G$ , composée d'un groupement  $\{G_i\}_i$  et d'un ordre  $\{\varphi_i\}_i$  sur les éléments des groupes, donne naissance à une base orthogonale de



bandelettes  $\mathcal{B}(G, S)$ . Il convient donc de trouver un ensemble convenable de groupements, puisqu'en général un ordonnancement raisonnable en découle naturellement.



**Fig. 3.9** Groupements possibles de 16 coefficients issus d'une géométrie linéaire (avec les directions de groupement associées).

La figure 3.9 montre les regroupements que nous avons utilisés dans notre codeur en bandelettes. Ces groupements découlent directement des ordonnancements 1D  $\varphi_d$  construits à la section 3.2.1 dans le cadre de la transformée d'ordre 0. Chaque groupe  $G_i$  correspond en effet à un ensemble de points voisins lorsqu'on les projette le long d'une direction  $d$ .

Il est cependant à noter que ce choix de groupements est empirique et que la construction d'un ensemble de groupement optimal est un problème ouvert.

### 3.2.3 DESCRIPTION DU CODEUR

On peut donc remplacer, dans l'étape (5) de l'algorithme décrit à la section 2.3.2, la transformée de Alpert par la transformée restreinte à des groupes que l'on vient de décrire. Ceci donne naissance à une nouvelle transformée en bandelettes orthogonales, mieux adaptée aux images naturelles.

Le codeur en ondelettes réalise la compression d'une image discrétisée  $\bar{f}$  de la manière suivante :

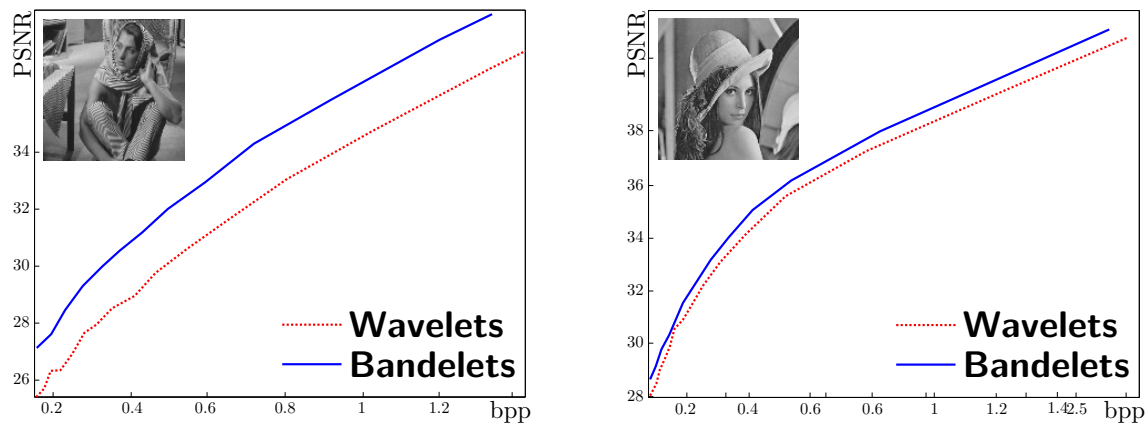
- Pour chaque orientation  $2^j$  et chaque orientation  $k$ , on subdivise en carrés  $S_m$  de  $4 \times 4$  les coefficients  $\bar{f}_j^k$  de la transformée en ondelettes.
- L'algorithme calcule le meilleur groupement  $G^{(d)}$  tel que la transformée des coefficients  $f_S$  dans la base  $\mathcal{B}(G^{(d)}, S)$  minimise le Lagrangien et stocke  $\mathcal{G}_j^k[m] = d$  l'indice de ce regroupement (en posant  $\mathcal{G}_j^k[m] = \Xi$  si il n'y a pas de géométrie convenable).
- L'algorithme stocke en même temps les coefficients de la transformée en bandelettes.
- Ces coefficients sont quantifiés à l'aide du quantificateur uniforme décrit à l'équation (2.14).

- Ces coefficients quantifiés sont codés à l'aide d'un codeur arithmétique, ce qui produit un flot de bits de coefficients de bandelettes.
- Les cartes de géométries  $\mathcal{G}_j^k[m]$  sont également codées à l'aide d'un codeur arithmétique, ce qui crée un flot de bits de coefficients de géométrie.

