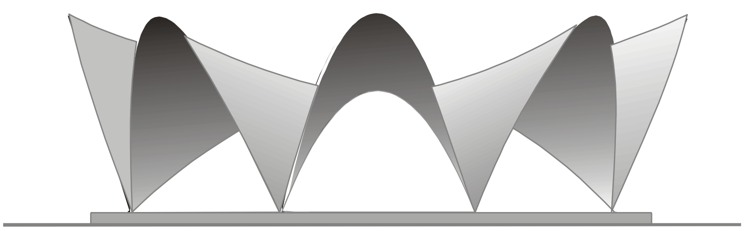
"Strengthening the links between education and the economy"

PHARE PMU Programme HU-94.050101-L013/34

BUDAPESTI MŰSZAKI EGYETEM
Vasbetonszerkezetek Tanszék

Dr. Hegedűs István
egyetemi tanár

HÉJSZERKEZETEK



TARTALOM

ELŐSZÓ

Ennek a szövegnek az első változata az 1989/90-es tanév első félévében, a Vasbeton Híd- és Szerkezetépítés kilencedik félévi, héjszerkezetek témájú előadásainak vázlata alapján készült, azzal a céllal, hogy a vizsgára való felkészüléshez használható anyag kerüljön a hallgatóság kezébe addig is, amíg a tananyag fejlődésének megfelelően átdolgozott jegyzet vagy tankönyv nem áll rendelkezésre.

Az első változat CHIWRIER, ill. a későbbiek WORD szövegszerkesztővel készített fájljainak számos részletét az előadások közvetlen visszhangja és a tárgy vizsgáin szerzett tapasztalatok figyelembevételével többször kiegészítettem, ill. módosítottam, a legutóbbi átdolgozás során ábrákkal is kiegészítettem a szöveget. Az anyagnak ezért a kézírásos előadási vázlat xerox-másolataitól kezdve számos változata forog – beleegyezésemmel, ill. anélkül – közkézen.

Az előadással a mérnöki héjelmélet legfontosabb alkalmazási köreiben használt módszerek szemléletes bemutatását igyekeztem elvégezni, és csak a módszerek illusztrációiként próbáltam közismert, lehetőleg gyakorlati jelentőséggel is bíró megoldásokat is bemutatni. Nem törekedhettem a mérnöki héjszerkezetek problémáinak áttekintésében sem a teljességre, inkább csak arra, hogy megmutathassam, hogyan illeszkednek a héjelmélet megfontolásai a korábbi elméleti tárgyakban taglalt elvekhez és ismeretekhez, ezzel mintegy illusztrálva, hogy a szerkezetanalízis összetettebb kérdéseiben való eligazodáshoz elengedhetetlen az alapelvek ébrentartása.

Az ismert héjkönyvek hasonló témájú fejezeteihez képest szokatlanul hosszú, de a további érthetőség veszélyeztetése nélkül nehezen rövidíthető felületelméleti fejezet a matematikai analízis legelemibb módszereinek alkalmazásával mutatja be a felületek „külső” és „belső” geometriáját leíró mennyiségeket és azok eltérő szerepét a héjak viselkedésében.

A mérnöki héjelmélet alapelveit és legfontosabb összefüggéseit bemutató további fejezetekben a könyv a magyar nyelvű szakirodalomban kevéssé bejárt deduktív úton halad. Előbb a deformálható felületek általános geometriai és statikai összefüggéseit tárgyalja a „belső” és a „külső” geometriai jellemzők megváltozását okozó hatások szemléletes elválasztását lehetővé tevő fiktív kétrétegű héj alkalmazásával, majd az elválasztás eredményeként lehetővé váló egyszerűsítések részletezésével vezeti be a héjelmélet gyakorlatban használt változatait: a membránhéjak elméletét, a forgáshéjak hajlításelméletén alapuló peremzavar-vizsgálatokat, a laposhéjak elméletét és a héjhorpadás alapösszefüggéseit.

A tárgyalás ilyetén megfordítására hosszas mérlegelés után határoztam magam, némi idegenkedésre és értetlenégre is számítva kollégáim és a hallgatóság körében. Az előadássorozat tapasztalatai azt a reményemet látszanak igazolni, hogy azokért a nehézségekért, amelyek a váltásból következnek, bőséges kárpótlást ad a tárgyalás hatékonyabbá válása.

