

GITARREN- UND LAUTENBÜNDE

GRUNDLEGENDES

DAS MONOCHORD

Schon in der Antike war es üblich, Intervalle durch Streckenteilung auf einer gespannten Saite geometrisch darzustellen. Das dabei benützte Instrument heißt Kanon oder Monochordon und gilt als eine Erfindung des Pythagoras. Auf einem Resonanzkasten ist über zwei feste Stege eine Saite ($\chi\omicron\rho\delta\eta$ - Chorde) gespannt. Mit Hilfe eines dritten, verschiebbaren Steges kann die Länge des schwingenden Teils verändert werden. Im Mittelalter diente das Monochord als Schulungsinstrument im Gesangsunterricht. Die Teilungspunkte für Töne, die man brauchen wollte, wurden markiert und mit Buchstaben angeschrieben. Diese Buchstaben sind die Vorgänger unserer Tonnamen: A, B, H, C, D, E, F, G.

EXPERIMENTE AM MONOCHORD

Das Experiment am Monochord sollte Ihnen den folgenden Grundsatz plausibel machen:

Bei ein und derselben Saite ist die Länge des angezupften Teiles umgekehrt proportional zur Frequenz des dabei erzeugten Tones.

Schieben Sie am Monochord den beweglichen Steg unter der Saite zur Marke 60 cm. Drücken Sie die Saite rechts vom beweglichen Steg etwas runter und zupfen Sie den linken Teil der Saite stark an.

Schieben Sie den beweglichen Steg zur Marke 30 cm. Drücken Sie die Saite rechts vom beweglichen Steg etwas runter und zupfen Sie den linken Teil der Saite stark an..

Schieben Sie den beweglichen Steg zur Marke 15 cm. Drücken Sie die Saite rechts vom beweglichen Steg etwas runter und zupfen Sie den linken Teil der Saite stark an..

ERHOFFTES RESULTAT

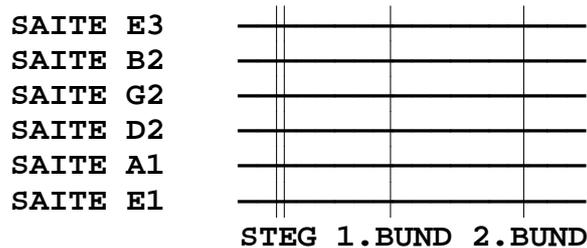
Es sollte bei jeder Halbierung der schwingenden Saite die Frequenz um eine Oktave steigen, also verdoppelt werden.

GITARREN- UND LAUTENBÜNDE

GITARRE

DIE BAUART DER GITARRE

Eine Gitarre hat 6 gleich lange Saiten, die – in voller Länge schwingend – gestimmt sind auf E1 · A1 · D2 · G2 · B2 · E3. Die Bünde spielen dieselbe Rolle wie der bewegliche Steg am Monochord. Die Bünde sind gerade und zueinander parallel, aber nicht äquidistant. Wird die Saite durch ein Hin- und Herdrücken beim 1. Bund verkürzt, sollte die Saite einen Halbton höher schwingen.

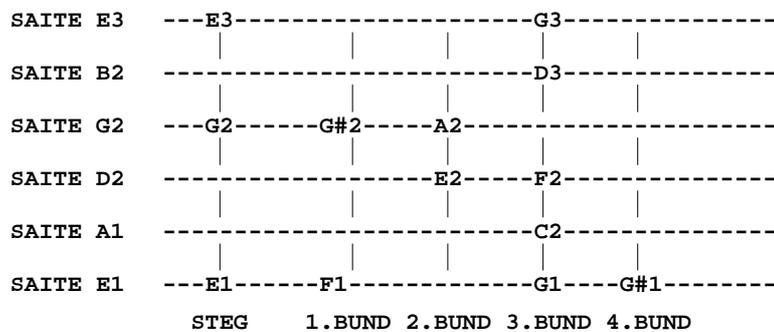


Zum Beispiel:

SAITE E1 ungedrückt: Ton E1
 SAITE E1 beim 1. Bund gedrückt: Ton E#1 = Ton F1

Die Bünde geben also die Halbtonfolge in der Zwölftonleiter vor.

