

## 數學

### 引言

1. 在以科技為本和資訊發達的二十一世紀社會，學生須掌握傳意、探究、推測、邏輯推理，以及運用各種方法解決問題的能力。學生須作好準備，以便在這瞬息萬變的世界，進一步獲取新知識。
2. 因為數學能提供各種創造、獲取、組織和應用資訊的方法，所以數學在社會上的地位，日趨重要。透過製作圖像、圖表、符號、描述和數據分析，傳遞數字及數學理念，使數學在傳達意念方面擔當重要角色，能為學生終身學習奠定穩固的基礎。學生在學校獲得的數學經驗能使他們成為能理解數學的公民，對社會的繁榮作出貢獻。

### 基本理念

3. 數學是學習其他學科的基石，並能支援不同學科的學習。數學能為其他學習領域提供一種探究的基礎，同時也是一種利用符號、圖像及圖表以表示探究結果和建立理論體系的工具。其他學習領域也為學生提供不少有關數學應用的現實生活例子。
4. 數學是新高中課程的核心科目，同時也是初中數學課程的延續。它旨在使學生具備所需的數學知識和技巧，以便立足社會，並為社會作出貢獻。新高中數學課程的特色具有靈活性，它提供不同的途徑和機會，配合學生的各種需要和興趣。

### 課程宗旨

5. 課程的宗旨是讓學生能：
  - ◇ 成為理解數學的公民，並為社會的繁榮作出貢獻；
  - ◇ 自信地應付日後在升學、工作及現實生活方面對數學的需求；
  - ◇ 發展處理數量及空間資訊較高水平的能力；
  - ◇ 發展以數學語言溝通、清楚地和有邏輯地表達意見的能力；

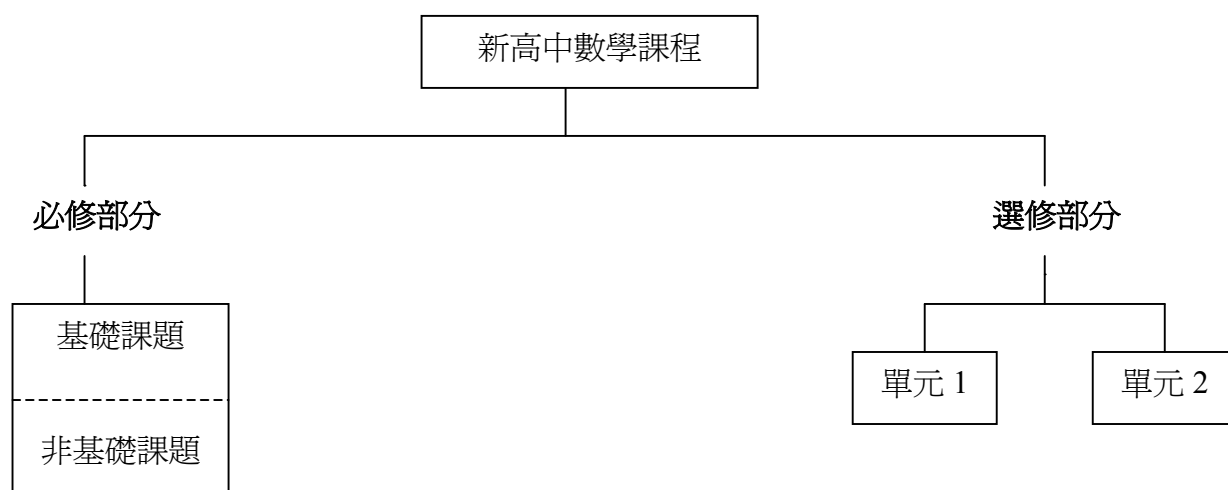
- ✧ 發展批判性思考、創意、構思、探究及數學推理的能力，以及利用數學來建立及採取不同方法來解決這個以科技為本的現代社會中的現實生活問題的能力；及
- ✧ 培養對數學學習採取正面的態度，發展從美學和文化的角度來欣賞數學的能力，並鼓勵學生對數學發展持續的興趣。

## 課程架構

(本部分應與主文件的「課程架構」部分一併閱讀。以下建議的課程架構只作初步諮詢之用；考慮及整理公眾人士的意見後，下一個階段的諮詢將會提供更詳細的資料。)

