

MISKOLCI EGYETEM
GÉPÉSZMÉRNÖKI KAR

BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOK

Ph. D. disszertáció

PÁY GÁBOR LÁSZLÓ

Okleveles gépészmérnök

Tudományos vezető

Dr. SIPOSS ISTVÁN

A műszaki tudományok kandidátusa

Miskolc
2001

ABSTRACT

Internal worm gearings are special worm gearings that are made up of a helical worm and an internal teething worm wheel. This is a relatively new gearing, which has occurred on an idea of working internal teething gears with helical worm hob.

The manufacturing of internal teething gears with helical worm hob was abandoned because of the geometrical and cinematic difficulties. However, at the internal worm gearings, the worm wheel is manufactured by a tool with parameters similar to those of the worm, and there is no need for the involute profile, and thus it is much easier to manufacture.

The topic of the doctoral thesis is the presentation of internal worm gearings generally, the determination of gearing surfaces and field, the possibilities of working manufacturing, respectively.

The thesis has six chapters; in its introduction with a presentation of worm gearing development along their evolution.

The first chapter approaches the various worm gearings, also including their classification. At the same time, the chapter approaches various types of helical lines and surfaces, respectively the approximation of gearing surfaces with third degree Spline functions.

The second chapter presents the internal worm gearings, the various constructive solutions, the geometrical calculation and the modelling possibilities.

The third, fourth and fifth chapters are the basic chapters of the thesis that present the author's theses.

In the third chapter, there is a presentation of the complex mathematical modelling of the internal worm gearings, the mathematical methods for the determination of gearing surface, respectively.

The fourth chapter deals with the computer simulation, presenting the gearing field for various angles between axes and the worm wheel obtained from the gearing's equation, respectively. For programming and simulation, the AutoCAD and MathCAD software were used along with the AUTOLISP and Visual FoxPro programming languages.

The fifth chapter presents the manufacturing technology of the elements of the internal worm gearing. It presents the research outcome, the design of the special devices necessary to it, and the manufacturing of the helical worm hob. At the same time, it presents working methods providing different working methods also. It approaches a method of choosing working tools that improve the working possibilities for the gearing elements.

The sixth chapter presents the thesis conclusions, the author's theses, as well as the various research possibilities in future.

Finally, I take the opportunity to thank all those who provided me with their kind support in the finalization of the present thesis, emphasizing that of Professor Eugen Pay, Ph.D., Head of the Machine Manufacturing Department, North University of Baia Mare, the provider of this

professional idea, Assoc. Prof. Siposs István, Ph.D., the coordinator of the doctoral programme, Professor Cselényi József, Ph.D., and Professor Döbröczöni Ádám, Ph.D., who provided me with the possibility of finalizing the present thesis, Professor Maros Dezső, Ph.D., and Professor Dudás Illés, Ph.D., for the theoretical and practical support, and Assoc. Prof. Cioban Horia, Ph.D., for the assistance in computer simulation.

The Author

Baia Mare, December 2000.

BEVEZETÉS

A belső csigás hajtások speciális csigahajtások, melynek elemei egy hordó alakú csiga és egy belső fogazatú csigakerék. Ez egy viszonylag új típusú hajtás, melynek szabadalmát a belső fogazatú hengeres fogaskerekek megmunkálására használt hordócsigamaró ötlete sugallt.

A belső fogazatok megmunkálására használható hordócsigamaró megvalósítása geometriai és kinematikai gondok miatt félbeszakadt. A belső csigahajtásoknál azonban, mivel a csigakereket a csigához hasonló paraméterekkel rendelkező csigamaróval munkálhatjuk meg, tehát nem szükséges az evolvens profil, így ez könnyebben megvalósítható.

A disszertáció témája a belső csigás hajtások általános bemutatása, kapcsolódási felületeinek illetve kapcsolódási mezőjének meghatározása, valamint gyártási lehetőségei.

A disszertáció 6 fejezetből tevődik össze. Bevezetőben pedig a csigahajtások történelmi áttekintését mutatom be.

Az első fejezet a különböző csigahajtásokkal foglalkozik, beleértve ezen hajtások osztályozását is. Ugyanakkor ez a fejezet foglalkozik a különböző típusú csigavonalakkal és csigafelületekkel, valamint a kapcsolási felületek megközelítésére használt harmadfokú Spline függvényekkel.

A második fejezet röviden bemutatja a belső csigás hajtásokat, a különböző konstruktív megoldásokat, a geometriai számítást, valamint modellezési lehetőségeit.

A harmadik, a negyedik és az ötödik fejezetek a disszertáció fő fejezetei, melyek a szerző téziseit is tartalmazzák. A harmadik kifejti a belső csigás hajtások komplex matematikai modellezését, valamint a kapcsolódási felületek meghatározására használt matematikai módszereket.

A negyedik fejezet a számítógép szimulációval foglalkozik, bemutatva a kapott kapcsolódási felületeket különböző tengelyszögek esetén, valamint a kapcsolódási egyenlet felhasználásával a kapott csigakereket. A programozásnál, valamint a szimulációknál az AutoCAD és a MathCAD ábrázoló programokat, valamint az AutoLISP és a VisualFoxPro programnyelveket használtam.

Az ötödik fejezet a gyártástechnológiával foglalkozik. Bemutatja az eddig elért kutatási eredményeket, a szükséges speciális berendezéseket a csiga, a csigakerék, valamint a csigamaró megmunkálására. A megmunkálási módszert is ez a fejezet tárgyalja, valamint javaslatokat tesz más megmunkálási módszerre is. Ugyanakkor egy szerszám kiválasztási módszert is kiemel, amely elősegíti a hajtás elemeinek megmunkálását.

A hatodik fejezet a disszertáció következtetéseit, a szerző téziseit, valamint a további kutatási lehetőségeket tartalmazza.

Végezetül ezúton szeretném megköszönni a segítségét mindazoknak akik besegítettek ezen disszertáció összeállításánál, ezek közül kiemelve Dr. PAY Eugen professzort, apámat, tanszékvezetőmet és szakmai elindítót, Dr. SIPOSS Istvánt, a szakmai – doktori vezetőmet, Dr. CSELÉNYI József és Dr. DÖBRÖCZÖNI Ádám professzoroknak, hogy lehetőséget adtak a disszertáció megvalósítására, Dr. MAROS Dezső és Dr. DUDÁS Illés professzorokat az elméleti

és gyakorlati támogatásokért, valamint Dr. CIOBAN Horianak a számítógép programokban nyújtott segítségéért.

A szerző

Nagybánya, 2000 december

TARTALOMJEGYZÉK

Curriculum Vitae	2
Bevezetés	4
Abstract	6
Tartalomjegyzék	8
A csigahajtások fejlődésének történelmi áttekintése	10
1. Csigahajtások	14
1.1. Csavarvonalak, csavarfelületek	14
1.2. Csigahajtások osztályozása	19
1.3. A csavarvonalak matematikai megközelítése spline függvények segítségével	24
1.4. A csigák modellezési lehetőségei és a modellezési blokk séma	30
2. Belső csigás hajtások	32
2.1. A belső csigás hajtásokról általában	32
2.2. A belső csigás hajtások geometriai számítása	35
2.3. Általánosságok a belső csigás hajtások modellezéséről	39
3. A belső csigás hajtások matematikai modellezése	41
3.1. A belső csigás hajtások általános matematikai modellezése	41
3.2. Az érintkezési vonalak meghatározása hengerekkel való metszésből	51
3.3. A kapcsolódási egyenlet meghatározása.	53
4. A kapcsolási mező szimulációja	
4.1. A hordócsiga szimulációja	
4.2. A kapcsolási mező szimulációja a hengerekkel való metszésnél. A tengelyek által bezárt szög befolyása a metszési felületekre.	61
4.3. A kapcsolási felület meghatározása a kapcsolódási egyenletből.	64
A tengelyek által bezárt szög befolyása a kapcsolási felületekre.	70

5. A belső csigás hajtások elemeinek gyártástechnológiája	
5.1. A hordócsiga gyártástechnológiája	73
5.2. Különleges készülékek	75
5.3. A belsőfogazatú csigakerék megmunkálása	78
5.4. Hordócsiga-marók	82
5.5. A szerszám kiválasztás elve.	84
	86
6. Következtetések. Tézisek. Kutatási irányok.	
6.1. Következtetések	88
6.2. Tézisek	88
6.3. Kutatási irányok	90
	91
Felhasznált irodalom	92

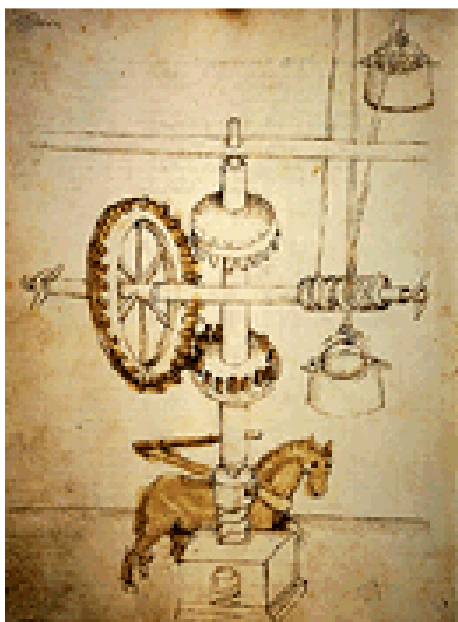
A CSIGAHAJTÁSOK FEJLŐDÉSÉNEK TÖRTÉNELMI HÁTTERE

Az egymásra merőleges kitérő tengelyek közötti mozgásátszarmaztatásra használt csigahajtásokra vonatkozó első említést Alexandriai Heron görög fizikus munkáiban találhatjuk (i.e. II század) amely szerint ezen hajtás megtalálható a nagy gondolkodó és filozófus Archimédész (i.e. 287-212) műveiben. A felfedező e hajtást egy harci gép hajtóműveként használta. Archimédész elve alapján Heron egy emelő gépet épített amelynek jó felhasználási lehetőségei voltak a bányákból az ércek kiemelésénél.

Az Alexandriai iskola fejlődésével egyidőben a csigahajtások is nagy fontosságot kaptak. Vitruvius a "De Architectura" című könyvében mely i.e. 30-16 között jelent meg, bő leírást ad a "hodométerről", melyben négy kinematikai csigahajtás volt beszerelve és a sétakocsikra volt felszerelve a bérszámítás kisegítésére, úgy, hogy minden megtett mérföld után egy dobozba esett egy golyó.

Az Alexandriai iskola nagy hatással volt a csigahajtások fejlődésére, így Pappus

(IV század) dolgozataiban gyakori utalásokat találunk, miszerint ezen hajtásokat hajtóművekben, illetve kinematikai áttételekként a köztereken felszerelt órák vezérlésénél használták.



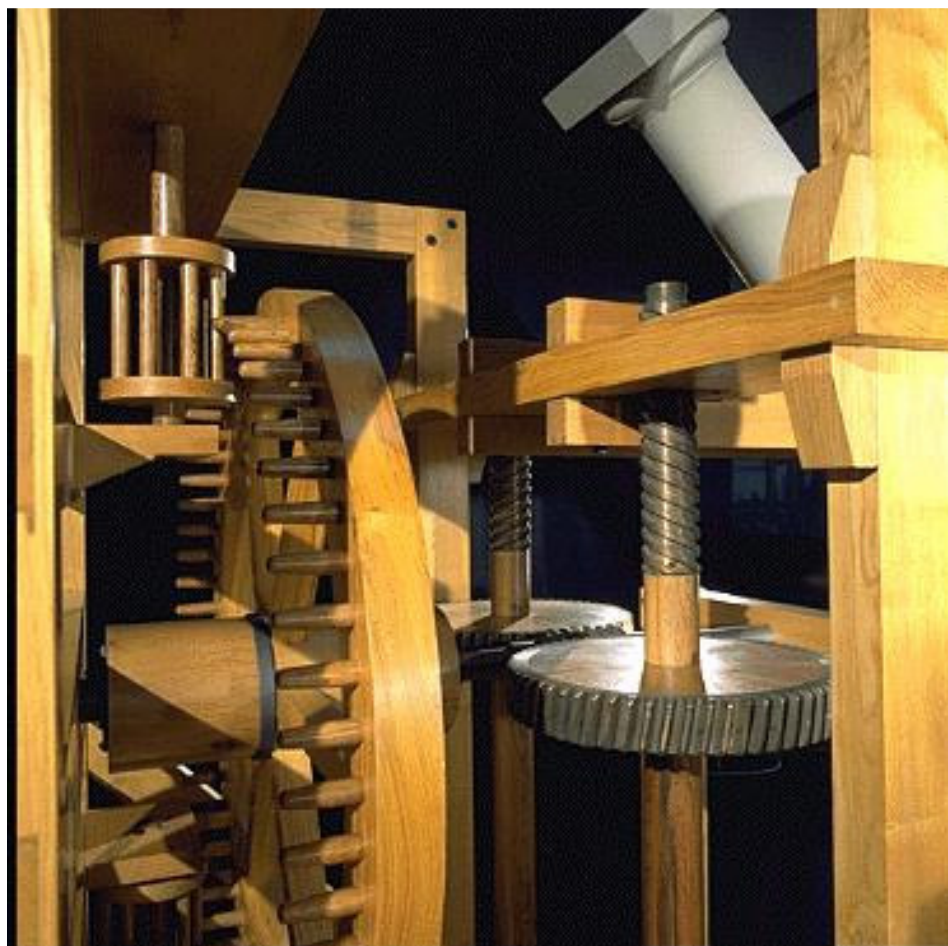
Miután az arabok elfoglalták Alexandriát és a híres könyvtárát lerombolták, a tudományok fejlődése majdnem egy évezredig stagnált, főleg a hatalmon levő egyház befolyása következtében.

A reneszánsz időszaka új fejlődést nyit a csigahajtások számára, főleg a zseniális Leonardo da Vinci (1452-1519) kutatásai eredményeként. A nagy tudós, aki sikeresen

átlátta a hengeres csigahajtás kinematikáját és dinamikáját, aki már ismerte a globoid csigahajtást, jóval megelőzte gondolkodásában a saját korszakát. Az általa felfedezett hajtásokat az ő idejében nem lehetett megvalósítani technikai okokból, ez csak jóval később sikerült.

A reneszánsz utáni időszakban a tudományok lassú fejlődésnek indulnak. Megjelenik több műszaki dolgozat, mint például R.Valturio "De re militari" (1472),

G.Agricola "De re metalica" (1556) vagy A.Ramelli "La diverse et artificiare machine" (1558) könyvei.



A XVIII-ik századi technikai forradalom, mely egybeesik a gőzgép felfedezésével és forgalomba hozatalával egy addig a történelem ideje alatt ismeretlen fejlődést adtak a műszaki tudományoknak. Ebben az időben a hengeres csigahajtást A.K.Markov 1718-1729 között felhasználja a másoló eszterga meghajtásánál.

A XIX-ik században, a szerszámgépek elterjedése szükségelteti a különböző hajtások nagyméretű felhasználását. Ebben az időszakban jelenik meg Cartwright szövőgépe, vagy John Whitworth marógépe. A belsőégésű motorok, majd később a villamos motorok egyre nagyobb megmunkálási sebességet biztosítanak a szerszámgépeknek, ezzel egyidejűleg a gépekben felhasznált fogaskerekek is a sebességgel egyenes arányban mind pontosabbak kell legyenek. Ami a fogaskerék kapcsolat elméletét illeti, legalábbis ami az evolvens fogazatok főbb kutatásait jellemzi, ez befejeződött már századunk első két évtizedében.

Sajnos, ezen hajtások legyártása jóval lemaradt az elméleti kutatásoktól. Eleinte a fogaskerekeket másológépeken gyártották. A fogaskerekek gyártástechnológiájában óriási ugrásnak számított Herman Pfauter 1897 évi szabadalma a "A fogaskerekek csigamaróval való gyártására használható marógép". Ezeknél a gépeknél a kinematikai lánc pontossága illetve az osztást biztosító hajtás a meghatározó a legyártott fogazat pontosságánál. A hajtás kis teherbírása, rossz hatásfoka, a csigakerék kopása illetve a gyártási nehézségek miatt az iparban csak ott használták ahol feltétlenül szükséges volt.

Osztási áttételként kizárólag csak köszörült csigás csigahajtásokat használtak. A hézag kiiktatását különböző módszerekkel próbálták elvégezni:

- csökkentették a tengelytávot;
- a csigakereket két részből készítették, úgy, hogy az elválasztási sík a középsíkkal egybeesett és a két félrészt fel lehetett állítani egymáshoz képest;
- két csigás hajtást állítottak elő, úgy, hogy a két csiga ellenkező fogfelülettel kapcsolódott a csigakerékhez.

Ezek a megoldások, amellet hogy még fellelhetők egyes szerszámgépen, nem adtak megfelelő pontosságot. A modern megoldás, amely hosszú időn keresztül biztosítja a szükséges pontosságot 1928-ban született a Duplex csiga feltalálásával.

Ahhoz, hogy modern kutatások fejlődhessenek a hajtások területén, szükséges volt ezek elméletének teljes kidolgozása és rendszerezése ami T.Olivier nagy francia matematikus nevéhez fűződik, aki 1842-ben tudományosan megalapozta a hajtások elméletét. Ő vezette be az általános módszert a kapcsolási felületek meghatározására, valamint ezek leképzésére pont vagy vonalas érintkezés esetén. Viszont Olivier kizárólag csak mértani eszközöket használt, így munkájában csak grafikus módszereket találunk.

A fogaskerekek elméletének analitikus alapjait 1886-ban H.I.Gohman orosz tudós tette le, aki elismerte ugyan Olivier munkásságát de ugyanakkor felrótta, hogy nem használt semmi analitikus módszert. A Gohman által felállított analitikus módszer elvileg a mai napig használt. Az általa kidolgozott elvet elfogadták úgy Oroszország, mint Anglia, az Egyesült Államok, Németország és Franciaország. Tehát nyugodtan állíthatjuk, hogy az evolvens illetve a ciklois hajtások geometriai és kinematikai elméletét századunk első két évtizedében meghatározták. Ezzel szemben a térbeli hajtások kutatása, ami közzé tartoznak a csigahajtások is, jóval lassabban haladt.

A második világháború után megjelentek E. Buckingham, F.L. Litvin, Dudley, G. Henriot könyvei, melyek összefoglalják a fogaskerék-hajtások területén eddig elért eredményeket.

Magyarországon az első nagy kutató ezen területen Szeniczei Lajos. Ő dolgozta ki a csigahajtások geometriáját és számos kérdést tisztázott ezen hajtások gyártásánál

felmerülő problémákból az 1957-ben megjelent könyvében. Az ezt követő időkben több kutató és szakember járult a csigahajtások fejlődéséhez. Ezek közül kiemelhetők Magyar József [48], Drahos István [17], [18], Bercsey Tibor [1], [2], [3] a Budapesti Műszaki Egyetemről, illetve Terplán Zénó, Drobni József [20], [21] Lévai Imre [42], [43] Tajnafői József [105], Dudás Illés [24], [25], [26], Siposs István [101], [102], a Miskolci Egyetemről, Simon Vilmos [99], [100] a Gödöllői Szent István Egyetemről.

Romániában elsőnek Botez Emil foglalkozott fogaskerekek tervezésével és gyártásával. Őt követte Sauer L. [95] a Brassói Egyetemről, Horovitz a Temesvári Műszaki Egyetemről, Maros Dezső [49], Killmann Viktor, Rohonyi Vilmos, Bocian József [5], Gyenge Csaba [30], Antal Béla a Kolozsvári Műszaki Egyetemről, valamint a Kudzsiri Hajtómű gyárból Szappanos, Sudrijan és Hener Cristian.

