À propos de l'*histoire des sciences arabes*[1]

Hélène BELLOSTA (*Institut français d'études arabes de Damas*)

L'apport des mathématiques arabes est essentiel pour qui veut comprendre comment se constituent aux XVI^e^ et XVII^e^ siècles les mathématiques classiques. C'est cet apport que s'attache à décrire et à commenter cet ouvrage. Les travaux accumulés depuis quelques décennies ouvrent en effet la voie à une meilleure connaissance de la science arabe et de son apport à la science classique, ils ont rendu possible cette synthèse, la première jamais effectuée dans ce domaine et dans cet esprit. Les plus grands spécialistes dans leur domaine ont été sollicités, ils s'adressent à un large public cultivé, dépassant le simple cercle de leurs collègues, sans toutefois faire œuvre de vulgarisation ; c'est un véritable livre de référence qui leur a été demandé, afin de restituer à la science arabe son visage et sa place, en privilégiant l'analyse des sources anciennes et en consacrant quelques chapitres aux prolongements latins et hébraïques.

On appelle science arabe la science qui s'écrit en langue arabe, quelle que puisse être par ailleurs la langue maternelle des divers savants qui la créent ou leur religion et sans aucune considération d'ordre ethnique. A partir du IX^e^ siècle, dans une partie du monde qui s'étend de l'Andalous aux confins de la Chine et de l'Inde, en passant par le Maghreb, le Moyen-Orient, l'Iran (c'est-à-dire, à l'est, l'ancien empire d'Alexandre), l'arabe est en effet la langue des mathématiques et de la philosophie et est, avec l'Islam, l'un des facteurs d'unité d'un monde politiquement morcelé. Au X^e^ siècle en particulier, lorsqu'éclate l'unité politique du califat abbasside, que le rôle de protecteur des savants, jadis dévolu au calife, passe à des potentats locaux, souvent iranophones ou turcophones, et que l'on assiste, à l'est, en même temps qu'à une dispersion des centres de la vie intellectuelle (Bukhârâ, Samarqand, Merw, Nishâpûr, mais aussi Shirâz capitale des Bûyides, Ghaznî, capitale du Ghaznevide Mahmud Ibn Sübüktekîn, deviennent des centres intellectuels importants), à une renaissance

[1] *Histoire des sciences arabes*, sous la direction de R. Rashed, avec la collaboration de Régis Morelon, Le Seuil 1997, 3 volumes, 1007 pages. Traduction française, revue et mise à jour, de la version anglaise parue à Londres en 1996 (*Encyclopedia of the History of Arabic Science*, London, Routledge, 1996). Une traduction arabe de la version anglaise a paru à Beyrouth en 1998 ; une traduction persane est sous presse à Téhéran. *Volume I : astronomie théorique et appliquée. Volume II : mathématiques et physique. Volume III : technologie, alchimie et sciences de la vie.* Une analyse du développement des institutions scientifiques dans le monde islamique et un exposé des diverses classifications des sciences clôturent le tome III. Cet ouvrage fournit en outre au lecteur une abondante bibliographie, comprenant les publications les plus récentes.

de la langue persane comme langue littéraire (c'est l'époque de Ferdousî, auteur du Shahnâme, un des monuments de la poésie persane), l'arabe reste cependant la langue des mathématiques et de la philosophie : al-Birûnî, persanophone, contemporain de Ferdousî et, comme lui, protégé du sultan Mahmud de Ghaznî, écrit son œuvre mathématique en arabe ; Ibn Sinâ (Avicenne), dont la langue maternelle est le persan, écrit sa somme philosophique *al-Shifâ'* en arabe et en donne un résumé/vulgarisation en persan ; Nasîr al-Dîn al-Tûsî, persanophone, traduit lui-même en arabe ses écrits..., on pourrait en multiplier les exemples. Ce rôle de l'arabe est tout-à-fait analogue à celui que jouera en Europe, quelques siècles plus tard, le latin.