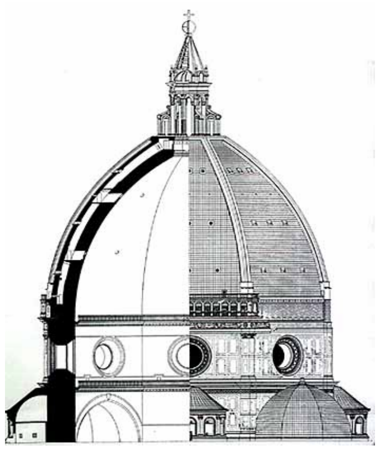
Az előadás – így függelékében e könyv is – kitér a forgásszimmetrikus terhű kör- és körgyűrű alakú tárcsák és lemezek, ill. a rugalmasan ágyazott körlemezek vizsgálatára is, mivel ezek is alkotóelemei az összetett forgásszimmetrikus felületszerkezeteknek.

A könyv kiadását a „Strengthening the links between education and the economy” c. PHARE program támogatása tette lehetővé.

1. VÁZLATOS TÖRTÉNELMI ÁTTEKINTÉS

A héjelmélet alkalmazási köre lényegesen szélesebb az építőmérnöki alkalmazásokénál, gyökerei is messzebb nyúlnak annál, hogy kialakulásáról csupán az építőmérnöki tevékenység fejlődésének áttekintése alapján teljes képet rajzolhassunk.

Minden magára valamit is adó történelmi áttekintés valahogy úgy kezdi, hogy „már a görögöknél is...", vagy „már a mezopotámiai kultúrákban is...", esetleg „már az altamirai barlangrajzokon is..." kimutatható ez vagy az, amit a jelenlegi ismeretek gyökerének tekinthetünk. Hát, ezekben a régi kultúrákban aligha találunk valamit is, amire azt mondhatnánk, hogy az építészet héjszerkezeteinek archetípusa. A rómaiak előtt íveket sem használtak még az építészetben, és aki csak egy pillantást vet pl. a Kr.u. 125-ben újjáépült római Pantheon másfél évezreden át nagyságában felülmúlhatatlan kupolájának a keresztmetszetére, bizony, kétségei támadnak abban, hogy az elliptikus héjak ősét látja a hatalmas vastagságú, inkább tömbszerűnek, mintsem felületnek ható szerkezetben. Még a későbbi századok kiemelkedő építészeti teljesítményeiként számon tartott kupolák, a konstantinápolyi Hagia Sophia templom kora-középkori (VII. sz.), a firenzei Santa Maria del Fiore templom, a római Szent Péter Bazilika reneszánsz kori (XV. sz.), a londoni Szent Pál katedrális (1710), sőt, a budapesti Szent István bazilika újkorban (XIX. sz.) épült kupolája láttán is bölcsebbnek látszik arra a következtetésre jutni, hogy a héjszerkezetű térlefedések a szerkezet működésének tekintetében építészeti előzmények nélkül a XX. század termékei.



1.1. ábra. A firenzei Santa Maria del Fiore dóm kupolája

De ha mindenképpen antik elődöket akarunk találni, keressük ezeket az ókori kultúra kevésbé monumentális emlékei között!

Kevés embernek jut egy öblös görög vázáról eszébe, hogy statikai, mégpedig éppen héjszerkezeti problémát keressen mögötte. Pedig ezeknek a vázáknak az alakját, falvastagságát, a mérethatárait elsősorban az alacsony folyáshatárú szerkezeti anyagban – az agyagban – fellépő feszültségek nagysága határozta meg, amelyeket pedig az önsúly, a fazekaskorong forgása miatti centrifugális erők és az alakító kéz által keltett „héjigénybevételek" ébresztenek. Homérosz hőseinek „görbeorrú hajóit", e hajók duzzadó vitorláit, a hősök sátrát, pajzsát, mellvértjét, sisakját, bor- és ivóvíztároló tömlőit is bátran tekinthetjük speciális kialakítású és terhelésű héjszerkezeteknek, és egy-egy bronzlemezből domborított tál visszahajló pereméhez legalább olyan fontos szerepű héjszerkesztési elv megvalósulása köthető, mint a firenzei Dóm, vagy a római Szent Péter Bazilika kupolájának tojást formázó alakjához.

A gyökerek keresésének ezek a váratlan eredményei megszívlelendő tanulsággal szolgálhatnak annak az eldöntéséhez, hogy a héjelméletet valóban könnyen nélkülözhető „luxustárgynak" tekintő-e a normál mérnökképzésben, csupán azért, mert manapság – különösen minálunk – a fehér hollónál ritkábbak a kiemelkedő jelentőségű, „dekoratív" építészeti héjfeladatok. A csövek, tartályok, silók, sátrak stb. mind héjszerkezetek, így a gyakorlat nap mint nap fölvethet olyan feladatokat, amelyek igényes mérnöki megoldása a héjelméletben való alapos tájékozottságot igényli.