Ezenkívül speciális csigahajtásokkal, mint például görgős globoid csigahajtással [12], vagy belső csigás csigahajtással [9], [83] Pay Eugen vezetésével már hosszabb ideje foglalkoznak a Nagybányai Egyetemen.

1. CSIGAHAJTÁSOK

1.1. CSIGAVONALAK ÉS CSAVARFELÜLETEK [49]

Tekintsünk két $Oxyz$ és $O'x'y'z'$ koordinárendszer, melyek csavarmozgást végeznek az Oz tengely körül és első fázisban az Oz illetve $O'z'$ tengelyek egybeesnek.

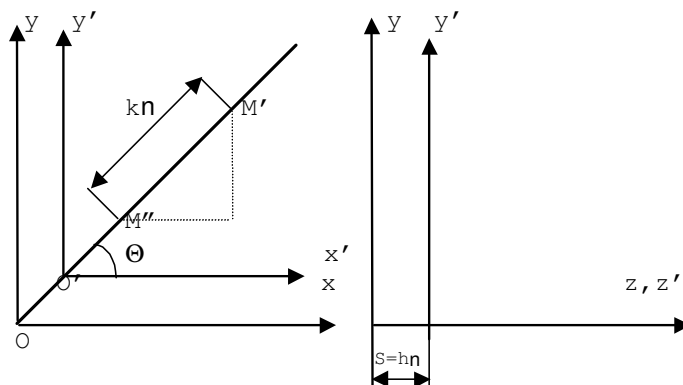
A csavarmozgás paramétere h , mely $h = p / 2\pi$, ahol p a csavarvonal axiális osztása. A h paraméter lehet konstans, vagy változhat a v elfordulási szög függvényeként, ebben az utóbbi esetben $h = h(v)$.

Az $O'x'y'z'$ rendszerből az $Oxyz$ rendszerbe való áttérést az $M_{OO'}$ transzformációs mátrix segítségével oldhatjuk meg, ez a v paraméternek függvénye:

$$M_{OO'} = \begin{bmatrix} \cos v & -\sin v & 0 & 0 \\ \sin v & \cos v & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & hv \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_r & 0 \\ 0 & M_t \end{bmatrix} \quad (1.1)$$

Látható, hogy a transzformációs mátrix egy M_r rotációs- és egy M_t translációs mátrixból tevődik össze.

1.1.1. Hengeres csavarvonal



1.1 ábra. A hengeres csavarvonal

Tekintsük az $O'x'y'z'$ rendszerhez kötött $M' (x',y',z')$ pontot. Ebben az esetben a pont meghatározható a következő oszlop mátrix segítségével:

$$X' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}$$

(1.2)

Ez az (1.1) transzformációs mátrixsal együtt az Oxyz fix rendszerben egy hengeres csavarvonalat határoz meg, mely az X' vektorral jellemezhető.

Ez a csavarvonal egy $r = OM'$ sugarú hengeren található.

$$X = M_{OO'} \cdot X' \quad (1.3)$$

A csavarvonal lehet állandó osztású ha $h = \text{konstans}$, vagy lehet változó osztású ha h a v -nek függvénye, azaz $h = h(v)$.

1.1.2. Kúpos csavarvonal

Abban az esetben, ha - amint az 1.1. ábrán is követhető - a v szöggel való elfordulás után az M' pont radiális elmozdulással az M'' pontba kerül, akkor a pont a csavarmozgás mellett egy radiális mozgást is végez, így egy kúpos csavarvonalat ír le. A radiális elmozdulás paraméterét k -val jelöljük, $k = r / 2\pi$, ahol r a csavarvonal radiális osztása. Ha $h = \text{konstans}$ és $k = \text{konstans}$ akkor az Oxyz fix rendszerben egy konstans osztású kúpos csavarvonalat nyerünk mely egy α csúcshöggel rendelkező felületen van, ahol:

$$\text{tg}\alpha = \frac{k}{h} \quad (1.4)$$

A kúp alkotóján mért állandó osztás:

$$s = \sqrt{p^2 + r^2} \quad (1.5)$$

A kúpos csavarvonal egyenletét a hengeres csavarvonal egyenletéhez hasonlóan írhatjuk fel:

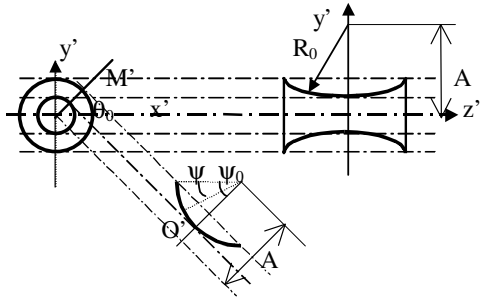
$$X' = X'(v) = \begin{bmatrix} x' - kv \cdot \cos \theta \\ y' - kv \cdot \sin \theta \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.6)$$

Az M' (x', y', z') a kiindulási pont, a radiális mozgás θ szögét pedig a következő összefüggéssel számíthatjuk:

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{y'}{x'} \quad (1.7)$$

1.1.3. Globoid csavarvonal

Ha az $O'x'y'z'$ koordinátarendszer egy tiszta rotációs mozgást végez, vagyis:



$$M_{OO'}^r = \begin{bmatrix} \cos v & -\sin v & 0 \\ \sin v & \cos v & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

akkor leírhatunk egy globoid csavarvonalat.

1.2. ábra. Globoid csavarvonal

Ebben az esetben, az M' pont a megfelelő tengelymetszetben (θ_0 szöggel dőlve az $O'x'$ tengelyhez viszonyítva) körmozgást végez. A axiális és a radiális elmozdulásokat a pont síkjában lévő ψ elfordulási szöggel jellemezhetjük (1.2. ábra).

Bevezetve a h_g globoid csavarparamétert:

$$h_g = \frac{\psi}{2\pi} \quad (1.9)$$

$$\text{vagy } \psi = h_g v \quad (1.10)$$

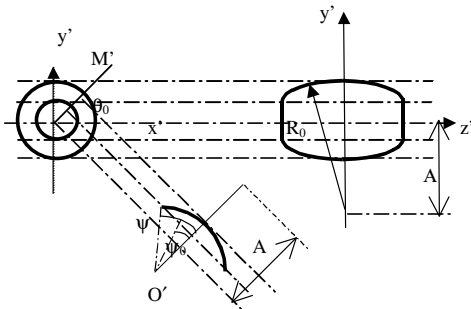
ahol ψ a $v=2\pi$ teljes rotációnak megfelelő elfordulási szög.

Az 1.2 ábra segítségével könnyen levezethető az M' pontot meghatározó oszlop mátrix az R_0 képező sugár, valamint a ψ_0 és θ_0 szögek függvényeként.

$$X' = X'(v) = \begin{bmatrix} [A - R_0 \cos(\psi_0 - \psi)] \cdot \cos \theta_0 \\ [A - R_0 \cos(\psi_0 - \psi)] \cdot \sin \theta_0 \\ R_0 \sin(\psi_0 - \psi) \end{bmatrix} \quad (1.11)$$

amelyben A a tengelytáv.

1.1.4. Az inverz globoid csavarvonal



1.3.ábra. Inverz globoid csavarvonal

Az inverz globoid csavarvonalat a globoid csavarvonalhoz hasonlóan határozhatjuk meg, azzal a különbséggel, hogy ebben az esetben a tengelytáv a két képező sugár különbsége, ugyanakkor az elfordulási szögek különbsége fordított a globoidnál fellépőhöz viszonyítva. Tehát az inverz globoid csavarvonal egyenlete:

$$X' = X'(v) = \begin{bmatrix} [R_0 \cos(\psi - \psi_0) - A] \cdot \cos \theta_0 \\ [R_0 \cos(\psi - \psi_0) - A] \cdot \sin \theta_0 \\ R_0 \sin(\psi - \psi_0) \end{bmatrix} \quad (1.12)$$

1.1.5. Hengeres csavarfelület

Tekintsük a következő oszlop mátrixot:

$$X' = \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1.13)$$

Abban az esetben ha az oszlop mátrix elemei nem állandók, hanem egy u paramétertől függenek, akkor az $O'x'y'z'$ rendszerből az $Oxyz$ rendszerbe való áttérés kétváltozósá alakul, vagyis egy hengeres csavarfelületet kapunk eredményül:

$$X(v, u) = M_{OO'}(v) \cdot X'(u) \quad (1.14)$$

Mivel az $X'(u)$ oszlop mátrix nem függ a v paramétertől, így egy $G(u)$ profilgörbének tekinthetjük, amely invariáns az átalakulás ideje alatt.

Egy állandó, vagy változó osztású hengeres csavarfelületet bármilyen görbe leképezheti. Mivel a vezér görbe karakterisztikus görbének is tekinthető, így a hengeres csavarfelületet kétváltozós, vagy egyváltozós görbe is képezheti.

1.1.6. Kúpos csavarfelület

Ha mind az M' pontot meghatározó oszlop mátrix elemei, mind pedig a θ radiális elfordulási szög u paraméter függvényei, akkor a profil görbe kétváltozós, függ az u és a v -től is. Ez a felület csak matematikailag elképzelhető, technológiailag nem. A felület csak akkor megvalósítható, ha $\theta = \text{konstans}$, vagyis ha a profil görbe egy adott tengelymetszetben helyezkedik el. Ebben az esetben megkapjuk a kúpos csavarfelületet.

1.1.7. Globoid csavarfelület

A globoid csavarvonal meghatározására az (1.11) összefüggéssel leírt oszlop mátrixot kaptuk. Ebben minden elem a v paraméter függvénye. Ha a θ_0 szög által jellemzett tengelymetszetben elhanyagoljuk a ψ_0 állandót, valamint az R_0 az u függvénye, akkor az oszlop mátrix kétváltozósá alakul, vagyis egy felület keletkezik amelyet leképező görbének tekinthetünk.

Ha θ_0 konstans, akkor az előbbi felület helyett egy sík keletkezik, az így keletkezett leképező görbe az adott síkban forgómozgást végezve egy globoid csavarfelületet képez.

Technológiailag a globoid csavarfelületet legegyszerűbben egy, a tengelymetszetben elhelyezett vágóélel lehet kialakítani.

1.1.8. Inverz globoid csavarfelület

Az inverz globoid csavarfelületet az (1.12) oszlopmátrixsal határozhatjuk meg. Ez nagyban hasonlít a globoid csavarfelülethez, kivétel, hogy a leképező csavarvonal konvex görbe, nem pedig konkáv, mint a globoid csavarvonal.

1.2. A CSIGAHAJTÁSOK OSZTÁLYOZÁSA

A csigahajtásokat széles körben használják a hajtóművekben, az erőgépeknél, illetve egyes szerszámgépeknél.

Konstruktív szempontból a csigahajtásokat három nagy csoportra oszthatjuk:

1. **Hengeres csigahajtások** (1.4. ábra), melyekre jellemző hogy a csiga menethernyóját henger alakú testre vágjuk;
2. **Globoid csigahajtások** mely esetben a csiga menethernyója egy konkáv forgástestre, úgynevezett globoidtestre készül;
3. **Különleges csigahajtások**, amikor a csiga vagy a csigakerék alakja, esetleg mindkettő speciális alak.

A csigahajtások előnyei közül megemlíjtük a következőket:

- nagy erőátvitelnél alkalmazhatóak ($P < 100$ kW, $n < 4000$ fordulat/perc);

- egylépcsős hajtóművek esetében aránylag kis méretűek és nagy áttételt biztosítanak;
- csendes működésűek;



A csigahajtások hátrányai:

- az áttétel növelésével csökken a hatásfok és növekednek a veszteségek;
- a hajtás hatásfoka és élettartama kisebb mint a hengeres vagy a kúpos hajtásoké;
- megfelelő hűtést igényel, általában mesterséges hűtést;

1.4 Hengeres csigahajtás

- gyártási és szerelési technológiája nehézkes.

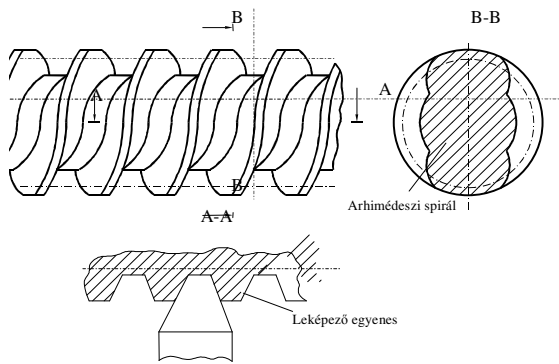
1.2.1. Hengeres csigahajtások

A csiga fogfelületének kiképzése szerint különböző csigatípusokat sorolhatunk rendszerbe. A hengeres csigáknál a Duplex csigát kivéve állandó osztásról beszélhetünk. A Duplex csigának változó osztása van, ezért az a speciális csigák közé sorolható.

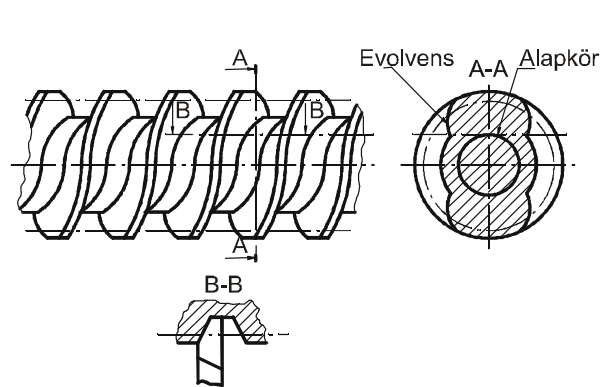
A vonalfelülettel képzett csigák közül megemlítjük: a ZA Archimedesi csigát (1.5. ábra), a ZI evolvens csigát (1.6. ábra), a ZN1 hernyós konvolút csigát (1.7. ábra), a ZN2 árkos konvolút csigát (1.8. ábra). A nem vonalfelületű csigák közül a ZK1 kétkúpos árkos csigát (1.9. ábra), a ZK2 egykúpos csigát (1.10. ábra), valamint az ívelt profilú csigákat említhetjük. Az ábrákon a csigát és megmunkálásának elvét mutatjuk be.

A vonalfelületű hengeres csigahajtások esetében, de a közsörült (ZK1 és ZK2) csigahajtásoknál is általában domború-domború érintkezés van. A kapcsolódási viszonyok javítására, illetve a fogazat szilárdságának növelésére fejlesztették ki az ívelt profilú csigahajtást, melynél a domború-homorú kapcsolási felületek növelik a hajtás terhelhetőségét.

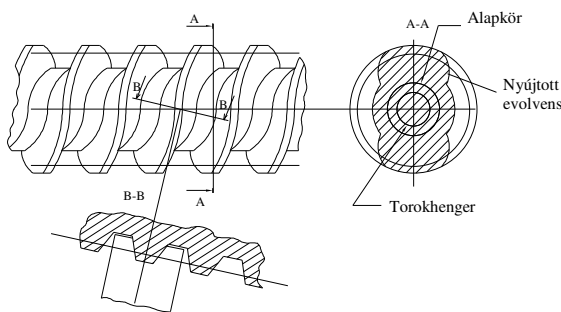
Mivel a hengeres csigahajtások érintkezési hossza kicsi, ezért a kutatók keresték azon lehetőségeket, hogy hosszabb érintkezést és nagyobb kapcsolási számot



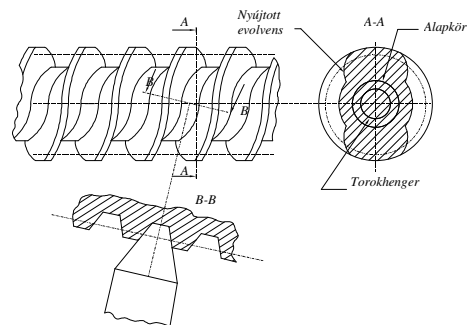
1.5. ábra ZA Archimedesi csiga



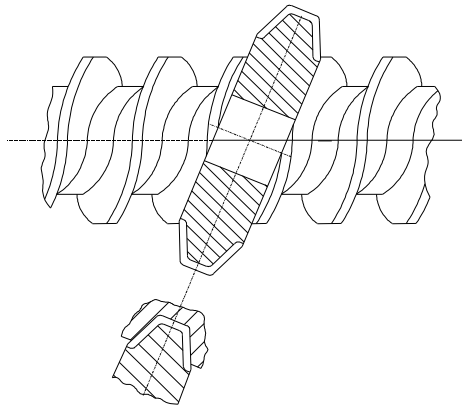
1.6. ábra ZI evolvens csiga



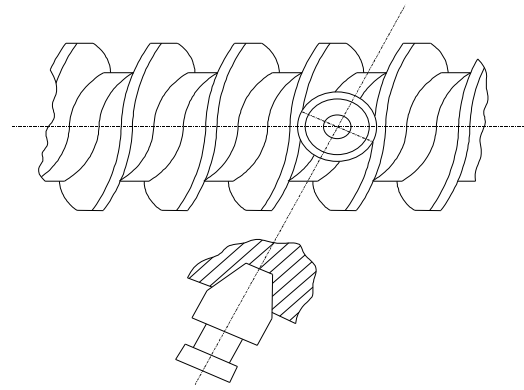
1.7. ábra ZN1 hernyós konvolút csiga



1.8. ábra ZN2 árkos konvolút csiga



1.9. ábra ZK1 kétkúpos árkos csiga



1.10. ábra ZK2 egykúpos csiga

biztosítsanak. Ez úgy lehetséges, ha a csiga és a csigakerék egymást körülöleli. E célból fejlesztették ki a globoid csigahajtást és azt a speciális csigát is, amely értekezésem témája.

1.2.2. Globoid csigahajtások (1.11 ábra)

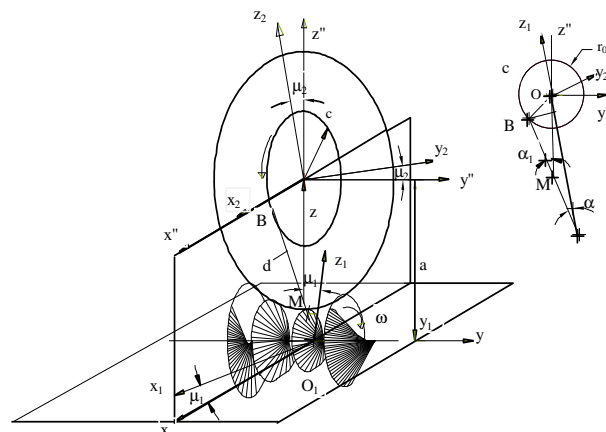


1.11. ábra. Globoid csigahajtás

A globoid csigahajtás tulajdonképpen speciális hajtás, ahol a csiga és a csigakerék egymást körülöleli. Hogy mégis külön csoportba soroljuk, azt elterjedtségük gyakorisága és irodalmi feldolgozottságuk indokolja. Ebben az esetben a csiga már nem hengeres hanem globoid alakú, vagyis egy konkáv forgástest. Ezen hajtás teherbíró-képessége 3-4-szerese a hengeres

csigahajtásokéhoz viszonyítva. Ezt magyarázza a hajtás kapcsolási viszonyainak sajátossága, hogy egyszerre több fog kapcsolódik egymással, továbbá előnyösebben helyezkednek el az érintkezési egyenesek, melyek majdnem merőlegesek a csúszási sebességre, így sokkal jobb kenési lehetőséget biztosítanak.