La science arabe, à ses débuts comme à son apogée, a une vocation universelle et il faut noter le cosmopolitisme de ce monde, qui regroupe des savants venus d'horizons divers, de religions diverses (musulmans certes, mais aussi chrétiens, juifs, sabéens, zoroastriens, voire athées...). Ces savants se veulent et sont, les héritiers de la science et de la philosophie grecques ; même si le développement de la science arabe a pu bénéficier d'autres apports — en particulier de l'Inde ou de la Chine —, ceux-ci sont négligeables devant l'importance reconnue de l'héritage grec. Ce milieu des géomètres, soutenu par le pouvoir politique (al-Ma'mûn fonde à Bagdad en 832, la *Maison de la Sagesse*, première institution scientifique de l'empire abbasside, qui founit un cadre institutionnel à la science et favorise une professionnalisation des savants), marqué par les défis, mais aussi la collaboration, où la correspondance joue un rôle aussi important que celui qu'elle jouera plus tard en Europe, évoque d'ailleurs fortement le milieu européen du XVII^e siècle.

Héritiers de la science et de la philosophie grecque, philosophes et savants du monde arabe ont traduit l'essentiel des œuvres scientifiques et philosophiques grecques. Commencée au VIII^e siècle, l'œuvre de traduction sera à peu près achevée à la fin du X^e. Ce mouvement de traduction atteint son apogée au IX^e siècle (il ne nous reste d'ailleurs pratiquement rien des traductions antérieures). En l'espace de quelques décennies les *Éléments* d'Euclide, fondement de la géométrie, sont traduits trois fois, l'*Almageste* de Ptolémée, base de l'astronomie médiévale, deux fois ; seront également traduits les *Coniques* d'Apollonius, ainsi que deux traités d'Archimède (*De la mesure du cercle* et *De la sphère et du cylindre*) et *Les Arithmétiques* de Diophante, pour ne parler, en mathématiques, que des ouvrages fondamentaux, dont l'impact sera profond sur le développement des mathématiques arabes... Certains de ces textes, dont les originaux grecs sont perdus, ne nous sont d'ailleurs connus aujourd'hui que par leurs traductions arabes (c'est le cas des trois derniers livres des *Coniques* et de quatre livres des *Arithmétiques* de Diophante en particulier). Il s'agit, en traduisant des textes gréco-hellénistiques, de rendre disponible en arabe des textes indispensables : les liens entre traduction et recherche sont en effet étroits — il n'y a pas, comme on l'a parfois soutenu, dans la science arabe, deux périodes qui se seraient succédées dans le temps, une période de traductions, suivie d'une période d'assimilation et de recherches — et les traductions, souvent dues à des chercheurs scientifiques de haut niveau, sont motivées par des recherches déjà existantes.

A ce mouvement de traduction fait pendant au XII^e siècle un mouvement de traduction d'arabe en latin, dans l'Italie du sud et en Espagne. Le rôle de ces traductions pour le développement des mathématiques dans l'Occident médiéval peut être comparé à celui des savants et traducteurs de Bagdad pour les pays d'Islam. C'est par elles que l'Europe, à partir du XII^e^ siècle, s'initiera aux mathématiques, tout particulièrement à l'algèbre et aux méthodes de calcul dit « indien ».

C'est incontestablement l'algèbre qui constitue l'apport le plus novateur, le mieux connu et le plus célèbre, des mathématiciens de langue arabe. L'ouvrage qui fonde l'algèbre est le traité d'al-Khwârizmî. Celui-ci est également l'auteur d'un traité d'arithmétique qui constitue la première introduction à Bagdad des méthodes indiennes de calcul (système décimal de position et opérations effectuées dans ce système) et ce sont ses nombreuses traductions latines qui vont faire découvrir à l'Europe du XIIe siècle le « calcul indien ».