6. 新高中數學課程建基於現有數學課程的優勢，目的在提供一個均衡和全面的學習經驗，讓學生為日後升學、工作和立足社會，培養所需的數學知識、技能、價值觀及態度。學生的共通能力和在現實生活中的應用，會在課程內加以發展，以提高學生終身學習，獨立、批判性及探究性思考，以及創新和適應轉變的能力。

7. 數學是新高中課程內的一個核心科目。為了照顧學生的不同需要和興趣，新高中數學課程的設計是靈活和多樣化的。它由兩部分組成，即必修部分和選修部分。所有學生須修讀必修部分。選修部分有兩個選修單元，提供必修部分以外的數學知識。建議的新高中數學課程架構可簡單地圖列如下：



(備註：學生可只修讀必修部分、修讀必修部分和單元 1 或修讀必修部分和單元 2。)

8. 現時課程的設計是按照《高中學制檢討報告》的建議而擬定。根據這報告書所提的理念，本設計旨在為高中提供廣闊和均衡的學習。本設計在新高中數學課程內加入選修部分以代替提供選修科目，讓學生在修讀數學時更為靈活及多樣化。

9. 新高中數學課程的**必修部分**旨在為所有學生提供一個廣闊和均衡的課程。它涵蓋學生所需的數學知識及技能，為瞬息萬變和資訊發達的時代作好裝備。必修部分是第三學習階段數學課程的延續，內容分為三個學習範疇，分別為「數與代數」、「度量、圖形與空間」及「數據處理」。本部分亦會涉及在現實生活中進一步應用這些學習範疇的知識。必修部分的設計是為學生終身學習及升學和工作作好準備。現把必修部分三個學習範疇的學習目標概要臚列如下：

數與代數範疇	度量、圖形與空間範疇	數據處理範疇
<i>期望學生能：</i>		
<ul style="list-style-type: none"> <li>● 理解實數數系；</li> <li>● 利用代數符號及關係式探究及描述數量間的關係；</li> <li>● 以代數符號概括及描述數列的規律，並應用有關結果解決問題；</li> <li>● 從數值、符號及圖示角度闡釋較複雜的代數關係；</li> <li>● 處理較複雜的代數式及關係式，及應用有關知識與技能，以建立及解答各種實際應用題，並證明所得結果的有效性；及</li> <li>● 應用「數與代數」範疇內的知識和技能來概括、描述及傳遞各學習範疇的數學意念及解答進一步問題。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 應用及選擇歸納推理、演繹推理或解析方法來學習二維空間圖形的性質；</li> <li>● 以適當的符號、術語及理由來建立及寫出與平面圖形有關的幾何證明；</li> <li>● 應用代數關係來探究、描述及表達二維空間的幾何知識；</li> <li>● 應用三角函數來探究、描述及表達二維和三維空間的幾何知識；及</li> <li>● 聯繫「度量、圖形與空間」及其他學習範疇的知識和技能，並運用各種策略將它們應用於建立和解答二維及三維空間的問題。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 理解及計算離差的量度；</li> <li>● 選擇及使用集中趨勢及離差的量度來比較數據；</li> <li>● 研究及判斷由數據得出的推論的可信性；</li> <li>● 掌握數數的基本技巧；</li> <li>● 應用簡單公式來建立及解答較深入的概率問題；及</li> <li>● 綜合統計及概率的知識以解答有關日常生活問題。</li> </ul>