Das Schema unten soll beispielhaft anzeigen, auf welchem Ton eine Saite schwingt, wenn sie an einem bestimmten Punkt verkürzt wird.



Die Stimmung einer korrekt gestimmten Gitarre ist selbstverständlich oktaverperiodisch; das heißt, dass zum Beispiel die Intervalle [G1:G#1] und [G2:G#2] gleich groß sind. Intervalle zwischen denselben beiden Bünden sind auf allen Saiten gleich groß; das heißt, dass zum Beispiel die Intervalle [E1:F1] und [G2:G#2] gleich groß sind.

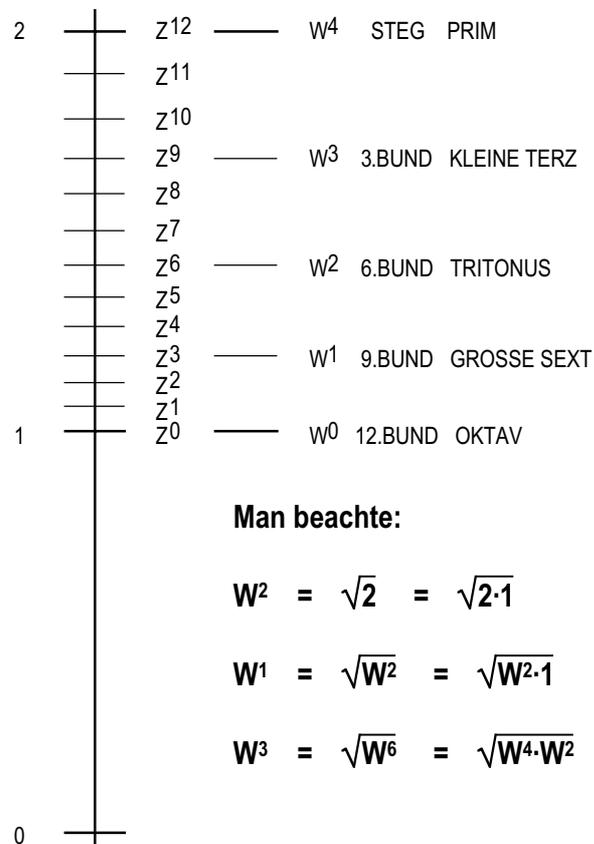
Eine korrekt gestimmte Gitarre muss darum die gleichstufige Stimmung haben. Das bedeutet, dass alle Halbtonschritte gleich groß sind.

Die durch die Bünde notwendig gewordene **gleichstufige Stimmung**, war anfänglich (im 15. Jahrhundert) unbeliebt, wurde aber in Kauf genommen.

GITARREN- UND LAUTENBÜNDE
SAITENLÄNGEN

SAITENLÄNGEN VON PRIM BIS OKTAV

Die Tonhöhe nimmt pro Halbton um den Faktor $Z = \sqrt[12]{2}$ zu, die Saitenlänge um den Faktor Z ab. In der untenstehenden Figur sind die Saitenlängen ab dem Saitenende 0 gemessen. W ist die Abkürzung für Z^3 .



Man beachte:

$$W^2 = \sqrt{2} = \sqrt{2 \cdot 1}$$

$$W^1 = \sqrt{W^2} = \sqrt{W^2 \cdot 1}$$

$$W^3 = \sqrt{W^6} = \sqrt{W^4 \cdot W^2}$$

Die drei Potenzen von W lassen sich zum Beispiel aus den Längen 1 und 2 mit Hilfe des Höhensatzes schrittweise konstruieren. Der Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck lautet:

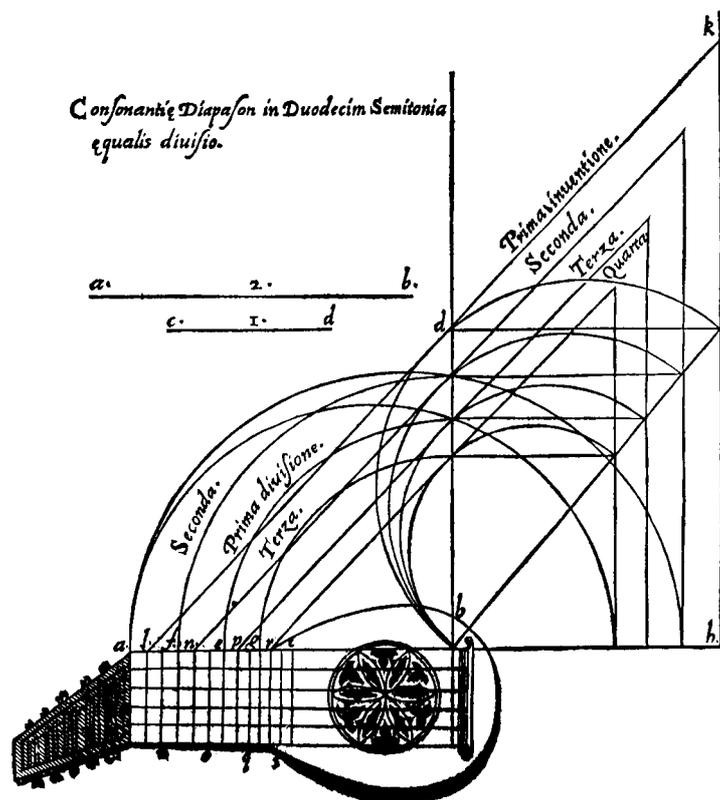
$$h^2 = p \cdot q$$

$$h = \sqrt{p \cdot q}$$

GITARREN- UND LAUTENBÜNDE
ZARLINO – DAS BILD

ZARLINO

Gioseffo Zarlino, ein venezianischer Musiker und Musiktheoretiker (*1517 in Chioggia, † 1590 in Venezia) veröffentlichte 1558 seine *Istitutioni harmoniche*, in denen er die folgende geometrische Methode zur Platzierung der Bünde vorstellt:



Der Originaltext in Italienisch ist auf dem Plakat zu finden. Auf der nächsten Seite finden Sie eine freie Übersetzung ins Deutsche.

Die beiden Grundelemente der Methode sind

Das Finden der Quadratwurzel mit Hilfe des Höhensatzes, was unsere Anforderungen an eine «Konstruktion» erfüllt.

Die Bestimmung der Kubikwurzel, wie sie sich Philon von Byzanz ausgedacht haben soll, und die wir wohl eher als «Probieren», denn als «Konstruieren» bezeichnen würden.

GITARREN- UND LAUTENBÜNDE
ZARLINO – DIE QUADRATWURZELN

ERSTER TEIL – DIE ANLEITUNG

(Mit W ist die vierte Wurzel aus 2 gemeint. $W^4 = 2$.)

- a) Man beginnt mit der Strecke ***ab*** der Länge $2 = W^4$, seiner Mitte ***c*** und der zu ***ab*** senkrechten Strecke ***bd*** mit der Länge 2. ***b*** erzeugt die Prim und ***c*** die Oktav.
- b) Man macht die «prima divisione» mit einem Halbkreis vom Durchmesser 3 von ***a*** bis zu einem namenlosen Punkt, den wir mit ***u*** bezeichnen. Der Teil von ***bd*** im Innern des Halbkreises ist das geometrische Mittel von $2 = W^4$ und 1, was W^2 oder $\sqrt{2}$ entspricht. Man überträgt mit einem Viertelkreis diese Länge auf ***ab*** (Punkt ***e***, welcher den Tritonus markiert).
- c) Man macht die «seconda divisione» mit einem Halbkreis vom Durchmesser $2 + W^2$ von ***a*** bis zu einem Punkt ohne Namen (***v***). Der Teil von ***bd*** im Innern des Halbkreises ist das geometrische Mittel von W^4 und W^2 , was W^3 entspricht. Man überträgt mit einem Viertelkreis diese Länge auf ***ab*** (Punkt ***f***, welcher die kleine Terz markiert).
- e) Man macht die «terza divisione» mit einem Halbkreis vom Durchmesser $W^2 + 1$ von ***e*** bis zum namenlosen Punkt (***u***). Dieser Halbkreis ist nicht gezeichnet. Der Teil von ***bd*** im Innern des Halbkreises ist das geometrische Mittel von W^2 und 1, was W entspricht. Man überträgt W mit einem Viertelkreis, der gezeichnet ist, auf ***ab*** (Punkt ***g***, welcher die große Sext markiert).