L'algèbre se présente, pour al-Khwârizmî, comme d'une part la théorie des équations du second degré, solubles par radicaux, d'autre part comme le calcul algébrique sur les polynômes associés (de degré inférieur ou égal à 2), sans que soit encore formulée la notion de polynôme en général. L'extension de la notion de puissance algébrique sera effectuée indépendamment par deux mathématiciens contemporains : Abû Kâmil (850-930) et Sinân Ibn al-Fath ; Sinân Ibn al-Fath formule explicitement la notion de puissance entière positive. Cette première élaboration de la théorie des polynômes à coefficients rationnels sera poursuivie par al-Karajî (mort au début du XIe siècle) et al-Samaw'al (mort en 1175). On doit en particulier à al-Karajî la première expression de la formule dite du binôme de Newton ; il démontre cette formule par une méthode que l'on pourrait appeler proto-induction (assez comparable à celle qu'utilisera plus tard Pascal) et donne le tableau des coefficients binomiaux jusqu'à l'ordre 12 (triangle de Pascal). Al-Samaw'al poursuit et systématise l'œuvre d'al-Karajî sur les polynômes. Grâce à la définition de la puissance nulle ($x^0 = 1$), il donne et démontre, pour la première fois, dans toute sa généralité, sous la forme d'un tableau, de x^9 à x^{-9}, la règle $ax^m bx^n = abx^{m+n}$, où n et m sont des entiers relatifs, en utilisant implicitement l'isomorphisme des groupes $(\mathbf{Z}, +)$ et $(\{a^n, n \in \mathbf{Z}, a > 0\})$. Il étudie également le produit et la divisibilité de polynômes dans $\mathbf{Q}[X, 1/X]$ et dans $\mathbf{Q}[X]$, division avec reste et donne une approximation des fractions rationnelles et des racines carrées de polynômes à coefficients rationnels, par des éléments de $\mathbf{Q}(x, 1/x)$, (c'est-à-dire en donne un développement limité au voisinage de $+\infty$).

Les mathématiciens arabes ne réussiront pas à résoudre les équations du troisième degré par radicaux dans le cas général, ce sera l'œuvre de l'école italienne du XVIe siècle ; cependant la résolution de ces équations les préoccupait et ils parviendront à résoudre certaines équations particulières : Sharaf al-Dîn al-Tûsî (XIIe siècle), par exemple, reconnaît le rôle du discriminant dans le cas particulier de l'équation $x^3 + c = bx$.

La résolution géométrique, déjà présente chez les mathématiciens grecs qui ramènent un certain nombre de problèmes solides à des intersections de coniques, va être développée par les géomètres arabes (al-Khâzin, Ibn al-Haytham, al-Khayyâm, Sharaf al-Dîn al-Tûsî). La démarche ainsi mise en œuvre, traduire des problèmes géométriques en termes d'équations algébriques, puis résoudre ces dernières par des intersections de courbes convenablement choisies, est précisément celle qu'on retrouve dans la géométrie de Descartes et qui conduira à la naissance de la géométrie algébrique. Deux noms sont essentiellement attachés à ce chapitre des mathématiques, ceux d'al-Khayyâm et de Sharaf al-Dîn al-Tûsî.

Al-Khayyâm, (1048-1131 environ) se propose d'élaborer une théorie générale des équations du troisième degré à l'exemple de ce qu'avait fait al-Khwârizmî pour les équations quadratiques et non plus, comme ses prédécesseurs, de résoudre telle ou telle équation particulière. Il donne, sur le modèle de la classification d'al-Khwârizmî, une classification systématique de ces équations, qu'il résout par l'intersection de deux coniques. Cette interprétation géométrique lui est rendue possible par le choix d'une unité, qui lui permet d'interpréter toute grandeur comme, au choix, une longueur, une surface ou un volume ; les équations du troisième degré peuvent ainsi être rendues homogènes et lues en termes de relations entre volumes (le pas suivant sera franchi par Descartes qui, une fois choisie l'unité de longueur, interprète la multiplication comme produisant une nouvelle longueur et non plus comme la construction d'un rectangle). La discussion, encore maladroite, de l'existence du point d'intersection de ces coniques repose sur l'idée intuitive de la continuité des courbes (basée sur le mouvement, c'est-à-dire la continuité du temps) et de leur convexité ainsi que sur l'étude de leurs branches infinies, ce qui va déboucher sur l'étude de nouvelles propriétés des coniques (convexité et étude locale en particulier).