Az építőmérnöki tervezés csak a XX. század kezdete óta vizsgálja a felületszerkezeteket a szerkezetanalízis maihoz hasonlítható módszereivel, ezt megelőzően a méretezés nagyrészt empirikus módszerekre hagyatkozott.

Kivétel talán a kupolák szerkesztésének elmélete, amelynek alapjait Angliában *Ch. Wren* (1637-1723), a londoni Szent Pál Bazilika (1710) építője, a kontinensen *T. Le Seur és F. Jacquier*, koruk ismert építész tudósai fektették le 1725. körül, a római Szent Péter templom kupolájának állékonysági gondjaival kapcsolatban – *XIII. Benedek pápa* megbízásából – készített szakvéleményükben. A kupolaszerkesztés gyakorlati módszerét – mai szemmel is helyesen – a csak nyomásnak ellenálló anyagból készült szerkezetek alakfelvételének korlátjaiból vezették le. Elméletüket *R.J. Boskovic* (1711-1787.) horvát jezsuita páter, matematikus és csillagász 1743-ban készült fölülvéleményezése tökéletesítette. *Boskovic* kupolaszerkesztési módszerével készültek egy sereg híres katedrális – pl. a budapesti Szent István Bazilika – nagyméretű kupolájának tervei. (Ennek korántsem egyedülálló beomlását 1868-ban nem tervezési hiba, hanem az alátámasztás silány kivitelezése okozta.)

A fizika és a matematika a XVIII. században és a XIX. század első éveiben alakította ki azokat az elveit és módszereit, amelyek lehetőséget adtak a felületszerkezetek elméletének témakörébe tartozó kérdések felvetésére és vizsgálatára. E munka végrehajtói közt koruk természet-tudományának legnagyobb alakjai, a már említett *Boskovic* mellett pl. a svájci *Bernoulliak* (*Jacob I.* (1646-1705); *Johann*, (1667-1748); *Daniel*, (1700-1782); *Jacob II.* (1759-1789)), az ugyancsak svájci *L. Euler* (1707-1783), az angol *Th. Young* (1773-1829) és a francia *C.A. Coulomb* (1736-1806), *J.F. Lagrange* (1736-1813), *S. Germain* (1776-1831), *S.D. Poisson* (1781-1840), *C.L.M.H. Navier* (1785-1836) találhatók. Úttörő munkájuk nyomán a rugalmas felületek és testek alakváltozásainak vizsgálata a XIX. században a fizika egyik központi feladata volt.

A héjelmélet alapelvei az általános szilárdságtanban és a matematikai felületelméletben gyökereznek. Az előbbi „a matematika gyöngyszemének", a matematika szinte minden ágában maradandót alkotó francia mérnöknek, *A.L. Cauchy*-nak (1789-1857), az utóbbi pedig német kortársának, „a matematika királyának" *K.F. Gauss*-nak (1777-1855) a nagy elődök munkáját betetőző szellemi teljesítménye. A deformálható felületek matematikai elmélete e kettő összekapcsolásával alakult ki, létrejöttében a legkiemelkedőbb szerepet műszaki mechanika megalapítójaként emlegetett *B. de Saint-Venant* (1797-1886) francia mérnök, továbbá a fizika más területein is ismert nevű *G. Kirchhoff* (1824-1887) német, *lord Rayleigh (J.W. Strutt*, 1842-1919) és *A.E.H. Love* (1863-1940) angol fizikusok játszották.

A mérnöki problémák megoldása – szemben a matematikai és részben a fizikai problémákkal – nem teljes egy-egy speciális esetre vonatkozó megoldás megmutatásával és annak az igazolásával, hogy a megoldás általánosabb feltételek esetén is létezik, hanem a problémamegoldást mindig el

kell tudnunk vinni a konkrét esetekre vonatkozóan érvényes numerikus számértékek meghatározásáig, sőt, az ezekre alapított mérnöki döntés meghozataláig. Mivel a deformálható felületek viselkedését elvben leíró, legáltalánosabb esetben is érvényes összefüggések ilyen szempontból szinte kezelhetetlenek, (még inkább azok voltak a számítógépek elterjedése előtt,) a gyakorlati alkalmazás szintjéig elvihető „mérnöki héjelmélet” – pontosabban: héjelméletek – megalkotása a műszaki tudomány számára akkor is hatalmas kihívást jelentő, sokáig megoldatlan elméleti feladat maradt, amikor a matematika és a fizika ezt a kérdéskört a már megoldott klasszikus problémái közé sorolta.