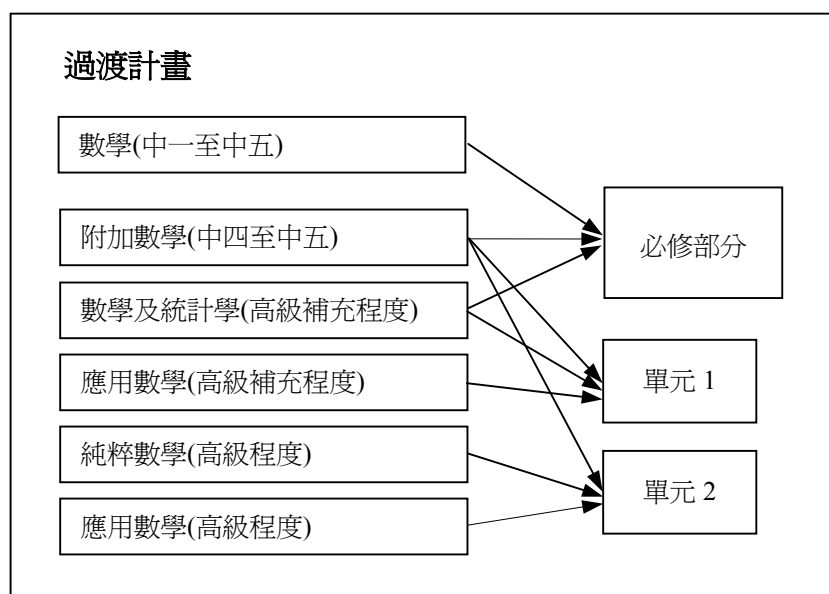
10. 必修部分的建議課時可佔總課時的 10%至 12.5%。課時的安排將視乎學生修讀的取向、目標及學習速度。對大部份學生而言，建議的課時應足夠讓他們在三年內完成必修部分。

11. 為了使本科的學習有更佳的效果及配合學生的進度、需要及興趣，必修部分設有基礎課題及非基礎課題。學生應對基礎課題有較佳的理解後，才開始學習非基礎課題。

12. **選修部分**是為日後工作需要更多數學技能的學生，以及其興趣和數學程度發展至可從不同數學領域的學習中獲得裨益的學生而設計的。

13. 選修部分提供兩個單元。單元 1 旨在引入在工作、日常生活和日後升學所需的微積分、概率和統計學方面的基本知識和技巧。單元 2 旨在把學生的數學水準擴闊至超越必修部分，擴闊他們的學習至更高層次的數學概念及過程。在兩個單元中，學生最多祇能選擇其中一個。換句話說，學生可修讀必修部分、修讀必修部分和單元 1 或修讀必修部分和單元 2。建議修讀必修部分和選修部分的課時佔總課時的 15%。必修部分和選修部分的成績報告也建議分開處理。

14. 新高中數學課程與現有數學課程的聯繫見下圖：



必修部分和選修部分兩個單元的內容初稿臚列於下表：

必修部分		建議課時 (小時)
課題	次課題	
<b>「數與代數」學習範疇</b>		
1. 函數及其圖像	函數概念；定義域及值域；二次函數；函數的圖像；從函數的圖像中讀取滿足 $f(x) > k$ 、 $f(x) < k$ 、 $f(x) \geq k$ 或 $f(x) \leq k$ 的 $x$ 值；簡單變換例如 $kf(x)$ 、 $f(x) + k$ 、 $f(x + k)$ 、 $f(kx)$ ；應用	15
2. 續多項式	多項式的除法；餘式定理及因式定理	7
3. 等差數列和等比數列及其求和法	等差數列和等比數列；級數；應用	8
4. 一元二次方程	利用因式法、公式及圖解法解二次方程；根的性質	12
5. 續方程	解可變換為二次方程的方程（對數方程、三角方程、有理方程、包含有指數作為未知數的方程）；以代數方法及圖解法解包含有一線性及一二次的聯立方程；從圖像 $y = f(x)$ 中讀取方程 $f(x) = 0$ 的根	12
6. 變分	正變、反變、聯變及部分變	10
7. 不等式	複合一元線性不等式；一元二次不等式；二元線性不等式；線性規畫	18
8. 指數函數及對數函數	圖像及性質；現實生活上的應用	14
<b>「度量、圖形與空間」學習範疇</b>		
9. 軌跡的質化處理	口頭描述或繪畫根據某些條件下移動點所經的軌跡（可利用輔助工具或資訊科技）	5
10. 圓的基本特性	圓上角、弦、弧及圓的切綫的性質；圓內接四邊形及共圓點的測試	27
11. 在坐標系統下處理簡單軌跡問題	直線方程；圓方程；圓及直綫的相交	18
12. 續三角	弧度法；三個三角函數（正弦、餘弦及正切）及其圖像；解簡易三角方程（ $0^\circ$ 至 $360^\circ$ ）；正弦及餘弦公式；三角形面積；二維及三維空間問題	22
<b>「數據處理」學習範疇</b>		
13. 離差的量度	箱形圖；標準差；四分位數間距；分佈域；離差的性質	16
14. 統計的應用及誤用	抽樣技巧；收集數據方法（包括問卷）；統計報告的研究	8
15. 續概率	集合符號（包括併集、交集和餘集）；樣本空間；加法及乘法法則；條件概率	19