A csiga fogfelület képzése lehet vonalszerű, vagy nem vonalszerű. A



1.12. ábra Globoid csigahajtás egyszerűsített modellje

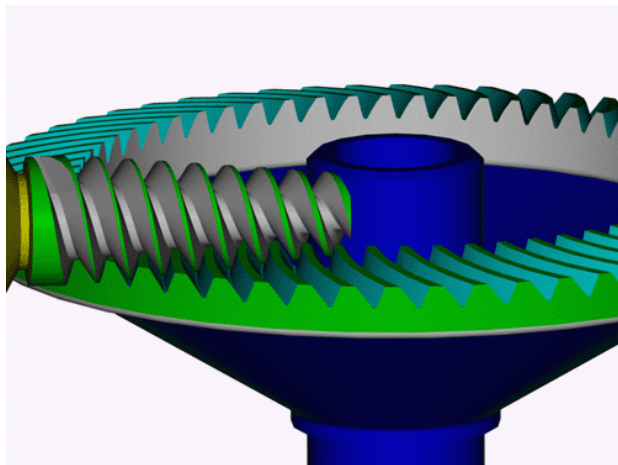
leelterjedtebb a medián metszetben egyenes fogfelület, ennek a megmunkálását Cone típusú megmunkálásnak nevezik (1.12. ábra). Ebben az esetben a csiga fogfelületét leképző egyenes, vagyis a megmunkáló szerszám éle állandóan érint egy úgynevezett profilkört. Ez a profilkör határozza meg a csiga hosszát is, mivel ez nem lehet hosszabb a profilkör átmérőjénél.

1.2.3. Különleges csigahajtások

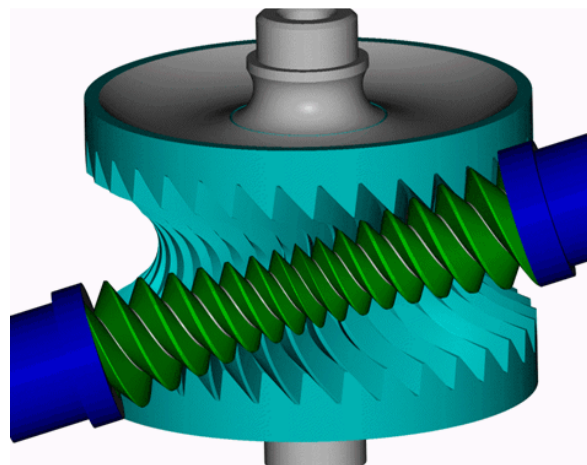
Ezen csigahajtásoknál vagy a csiga, vagy a csigakerék, esetleg mindkettő különleges alakú.

A már ismert különleges csigahajtások közül megemlíjtük a spiróid hajtást (1.13 ábra) és a hiperbolikus hajtást (1.14 ábra).

Amint az ábrákon is látható, minden esetben valamelyik elem különleges alakú, s tulajdonképpen ez vezet egy különleges hajtáshoz. Az ismert különleges hajtásokon kívül



1.13 ábra. Spiróid hajtás [117]



1.14. ábra. Hiperbolikus csigahajtás [117]

a disszertáció egy újabb csigahajtással foglalkozik, a belső csigás hajtással. Ezt a hajtást egy hordócsiga és egy belső fogazatú csigakerék alkotja.

Ez a belső csigás hajtás lesz a disszertáció témája, így ezen hajtásokkal fogunk a továbbiakban bővebben foglalkozni..

Az 1.1. táblázatban a csigahajtások osztályozása látható.

1.3. A CSAVARVONALAK MATEMATIKAI MEGKÖZELÍTÉSE SPLINE FÜGGVÉNYEK SEGÍTSÉGÉVEL

1.3.1. TÉRBELI SPLINE GÖRBÉK

A csigák felületei komplexek, ezért a hordkép, illetve a kapcsolódási mező meghatározására közelítéseket használunk. Egyike ezeknek a közelítéseknek a térbeli Spline függvények alkalmazása. [93].

Tekintsük a következő $x, y, z : [0,1] \rightarrow \mathbb{R}$, polinom függvényeket:

$$\begin{aligned} x(u) &= a_1 u^3 + b_1 u^2 + c_1 u + d_1 & a_1, b_1, c_1, d_1 &\in \mathbb{R} \\ y(u) &= a_2 u^3 + b_2 u^2 + c_2 u + d_2 & a_2, b_2, c_2, d_2 &\in \mathbb{R} \\ z(u) &= a_3 u^3 + b_3 u^2 + c_3 u + d_3 & a_3, b_3, c_3, d_3 &\in \mathbb{R} \end{aligned} \quad (1.15)$$

Az $(x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ ponthalmazt, melyben az x, y, z koordináták a fentebb leírt egyenletekkel vannak meghatározva, térbeli Spline függvényeknek nevezik.

A (1.15) egyenletrendszer a térbeli Spline függvények parametrikus egyenleteinek nevezzük. Feltételezzük, hogy C egy térbeli Spline függvény és legyen $P(x, y, z)$ egy adott pont ezen a görbén. Bevezetjük a következő, P ponthoz kötött vektoriális függvényeket:

$$\begin{aligned} V, V', V'' &: [0,1] \rightarrow \mathbb{R}^4, \quad u \in [0,1] \\ V(u) &= [x(u) \quad y(u) \quad z(u) \quad 1] \\ V'(u) &= [x'(u) \quad y'(u) \quad z'(u) \quad 0] \\ V''(u) &= [x''(u) \quad y''(u) \quad z''(u) \quad 0] \end{aligned} \quad (1.16)$$

vagy másképp:

$$\begin{aligned} V(u) &= \begin{bmatrix} u^3 & u^2 & u & 1 \end{bmatrix} \cdot A \\ V'(u) &= \begin{bmatrix} 3u^2 & 2u & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot A \\ V''(u) &= \begin{bmatrix} 6u & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot A \end{aligned} \quad \text{ahol} \quad A = \begin{bmatrix} a_1 & a_2 & a_3 & 0 \\ b_1 & b_2 & b_3 & 0 \\ c_1 & c_2 & c_3 & 0 \\ d_1 & d_2 & d_3 & 1 \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Az eddigiekből levonhatunk két fontos tézist a térbeli Spline görbék létezéséről és unicitásáról:

1. Legyen $P_1(x_1, y_1, z_1)$ és $P_2(x_2, y_2, z_2)$ a tér két nem egybeeső pontja, valamint $t_1=[x_1' \ y_1' \ z_1']$ és $t_2=[x_2' \ y_2' \ z_2']$ két vektor, melyek közül az elsőnek a P_1 -ben a másodiknak pedig a P_2 -ben legyen a kezdőpontja. Jelöljük V_1, V_1', V_2, V_2' a P_1 illetve a P_2 -höz tartozó vektorokat, ahol:

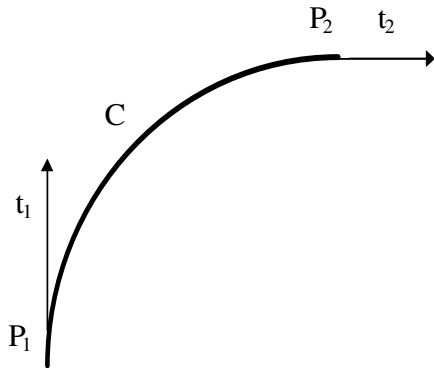
$$\begin{aligned} V_1 &= [x_1 \ y_1 \ z_1 \ 1] & V_2 &= [x_2 \ y_2 \ z_2 \ 1] \\ V_1' &= [x_1' \ y_1' \ z_1' \ 0] & V_2' &= [x_2' \ y_2' \ z_2' \ 0] \end{aligned} \quad (1.18)$$

A feladat, meghatározni egy Spline görbét, úgy, hogy a C görbe végpontjai egybeessenek a P_1 és a P_2 pontokkal, valamint a P_1 és a P_2 pontokban húzott érintők egybeessenek a t_1 és a t_2 vektorral (1.15. ábra) [93].

A használt peremfeltételek a következők:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}(0) \Rightarrow \bar{V}_1 = [0 \ 0 \ 0 \ 1] \cdot A \\ \bar{V}_2 &= \bar{V}(1) \Rightarrow \bar{V}_2 = [1 \ 1 \ 1 \ 1] \cdot A \\ \bar{V}_1' &= \bar{V}'(0) \Rightarrow \bar{V}_1' = [0 \ 0 \ 1 \ 0] \cdot A \\ \bar{V}_2' &= \bar{V}'(1) \Rightarrow \bar{V}_2' = [3 \ 2 \ 1 \ 0] \cdot A \end{aligned} \quad \text{ahol } A = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Elvégezve a műveleteket:



$$\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix} = A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 & 1 \\ -3 & 3 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_1' \\ \bar{V}_2' \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

Tehát, ha adott két térbeli nem egybeeső P_1 és P_2 pont és két $t_1=[x_1' \ y_1' \ z_1']$ és $t_2=[x_2' \ y_2' \ z_2']$ vektor melyeknek kezdőpontja a P_1

1.15. ábra A térbeli Spline görbe meghatározása

illetve a P_2 -ben van, akkor egyetlen Spline görbe létezik, úgy, hogy a C görbe végpontjai egybeessenek a P_1 illetve a P_2 pontokkal és a végpontokban húzott érintők a t_1 és a t_2 vektorok legyenek.

2. Tekintsünk $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2), \dots, P_n(x_n, y_n, z_n)$ páronként nem egybeeső n térbeli pontot és páronként két $t_1=[x_1' \ y_1' \ z_1']$, $t_2=[x_2' \ y_2' \ z_2']$ és $t_n=[x_n' \ y_n' \ z_n']$ vektort melyek kezdőpontja a P_1, P_2 illetve a P_n -ben van. A fentebb bemutatottak alapján, létezik $(n-1)$ térbeli Spline görbe melyeket C_1, C_2, \dots, C_{n-1} - el jelölünk, úgy, hogy a C_i görbe végpontjai egybeessenek a P_i és P_{i+1} pontokkal, ugyanakkor a végpontokba állított érintők egybeessenek a t_{1i} és a t_{2i} vektorokkal bármely $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$, ahol:

$$\begin{aligned} \bar{t}_{11} &= \bar{t}_1 = [x_1' \ y_1' \ z_1'] \\ \bar{t}_{1i} &= [x_i'(0) \ y_i'(0) \ z_i'(0)] \quad i \in \{2, \dots, n-1\} \\ \bar{t}_{2i} &= [x_i'(1) \ y_i'(1) \ z_i'(1)] \quad i \in \{1, \dots, n-2\} \\ \bar{t}_{2, n-1} &= \bar{t}_n = [x_n' \ y_n' \ z_n'] \end{aligned} \tag{1.21}$$

Jelölve $\bar{V}_i, \bar{V}'_{1i}, \bar{V}'_{2i}, \bar{V}''_{1i}, \bar{V}''_{2i}$ - vel a P_i -hez kötött vektorokat, ahol $i \in \{1, 2, \dots, n\}$:

$$\begin{aligned} \bar{V}_i &= [x_i \ y_i \ z_i \ 1] \\ \bar{V}'_{11} &= [x_1' \ y_1' \ z_1' \ 0] \\ \bar{V}'_{1i} &= [x_i'(0) \ y_i'(0) \ z_i'(0) \ 0] \quad i \in \{2, \dots, n-1\} \\ \bar{V}'_{2i} &= [x_i'(1) \ y_i'(1) \ z_i'(1) \ 0] \quad i \in \{1, \dots, n-2\} \\ \bar{V}'_{2, n-1} &= [x_n' \ y_n' \ z_n' \ 0] \\ \bar{V}''_{1i} &= [x_i''(0) \ y_i''(0) \ z_i''(0) \ 0] \quad i \in \{1, \dots, n-1\} \\ \bar{V}''_{2i} &= [x_i''(1) \ y_i''(1) \ z_i''(1) \ 0] \quad i \in \{1, \dots, n-1\} \end{aligned} \tag{1.22}$$

A megoldandó feladat a $t_{1i}, i \in \{2, \dots, n-1\}$ és a $t_{2i}, i \in \{1, \dots, n-2\}$ vektorok meghatározása úgy, hogy a C_i és a C_{i+1} görbék a P_{i+1} pontban folytonos érintővel kapcsolódjanak, vagyis:

$$\bar{t}_{2i} = \bar{t}_{1, i+1} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n-1\} \Leftrightarrow \bar{V}'_{2i} = \bar{V}'_{1, i+1} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n-1\} \tag{1.23}$$

A megoldáshoz a következő peremfeltételt használjuk:

$$\bar{V}'_{2i} = \bar{V}'_{1,i+1} \quad \forall i \in \{1, 2, \dots, n-2\} \quad (1.24)$$

a). ha $n = 3$

$$\bar{V}'_2 = \frac{1}{4} \left(\begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \end{bmatrix} - \bar{V}'_1 - \bar{V}'_3 \right) \quad (1.25)$$

b). ha $n = 4$

$$\begin{bmatrix} \bar{V}'_2 \\ \bar{V}'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \bar{V}_3 \\ \bar{V}_4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{V}'_1 \\ 0 \\ 0 \\ \bar{V}'_4 \end{bmatrix} \right\} \quad (1.26)$$

c). általános esetben:

$$\begin{bmatrix} \bar{V}'_2 \\ \bar{V}'_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{V}'_{n-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 0 & \cdot & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdot & 1 & 4 \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} -3 & 0 & 3 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 3 & \cdot & \cdot & 0 & 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdot & \cdot & 0 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \bar{V}_1 \\ \bar{V}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{V}_n \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \bar{V}'_1 \\ 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \bar{V}'_n \end{bmatrix} \right\} \quad (1.27)$$

$$(n-2) \times 1 \quad (n-2) \times (n-2) \quad (n-2) \times n \quad n \times 1 \quad (n-2) \times 1$$

Tehát, ha adottak $P_1(x_1, y_1, z_1), P_2(x_2, y_2, z_2), \dots, P_n(x_n, y_n, z_n)$ páronként nem egybeeső n térbeli pont és két $t_1=[x_1' \ y_1' \ z_1']$ és $t_n=[x_n' \ y_n' \ z_n']$ vektort melyek kezdőpontja a P_1 illetve a P_n -ben van, akkor létezik és egységesen van meghatározva $(n-1)$ térbeli Spline görbe melyeket C_1, C_2, \dots, C_{n-1} - el jelölünk, úgy, hogy a C_i görbe végpontjai egybeesnek a P_i és P_{i+1} pontokkal, a végpontokba állított érintők egybeesnek a t_{i1} és a t_{i2} vektorokkal, valamint a C_i és a C_{i+1} görbék folytonos érintővel érintkeznek a P_{i+1} pontban, bármely $i \in \{1, 2, \dots, n-1\}$ esetén.

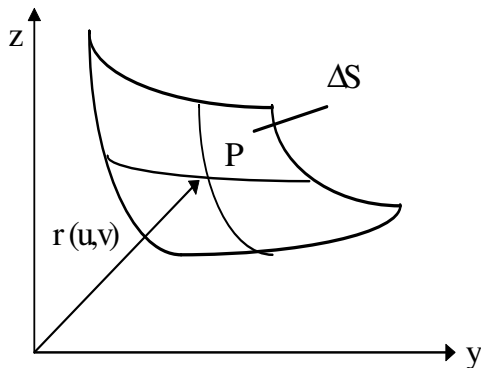
1.3.2. COONS FELÜLETELEM (1.16 ábra)

Vegyünk egy két paraméteres r vektort (paraméterek u és v), mely a következő módon van meghatározva:

$$\vec{r}(u, v) = x(u, v) \cdot \vec{i} + y(u, v) \cdot \vec{j} + z(u, v) \cdot \vec{k} ; \quad u, v \in [0, 1] \quad (1.28)$$

Egy felületet bitérbelinek nevezünk, ha a benne szereplő mindkét változó (paraméter) legfeljebb harmadfokon jelenik meg.

$$x(u, v) = a_{11}u^3v^3 + a_{12}u^3v^2 + a_{13}u^3v + a_{14}u^3 + a_{21}u^2v^3 + a_{22}u^2v^2 + a_{23}u^2v + a_{24}u^2 + a_{31}uv^3 + a_{32}uv^2 + a_{33}uv + a_{34}u + a_{41}v^3 + a_{42}v^2 + a_{43}v + a_{44} \quad (1.29)$$



Az a_{ij} - ahol $i, j = \{1, 2, 3, 4\}$ - együtthatók meghatározására a ΔS felületelemre alkalmazott peremfeltételeket használjuk.

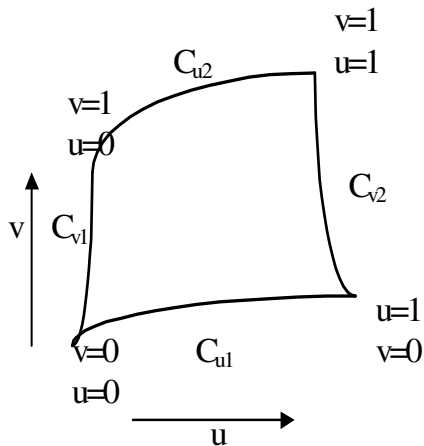
Az (1.29) egyenletben 16 ismeretlenünk van, tehát 16 peremfeltételre van szükségünk ahhoz, hogy egy egységes megoldású egyenletrendszerhez jussunk.

1.16. ábra Coons felületelem értelmezése

- 4 egyenletet megkapunk ha feltételezzük, hogy a felületelem sarkai 4 különálló $P_{00}, P_{10}, P_{01}, P_{11}$ pont, melyeknek helyzetvektorai $r_{00}, r_{10}, r_{01}, r_{11}$
- Az u és v irányban a felületelem sarkaiban húzott érintők egyértelműek. Ezzel 8 egyenletet határozhatunk meg.

- Az utolsó 4 egyenletet megkapjuk, ha megköveteljük, hogy az adott felületelem kapcsolódjon a szomszédos felületelemekhez. Ez elérhető, ha a görbementi derivált csak az adott irány deriváltjától függ, vagyis a másodfokú kevert változójú deriváltak nullák legyenek.

A 16 ismeretlenes 16 egyenletről álló egyenletrendszer egy egységesen meghatározott eredményhez vezet. A rendszer gyökei a lineáris algebra segítségével meghatározhatók.



1.17. ábra. Coons felület

1.3.3. COONS FELÜLET

Coons felületnek (1.17. ábra), vagy Coons hálónak nevezzük véges számú adiacens felületelem halmazát. A C_{u1} és C_{u2} irányított görbék a háló vonalait, a C_{v1} és C_{v2} irányított görbék pedig a háló oszlopait alkotják. Következésképpen egy m vonal és n oszlopból álló halmaz egy $(m-1) \times (n-1)$ -es hálót alkot.

Sajátos Coons felületek nyerhetők, ha a kapcsolási függvényekre újabb pót peremfeltételeket alkalmazunk.

Példa ilyen pót peremfeltételre, hogy a felületelem sarkaiban a két változó paraméter irányában az első rendű derivált nulla legyen. Az oldalak mentén csak az első rendű deriváltak egyenlők, mivel a görbületi sugarak különböznek. Csak a felületelem sarkaiban egyenlők mind az első mind a másodfokú deriváltak.

Ezen pót feltételek megoldása után, levonhatjuk azt a fontos következtetést, hogy, ha két adiacens felületelem a C_{u1} és C_{u2} határ görbék, vagy a C_{v1} és C_{v2} határ görbék mentén folytonos érintővel kapcsolódik, akkor ezek a felületelemek egymással folytonos érintővel kapcsolódnak.

1.4. A CSIGAHAJTÁSOK MODELLEZÉSI LEHETŐSÉGEI ÉS A MODELLEZÉSI BLOKK SÉMA

A csigahajtások modellezése elég nehézkes, főleg a komplex kapcsolási felületek miatt. Ezért a számítógépek fejlődési időszakában főleg az egyenes alkotójú csigákat tanulmányozták, amelyeknél még egy egyszerűsítést is bevezettek: a csigakeréket megmunkáló csigamaró geometriáját a csiga geometriájával azonosnak tekintették [5].