Csupán a múlt század harmadik harmadában vált általánossá a mérnöki szerkezetek tervezésében a fizika, az anyagismeret és a mérnöki tapasztalatok addig összegyűlt eredményeinek felhasználásán alapuló erőtani méretezés. Az ábrázoló geometria sokoldalú építészeti alkalmazása, továbbá a statika és az euklideszi, ill. a projektív geometria törvényszerűségei közötti szoros összefüggések magyarázzák, hogy a szerkezetanalízis fejlődésének ebben a fázisában elsősorban grafikus, grafoanalitikus módszerek alakultak ki. Ezek elterjedése nemigen kedvezett annak, hogy a deformálható felületek matematikai elméletén alapuló, kevésbé szemléletes vizsgálati elvek széles körben ismertté váljanak. A századforduló képzettebb építészeinek és mechanikusainak héjelméleti ismeretei ezért nem sokkal terjedhettek túl a túlnyomás alatti csövek falában fellépő húzóerő, ill. -feszültség meghatározására használatos ú.n. kazánképleten, amelyet *E. Mariotte* (1620-1684) már mintegy 250 évvel korábban fölfedezett és kísérletekkel is igazolt. A kazánképletet – egymástól függetlenül – *H. Zimmermann* (1888) és *M. Milankovich* (1908) általánosította kettős görbületű héjfelületekre.

A mérnöki héjelmélet kifejlődésének igazi lendületet a vasbeton szerkezetek alkalmazásának elterjedése adott, mert ennek az új építőanyagnak a kedvező sajátságai legmeggyőzőbben a felületszerkezetek körében érvényesülnek. Már a századforduló tájáról találhatunk – igaz, részletes statikai méretezés nélkül kialakított – héjszerkezetű vasbeton tartályokat és kupolákat, de további tíz év elegendő volt a vasbeton e századi diadalútján ahhoz is, hogy néhány cm. vastagságú héjszerkezettel túlszárnyalják a Pantheon majd kétezer éven át felülmúlhatatlan 43 méteres átmérőjű kupolaalaprajzának a méretét (*M. Berge*: Wrotzlaw, Kunsthalle, 1912.).

Ezekre az évtizedekre esik – *lord Rayleigh* és *de Saint-Venant* eredményei nyomán – a forgáshéjak nyomatékmentes teherviselését leíró mérnöki elmélet, az ú.n. membránelmélet kidolgozása, (*H. Reissner*, 1912. és *E. Meissner*, 1913.), a dongahéjakban és a forgáshéjak peremein fellépő nyomatékok és nyíróerők szerepének közelítő figyelembevételére alkalmas vizsgálati módszerek kialakítása és alkalmazhatóságuk megépült szerkezeteken való igazolása, (*F. Dischinger*, 1922; *U. Finsterwalder*, 1924; *J. Geckeler*, 1926. stb.), majd az általános alakú és terhelésű héjak jelenleg is alkalmazott membránelméletének és a lapos héjak közelítő hajlításelméletének kidolgozása (*A. Pucher*, 1934., ill. *K. Marguerre*, 1936.).

Ezekben az évtizedekben világossá vált, hogy a héjszerkezetek mindenféle alkalmazásának legsúlyosabb korlátja a stabilitási kérdések tisztázatlansága. Bár az egzakt henger-, gömb- stb. alakú héjak kicsiny elmozdulásokat feltételező horpadásvizsgálatának eredményei viszonylag korán napvilágot láttak, (*Rayleigh*, 1882.; *G.H. Brian*, 1889.; *S. Timoshenko*, 1910.; *R.v. Mises*, 1914.; *R. Zoelley*, 1915.), ezek a „klasszikus” vizsgálatok a kritikus terhekre a valóságtól reménytelenül távoli, ráadásul a biztonság kárára eltérő értékeket adtak. Ez arra mutatott, hogy a feltételezettnél szűkebb azoknak az egyszerűsítő feltételezéseknek az alkalmazhatósági köre, amelyek a kellően merev és megfelelő módon megtámasztott héjak igénybevételeinek meghatározásánál még elfogadhatóan pontos számítást tesznek lehetővé. Stabilitásvizsgálat esetén vagy speciális alakú és megtámasztású héjak vizsgálatánál a kísérletekkel kielégítő egyezést mutató eredmények csak a deformálható testek „pontos” matematikai elméletéhez közelebb álló feltételezéseken alapuló héjelméleti módszerektől remélhetők.