### 3.3 RÉSULTATS NUMÉRIQUES

#### 3.3.1 COMPARAISON AVEC UN CODEUR ARITHMÉTIQUE EN ONDELETTES

Dans nos tests de compression, la transformée en ondelettes utilisée correspond aux ondelettes biorthogonales 7/9 de Cohen et al. [44].



**Fig. 3.10** Courbes de distorsion du codeur en bandelettes pour (gain en PSNR  $\sim 0.6\text{dB}$ ) et Barbara (gain en PSNR  $\sim 2\text{dB}$ ).

Nous avons tout d'abord comparé le codeur en bandelettes décrit à la section précédente à un codeur en ondelettes type utilisant uniquement un codage arithmétique des coefficients quantifiés. Ces résultats sont reportés à la figure 3.10 sous la forme de courbe de débit/distorsion, mesurée à l'aide du PSNR

$$\text{PSNR}(f, f_R) \stackrel{\text{def.}}{=} -10 \log_{10}(\|f - f_R\|_{L^2} / \|f\|_{\infty}),$$

où  $R$  est mesuré en nombre de bits par pixels. On peut observer un gain typique des bandelettes par rapport aux ondelettes de l'ordre de 0.6dB pour l'image Lena et de 1.6dB pour l'image Barbara.

La figure 3.11 montre un gain perceptuel important par rapport aux ondelettes, car la géométrie des images est mieux respectée et les phénomènes d'oscillations près des contours sont diminués. À la figure 3.12, on peut voir les orientations principales des géométries  $G$  détectées dans chaque carré  $S$  à l'échelle la plus fine de la transformée en ondelettes.

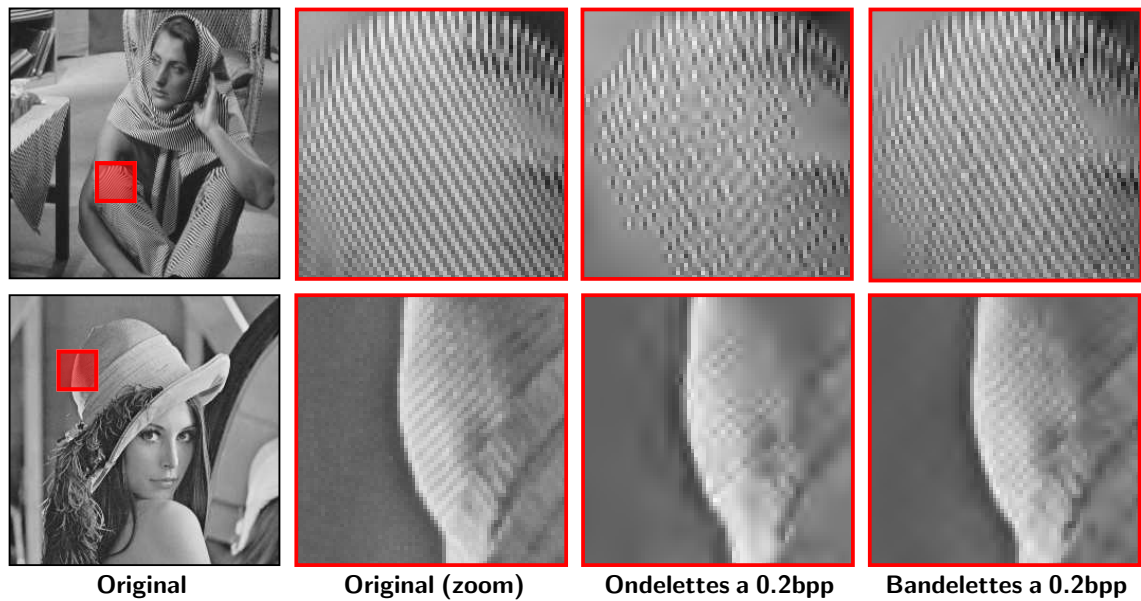


Fig. 3.11 Comparaison entre le codeur en ondelettes et le codeur en bandelettes orthogonales à 0.2 bit/pixel.