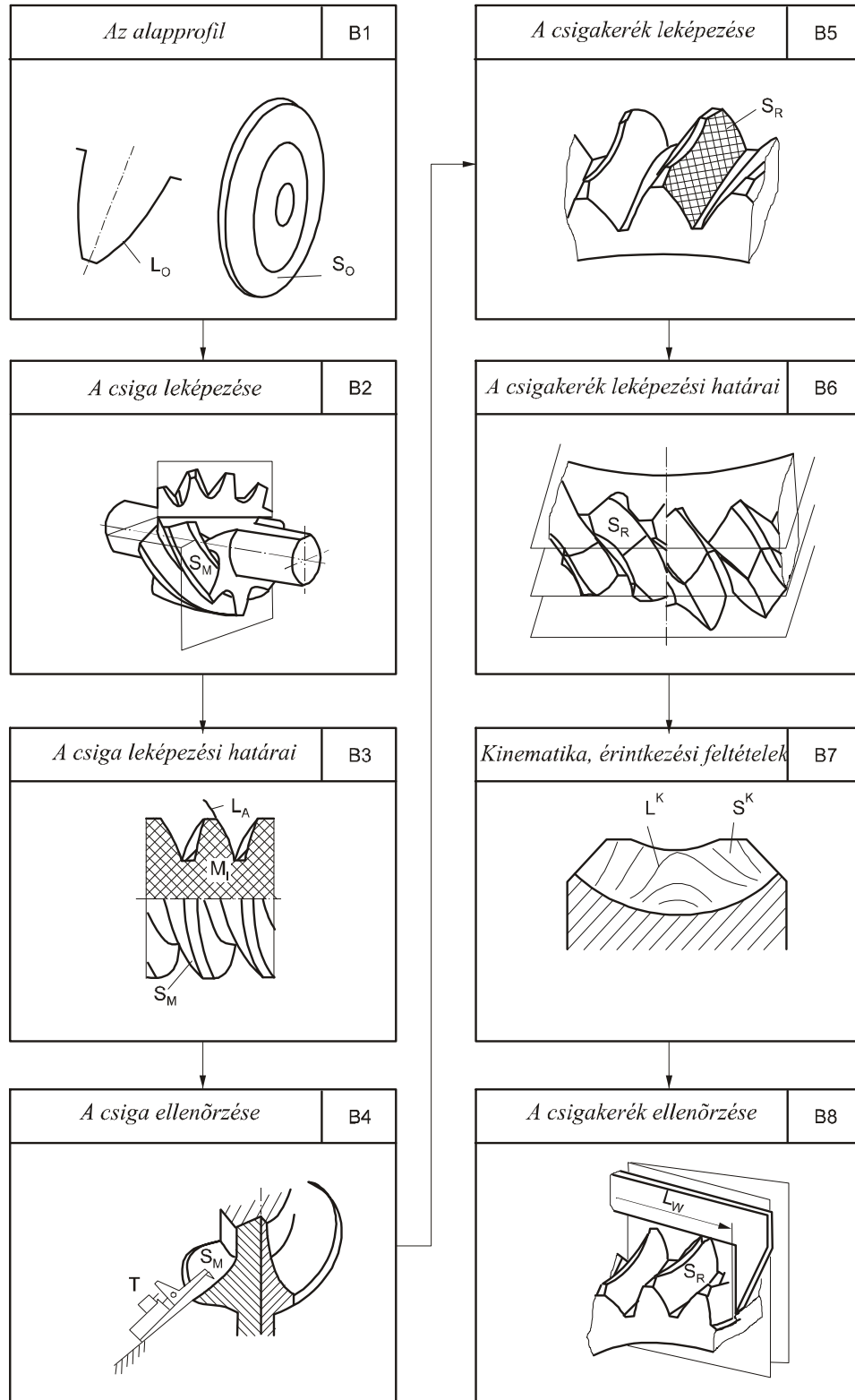
Az első modellezési próbálkozásokat Drobni [20], Maros [49], Lévai [42] professzorok végezték. Ezen tanulmányok tartalmazták mind az egyenes alkotójú mind pedig az ívelt profilú csigák elemzését.

Miután Litvin [44] megalapozta a matematikai modellezést mátrixok segítségével, a legtöbb kutató átállt erre a módszerre, nemcsak mert sokkal praktikusabb, hanem mert sokkal könnyebben programozható, mint az addig használt parametrikus módszer.

Romániában az első modellezési blokkot a Kolozsvári Műszaki Egyetemen dolgozták ki Maros professzor vezetésével [49]. Ennek 8 részeleme van (1.18 ábra):

- B1 – meghatározza a hajtás származtatóját:
- ez egy származtató görbe (L_0) – a ZA, ZN, ZI, ívelt profilú hengeres csigáknál
- ez egy származtató felület (S_0) – a ZK típusú hengeres csigáknál
- B2 – a csiga leképezése és tanulmányozása különböző metszetekben
- B3 – a csiga leképezésének határai
- B4 – a csiga mérési, ellenőrzési elmei, melyek közül kiemelkedik a mérési metszetbeli fogprofil, ahol ez lehet egy egyenes, vagy egy egyenessel megközelíthető görbe
- B5 – a csigakerék megmunkálási módszerének megválasztása és a fogprofiljának meghatározása
- B6 – a csigakerék leképezésének határai
- B7 – a hajtás geometriai és kinematikai minőségi elemzése az érintkezési vonalak alapján
- B8 – a csigakerék mérési paramétereinek meghatározása.

Ez a matematikai modell elég komplex ahhoz, hogy tanulmányozni és elemezni lehessen egy csigahajtást, de nem teljes, mivel néhány fontos lépést kihagyott, mint például az érintkezés közben a görbületi sugarak változásának tanulmányozását, a hordkép lokalizációt, a csigakereket megmunkáló csigamaró számítását, stb.

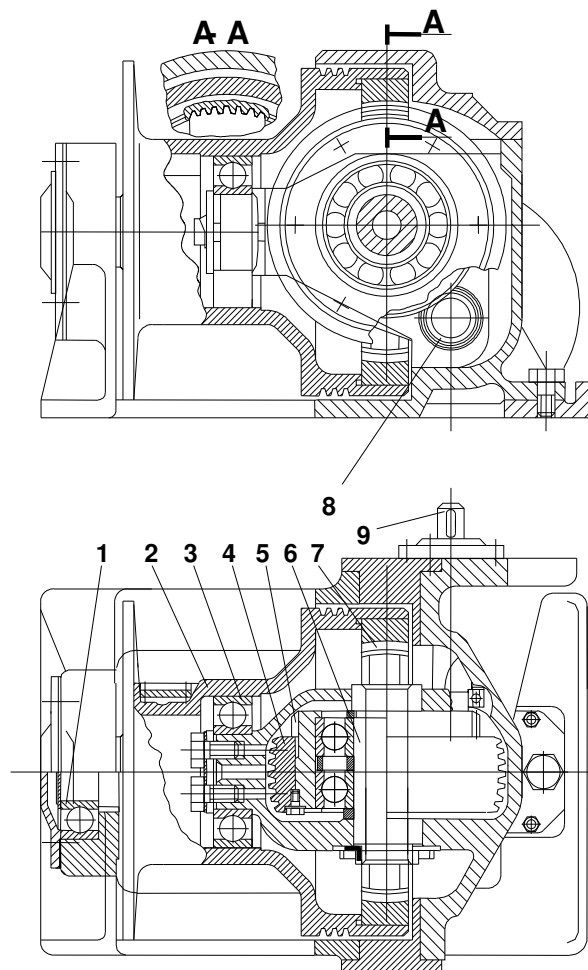


1.18 ábra A hengeres csigahajtások modellezésének blokk sémája

2. BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOK

2.1. A BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOKRÓL ÁLTALÁBAN

1972-ben három japán kutató, Ueno, Terashima és Sakamoto megpróbálja meghatározni a belső fogazatok megmunkálására használható elipszis alakú csigamaró geometriáját, valamint legyártani azt [108], [109]. A fellépő geometriai és kinematikai nehézségek miatt megállapították, hogy ezt a módszert csak nagyolásra lehet használni. Pay E. és Jankó B. 1979-ben kibővítik kutatásukat [57] a kölcsönösen burkoló felületek matematikai meghatározására, majd 1980-ban [58] Pay E. konstruktív megoldásokat ad a



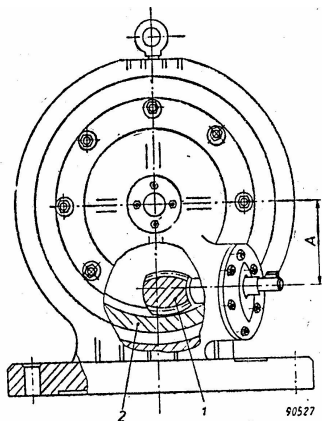
2.1. ábra. Kétlépcsős belső csigás hajtómű

belső fogazatok megmunkálására használható csigamaróról. Az elvégzett kutatások következtében, figyelembe véve az megmunkálási – működési analógiákat, felmerül a belső csigás csigahajtás megvalósításának lehetősége. Egy csigahajtás esetén, ahol a csigakereket a csiga képezi le új elméleti és technológiai kérdések merültek fel.

A belső csigás hajtások elemei egy elipszoid alakú csiga és egy belső fogazatú csigakerék. Ahhoz, hogy a csigakerék körülölelje a csigát, a csiga külső felülete egy konvex görbe által leírt forgástest kell legyen.

Az első belső csigás hajtás egy kétlépcsős hajtómű részelemeként, Kozsevnikov Mechanizmusok könyvében jelent meg 1976-ban (2.1. ábra) [41].

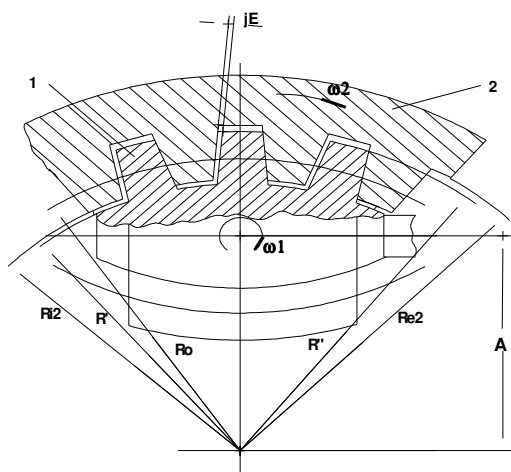
1986-ban és 1987 – ben, Pay E. szabadalmaztatta az egylépcsős belső



2.2. ábra Egylépcsős belső csigás hajtómű

csapágyazása.

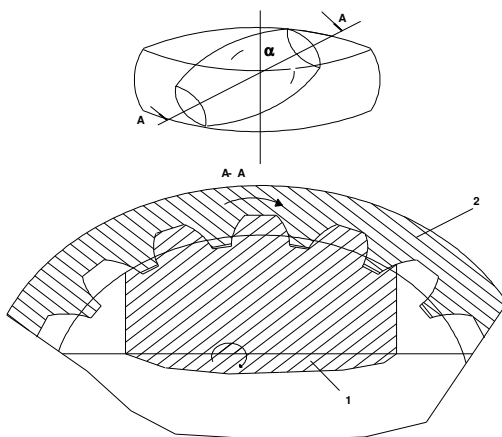
Kitérő merőleges tengelyek esetén (2.4. ábra), a hajtást csak nagy méretű csigakerék esetén valósíthatjuk meg, mivel más esetben lehetetlen a csiga csapágyazása. Ezt az esetet nyugodtan nevezhetjük anti-globoid hajtásnak, mivel a részelemek ugyanúgy viszonyulnak egymáshoz, csak éppen ez egy belső hajtás [58], [83]. Ebben az esetben a csiga axiális metszete egy körellipszis, tehát a külső felület egy szimmetrikus forgástest.



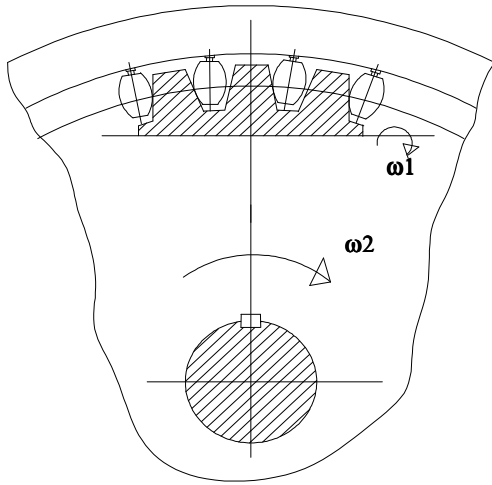
2.4. ábra Kitérő merőleges tengelyű belső csigás hajtás

csigás hajtóművet [59], (2.2. ábra), meghatározva ezen hajtások geometriáját, illetve a belső csigás hajtások elemeinek megmunkálási lehetőségét [60].

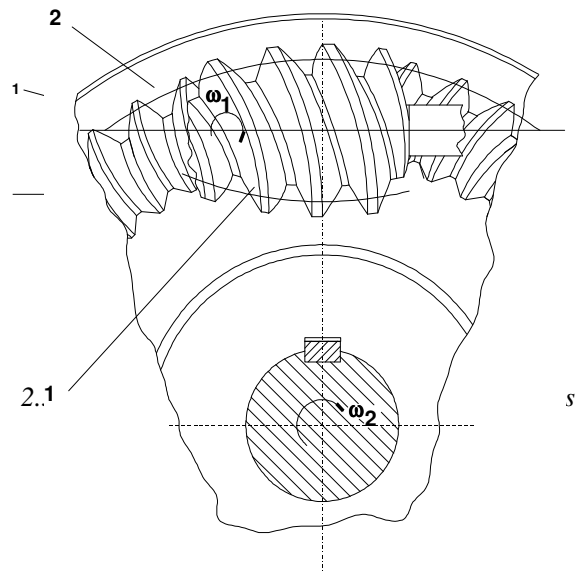
Ezek a hajtások részben hasonlítanak a globoid hajtáshoz, viszont abban eltérnek, hogy itt a tengelyek helyzete háromféle lehet. Párhuzamos tengelyek esetén (2.3. ábra) a hajtás hasonlít a kitérő tengelyű hengeres hajtásokra [44], viszont jóval nagyobb kapcsolási számot biztosít. Ebben az esetben nem okoz gondot a csiga



2.5. ábra Kitérő nem merőleges tengelyű belső csigás hajtás



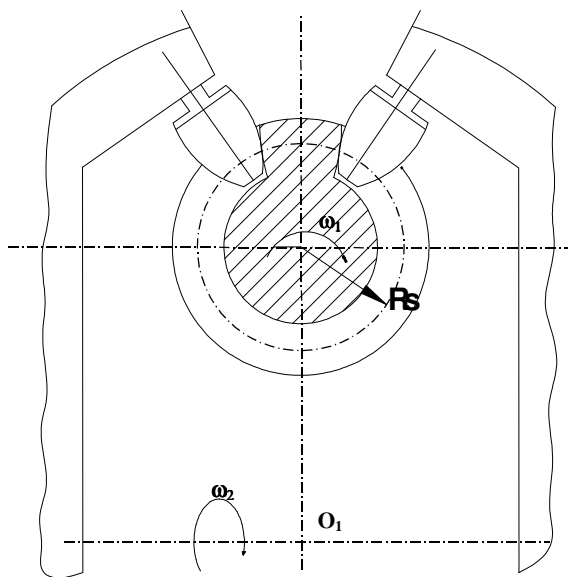
2.6. ábra Csapos fogazatú csigakerék és belső csigás hajtás



2.7. ábra Tangenciális fogazatú csigakerék hordócsiga hajtás

A harmadik lehetőség, a kitérő nem merőleges tengelyű belső csigás hajtás (2.5. ábra) [57], [59]. Ebben az esetben a két tengely között egy állandó α szög van. A csiga csapágyazása nem okoz gondot, ugyanakkor a hajtás mérete is kisebb, mivel így csak a csiga fogazott szakaszának kell beférnie a csigakerékbe, a behajtás és a csapágyazás már lehet azon kívül. A csiga axiális metszete egy ellipszis, tehát a külső felülete egy elipszoid forgástest.

További próbálkozás, amikor a csúszó súrlódás javítása érdekében görgős csapok kerülnek a belső fogazatú csigakerék fogai helyébe (2.6. ábra) [64], [83]. Így, a csúszósúrlódás gördülő súrlódássá alakul ami sokkal kisebb veszteségekhez vezet.



2.8. ábra Metszett csigakerekes kitérő merőleges tengelyű csigahajtás

Más lehetőség, ha a csigakerék nem belsőfogazatú, hanem tangenciális fogazatú (2.7. ábra). Ebben az esetben számtalan új lehetőség nyílik, annak függvényében hogy a hajtás tengelyei között milyen szög van.

Végül, egy újabb konstruktív modell a metszett csigakerekes kitérő merőleges tengelyű csigahajtás, melynél a csiga hordóalakú (2.8. ábra).

A Nagybányai Egyetem Gépgyártás Tanszékén több mint 15 éve folyó kutatások eredményeit, mely kutatásokban a szerző 8 éve vesz részt, a következő pontokban lehet összefoglalni:

1. a különböző konstruktív modellek tanulmányozása;
2. egy kitérő merőleges tengelyű kísérleti hajtás legyártása, felhasználva az ehhez szükséges különleges berendezéseket;
3. a kitérő merőleges tengelyű hajtások matematikai modellezése és számítógépes szimulációja;
4. a kitérő merőleges tengelyű hajtások kapcsolási mezejének meghatározása;
5. a kitérő nem merőleges tengelyű hajtás matematikai modellezése és számítógépes szimulációja;
6. a kitérő nem merőleges tengelyű hajtások kapcsolási mezejének meghatározása;
7. a hajtás elemeinek legyártása;
8. a csigakereket megmunkáló hordó csigamaró matematikai modellezése és legyártása.

Ezen kutatási pontok közül az első 5 megvalósult, a 6-ik a jelenlegi disszertáció témája, az utolsó kettő pedig a jelenlegi és a jövőbeli kutatások célpontja.

2.2. A BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOK GEOMETRIAI SZÁMÍTÁSA

A hordócsiga fő paramétereit a hengeres és a globoid csigákhoz hasonlóan az axiális metszetben határozzuk meg. A számítási alap a csiga d_1 , valamint a csigakerék d_2 osztókör átmérője. A leképzési módszertől függően a csiga fogfelülete egyenesek, vagy görbék által származtatott. Egyenes alkotójú csiga esetén a határegyenesek a d_0 átmérőjű profilkör érintői. Mivel hordócsigáról beszélünk, így, ebben az esetben az osztóhenger tulajdonképpen egy olyan osztófelületté alakul, melynek leképező görbéje egy körív.

Az számításoknál a következő alapadatokból indulunk ki:

- i_{12} – kinematikai áttétel;
- a – elemi tengelytáv;
- q – középmetzeti átmérőhányados.

Ezekon kívül még megadhatóak:

- h^* – fejmagasságtényező;
- c^* – lábhezagtényező;
- α – alaprofilszög.

Hordképlokalizációhoz

- i_t – technológiai kinematikai áttétel és
- a_t – technológiai tengelytávot használnak.

Általában $a \neq a_t$ és $i_{12} \neq i_t$, de első közelítésben egyenes alkotójú csiga esetén, a globoid hajtásokhoz hasonlóan ezek egyenlőek.

A 2.1. táblázatban a geometriai és kinematikai számításoknál használt jelölések láthatók.