Az egyre finomabb feltételezés-rendszereken alapuló, egyre részletesebb vizsgálatokat lehetővé tevő, egyre megbízhatóbb eredményeket adó mérnöki héjelméletek kifejlődését, egymásra épülését csak a megoldandó részproblémák pontosabb ismeretében lehetne áttekinteni. Álljon itt ezek áttekintése helyett csak néhány név és évszám: *L.G.* Brazier, 1927, *E. Chwalla,* 1930: W. *Flügge*, 1932.; *F. Aimond*, 1933.; *L.H. Donnell*, 1933.; *K. Girkmann*, 1933.; *A.I. Lurje,* 1937: *K.M. Mushtari,* 1938: *A.L. Goldenveijzer,* 1939: *A. Aas-Jakobsen*, 1941.; *W.T. Koiter*, 1946.; *V.Z. Vlaszov*, 1947.; *E. Reissner, I.N. Vekua*, 1948.; *H. Lundgren, H. Neuber*, 1949.; *A.E. Green és W. Zerna*, 1950.; *F.T. Geyling, K. Hruban*, 1953, *F. Candela,* 1955, *J.L. Sanders,* 1959., *K.M. Mushtari,* 1961., *P.M. Naghdi,* 1963*, V.V. Novozhilov,* 1964. A mérnöki héjelmélet fejlődése máig sem zárult le, mert az újszerű alkalmazások újabb és újabb kérdéseket vetnek fel. Jelenleg a kutatás homlokterében az anizotróp vékony és vastag héjak viselkedésének vizsgálata, a nagy alakváltozású héjak vizsgálata és változatlanul a héjhorpadás problémái állnak.

A mérnöki héjelmélet módszereinek kidolgozásában, a héjak mérnöki alkalmazásaiban nemzetközileg is jelentős szerepet játszottak a magyar, ill. magyar származású mérnökök. Közülük is kiemelkedik *Kármán Tódor*, (1881-1963) aki a század alkalmazott mechanikai kutatásainak egyik legsokoldalúbb és legeredményesebb tudósa volt, valamint *Hoff Miklós*, (1911-1997.)*,* a Stanford Egyetem professzora, aki évtizedeken át a héjstabilitási kutatások vezéralakja volt az Amerikai Egyesült Államokban.

A vasbeton héjépítés magyarországi meghonosításában elévülhetetlen érdemeket szerzett úttörő tervezői munkásságával *Zielinski Szilárd* (1860-1924) és *Lipták Pál* (1874-1926), az első vasbeton-szerkezetű víztornyok – a kőbányai, a szegedi, a margitszigeti, ill. a szentesi víztorony – tervezői. A héjelmélet első nemzetközileg kimagasló hatású hazai művelője volt *Menyhárd István* (1902-1969), c. egyetemi tanár, aki a II. Világháború előtti években a héjszerkezetek oktatását a Műegyetemen elindította, emellett a háború első éveiben épült Kelenföldi Autóbuszgarázs és a hatvanas években épült Székesfehérvári KÖFÉM Öntödecsarnok héjszerkezeteivel a héjépítés új távlatait nyitotta meg. Komoly nemzetközi elismertséget vívott ki sok évtizedes oktatói és kutatói munkásságával *Csonka Pál* (1897-1988) egyetemi tanár, aki könyveiben és ezret megközelítő számú szakcikkében a membránelmélet vizsgálati módszereinek elképzelhetetlenül gazdag gyűjteményét hagyta ránk, utóda, *Pelikán József* (1913-1968), az ú.n. hártyaszerkezetek elméletének kidolgozója, *Szmodits Kázmér* (1908-1978), aki a héjak hajlításelméletének a matematikusok körében is elismert szakértője, számos hatékony analitikus és szemianalitikus vizsgálati módszer kidolgozója volt, *Bölcskei Elemér* (1917-1977), aki a hajlított héjak általános mérnöki elméletének egyik megalkotója, korai haláláig a Vasbetonszerkezetek Tanszéke tanszékvezetője és e tárgy előadója volt, *Márkus Gyula* (1920-1989), a Vasbetonszerkezetek Tanszéke c. egyetemi tanára, akinek a forgáshéjak mérnöki elméletével foglalkozó könyve mindmáig a legkiemelkedőbb és leghasználhatóbb mű a témakör nemzetközi irodalmában. *Thoma József* és *Homonnay Tamás* nevéhez fűződik a héjépítés egyik leghatékonyabb hazai módszerének, a csúszózsalus építési eljárásnak a kidolgozása.

Jelentős eredményekkel gazdagították a héjak mérnöki elméletét Egyetemünk nemzetközi hírű professzorai, *Kollár Lajos*, *Dulácska Endre*, *Fűzy Jenő*, *Tarnai Tibor*, *Kollár László* és a Miskolci Egyetemen tevékenykedő *Kozák Imre* professzor is.