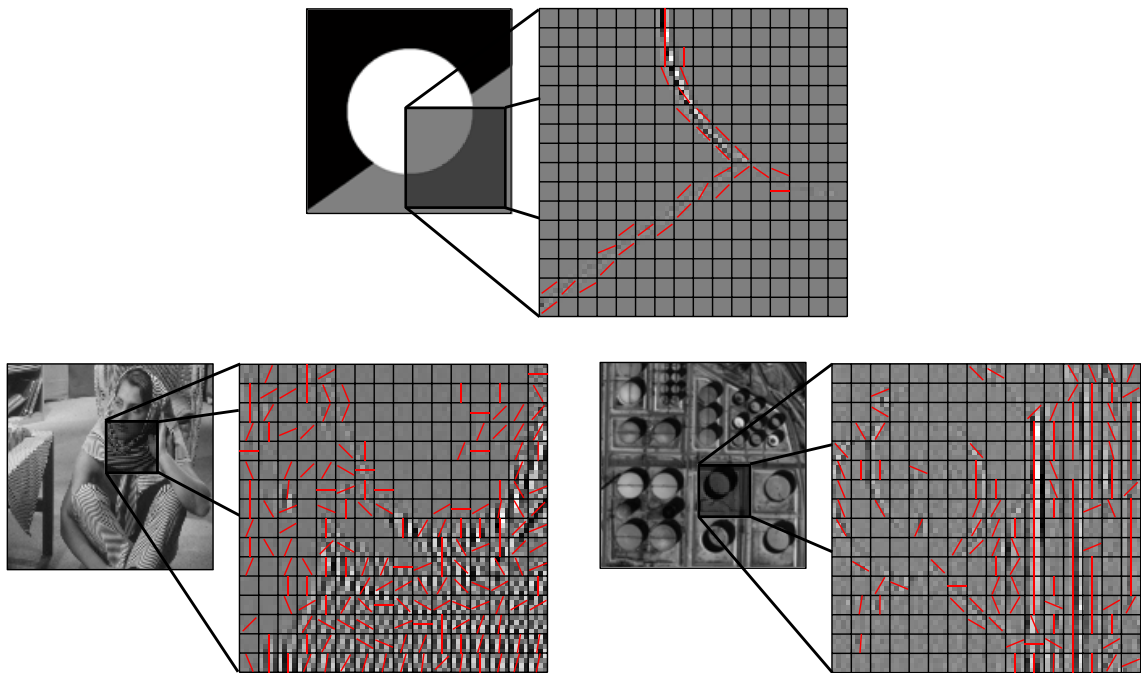
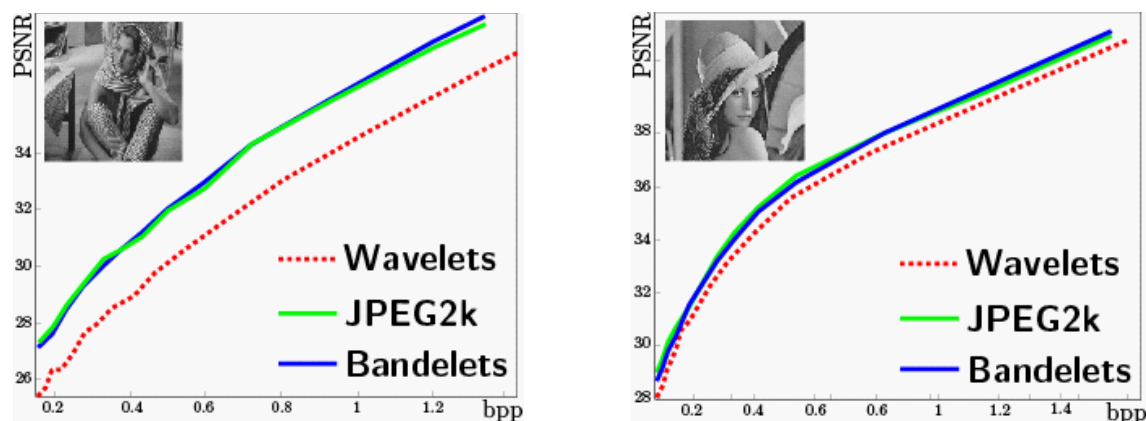


Fig. 3.12 Géométries calculées par la transformée en bandelettes.