2.1. táblázat

A geometriai és kinematikai számításoknál használt jelölések

Jelölés	A jellemző elnevezése	Mértékegység
A	elemi tengelytáv	mm
b_2	a csigakerék koszorú szélessége	mm
c^*	Lábhézagtényező	mm
d_1	a csiga osztókörátmérője	mm
d_2	a csigakerék osztókörátmérője	mm
d_{a1}	a csiga fejkörátmérője	mm
d_{a2}	a csigakerék fejkörátmérője	mm
d_{f1}	a csiga lábkörátmérője	mm
d_{f2}	a csigakerék lábkörátmérője	mm
h_1 és h	a csiga fogmagassága	mm
h_2	a csigakerék fogmagassága	mm
h_{a1}	a csiga fogfejmagassága	mm
h_{a2}	a csigakerék osztóköri fejmagassága	mm
h_{f1}	a csiga lábmagassága	mm
h_{f2}	a csigakerék lábmagassága	mm
L	a csiga hossza	mm
m_x	axiális modul	mm
p_x	a csiga axiális osztása	mm
q	a csiga átmérő hányadosa	-
x	profil eltolási tényező	-
z_1	a csiga fogszáma	-
z_2	a csigakerék fogszáma	-
α_x	a csiga alapprofilszöge	Fok
γ	Menetemelkedési szög az osztókörön	Fok
ϵ_α	Homlokkapcsolószám	Fok

A belsőcsigás hajtások geometriai és kinematikai számítása a 2.2. táblázatban látható. Az összefüggésekben a csigahajtásokra vonatkozó szabványok szerepelnek, felhasználva ezen új típusú hajtások hasonlóságát a globoid csigahajtásokhoz, azaz az osztó-, fej- és lábköröket a torokmetszetben értelmezve.

A csigakeréknek minimális fogszámára 30 ajánlott. Ezenkívül, ahhoz, hogy az $\alpha_x = 20^\circ$ alapprofilszöget biztosíthassuk, az szükséges, hogy a csigakerék z_0 fogát a csiga körülölelje, úgy, hogy lehetséges legyen a radiális összeszerelés.

A geometriai méretek számítására egy számpélda is található.

2.2. táblázat

A belső csigás hajtások geometriai és kinematikai számítása

Sor Szám	Számítandó jellemző	Jelölés	Összefüggés	Szám-példa
1.	Áttétel	i_{12}	$i_{12} = \frac{z_2}{z_1}$	40
2.	A csiga fogszáma	z_1	$z_1 \leq 4$ (ajánlott)	1
3.	A csigakerék fogszáma	z_2	$z_2 = i_{12} \cdot z_1$	40
4.	A csiga átmérőhányadosa	q	Szabvány	10
5.	A csiga menetemelkedési szöge az osztókörön	γ	$\gamma = \arctg \frac{z_1}{q}$	5,7106
6.	Tengelytáv	a	$a = \frac{1}{2} m \cdot (z_2 - q)$	150
7.	Szabványosított tengelytáv	a	Szabvány	160
8.	A csiga axiális modulja	m_x	$m_x = \frac{2 \cdot a}{(z_2 - q)}$	10,667
9.	Szabványosított modul	m	szabvány	10
10.	A csiga osztókörátmérője	d_1	$d_1 = q \cdot m$	106,67
11.	A csigakerék osztókör-átmérője	d_2	$d_2 = z_2 \cdot m$	426,67
<i>A csiga alapfogméretei</i>				
12.	Fogmagasság	h_1	$h_1 = (1,6 \dots 1,8) \cdot m$	17
13.	Fejmagasság	h_{a1}	$h_{a1} = (0,4 \dots 0,5) \cdot h_1$	7,65
14.	Lábmagasság	h_{f1}	$h_{f1} = h_1 - h_{a1}$	9,35
<i>A csigakerék alapfogméretei</i>				
15.	Fogmagasság	h_2	$h_2 = h_1$	17
16.	Fejmagasság	h_{a2}	$h_{a2} = h_{f1} - c^*$	7,35
17.	Lábmagasság	h_{f2}	$h_{f2} = h_{a1} + c^*$	9,65
18.	Fejhézag	c^*	$c^* = (0,15 \dots 0,25) \cdot m_x$	2
19.	A csiga fejkörátmérője	d_{a1}	$d_{a1} = d_1 + 2 \cdot h_{a1}$	121,97

20.	A csigakerék fejkör- átmérője	d_{a2}	$d_{a2} = d_2 - 2 \cdot h_{a2}$	411,97
21.	A csiga lábkörátmérője	d_{f1}	$d_{f1} = d_1 - 2 \cdot h_{f1}$	87,967
22.	A csigakerék lábkör- átmérője	d_{f2}	$d_{f2} = d_2 + 2 \cdot h_{f2}$	445,97
23.	A csigakerék koszorú szélessége	b_2	$b_2 = 0,6 \cdot d_{a1}$	73,18
24.	A csigafej ellipszoid sugara	r_{e1}	$r_{e1} = a - 0,5 \cdot d_{a1}$	99,017
25.	A csigakerék fejfelület görbületi sugara	r_{e2}	$r_{e2} = 0,53 \cdot d_{f1_{\max}}$	66,695
26.	A csiga fenékfelület görbületi sugara	r_{i1}	$r_{i1} = a - 0,5 \cdot d_{f1}$	116,02
27.	A csigakerék fenékfelület görbületi sugara	r_{i2}	$r_{i2} = r_{e2} + h_2$	83,695
28.	A csiga maximális lábkörátmérője	$d_{f1_{\max}}$	$d_{f1_{\max}} = 2 \cdot \left(a - \sqrt{r_{i1}^2 - 0,25 \cdot L^2} \right)$	125,84
29.	A csiga burkolási határfélszöge	θ_{\lim}	$\theta_{\lim} = \arctg \frac{d_t}{d_2}$ $\theta_{\lim} = \arctg 180 \cdot \frac{z_0}{z_2}$ <p>ahol $z_0 = \frac{z_e}{0,9}$ és $z_e = 0,1 \cdot z_2$</p>	0,1648
30.	A csiga burkolási félszöge	θ	$\theta = 0,9 \cdot \theta_{\lim} = \arctg 180 \cdot \frac{z_e}{z_2}$	42,667
31.	A csiga hossza	L	$L = d_2 \cdot \sin \theta$	127,05
32.	A csiga alapprofilszöge	α_x	ajánlott $\alpha_x = 20^\circ$	20
33.	A csiga axiális osztása	p_x	$p_x = \pi \cdot m_x$	33,51
34.	A csiga szögosztása	φ	$\varphi = \frac{2 \cdot \pi}{z_2}$	0,157
35.	A profilkör átmérője	d_t	$d_t = d_2 \cdot \sin \left(\alpha_x + \frac{\varphi}{4} \right)$	131,85
36.	Kapcsolószám	ε_α	$\varepsilon_\alpha = \frac{125}{p_x}$	3,7302

2.3. ÁLTALÁNOSSÁGOK A BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOK MODELLEZÉSÉRŐL

A belső csigamaró, illetve a belső csigás hajtások első matematikai modelljét Pay E. és Jankó B. professzorok alapozták meg. Az ezt követő próbálkozások, többféle modellezési módszerhez vezettek, melyek közül a vektor és a mátrix módszerek adták meg a kívánt eredményeket. Az eddigi tanulmányokban, a belső csigás hajtások modellezése a különböző számítási módszerek felhasználásával a matematikai modellezésen alapult. Ezen módszerek számítógépes megoldása és az onnan eredő grafikus ábrázolások igazolták a modellek helyességét.

Ujabban megalkották a hengeres, illetve a globoidhajtások számítási blokksémáját [9], [93], amint azt az előbbi fejezetben bemutattam. Mivel a belső csigás hajtások legalább matematikai modellek esetén hasonlítanak a globoidhajtásokra, így a blokkséma alkalmazható, a megfelelő módosítások mellett ezen hajtásoknál is (2.3. táblázat).

A blokkséma 8 tömbből áll, mindegyik ellenőrizve volt és egy-egy informatikai modell lett hozzá mellékelve. Összevonva a matematikai modellt és a megfelelő informatikai modellt elvezet a *belső csigás hajtások komplex modelljéhez*.

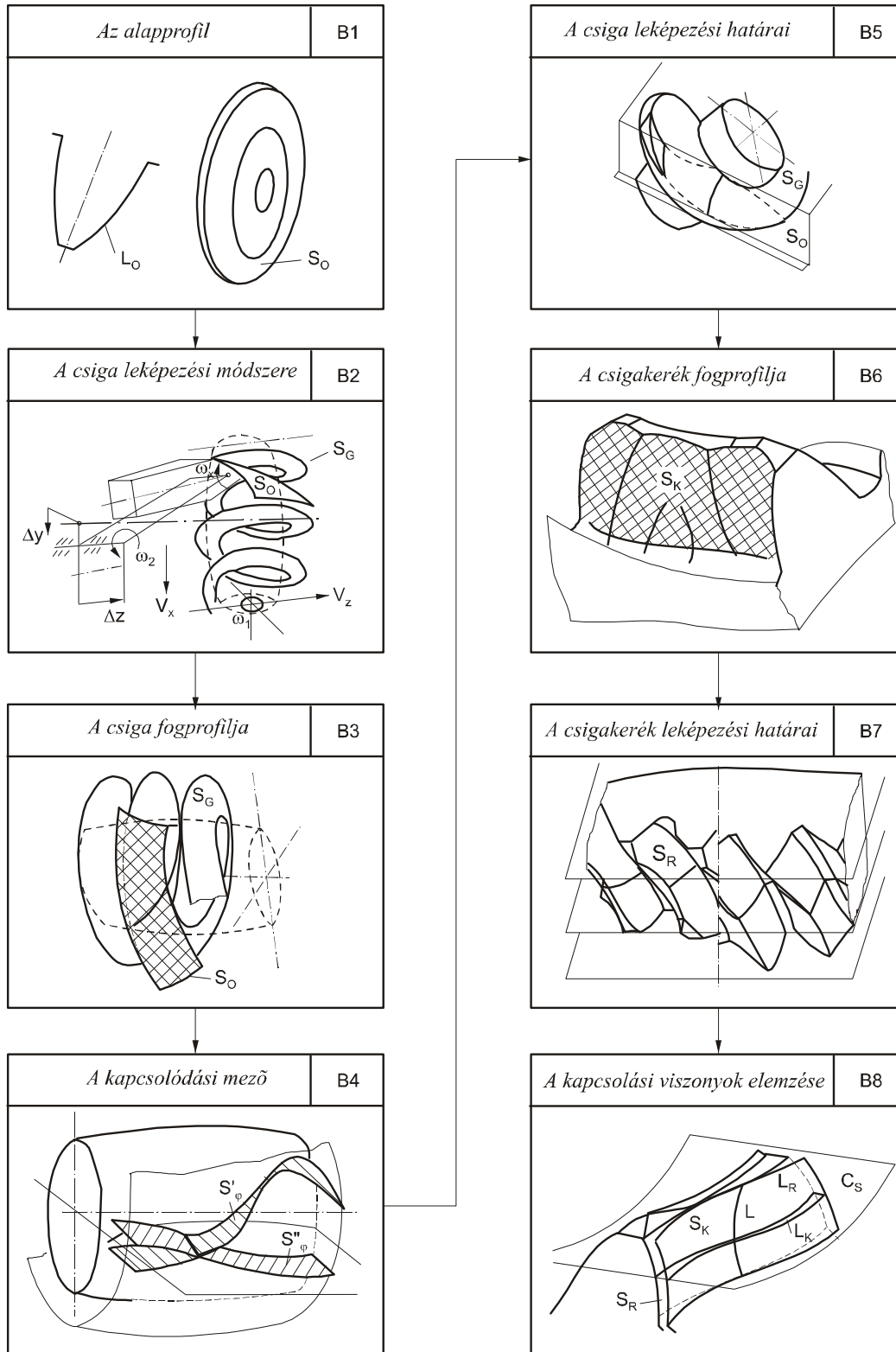
Az első tömb – B1 – meghatározza a hajtás alaprofilját, mely lehet egy egyenes, egy görbe, vagy egy felület. A második tömb – B2 – a csiga leképezési módját, B3 – a csiga fogprofilját, B4 – a technológiai illetve a működési kapcsolódási felületeket határozza meg. A B5 – a csiga leképezésének határait, a B6 – a csigakerék fogprofilját, a B7 – a csigakerék leképezésének határait, a B8 – pedig a kapcsolási viszonyokat tanulmányozza és határozza meg.

Másrészt, a fogfelületek, illetve a kapcsolási felületek meghatározásánál is több módszer alkalmazható:

- geometriai leképezés:
 - paraméteres módszer
 - vektor módszer.
- kinematikai leképezés
 - vektoriális módszer
 - mátrix módszer.

A csigahajtás gyakorlati megvalósításánál a geometriai leképezés nem eredményes, mivel csak bonyolult szerszámokkal lehet megmunkálni és mind a matematikai modellezés mind pedig a gyártás szempontjából előnyös a legegyszerűbb megoldás kiválasztása.

2.3.táblázat
A belső csigás hajtások modellezésének blokk sémája



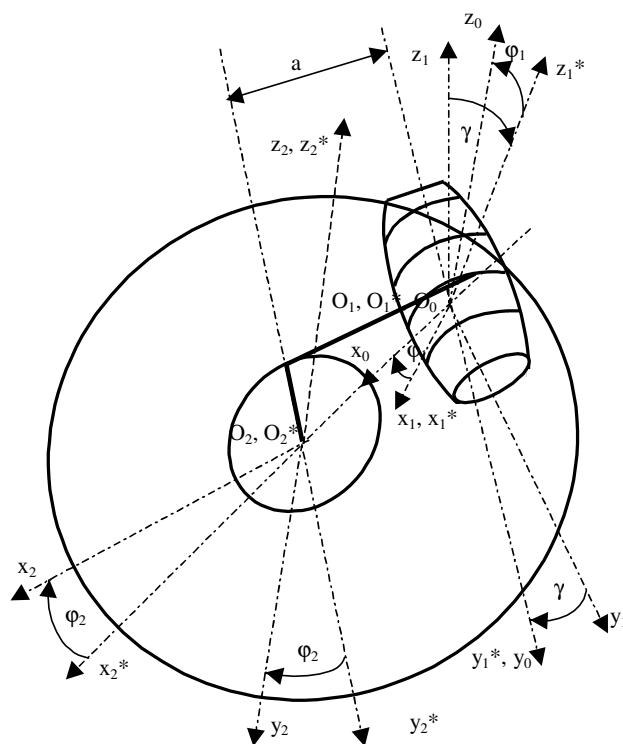
3. A BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOK MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

3.1. A BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOK ÁLTALÁNOS MATEMATIKAI MODELLEZÉSE

Az előbbi fejezetben említett, hogy a belső csigás hajtás esetén három eset lehetséges a kitérő tengelyek helyzetkedésére. Az általános eset az amikor a csiga és a csigakerék tengelyei között egy állandó 0° és 90° közötti α szög van [78], [83], [84], [85]. A matematikai modellezéshez a 3.1. ábrán látható egyszerűsített séma szolgál.

Az ábrán a következő koordináta – rendszerek vannak:

- $O_0x_0y_0z_0$ - álló alrendszer;
- $O_1x_1y_1z_1$ - a csigához kötött mozgó rendszer;
- $O_1^*x_1^*y_1^*z_1^*$ - álló rendszer, mely az alrendszerhez viszonyítva $\gamma = \text{konstans}$



3.1. ábra. A belső csigás hajtás általános modellje

($0^\circ \leq \gamma \leq 90^\circ$) szöggel van elfordulva;

- $O_2^* x_2^* y_2^* z_2^*$ - álló rendszer mely az alaprendszerhez viszonyítva az "a" tengelytávval van eltolva az $O_0 x_0$ tengely irányában;
- $O_2 x_2 y_2 z_2$ - a csigakerékhez kötött mozgó rendszer.

A csiga a saját $O_1 y_1$ tengelye körül forog ω_1 szögsebességgel, míg a csigakerék az $O_2 z_2$ tengely körül forog ω_2 szögsebességgel. A csiga fogfelületét az "u" egyenes képezi le, mely a csigakerék osztókörével együtt az $x_2 O_2 y_2$ síkban helyezkedik el. A leképező egyenes ω_2 szögsebességgel forog az $O_2 z_2$ tengely körül, miközben állandóan érinti az r_0 sugarú profilkört. Mivel egy belső hajtásról van szó, így az áttétel pozitív és az értéke:

$$i = i_{12} = \frac{1}{i_{21}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \text{kons tan s} \quad (3.1)$$

Tehát, a fentebb említettek alapján megállapítható, hogy a csigát leképező egyenes a csigakerékhez tartozó $O_2 x_2 y_2 z_2$ rendszerben van. A leképező egyenes koordinátáinak transzformációja a csigakerékhez tartozó $O_2 x_2 y_2 z_2$ rendszerből a csigához tartozó $O_1 x_1 y_1 z_1$ rendszerbe megoldható az $O_0 x_0 y_0 z_0$ alaprendszer, valamint az $O_1^* x_1^* y_1^* z_1^*$ és $O_2^* x_2^* y_2^* z_2^*$ álló segédrendszerek felhasználásával.

A transzformáció a következő vektor egyenlettel írható fel:

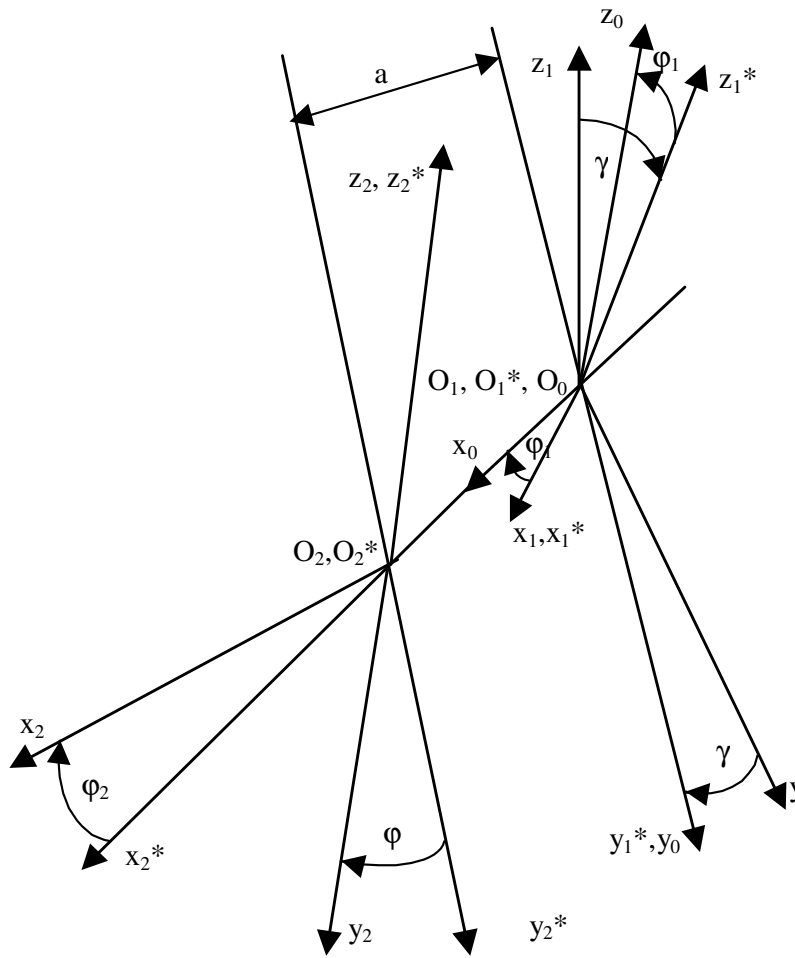
$$\vec{r}_1 = T_{12} \cdot \vec{r}_2 \quad (3.2)$$

amelyben T_{12} a transzformációs mátrix, ami elemi forgási és eltolási mátrixok szorzata.

$$T_{12} = T_{11}^* \cdot T_{10}^* \cdot T_{02}^* \cdot T_{22}^* \quad (3.3)$$

A 3.2. ábrán a transzformációhoz szükséges koordinátarendszerek láthatók. Észrevehető, hogy a csiga és a csigakerék tengelye közötti szög $\alpha = 90^\circ - \gamma$, tehát, ha $\gamma = 0^\circ$ akkor $\alpha = 90^\circ$ és ekkor kitérő merőleges tengelyű hajtásról, ha viszont $\gamma = 90^\circ$ akkor $\alpha = 0^\circ$ és párhuzamos tengelyű hajtásról beszélünk.