必修部分		建議課時 (小時)
16. 排列及組合	排列及組合的定義；符號 $r!$ 、 ${}^n P_r$ 及 ${}^n C_r$ 的意義；排列及組合的簡易應用（圓形排列除外）；在概率中的應用	14
<b>「數學的進一步應用」學習單元</b>		
17. 數學的進一步應用	於較為複雜的現實或數學情境中，進一步應用不同學習範疇內的數學知識	25
<b>總數(3年內):</b>		<b>250</b>

選修部分：單元 1		建議課時 (小時)
課題	次課題	
1. 指數函數及對數函數	$e$ 的簡介；任何底的指數函數及對數函數的圖像及性質；包含指數及對數的簡易方程；將 $y = kx^n$ 轉換為綫性關係	10
2. 微分法及其應用簡介	平均變率；導數；微分法的基本法則(加法法則、積法則、商法則及鏈式法則)；函數(包括多項式函數、指數函數及對數函數)的微分法；簡易應用包括變率及極大和極小	25
3. 積分法及其應用簡介	不定積分法及定積分法(涉及多項式函數及指數函數的積分)；定積分的簡易應用；利用梯形法則計算定積分的近似值	15
4. 概率	條件概率及獨立性；貝葉斯定理	10
5. 二項及泊松分佈	離散隨機變量的概念；離散概率函數的意義；期望及方差；二項及泊松分佈；二項及泊松分佈的平均值及方差的簡易應用(不需證明)	20
6. 正態分佈	正態分佈的基本性質；正態變量的標準化及正態分佈表的應用；正態分佈的平均值和方差及有關一變量 $X$ 的問題，其中 $X \sim N(\mu, \sigma)$ ；利用正態近似法計算二項分佈	20
7. 統計推論：估計及假設檢驗	樣本平均數分佈；應用已知方差的正態分佈估計總體平均值；已知方差的總體平均值的置信區間；已知方差的總體平均值的假設檢驗	25
<b>總數(3年內):</b>		<b>125</b>

選修部分：單元 2		建議課時 (小時)
課題	次課題	
1. 基礎知識	數學歸納法原理；正整指數的二項式定理；任意角的六個三角函數及有關公式；指數函數及對數函數；反三角函數記號的應用；弧度法；弧長及扇形的面積；代數分式及分項分式	28
2. 極限和微分	函數極限的直觀概念；導數；微分法的基本法則(加法法則、積法則、商法則及鏈式法則)；涉及簡易代數函數、三角函數、指數函數及對數函數的微分法；隱函數的微分法；簡易應用，包括變率、曲綫的切綫及法綫、極大及極小、簡易曲綫的描繪；二階導數	30
3. 積分法	不定積分法為微分法的逆運算；基本積分公式，包括簡易代數函數、三角函數及指數函數的不定積分；涉及簡易代數函數、三角函數及指數函數的定積分；簡易積分法的技巧，包括代換法、分部積分法；利用定積分求平面面積及沿着 $x$ 軸或 $y$ 軸旋轉而成的旋轉體的體積	30
4. $\mathbf{R}^2$ 及 $\mathbf{R}^3$ 的向量	向量及純量的定義；向量的加法和減法；於直角坐標系中的向量分解；純量積及向量積；向量在幾何的簡單應用	20
5. 矩陣	矩陣及其運算；二階及三階方陣；二階及三階逆方陣及其在解線性方程組的應用；二階方陣在坐標變換上的應用(線性變換)：反射、旋轉、擴大、平移及位移	18
	<b>總數(3 年內):</b>	<b>126</b>

## 學與教的策略

15. 在設計新高中數學課程的學與教活動時，應留意以下的各項原則：

- ✧ 重點是幫助學生學會學習
- ✧ 所有學生均能根據不同的步伐學習
- ✧ 採用以學習者為中心的策略
- ✧ 適當地使用資訊科技以提高學與教的效益

16. 為協助教師調適必修部分，以配合個別學生的需要，我們在必修部分中鑑定基礎課題，所有學生應盡力掌握這些課題。學校可選取非基礎課題，調適其深度，以配合學生的個別需要。