ERSTER TEIL – DIE AUSFÜHRUNG

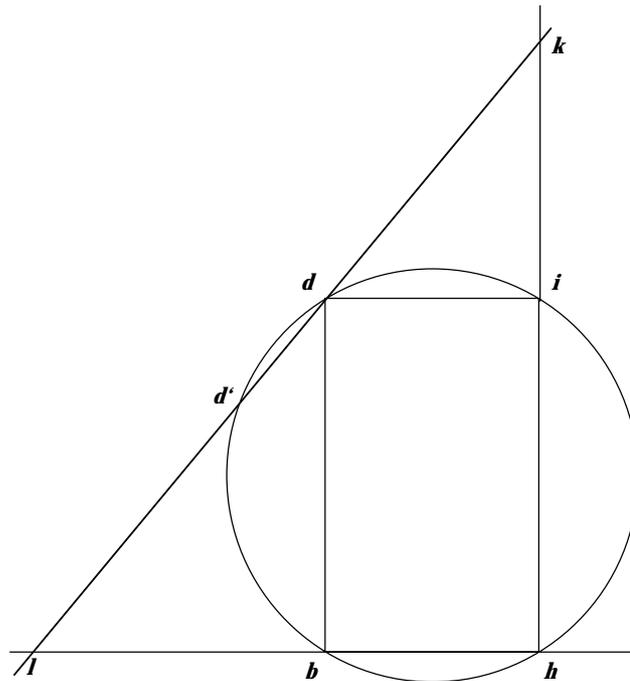
Konstruieren Sie auf den bereit liegenden A3-Blättern die Teilungspunkte ***e***, ***f*** und ***g***

Suchen Sie im Formelbuch nach dem Höhensatz im rechtwinkligen Dreieck und nach der Definition des geometrischen Mittels.

GITARREN- UND LAUTENBÜNDE
ZARLINO – KUBIKWURZELN

ZWEITER TEIL – DIE ANLEITUNG

Und so lautet die Philons Anleitung zur «Konstruktion» der **zwei** Mittelwerte zwischen **ab** und **fb** oder, was dasselbe meint, zwischen **bd** und **bh**.



Die Linie durch **I**, **d** und **k** ist ein beweglicher Stab, der um den Punkt **d** gedreht werden kann. Der zweite Schnittpunkt mit dem Kreis durch **bhid** ist **d'**.

Die Marke für den Punkt **i** fehlt. **ib** und **ik** sind die zwei gesuchten Mittelwerte, wenn **ld'** und **dk** gleich lang sind. (Der Beweis dieses Satzes wäre eine schöne Zusatzaufgabe.)

Zurück zum Bild:

Dort sind die Konstruktionen der zwei Mittelwerte schwer zu erkennen, weil der bewegliche Stab beinahe tangential zum Kreis ist.

ZWEITER TEIL – DIE AUSFÜHRUNG

Konstruieren Sie mit Hilfe der obigen Figur und einem Maßstab auf Ihrem A3-Blatt den Teilungspunkt **I**, und überlegen Sie sich, wie alle übrigen – noch fehlenden – Teilungspunkte zu konstruieren wären.