Son successeur Sharaf al-Dîn al-Tûsî (XIIe siècle) va étudier de façon plus rigoureuse les conditions d'existence de ces points d'intersection, dont l'abscisse détermine la racine positive demandée ; ceci va l'amener à se pencher sur des problèmes de localisation et de séparation des racines, l'obliger à définir la notion de maximum d'une expression algébrique (en introduisant la dérivée formelle d'un polynôme). Une autre innovation d'al-Tûsî consiste à traiter, en même temps que la résolution géométrique, la résolution numérique des équations du troisième degré. Il développe pour cela une variante de la méthode de Ruffini Horner.

L'algèbre dès ses débuts se caractérise par son style à la fois calculatoire et démonstratif ; c'est une science théorique et appliquée, commune à l'arithmétique (qui traite des nombres — entiers ou fractionnaires — c'est-à-dire des quantités discrètes) et à la géométrie (qui traite des grandeurs, c'est-à-dire du continu). L'indépendance croissante des opérations algébriques par rapport à la représentation géométrique fonde l'autonomie et la spécificité de l'algèbre. L'unité de son objet repose plus sur la généralité de ses opérations que sur celle des êtres mathématiques qu'elle manipule, aussi bien nombres rationnels que quantités irrationelles ou grandeurs géométriques. C'est de cette confusion entre nombre et grandeur, de plus en plus couramment pratiquée et dont aucune justification théorique n'est évidemment donnée, que naîtra à la fin du XIXe siècle la notion de nombre réel.

Il faut noter ici que ce développement de l'algèbre se fait entièrement sans symbolisme, il s'agit d'une mathématique entièrement rhétorique (même les nombres dans le traité d'algèbre d'al-Khwârizmî ne sont pas écrits dans le système décimal, mais écrits en toutes lettres et accordés selon les règles de la grammaire).

L'algèbre n'est cependant pas le seul chapitre des mathématiques dans lequel se sont illustrés les mathématiciens de langue du monde arabe, et la constitution de l'algèbre comme discipline provoque également un développement de l'analyse diophantienne, de la théorie des nombres, de l'analyse combinatoire et de l'analyse numérique. L'analyse combinatoire fait ses débuts séparément chez les linguistes (pour les besoins de la phonologie, de la lexicographie et de la cryptographie) et chez les algébristes (à qui l'on doit la formule du binôme et le triangle de Pascal) ; la jonction des deux courants se fait ensuite et l'analyse combinatoire devient un instrument applicable aux situations les plus diverses. Des mathématiciens, comme al-Kashî (XV^e siècle), lui consacreront même des traités indépendants comportant les résultats devenus classiques que sont l'interprétation du triangle arithmétique et de sa loi de formation, ainsi que l'ensemble des règles élémentaires de l'analyse combinatoire (permutations, arrangements, combinaisons).

C'est également en liaison avec l'algèbre et pour les besoins de l'astronomie d'observation, que va se développer l'analyse numérique. De nombreux algorithmes numériques nouveaux voient le jour, pour l'extraction des racines carrées, des racines cubiques et même — avec al-Samaw'al (XII^e siècle) qui met en œuvre pour ce calcul la méthode de Ruffini-Horner — des racines n-ièmes ; pour améliorer ces approximations ce dernier développera également la théorie des fractions décimales. Ces algorithmes et ces calculs, ainsi que la théorie des fractions décimales, seront repris et développés après lui par Nasîr al-Dîn al-Tûsî (XIII^e siècle) et al-Kashî (XV^e siècle), avec lequel l'analyse numérique atteindra son plus grand développement. Al-Bîrûnî (XI^e siècle) utilise et développe des méthodes d'interpolation d'origine indienne (l'interpolation quadratique de Brahmagupta). Les mathématiciens arabes ne se sont pas contentés, comme leurs prédécesseurs babyloniens, grecs ou indiens, d'établir des algorithmes de calcul, mais ils en ont donné des justifications mathématiques, ont comparé entre eux les différents algorithmes, engageant ainsi une réflexion consciente sur la nature et la limite des approximations.