## 評估

(本部分應與主文件的「評估」部分一併閱讀。)

17. 評估是在學習過程中，蒐集學生學習表現的顯證，以改進學與教，並確認學生學習的成果。它是學與教循環中重要的部分。評估的設計必須配合本課程的學習目標、課程設計及學習進程。數學不應只是收集個別事實和資料，同時也應從相關意念的網絡中進行探究。新高中數學課程的評估應重視學生的溝通、探究、推測、邏輯推理，及應用各種數學方法解決問題的能力。評估的要素在於確認學生在新高中數學課程的學習目標及學習重點中的表現。

18. **校內評估**是學校採用的評估措施，以作為數學課程三年高中學與教策略的組成部分。校內評估包括不同類型的評估活動，也是學校內學與教過程的一部分。在三年的高中教育過程中，學校應對學生進行進展性評估，目的是搜集持續回饋的資料，了解學生的學習成果是否能達到既定目標，從而對學生的進度作專業的判斷，改善學與教。進展性評估的資料有助鼓勵學生學習及協助教師尋找有效的方法促進學與教的成效。

19. 數學的公開評核，是指考獲香港考試及評核局有關本科資歷的評核措施。公開評核將採用水平參照方式評定學生水平，以等級報告成績；目的是要在學生完成三年高中數學課程後，確認他們學習的成果。學生的表現是參照所訂定的評核水平來評定，而不是與其他學生的表現互相比較。「水平參照評核」描述各級的水平，更具體說明評核所依據的標準，以顯示個別學生的表現。這些水平描述將會在稍後公布。新高中數學課程的公開考試將包括兩部分：校本評核及筆試。通過校本評核，教師持續對學生進行評估。筆試將包括不同類型的題目，用以評估學生在課程範圍內的技巧和能力的表現。

20. 公開評核將包括校本評核元素，初步建議比重佔全科公開評核 20%。實施校本評核的優點是：

- (a) 校本評核能夠提供更有效的評估，靈活採用多樣化的評估方法和活動，更全面評核學生學習的成果；因為有些學習成果，不一定可以用筆試評核。



(b) 校本評核可以衡量學生恆常學習的努力成果，這比「一試定生死」的公開考試更能確認學生在整個學習過程中的表現。

21. 校本評核並非課程的外加部分。通過課堂討論及觀察等方式來評核學生的學習表現，是課內課外的慣常活動。為新高中數學課程所選取的校本評核模式，將會適當地評估學習重點及過程。校本評核的設計和實施，應切合學習目標和學習進程，必須避免增加教師和學生不必要的負擔。

## 支援措施

22. 為支援新高中數學課程的推行，我們將編寫下列學與教的資料：

(a) 由課程發展議會及香港考試及評核局出版一本單一本科的課程及評核指引，以向各持份者提供推行新高中數學課程所需的有關理念、宗旨、課程架構、學習目標、學習重點、學與教策略、校內及公開評核的資料。

(b) 編製示例小冊子，向教師提供教授新高中數學課程的資源。這些小冊子將包括示例、成功經驗例子、必修部分及選修部分內兩個單元的教學法建議。教師可善用這些資源或發展他們的學與教資料以切合他們個別的需要。

23. 當推行新高中數學課程時，預期與這課程有關的教科書亦會就緒。

24. 在推行新高中數學課程前，將會舉辦專業發展活動和研討會，加深教師對新高中數學科課程的了解，之後亦會舉辦專業發展課程，重點是更新知識、本科的教學法、校本評核和水平參照評核。有關課程不僅為科主任/統籌主任而設，而且為所有任教新高中數學科課程的教師而設。對新高中數學課程了解和設計的培訓課程將會盡早舉辦；在推行課程前也會盡快為教師舉辦有關校本評核及評估的培訓課程。當新高中數學課程的內容定案後，將會立刻為教師舉辦知識更新及教學法的課程。

25. 大專院校及專業團體將獲邀請協助設計、組織及舉辦教師發展課程，並幫助設計示例小冊子。

26. 我們將舉辦與教師有關的專題小組討論，就推行有關課程蒐集前線教師的意見，使課程發展人員盡早察覺可能出現的問題。基於教師的意見，適當地修訂新高中數學科課程，以避免和克服難題。同時，將組成教師網絡和學習團體討論有關施行課程的問題。