A csigakerék $O_2 x_2 y_2 z_2$ rendszeréből a csiga $O_1 x_1 y_1 z_1$ rendszerébe történő transzformációt a következő elemi transzformációk szorzata adja:

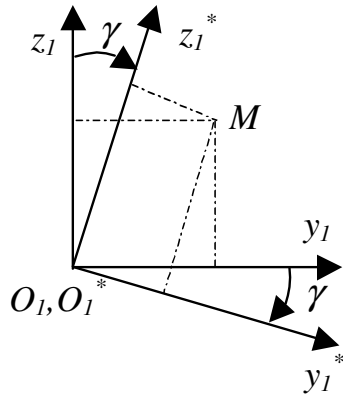


3.2. ábra A transzformációkhoz szükséges koordinátarendszerek sémája

- egy rotáció $\gamma = \text{konstans szöggel}$ a $O_1x_1y_1z_1$ rendszerből a $O_1^*x_1^*y_1^*z_1^*$ rendszerbe;
- egy rotáció $\phi_1 \neq \text{konstans szöggel}$ a $O_1^*x_1^*y_1^*z_1^*$ rendszerből a $O_0x_0y_0z_0$ rendszerbe;
- egy transzláció “a” = konstans tengelytávval a $O_0x_0y_0z_0$ rendszerből a $O_2^*x_2^*y_2^*z_2^*$ rendszerbe;
- egy rotáció $\phi_2 \neq \text{konstans szöggel}$ a $O_2^*x_2^*y_2^*z_2^*$ rendszerből a $O_2x_2y_2z_2$ rendszerbe.

A transzformációs egyenletek:

a).



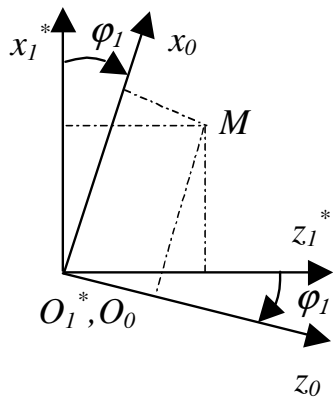
3.3. ábra

$$L^{(1)} = T_{11}^* \cdot L^{(1^*)}$$

$$\begin{cases} x_1 = x_1^* \\ y_1 = y_1^* \cdot \cos \gamma + z_1^* \cdot \sin \gamma \\ z_1 = -y_1^* \cdot \sin \gamma + z_1^* \cdot \cos \gamma \end{cases} \quad (3.4)$$

$$T_{11}^* = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma & \sin \gamma & 0 \\ 0 & -\sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

b).



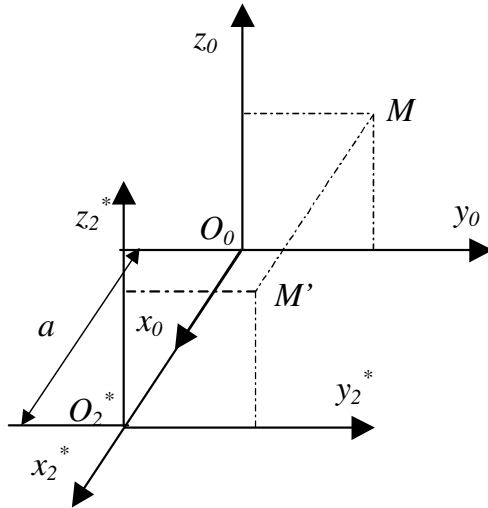
3.4. ábra

$$L^{(1^*)} = T_{1^*0} \cdot L^{(0)}$$

$$\begin{cases} x_1^* = x_0 \cdot \cos \varphi_1 - z_0 \cdot \sin \varphi_1 \\ y_1^* = y_0 \\ z_1^* = x_0 \cdot \sin \varphi_1 + z_0 \cdot \cos \varphi_1 \end{cases} \quad (3.5)$$

$$T_{1^*0} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & -\sin \varphi_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & 0 & \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

c).



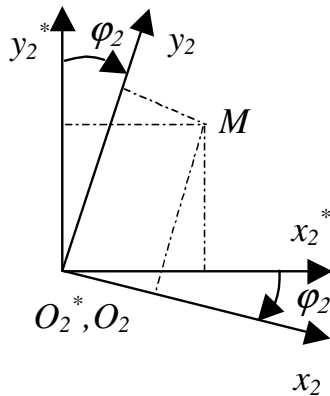
3.5. ábra

$$L^{(0)} = T_{02^*} \cdot L^{(2^*)}$$

$$\begin{cases} x_0 = x_{2^*} - a \\ y_0 = y_{2^*} \\ z_0 = z_{2^*} \end{cases} \quad (3.6)$$

$$T_{02^*} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

d).



3.6. ábra

$$L^{(2^*)} = T_{2^*2} \cdot L^{(2)}$$

$$\begin{cases} x_{2^*} = x_2 \cdot \cos \varphi_2 + y_2 \cdot \sin \varphi_2 \\ y_{2^*} = -x_2 \cdot \sin \varphi_2 + y_2 \cos \varphi_2 \\ z_{2^*} = z_2 \end{cases} \quad (3.7)$$

$$T_{2^*2} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_2 & \sin \varphi_2 & 0 & 0 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

A (3.4), (3.5), (3.6) és a (3.7) összefüggésekkel meghatározott elemi transzformációs mátrixok szorzatából megkapjuk a végleges transzformációs mátrixot. Tehát:

$$L^{(1)} = T_{12} \cdot L^{(2)} = T_{11^*} \cdot T_{1^*0} \cdot T_{02^*} \cdot T_{2^*2} \cdot L^{(2)}, \quad (3.8)$$

azaz

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & -\sin \varphi_1 & -a \cos \varphi_1 \\ \sin \gamma \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \cos \gamma \sin \varphi_2 & \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \gamma \cos \varphi_2 & \sin \gamma \cos \varphi_1 & -a \sin \gamma \sin \varphi_1 \\ \cos \gamma \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \gamma \sin \varphi_2 & \cos \gamma \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \gamma \cos \varphi_2 & \cos \gamma \cos \varphi_1 & -a \cos \gamma \sin \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

A (3.9)-beli transzformációs mátrix az általános esetre vonatkozik, amikor a tengelyek közötti szög $\alpha = 90^\circ - \gamma$, és $0^\circ < \gamma < 90^\circ$.

Ez a mátrix magába foglalja a transzformációs mátrixokat a speciális esetekre is.

Így, ha $\gamma = 90^\circ$, tehát $\alpha = 0^\circ$, vagyis ha a tengelyek párhuzamosak akkor:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & -\sin \varphi_1 & -a \cos \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 & \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & \cos \varphi_1 & -a \sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_2 & -\cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ez a transzformációs mátrix nagyban hasonlít a csavarhajtásokéhoz [44]

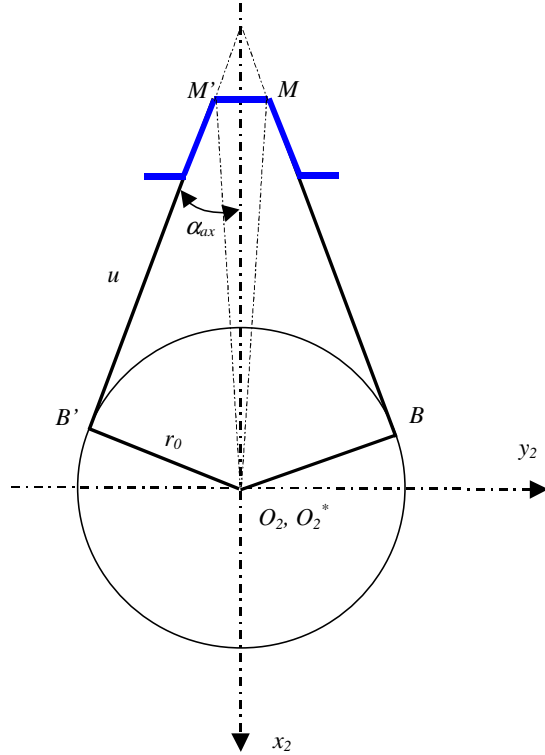
Ha $\gamma = 0^\circ$, tehát $\alpha = 90^\circ$ akkor a tengelyek kitérő merőlegesek, a transzformációs mátrix pedig:

$$T_{12} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & -\sin \varphi_1 & -a \cos \varphi_1 \\ -\sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 & \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 & \cos \varphi_1 & -a \sin \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Felhasználva a transzformációs mátrixot, a (3.2) vektoriális egyenlet a következő alakot ölti:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & -\sin \varphi_1 & -a \cos \varphi_1 \\ \sin \gamma \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \cos \gamma \sin \varphi_2 & \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \gamma \cos \varphi_2 & \sin \gamma \cos \varphi_1 & -a \sin \gamma \sin \varphi_1 \\ \cos \gamma \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \gamma \sin \varphi_2 & \cos \gamma \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \gamma \cos \varphi_2 & \cos \gamma \cos \varphi_1 & -a \cos \gamma \sin \varphi_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

Most, hogy a koordináta rendszerek transzformációit felírtuk, szükséges meghatározzuk a leképező egyenes koordinátáit, mind a jobb fogfelület, mind pedig a bal fogfelület számára, ahhoz, hogy a mozgópont koordinátáit felírhassuk. A 3.7 ábra segítségével felírhatjuk a következő vektoriális egyenletet.



3.7. ábra A generálási egyenletek meghatározására használt séma

$$\overline{O_2M} = \overline{O_2B} + \overline{BM} \quad (3.13)$$

ahol:

$O_2B = r_0 = konstans$, a profilkör sugara;

$BM = u \neq konstans$, egy változó adat mely a leképző egyenes és a kapcsolási pont helyzeteinek függvénye.

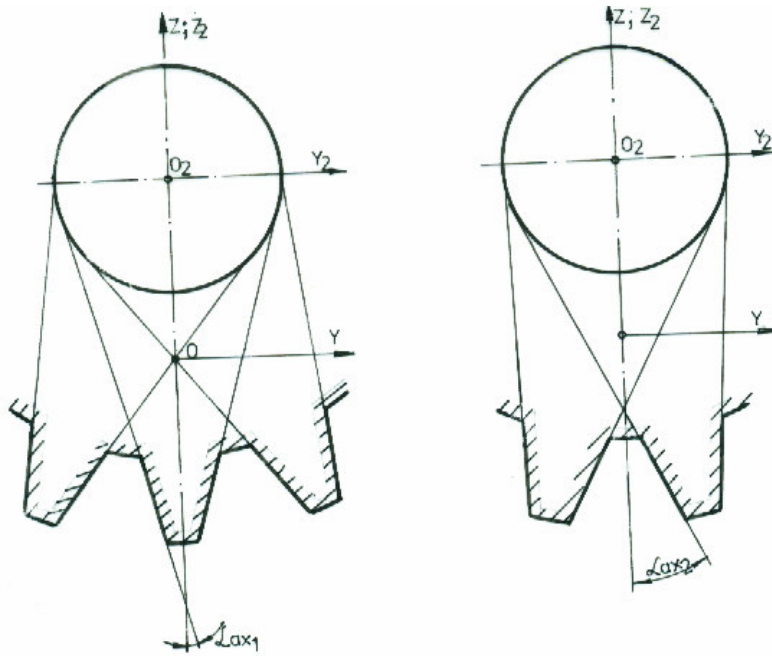
A 3.7. ábrán a $O_2^* x_2^*$ és $O_2 x_2$ tengelyek fedik egymást, mivel a kiinduló időpillanatban nincs közöttük szögeltérés. Ahhoz, hogy az M mozgó pont skaláris koordinátáit meghatározhassuk, még van egy ismeretlenünk, az α_{ax} szög. Ezt

meghatározhatjuk, úgy, hogy ez a szög a fogprofilról a profilkörhöz húzott érintők közötti szögnek a fele. Belső csigahajtások esetén, ha az érintők egy fogat zárnak körül akkor a szög kisebb és α_{ax1} a jelölése, ha pedig egy fogárkot zárnak körül akkor a szög nagyobb és α_{ax2} a jelölése (3.8. ábra).

Felhasználva a 3.7. ábrát, a bal fogfelület x_2' , y_2' és z_2' koordinátái az r_0 , u és α_{ax} függvényében a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_2' = -r_0 \cdot \sin \alpha_{ax} - u \cdot \cos \alpha_{ax} \\ y_2' = -r_0 \cdot \cos \alpha_{ax} + u \cdot \sin \alpha_{ax} \\ z_2' = 0 \end{cases} \quad (3.14)$$

A jobb fogfelület x_2 , y_2 és z_2 koordinátái:



3.8.ábra. Az α_{ax} szög meghatározásának módja

$$\begin{cases} x_2 = -r_0 \cdot \sin \alpha_{ax} - u \cdot \cos \alpha_{ax} \\ y_2 = r_0 \cdot \cos \alpha_{ax} - u \cdot \sin \alpha_{ax} \\ z_2 = 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

Elvégezve a (3.12) mátrix egyenletben a beszorzásokat a következő koordinátákat kapjuk:

$$\begin{cases} x_1 = \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 \cdot x_2 + \cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 \cdot y_2 - \sin \varphi_1 \cdot z_2 - a \cdot \cos \varphi_1 \\ y_1 = (\sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 - \cos \gamma \cdot \sin \varphi_2) \cdot x_2 + (\sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \gamma \cdot \cos \varphi_2) \cdot y_2 + \\ \quad + \sin \gamma \cdot \cos \varphi_1 - a \cdot \sin \gamma \cdot \sin \varphi_1 \\ z_1 = (\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2 + \sin \gamma \cdot \sin \varphi_2) \cdot x_2 + (\cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 - \sin \gamma \cdot \cos \varphi_2) \cdot y_2 + \\ \quad + \cos \gamma \cdot \cos \varphi_1 \cdot z_2 - a \cdot \cos \gamma \cdot \sin \varphi_1 \end{cases} \quad (3.16)$$

A (3.14) összefüggés értékeit behelyettesítve a (3.16) összefüggésbe, megkapjuk a bal fogfelület mozgópontjának skaláris koordinátáit a csigához kötött rendszerben:

$$\begin{cases} x_1' = -\cos \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \\ y_1' = -\sin \gamma \sin \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] - \\ \quad - \cos \gamma [r_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \\ z_1' = -\cos \gamma \sin \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] + \\ \quad + \sin \gamma [r_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \end{cases} \quad (3.17)$$

A (3.17) összefüggés a bal fogfelület mozgó pontjának koordinátái általános esetben, melyből meghatározhatók a sajátos esetek is.

Ha $\gamma = 90^\circ$, tehát $\alpha = 0^\circ$, vagyis párhuzamos tengelyek esetén:

$$\begin{cases} x_1' = -\cos \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \\ y_1' = -\sin \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \\ z_1' = [r_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \end{cases} \quad (3.18)$$

ha pedig $\gamma = 0^\circ$, tehát $\alpha = 90^\circ$, vagyis kitérő merőleges tengelyek esetén pedig:

$$\begin{cases} x_1' = -\cos \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \\ y_1' = -r_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) \\ z_1' = -\sin \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \end{cases} \quad (3.19)$$

A (3.15) összefüggés értékeit behelyettesítve a (3.16) összefüggésbe, megkapjuk a jobb fogfelület mozgó pontjának skaláris koordinátáit a csigához kötött rendszerben, általános esetben:

$$\begin{cases} x_1 = -\cos \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ y_1 = -\sin \gamma \sin \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + \cos \gamma [r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ z_1 = -\cos \gamma \sin \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] - \\ \quad - \sin \gamma [r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \end{cases} \quad (3.20)$$

A (3.20) összefüggésben a megfelelő behelyettesítéseket elvégezve, meghatározhatjuk ezen pont koordinátáit a speciális esetekben.

Így, ha $\gamma = 90^\circ$, tehát $\alpha = 0^\circ$, vagyis ha a tengelyek párhuzamosak, akkor a mozgó pont koordinátái:

$$\begin{cases} x_1 = -\cos \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ y_1 = -\sin \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ z_1 = -r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) - u \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) \end{cases} \quad (3.21)$$

ha pedig $\gamma = 0^\circ$, tehát $\alpha = 90^\circ$, vagyis kitérő merőleges tengelyek esetén pedig:

$$\begin{cases} x_1 = -\cos \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ y_1 = r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) \\ z_1 = -\sin \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \end{cases} \quad (3.22)$$

A (3.16) összefüggés meghatározza az M mozgó pont koordinátáit a csiga rendszerében, a csigakerék rendszerének függvényében. Ha tehát az M mozgó pont koordinátáit a csigakerék rendszerében keressük a csiga rendszerének függvényében akkor a kapott transzformációs mátrix transzponált mátrixát kell használnunk [44].

A további számítások egyszerűsítése végett bevezetünk néhány jelölést.

A bal fogfelület esetében:

$$\begin{aligned} \Delta' &= a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) \\ \Omega' &= r_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) \end{aligned} \quad (3.23)$$

Ezen jelölésekkel a mozgó pont koordinátái a bal fogfelületen, általános esetben a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_1' = -\Delta' \cos \varphi_1 \\ y_1' = -\Delta' \sin \gamma \sin \varphi_1 - \Omega' \cos \gamma \\ z_1' = -\Delta' \cos \gamma \sin \varphi_1 + \Omega' \sin \gamma \end{cases} \quad (3.24)$$

A jobb fogfelület esetében:

$$\begin{aligned}\Delta &= a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) \\ \Omega &= r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})\end{aligned}\quad (3.25)$$

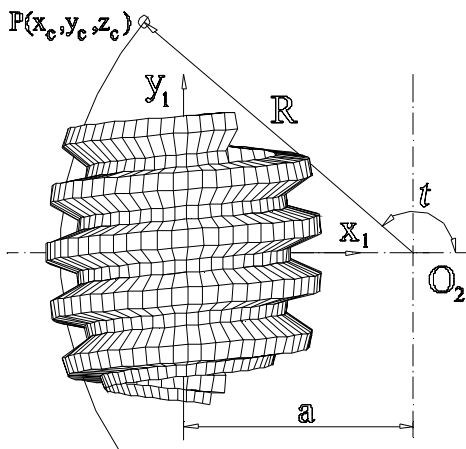
Ezen jelölésekkel a mozgó pont koordinátái a jobb fogfelületen, általános esetben a következők lesznek:

$$\begin{cases} x_1 = -\Delta \cos \varphi_1 \\ y_1 = -\Delta \sin \gamma \sin \varphi_1 + \Omega \cos \gamma \\ z_1 = -\Delta \cos \gamma \sin \varphi_1 - \Omega \sin \gamma \end{cases}\quad (3.26)$$

A mozgó pont koordinátáinak meghatározása után, a következő teendő az érintkezési vonalak meghatározása. Ezt elsődlegesen a csiga hengerekkel való metszésével határozhatjuk meg.