L'étude de l'analyse indéterminée, ou analyse diophantienne rationnelle, dont les débuts remontent au milieu du IX^e siècle, sera poursuivie et systématisée par Abû Kâmil (vers 880), contemporain de la traduction arabe des *Arithmétiques* de Diophante ; celui-ci la dotera d'une terminologie propre et en donnera un exposé systématique dont l'objet est de résoudre par l'algèbre des problèmes traités jusqu'alors par les arithméticiens. Avec al-Karajî qui tente de dégager des méthodes pour chaque classe de problèmes, l'analyse indéterminée devient un chapitre de l'algèbre. Quant à l'analyse diophantienne entière, chapitre de la théorie des nombres, de nombreux travaux — dans la tradition d'al-Khâzîn, un des fondateurs de cette tradition — verront le jour sur les triangles numériques, les nombres congruents ; les mathématiciens du monde arabe tenteront même de démontrer l'impossibilité du premier cas du théorème de Fermat.

La théorie des nombres est au confluent de deux traditions, euclidienne et néo-pythagoricienne. Thâbit Ibn Qurra (IX^e siècle) étudie les nombres amiables et démontre le théorème qui porte son nom. Ces travaux seront repris et complétés par al-Fârisî (1267-1320), qui, dans le cadre de ses travaux sur les nombres amiables, étudie la décomposition d'un entier en produit de facteurs premiers et l'unicité de cette décomposition et découvre certaines fonctions arithmétiques élémentaires. Les mathématiciens du monde arabe s'intéresseront également aux nombres parfaits et à la caractérisation des nombres premiers.

La contribution des mathématiciens du monde islamique aux déterminations infinitésimales a déjà été évoquée ici. Rappelons simplement que, engagées dans la postérité des travaux d'Archimède, leurs recherches les ont conduits à retrouver certaines des méthodes d'Archimède dont ils n'avaient pas eu connaissance, à calculer de nouveau la surface du cercle et celle de la sphère, ainsi que le volume de la sphère. Ils se sont également intéressés à la quadrature de la parabole et au calcul du volume de diverses sortes de paraboloïdes de révolution. Les grands noms de cette recherche sont, après les frères Banû Mûsâ, ceux de Thâbit Ibn Qurra (836-901) — qui détermine, outre l'aire des segments de parabole, le volume du paraboloïde de révolution, ainsi que l'aire de l'ellipse —, de son petit fils Ibn Sinân (909-946), d'al-Qûhî, (fin du Xᵉ siècle) et enfin d'Ibn al-Haytham (lat. Alhazen, né en 965 environ, mort après 1040), dernier grand mathématicien de la tradition infinitésimaliste arabe — il calcule en particulier et pour la première fois dans l'histoire, le volume du solide obtenu en faisant tourner une parabole autour d'un axe parallèle à la tangente au sommet —.