### 3.3.2 COMPARAISON AVEC JPEG2000

La figure 3.13 montre la comparaison entre le gain obtenu, par rapport à un codeur arithmétique en ondelettes, par les bandelettes et par JPEG2000. On constate que ces deux codeurs font quasiment jeu égal sur les faibles taux de compression, et ce n'est que pour les taux peu agressifs (supérieurs à 2 bits/pixels) que les bandelettes apportent un léger gain.

L'interprétation de ce fait est que ces deux codeurs exploitent la géométrie des images.



**Fig. 3.13** Comparaison de la compression avec une transformée en bandelettes et avec JPEG2000.

Ces deux méthodes fonctionnent sur des petits groupes de coefficients dans le domaine des ondelettes, mais emploient des stratégies différentes pour capturer les corrélations typiques qui existent dans les coefficients d'une transformée en ondelettes. Le fait de considérer une géométrie de façon explicite à travers une transformée adaptée correspond à un traitement sans doute plus fin de la géométrie. Cependant, il ne faut pas oublier que grâce au système de plan de bits, JPEG2000 n'a pas besoin de coder explicitement les paramètres des contextes, ce qui constitue un gain certain.

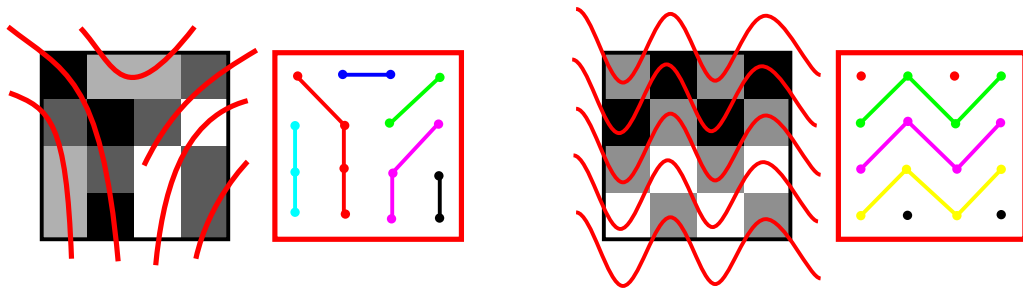
### 3.3.3 DISCUSSION ET PROBLÈMES OUVERTS

L'étude du codeur en bandelettes montre bien que les meilleurs codeurs contextuels, tels JPEG2000, sont capables de prendre en compte la géométrie des images d'une manière assez fine. Une question naturelle est donc de savoir s'il est possible, à l'aide d'une transformée adaptée, de faire mieux qu'avec un codeur contextuel.

Une première approche pour améliorer le codeur en bandelettes consiste à ajouter un codeur contextuel à la suite de la transformée en bandelettes. Cette construction s'avère relativement complexe, car les coefficients en bandelettes ont une structure plus complexe que ceux en ondelettes et ne sont pas classifiables à l'aide de la seule échelle en ondelettes  $2^j$ .

De plus, cette approche n'est pas très satisfaisante du point de vue théorique, car elle ne répond pas à la question centrale, qui est la paramétrisation des géométries complexes, issue des jonctions et des parties texturées d'une image. L'approche par groupements discrets de coefficients d'ondelettes semble concluante et une approche consisterait à chercher une nouvelle classe de regroupements capable de capturer des géométries plus chaotiques.

Un espoir en faveur de cette approche est que l'information géométrique n'est pas prédominante dans le flot de bits (environ 5% pour l'image Barbara à 0.5 bits/pixels). L'analyse théorique de la transformée en bandelettes montre que l'information géométrique et l'information des coefficients de bandelettes doivent être du même ordre. En utilisant une géométrie plus riche et mieux adaptée, il est envisageable d'établir un équilibre plus avantageux entre ces quantités.



**Fig. 3.14** *Regroupements complexes de coefficients d'ondelettes.*

La figure 3.14 montre des exemples de regroupements potentiels pour des géométries avec des symétries et périodicités complexes. Il reste cependant beaucoup de travail pour arriver à établir un vrai modèle et ainsi comprendre quels sont les regroupements nécessaires à une bonne représentation.