3.2. AZ ÉRINTKEZÉSI VONALAK MEGHATÁROZÁSA HENGEREKKEL VALÓ METSZÉSBŐL

A hengerekkel való metszés azt jelenti, hogy a fentebb megkapott csigát metszük a csigakereket megtestesítő hengerekkel. Ezek átmérője megfelel a csigakerék különböző átmérőivel így megkaphatjuk az érintkezési vonalakat. Ez egy közelítő módszer [49] mely által ellenőrizhetjük az eddigi matematikai modellezés pontosságát.



3.9. ábra. A hengeres felületek és a csigafelület metszési vonalainak meghatározása

A henger sugara R , mely az $[R_{\min}, R_{\max}]$ intervallumon változik, vagyis a csiga láb körátmérőjétől a fejkörátmérőjéig, így a csigakerék egész fogmagassága meghatározható.

Tekintsük a 3.9. ábrán látható O_2 középpontú és R sugarú hengert. Ezáltal tulajdonképpen a csigakereket testesítjük meg. Az ábrán az R sugár a csigakerék osztókör sugarának felel meg.

Vegyünk egy $P(x_c, y_c, z_c)$ koordinátájú pontot erről a felületről melynek egyenlete:

$$\begin{cases} x_c = R \cos t - a \\ y_c = R \sin t \\ z_c = h \end{cases} \quad (3.27)$$

A 3.27. összefüggésben „ t ” a leképezési szög, „ h ” pedig a henger magassága.

A henger és a csiga jobb fogfelülete közötti metszési görbék egyenletét úgy kapjuk meg, ha a csiga fogfelületének egyenlete (3.20) és a (3.27) összefüggésekből kiiktatunk egy változót. Tehát:

$$(x_c + a)^2 + y_c^2 = (R \cos t)^2 + (R \sin t)^2 = R^2 \quad (3.28)$$

Mivel az illető P pont a csiga felületén van így a henger egyenlete az $x_1O_1y_1$ síkban:

$$(x_1 + a)^2 + y^2 = R^2 \quad (3.29)$$

vagy ezt kifejtve:

$$x_1^2 + 2ax_1 + a^2 + y^2 - R^2 = 0 \quad (3.30)$$

A (3.30) összefüggésbe behelyettesítve a jobb fogfelület mozgópont koordinátáit általános esetben, egy „ u ” és „ φ_1 ” változós másodfokú egyenlethez jutunk:

$$Au^2 + Bu + C = 0 \quad (3.31)$$

melynek együtthatói a következők:

$$\begin{cases}
A = \cos^2 \varphi_1 \cos^2(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + \\
+ [\sin \gamma \sin \varphi_1 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) - \cos \gamma \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})]^2 \\
B = 2(\cos^2 \varphi_1 + \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi_1) \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] - \\
- 2 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) [a \cos \varphi_1 - r_0 \cos^2 \gamma \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] - \\
- 2 \sin \gamma \cos \gamma \sin \varphi_1 [a \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + r_0 \cos 2(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\
C = \{\cos \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] - a\}^2 + r_0^2 \cos^2 \gamma \cos^2(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + \\
+ \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})]^2 - R^2 - \\
- 2r_0 \sin \gamma \cos \gamma \sin \varphi_1 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})]
\end{cases} \quad (3.32)$$

Abban az esetben, ha a másodfokú egyenletnek vannak valós gyökei, akkor ezek a gyökök a (3.20) és a (3.27) rendszerek közötti összefüggést határozza meg, így megkaphatjuk a csiga fogfelülete és az R sugarú hengerek közötti metszéspontokat

3.3. A KAPCSOLÓDÁSI EGYENLET MEGHATÁROZÁSA

A hengerekkel való metszés után, mely igazolta a matematikai modellezés pontosságát, vagyis azt, hogy léteznek érintkezési vonalak, valamint kapcsolási felületek, ezek meghatározására a kapcsolási egyenletet használom.

A fogfelületek kapcsolódása azon alapszik, hogy a kapcsolódó fogfelületek bármely kapcsolódási pontjában a felületi normális merőleges a relatív sebesség vektorára. Tehát a kapcsolódási egyenlet vektoriális alakja:

$$\overline{v_{21i}} \cdot \overline{n_i} = 0 \quad (3.33)$$

Skaláris alakja pedig:

$$v_{21x_i} \cdot n_{x_i} + v_{21y_i} \cdot n_{y_i} + v_{21z_i} \cdot n_{z_i} = 0 \quad (3.34)$$

A normálvektor skaláris komponenseit a következőképpen határozhatjuk meg:

$$n_{x_i} = \frac{\frac{\partial y_i}{\partial \mu} \quad \frac{\partial z_i}{\partial \mu}}{\frac{\partial y_i}{\partial v} \quad \frac{\partial z_i}{\partial v}} \quad n_{y_i} = \frac{\frac{\partial z_i}{\partial \mu} \quad \frac{\partial x_i}{\partial \mu}}{\frac{\partial z_i}{\partial v} \quad \frac{\partial x_i}{\partial v}} \quad n_{z_i} = \frac{\frac{\partial x_i}{\partial \mu} \quad \frac{\partial y_i}{\partial \mu}}{\frac{\partial x_i}{\partial v} \quad \frac{\partial y_i}{\partial v}} \quad (3.35)$$

A (3.33) rendszerben szereplő parciális deriváltak értékei a következők:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \frac{\partial x_1}{\partial \varphi_1} = \sin \varphi_1 [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\
 \quad + i_{21} \cos \varphi_1 [r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
 \frac{\partial x_1}{\partial u} = -\cos \varphi_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\
 \frac{\partial y_1}{\partial \varphi_1} = -\sin \gamma \cos \varphi_1 [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\
 \quad + i_{21} \sin \gamma \sin \varphi_1 [r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\
 \quad + i_{21} \cos \gamma [-r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
 \frac{\partial y_1}{\partial u} = -\sin \gamma \sin \varphi_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \cos \gamma \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\
 \frac{\partial z_1}{\partial \varphi_1} = -\cos \gamma \cos \varphi_1 [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\
 \quad + i_{21} \cos \gamma \sin \varphi_1 [r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] - \\
 \quad - i_{21} \sin \gamma [-r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
 \frac{\partial z_1}{\partial u} = -\cos \gamma \sin \varphi_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin \gamma \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})
 \end{array} \right. \quad (3.36)$$

Kifejtve a (3.33) determináns rendszert, majd elvégezve a műveleteket, a normálvektor skaláris komponenseire, az általános esetben, a következő értékeket kapjuk:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 n_{x1} = \frac{\partial y_1}{\partial \varphi_1} \frac{\partial z_1}{\partial u} - \frac{\partial z_1}{\partial \varphi_1} \frac{\partial y_1}{\partial u} = -i_{21} u \sin \varphi_1 + \\
 \quad + \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
 n_{y1} = \frac{\partial z_1}{\partial \varphi_1} \frac{\partial x_1}{\partial u} - \frac{\partial x_1}{\partial \varphi_1} \frac{\partial z_1}{\partial u} = i_{21} u \sin \gamma \cos \varphi_1 + \\
 \quad + [\cos \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
 n_{z1} = \frac{\partial x_1}{\partial \varphi_1} \frac{\partial y_1}{\partial u} - \frac{\partial y_1}{\partial \varphi_1} \frac{\partial x_1}{\partial u} = i_{21} u \cos \gamma \cos \varphi_1 + \\
 \quad + [\cos \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + u \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})]
 \end{array} \right. \quad (3.37)$$

Mivel az alapváltozó az „u” a leképező egyenes paramétere, ezért a normálvektor skaláris komponenseit „u”-ban elsőfokú egyenletként írjuk, fel:

$$\begin{cases}
n_{x1} = a_1 \cdot u + b_1 \\
a_1 = \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - i_{21} \sin \varphi_1 \\
b_1 = \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
n_{y1} = a_2 \cdot u + b_2 \\
a_2 = [\cos \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21} \sin \gamma \cos \varphi_1 \\
b_2 = [\cos \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
n_{z1} = a_3 \cdot u + b_3 \\
a_3 = [\cos \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21} \cos \gamma \cos \varphi_1 \\
b_3 = [\cos \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})]
\end{cases} \quad (3.38)$$

A (3.38) összefüggés a normál vektor általános komponenseit határozza meg. Sajátos esetekben, ha $\gamma = 0^\circ$, vagyis kitérő merőleges tengelyek esetén:

$$\begin{cases}
n_{x1} = a_1 \cdot u + b_1 \\
a_1 = \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - i_{21} \sin \varphi_1 \\
b_1 = \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
n_{y1} = a_2 \cdot u + b_2 \\
a_2 = \cos^2(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\
b_2 = \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
n_{z1} = a_3 \cdot u + b_3 \\
a_3 = \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21} \cos \varphi_1 \\
b_3 = \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})]
\end{cases} \quad (3.39)$$

Ha pedig $\gamma = 90^\circ$, vagyis párhuzamos tengelyek esetén:

$$\begin{cases}
n_{x1} = a_1 \cdot u + b_1 \\
a_1 = \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - i_{21} \sin \varphi_1 \\
b_1 = \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
n_{y1} = a_2 \cdot u + b_2 \\
a_2 = \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21} \cos \varphi_1 \\
b_2 = \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\
n_{z1} = a_3 \cdot u + b_3 \\
a_3 = -\cos^2(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\
b_3 = -\cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})]
\end{cases} \quad (3.40)$$

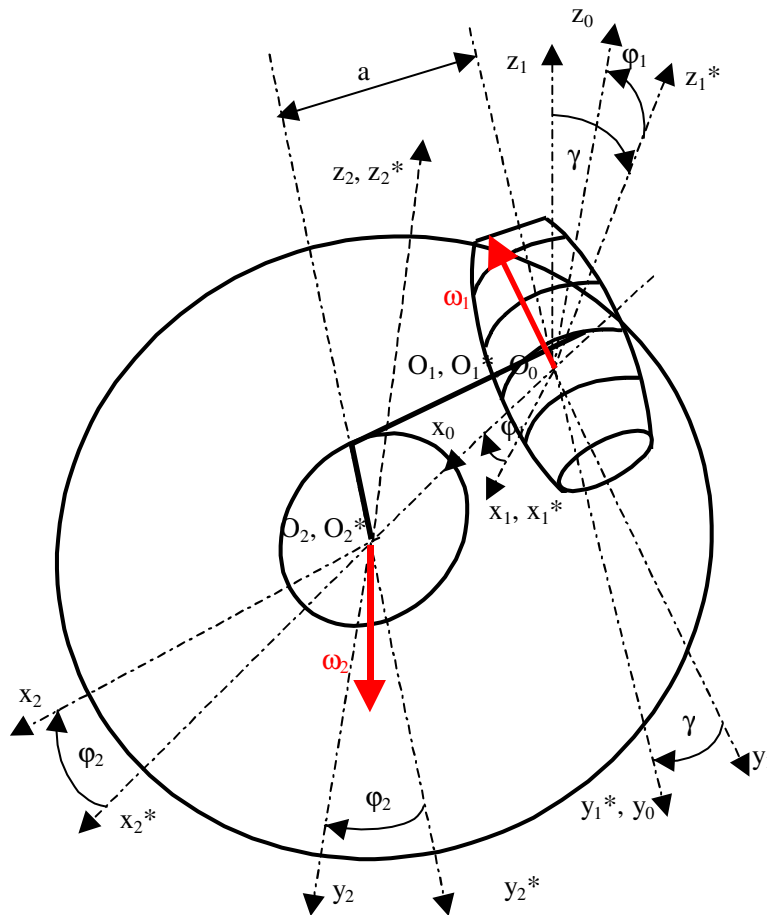
A relatív sebességvektor komponenseit a 3.10. ábra segítségével határozhatjuk meg. Egy kapcsolási felületen lévő M pont v_r relatív sebességvektorát meghatározhatjuk, ha meghatározzuk a csigakeréknek a csigához viszonyított relatív sebességét a csiga μ_1 elfordulási szögének függvényében. Be kell vezetnünk a m_1 szöget is, mivel ez nem a generálási szög, hanem egy újabb változó, amelyik segítségével a csigát egy bizonyos helyzetben „lemerevítjük”, ahhoz, hogy a kapcsolódást láthassuk.

A mechanikából ismerjük, hogy:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (3.41)$$

A mi esetünkben:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{\omega}_2 \times \vec{r}_2 - \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 \quad (3.42)$$



3.10. ábra. A relatív sebesség komponenseinek meghatározási sémája

belső hajtások esetén , tehát:

$$\vec{v}_r = \vec{v}_{21} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1 = \vec{\omega}_2 \times (\vec{r}_1 + \vec{a}) - \vec{\omega}_1 \times \vec{r}_1 \quad (3.43)$$

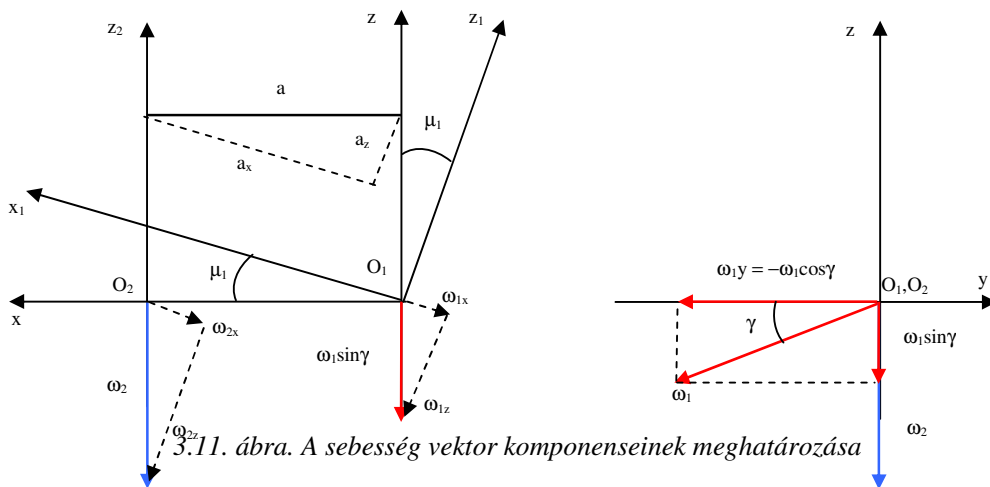
A (3.43) összefüggést determinánsokként felírva:

$$\vec{v}_{21} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_{2x1} & \omega_{2y1} & \omega_{2z1} \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_{2x1} & \omega_{2y1} & \omega_{2z1} \\ a_{x1} & a_{y1} & a_{z1} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ \omega_{1x1} & \omega_{1y1} & \omega_{1z1} \\ x_1 & y_1 & z_1 \end{vmatrix} \quad (3.44)$$

A relatív sebességvektor skaláris komponenseinek meghatározására, meg kell határozni a determinánsokban levő komponenseket. Ehhez a 3.11. ábrát használjuk, amelyen a szögsebességeket felbontjuk a megfelelő koordinátarendszerbe.

A determinánsokban levő komponensek a következők:

$$\begin{cases} \omega_{1x1} = -\omega_1 \cdot \sin \gamma \cdot \sin \mu_1 \\ \omega_{1y1} = -\omega_1 \cdot \cos \gamma \\ \omega_{1z1} = -\omega_1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \mu_1 \end{cases} \quad \begin{cases} a_{x1} = a \cdot \cos \mu_1 \\ a_{y1} = 0 \\ a_{z1} = a \cdot \sin \mu_1 \end{cases} \quad \begin{cases} \omega_{2x1} = -\omega_2 \cdot \sin \mu_1 \\ \omega_{2y1} = 0 \\ \omega_{2z1} = -\omega_2 \cdot \cos \mu_1 \end{cases} \quad (3.45)$$



Behelyettesítve a (3.45) adatokat a (3.44) determinánsokba, majd kifejtve ezeket megkapjuk a relatív sebességvektor skaláris komponenseit általános esetben:

$$\begin{cases} v_{21x1} = \omega_2 \cdot y_1 \cdot \cos \mu_1 + \omega_1 \cdot z_1 \cdot \cos \gamma - \omega_1 \cdot y_1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \mu_1 \\ v_{21y1} = \omega_2 \cdot z_1 \cdot \sin \mu_1 - \omega_2 \cdot x_1 \cdot \cos \mu_1 - \omega_2 \cdot a - \omega_1 \cdot z_1 \cdot \sin \gamma \cdot \sin \mu_1 + \\ \quad + \omega_1 \cdot x_1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \mu_1 \\ v_{21z1} = -\omega_2 \cdot y_1 \cdot \sin \mu_1 + \omega_1 \cdot y_1 \cdot \sin \gamma \cdot \sin \mu_1 - \omega_1 \cdot x_1 \cdot \cos \gamma \end{cases} \quad (3.46)$$

A relatív sebesség iránya nem változik, ha elosztjuk egy konstanssal, így mindhárom komponenst osztjuk ω_2 szögsebességgel és bevezetve a $i_{21} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ kifejezést, a következőt kapjuk.

$$\begin{cases} v_{21x1} = y_1 \cdot \cos \mu_1 + i_{21} \cdot z_1 \cdot \cos \gamma - i_{21} \cdot y_1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \mu_1 \\ v_{21y1} = z_1 \cdot \sin \mu_1 - x_1 \cdot \cos \mu_1 - a \cdot \cos 2\mu_1 - i_{21} \cdot z_1 \cdot \sin \gamma \cdot \sin \mu_1 + i_{21} \cdot x_1 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \mu_1 \\ v_{21z1} = -y_1 \cdot \sin \mu_1 + i_{21} \cdot y_1 \cdot \sin \gamma \cdot \sin \mu_1 - i_{21} \cdot x_1 \cdot \cos \gamma \end{cases} \quad (3.47)$$

Behelyettesítve a (3.20) egyenlettel meghatározott fogprofil koordinátákat, megkapjuk a relatív sebességvektor skaláris koordinátáit:

$$\begin{cases} v_{21x1} = c_1 \cdot u + d_1 \\ c_1 = [(i_{21} \sin \gamma - 1) \sin \gamma \sin \varphi_1 \cos \mu_1 - i_{21} \cos^2 \gamma \sin \varphi_1] \cos(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + [(1 - i_{21} \sin \gamma) \cos \gamma \cos \mu_1 - i_{21} \sin \gamma \cos \gamma] \sin(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_1 = [(i_{21} \sin \gamma - 1) \sin \gamma \sin \varphi_1 \cos \mu_1 - i_{21} \cos^2 \gamma \sin \varphi_1] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + [(1 - i_{21} \sin \gamma) \cos \gamma \cos \mu_1 - i_{21} \sin \gamma \cos \gamma] r_0 \cos(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ v_{21y1} = c_2 \cdot u + d_2 \\ c_2 = (1 - i_{21} \sin \gamma) (\cos \varphi_1 \cos \mu_1 - \cos \gamma \sin \varphi_1 \sin \mu_1) \cos(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + (i_{21} \sin \gamma - 1) \sin \gamma \sin \mu_1 \sin(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_2 = (1 - i_{21} \sin \gamma) (\cos \varphi_1 \cos \mu_1 - \cos \gamma \sin \varphi_1 \sin \mu_1) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + (i_{21} \sin \gamma - 1) \sin \gamma \sin \mu_1 r_0 \cos(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) - a \cos 2\mu_1 \\ v_{21z1} = c_3 \cdot u + d_3 \\ c_3 = [(1 - i_{21} \sin \gamma) \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin \mu_1 + i_{21} \cos \gamma \cos \varphi_1] \cos(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + (i_{21} \sin \gamma - 1) \cos \gamma \sin \mu_1 \sin(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_3 = [(1 - i_{21} \sin \gamma) \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin \mu_1 + i_{21} \cos \gamma \cos \varphi_1] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + (i_{21} \sin \gamma - 1) \cos \gamma \sin \mu_1 r_0 \cos(i_{21} \varphi_1 - \alpha_{ax}) \end{cases} \quad (3.48)$$