Si, comme on l'a dit, les tentatives de résolution géométrique des équations du troisième degré débouchent sur l'étude de quelques nouvelles propriétés des coniques, les recherches en optique vont également stimuler le développement de la théorie des coniques : pour les besoins de l'optique (essentiellement les recherches sur les miroirs paraboliques ou elliptiques et les lentilles) on va s'intéresser à la façon d'obtenir un tracé continu de ces courbes, à l'aide d'instruments dits compas parfaits, étudier leurs propriétés focales, leur définition par foyer et directrice, les propriétés de leurs tangentes et celles des asymptotes des hyperboles, renouvelant et prolongeant ainsi la théorie d'Apollonius. Le développement simultané de l'astronomie à partir du IXᵉ siècle va en outre induire de nouvelles directions de recherches en géométrie ; pour résoudre les problèmes posés par les astronomes, les mathématiciens vont en effet être amenés à appliquer leurs théories à de nouveaux objets et même à développer un certain nombre de théories nouvelles. Tout d'abord, afin de construire des astrolabes, dont la demande, à partir du IXᵉ siècle, est de plus en plus importante et donne naissance à une profession reconnue comme telle, celle des « astrolabistes », la nécessité se fait jour d'obtenir une représentation plane exacte de la sphère céleste ; cette nécessité va susciter une multiplication des recherches sur les projections. Si l'on trouvait déjà chez Ptolémée la notion de projection stéréographique, les mathématiciens arabes (al-Kindî, Banû Mûsâ au IXᵉ siècle, Ibn Sinân, al-Sijzî, mais surtout Ibn Sahl et al-Qûhî au Xᵉ siècle) vont élaborer une première théorie des projections de la sphère sur un plan, projections cylindriques d'axes quelconques et projections coniques à partir d'un point quelconque. Cette théorie mathématique nouvelle, née des besoins de l'astronomie, va assez vite se développer indépendamment de la construction des astrolabes ; les projections deviennent en elles-mêmes un objet d'étude et un domaine de recherches, ouvrant ainsi un nouveau chapitre de géométrie, non hellénistique.

Les projections ne sont pas les seules transformations géométriques à avoir suscité l'intérêt des mathématiciens du monde arabe. Dans son traité sur les sections du cylindre Thâbit Ibn Qurra fait intervenir pour la première fois dans ses démonstrations des transformations géométriques ponctuelles (projections cylindriques, affinités orthogonales, homothéties) dont il démontre et utilise certaines propriétés ; ce traité va infléchir la recherche en géométrie dans une nouvelle direction et aura une influence profonde sur les œuvres de ses successeurs, en particulier celles de son petit fils Ibrâhîm Ibn Sinân (909-946). Celui-ci, pour calculer l'aire de la parabole, fait intervenir, le concept de transformation affine, déjà mis en œuvre par Thâbit : il démontre, de la façon la plus générale, que toute transformation affine bijective laisse invariante la proportionnalité des aires. Il utilise également, pour construire point par point des coniques, des transformations projectives (homologie). Ibn al-Haytham, dans son traité sur *Les Connus*, étudie les images de droites et de cercles par des translations, des homothéties et des similitudes directes. Cependant, passé le XI^e^ siècle, les transformations géométriques, autres que celles nécessaires à la construction des astrolabes, suscitent moins d'intérêt.

C'est encore pour les besoins de l'astronomie que se développe la trigonométrie plane et sphérique ; les notions de sinus et de sinus verse, absentes des mathématiques grecques, sont les deux apports de l'astronomie indienne, introduite à Bagdad au VIII^e^ siècle en même temps que des tables astronomiques d'origine persane. Simultanément, ou presque, Euclide, Ménélaüs et Ptolémée sont, au IX^e^ siècle, traduits en arabe à plusieurs reprises. Les exigences accrues des astronomes font que l'on ne se contente plus des anciennes tables et que l'on vérifie les calculs anciens ; faisant une synthèse des apports grecs et indiens, les astronomes essaient de démontrer les règles qui figurent dans les traités d'astronomie et les tables de sinus ou de cordes. Ces efforts vont donner naissance à une floraison de traités, mathématiques d'une part, sur la « figure secteur » (le théorème de Ménélaüs) et sur le rapport composé qui était le problème majeur posé par l'utilisation de ce théorème, astronomiques d'autre part, les *zîj* (i.e. tables, *zîj* d'al-Battânî, fin du IX^e^ siècle, *zîj* d'al-Farhânî, mort après 861, qui vont passer tôt dans le monde latin). C'est dans le *zîj* de Habash (contemporain d'al-Khwârizmî et d'al-Battânî) que sont définis clairement le sinus et le sinus verse ; c'est également Habash qui le premier définit la tangente et en établit une table. L'introduction de la tangente passera cependant presque inaperçue et la notion de tangente ne se dégagera que lentement de la notion d'ombre du gnomon. Il faudra attendre l'*Almageste* d'Abû al-Wafâ' al-Buzjânî (940-997/8) pour que son importance soit reconnue. La découverte, au X^e^ siècle, du théorème des sinus dans le plan et du théorème des sinus sur la sphère (proportionnalité des sinus et des arcs correspondants des triangles sphériques), dont plusieurs mathématiciens, parmi lesquels Abû al-Wafâ' al-Buzjânî, se disputent la paternité, sera la pierre de touche du renouveau de la trigonométrie sphérique. Le *Traité du quadrilatère* de Nasîr al-Dîn al-Tûsî (1201-1274), vaste synthèse des traités précédents, sera le point culminant de la trigonométrie arabe. L'ouvrage s'achève sur la détermination des triangles sphériques quelconques, ramenée à celle des triangles rectangles et incluant l'emploi du triangle polaire (c'est du reste le seul usage connu du triangle polaire dans le monde arabe).

La trigonométrie arabe, a cependant du mal à se dégager de l'astronomie et à constituer un chapitre autonome de géométrie. C'est vraisemblablement ce fait qui va freiner, voire même arrêter, son développement ultérieur ; il faudra que la trigonométrie passe dans le monde latin, débarrassée d'une partie des traditions du calcul astronomique pour pouvoir donner lieu à de nouveaux développements.

On voit ainsi, en quelques siècles, les savants du monde islamique, poursuivant l'œuvre de leurs prédécesseurs gréco-hellénistiques, inventer l'algèbre et l'appliquer à toutes les autres branches des mathématiques, développer, à la suite d'Archimède, les recherches sur les mathématiques infinitésimales, préparant ainsi les travaux modernes en théorie de l'intégration, créer, en liaison avec l'optique et l'astronomie, les nouveaux chapitres de géométrie que sont la théorie des projections et l'étude des propriétés focales des coniques. Les traductions latines, à partir du XIIe siècle, de certaines de leurs œuvres ont introduit, entre autres, en Europe, le calcul indien et l'algèbre, préparant ainsi l'essor intellectuel de la Renaissance ; sans les mathématiques arabes l'œuvre de Léonard de Pise (1202) est incompréhensible ; les travaux de l'école algébrique italienne au XVIe siècle (Cardan, Tartaglia, Bombelli) sur les équations du troisième degré se font dans la continuité directe de ceux d'al-Khayyâm et de Shâraf al-Dîn al-Tûsî ; les travaux d'al-Samaw'al et de Simon Stevin d'une part, ceux de Shâraf al-Dîn al-Tûsî ou d'Ibn Sinân et de Viète et Fermat d'autre part, ceux d'al-Khâzin et de Bachet de Méziriac enfin, relèvent de la même problématique et nombreuses sont les similitudes que l'on peut relever entre leurs œuvres. La dichotomie médiéval/moderne, (ou oriental/occidental) qui opposerait deux types différents de pensée et de rationalité se trouve ainsi mise à mal et demande à être revue et nuancée : rien ne permet en effet de classer en des ères différentes les travaux de ces divers mathématiciens ; les résultats obtenus et démontrés par les algébristes des XIe et XIIe siècles ont d'ailleurs été pour la plupart attribués par les historiens des sciences aux mathématiciens des XVIe et XVIIe siècles et les ruptures, car il y a vraiment des ruptures, ont plutôt lieu au XVIIe siècle au sein même des œuvres de Descartes ou de Fermat.

Ce qui frappe après ce survol rapide, c'est la continuité de ce développement des mathématiques : d'une rive de la Méditerranée à l'autre, du IIIe siècle avant notre ère, au XVIIe siècle, des Grecs aux Européens, en passant par les Arabes, c'est bien la même rationalité que l'on voit à l'œuvre, transcendant les époques, les frontières et les langues.