A relatív sebesség vektor komponensei, ha $\gamma = 0^\circ$, vagyis kitérő merőleges tengelyeknél:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{21x1} = c_1 \cdot u + d_1 \\ c_1 = -i_{21} \sin \varphi_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \cos \mu_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_1 = -i_{21} \sin \varphi_1 [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \cos \mu_1 r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ v_{21y1} = c_2 \cdot u + d_2 \\ c_2 = (\cos \varphi_1 \cos \mu_1 - \sin \varphi_1 \sin \mu_1) \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_2 = (\cos \varphi_1 \cos \mu_1 - \sin \varphi_1 \sin \mu_1) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] - a \cos 2\mu_1 \\ v_{21z1} = c_3 \cdot u + d_3 \\ c_3 = i_{21} \cos \varphi_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin \mu_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_3 = [i_{21} \cos \varphi_1] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] - \sin \mu_1 r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \end{array} \right. \quad (3.49)$$

Párhuzamos tengelyeknél, vagyis ha $\gamma = 90^\circ$

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{21x1} = c_1 \cdot u + d_1 \\ c_1 = (i_{21} - 1) \sin \varphi_1 \cos \mu_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_1 = (i_{21} - 1) \sin \varphi_1 \cos \mu_1 \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\ v_{21y1} = c_2 \cdot u + d_2 \\ c_2 = (i_{21} - 1) [\sin \mu_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \cos \varphi_1 \cos \mu_1 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\ d_2 = (1 - i_{21}) (\cos \varphi_1 \cos \mu_1) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\ + (i_{21} - 1) \sin \mu_1 r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - a \cos 2\mu_1 \\ v_{21z1} = c_3 \cdot u + d_3 \\ c_3 = [(1 - i_{21}) \sin \varphi_1 \sin \mu_1] \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_3 = [(1 - i_{21}) \sin \varphi_1 \sin \mu_1] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \end{array} \right. \quad (3.50)$$

Tehát visszatérve a kapcsolási egyenlethez, ez felírható, mint egy másodfokú egyenlet, melyben az alapváltozó az „u” leképező egyenes paramétere.

$$\begin{aligned} n_{x1} \cdot v_{21x1} + n_{y1} \cdot v_{21y1} + n_{z1} \cdot v_{21z1} &= (a_1 \cdot u + b_1) \cdot (c_1 \cdot u + d_1) + \\ &+ (a_2 \cdot u + b_2) \cdot (c_2 \cdot u + d_2) + (a_3 \cdot u + b_3) \cdot (c_3 \cdot u + d_3) = 0 \end{aligned} \quad (3.51)$$

$$Mu^2 + Nu + P = 0 \quad (3.52)$$

$$\begin{cases} M = a_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot c_2 + a_3 \cdot c_3 \\ N = a_1 \cdot d_1 + b_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot d_2 + b_2 \cdot c_2 + a_3 \cdot d_3 + b_3 \cdot c_3 \\ P = b_1 \cdot d_1 + b_2 \cdot d_2 + b_3 \cdot d_3 \end{cases} \quad (3.53)$$

Amint észre lehet venni a (3.51) egyenlet kétparaméteres. Paraméterek a csiga fogfelületét leképező "u" egyenes paramétere és a csiga "φ₁" elfordulási szöge. A δ = φ₁ – ψ₁ szabadon megválasztható és a számításokban konstansnak tekinthető, a tengelyek közötti γ szög pedig egy állandó.

Ezeknek a másodfokú egyenleteknek a diszkriminánsa N²-4MP > 0 tehát két valós gyökük van. Ez azt jelenti, hogy két kapcsolódási pont létezik, hasonlóan a globoid hajtásokhoz. Mivel azonban ebben az esetben belső kapcsolódás van, vagyis konvex-konkáv érintkezés, így jobb burkolást kapunk. A kapcsolási mező számítógépen való ábrázolása megmutatja, hogy a két érintkezési pont hol helyezkedik el.

A másodfokú egyenlet eredményeként megkapjuk az összefüggést az u és φ₁ között, vagyis a csiga két paramétere között. Ezeket visszahelyettesítve a csiga egyenleteibe megkapjuk az érintkezési pontokat. Ezen pontokra ráhelyezve egy SPLINE függvényt, vagy egy COONS felület függvényt megkapjuk ezen pontok burkoló felületét, ami a csigakerék fogprofilját eredményezi.

Más uton is elérhetünk a csigakerék profiljához, ha [44] ismerve a csigán levő érintkezési pontokat, ezeket behelyettesítjük a (3.12) transzformációs mátrix inverzébe.

$$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ z_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_1 \cos \varphi_2 & \sin \gamma \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 - \cos \gamma \sin \varphi_2 & \cos \gamma \sin \varphi_1 \cos \varphi_2 + \sin \gamma \sin \varphi_2 & a \cos \varphi_2 \\ \cos \varphi_1 \sin \varphi_2 & \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 + \cos \gamma \cos \varphi_2 & \cos \gamma \sin \varphi_1 \sin \varphi_2 - \sin \gamma \cos \varphi_2 & a \sin \varphi_2 \\ -\sin \varphi_1 & \sin \gamma \cos \varphi_1 & \cos \gamma \cos \varphi_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ z_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

4. A KAPCSOLÁSI MEZŐ SZIMULÁCIÓJA

4.1. A HORDÓCSIGA SZIMULÁCIÓJA

Az előbbi fejezet a belső csigás hajtások általános matematikai modelljével foglalkozik. Az alábbi fejezet ezeknek az eredményeknek a számítógép szimulációját próbálja bemutatni, levonva a megfelelő következtetéseket is.

Elsőként a hordócsiga szimulációjával foglalkozik, az AutoCAD programot és az AutoLISP és a Visual FoxPRO program nyelveket használva.

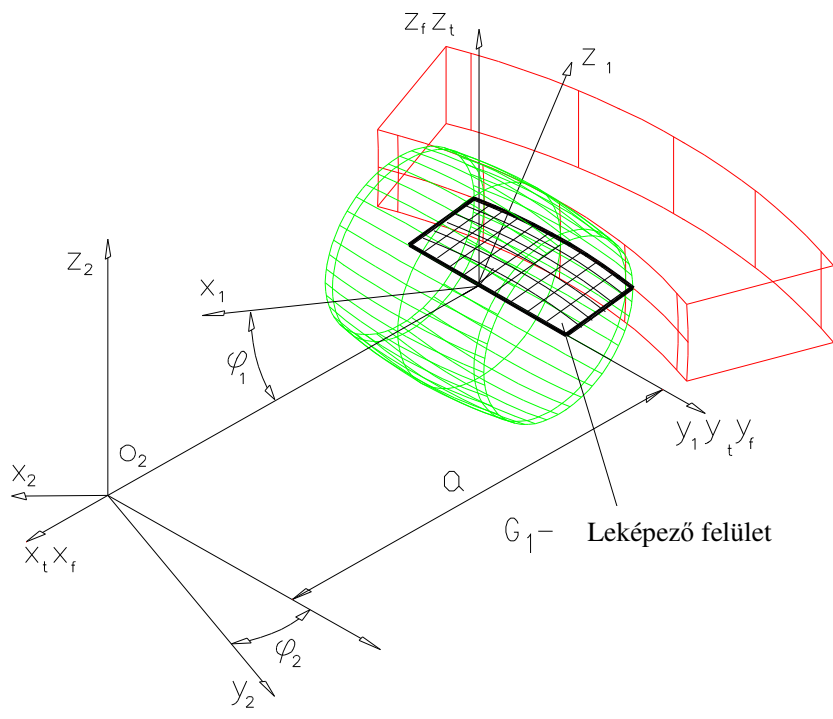
A 4.1. ábrán a hordó csiga leképezésének sémája látható, feltüntetve a megfelelő koordinátarendszereket is, a 4.2. ábrán pedig maga a hordó csiga. Ehhez a szimulációhoz a csiga fogprofiljának egyenleteit használtam.

A csiga bal fogfelületének egyenletei:

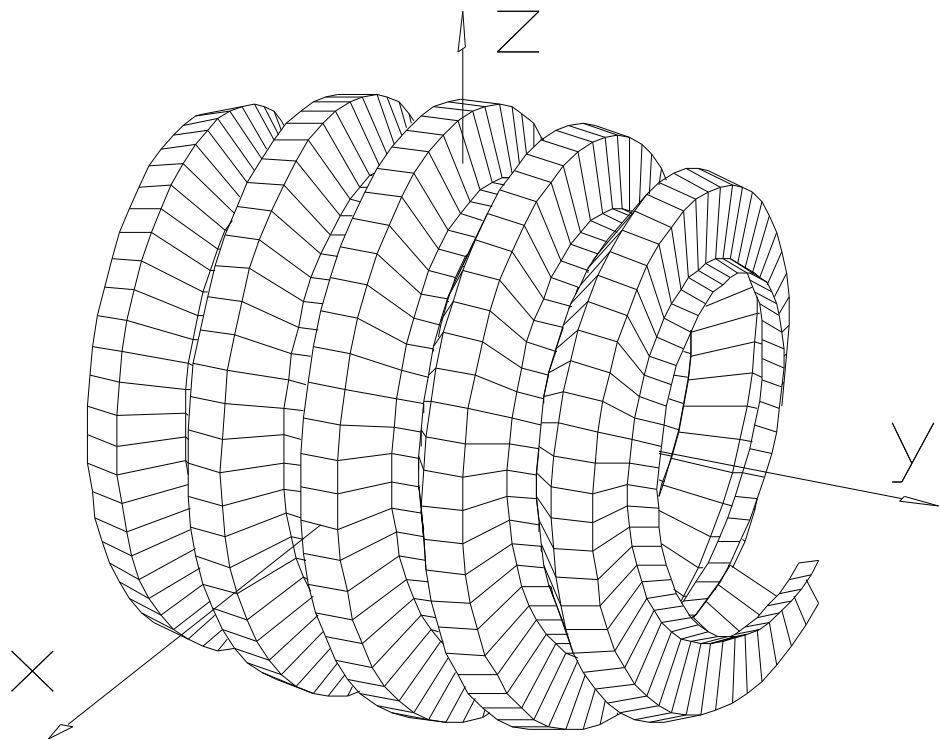
$$\left\{ \begin{array}{l} x_1' = -\cos \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \\ y_1' = -\sin \gamma \sin \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] - \\ \quad - \cos \gamma [r_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \\ z_1' = -\cos \gamma \sin \varphi_1 [a + r_0 \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax})] + \\ \quad + \sin \gamma [r_0 \cos(\varphi_2 + \alpha_{ax}) - u \sin(\varphi_2 + \alpha_{ax})] \end{array} \right. \quad (4.1)$$

A csiga jobb fogfelületének egyenletei:

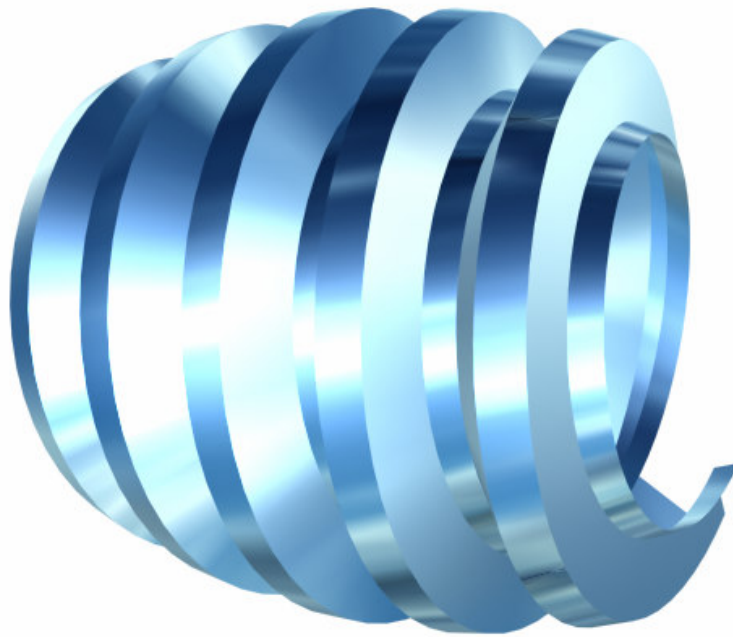
$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = -\cos \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ y_1 = -\sin \gamma \sin \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + \cos \gamma [r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ z_1 = -\cos \gamma \sin \varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax})] - \\ \quad - \sin \gamma [r_0 \cos(\varphi_2 - \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \end{array} \right. \quad (4.2)$$



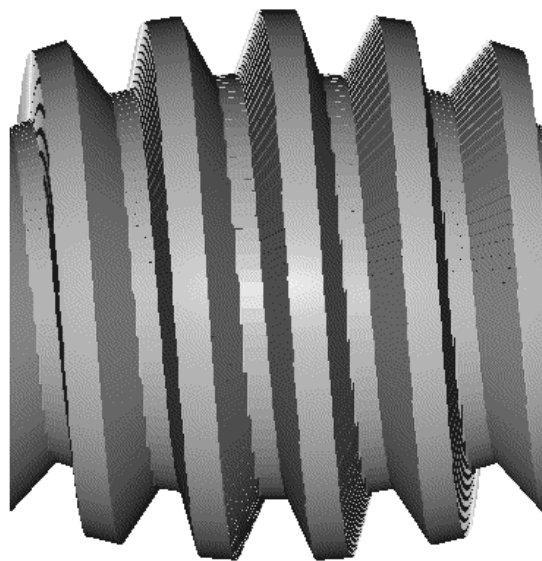
4.1. ábra. A hordócsiga előgyártmányának leképezése [9]



4.2. ábra. A hordócsiga modellje a felület modellezés használatával



4.3. ábra. A hordócsiga fogfelületeinek modellje [9]

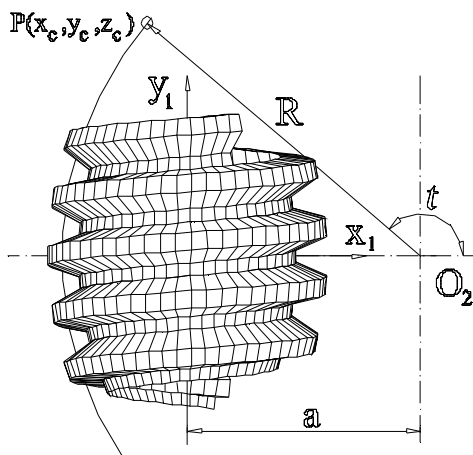


4.4. ábra. A hordócsiga testmodellje

A 4.3. és 4.4 ábrákon a hordó csiga fogfelületeinek modellje, illetve a csiga testmodellje láthatók.

4.2. A KAPCSOLÁSI MEZŐ SZIMULÁCIÓJA A HENGEREKKEL VALÓ METSZÉSNÉL. A TENGELEK ÁLTAL BEZÁRT SZÖG BEFOLYÁSA A METSZÉSI FELÜLETEKRE

Amint az előbbi fejezetben látható, ezzel a módszerrel meghatározhatjuk a csiga fogfelülete és a csigakereket megtestesítő hengerek közötti metszési görbéket.



Az érintkezési pont $P(x_c, y_c, z_c)$ mindkét felületen rajta van, tehát a henger egyenlete az $x_1O_1y_1$ síkban:

$$(x_1 + a)^2 + y^2 = R^2 \quad (4.3)$$

A (4.3.) összefüggésbe behelyettesítve a jobb fogfelület mozgópont koordinátáit általános esetben, egy „u” és „ φ_1 ” változós másodfokú egyenlethez jutunk:

$$Au^2 + Bu + C = 0 \quad (4.4)$$

4.5. ábra. A csiga hengerrel való metszése

melynek együtthatói a következők:

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \cos^2 \varphi_1 \cos^2 (\varphi_2 - \alpha_{ax}) + \\ + [\sin \gamma \sin \varphi_1 \cos (\varphi_2 - \alpha_{ax}) - \cos \gamma \sin (\varphi_2 - \alpha_{ax})]^2 \\ B = 2(\cos^2 \varphi_1 + \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi_1) \cos (\varphi_2 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin (\varphi_2 - \alpha_{ax})] - \\ - 2 \cos (\varphi_2 - \alpha_{ax}) [a \cos \varphi_1 - r_0 \cos^2 \gamma \sin (\varphi_2 - \alpha_{ax})] - \\ - 2 \sin \gamma \cos \gamma \sin \varphi_1 [a \sin (\varphi_2 - \alpha_{ax}) + r_0 \cos 2(\varphi_2 - \alpha_{ax})] \\ C = \{\cos \varphi_1 [a - r_0 \sin (\varphi_2 - \alpha_{ax})] - a\}^2 + r_0^2 \cos^2 \gamma \cos^2 (\varphi_2 - \alpha_{ax}) + \\ + \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi_1 [a - r_0 \sin (\varphi_2 - \alpha_{ax})]^2 - R^2 - \\ - 2r_0 \sin \gamma \cos \gamma \sin \varphi_1 \cos (\varphi_2 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin (\varphi_2 - \alpha_{ax})] \end{array} \right. \quad (4.5)$$

Ha a csigakerék elfordulási szöge φ_2 akkor a csigáé $\mu_1 = \mu_2 \cdot i_{21}$. Ha az egész rendszert visszaforgatjuk az $Ox_0y_0z_0$ álló alaprendszerbe, akkor a következő transzformációt kapjuk:

$$\begin{cases} x_0 = (x_1 + a)\cos\mu_2 - y_1 \sin\mu_2 - a \\ y_0 = (x_1 + a)\sin\mu_2 + y_1 \cos\mu_2 \\ z_0 = z_1 \end{cases} \quad (4.6)$$

A (4.6) összefüggést behelyettesítve a (4.1) a csiga jobb fogfelületének egyenleteibe, megkapjuk a csigafelületet forgómozgás esetén:

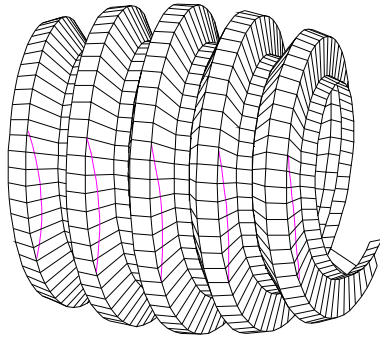
$$\begin{cases} x_1 = -\cos\varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] \\ y_1 = -\sin\gamma \sin\varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + \cos\gamma [r_0 \cos(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] \\ z_1 = -\cos\gamma \sin\varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) + u \cos(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] - \\ \quad - \sin\gamma [r_0 \cos(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) + u \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] \end{cases} \quad (4.7)$$

Ha az így kapott egyenleteket visszahelyettesítjük a henger egyenletébe, akkor a következő „u”-ban másodfokú egyenlethez jutunk:

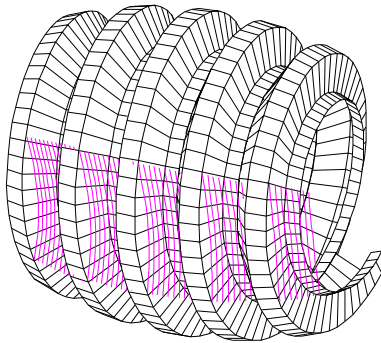
$$\begin{aligned} & u^2 \{ \cos^2\varphi_1 \cos^2(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) + [\sin\varphi_1 \sin\varphi_1 \cos(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) - \cos\varphi_1 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})]^2 \} + \\ & + u \{ 2(\cos^2\varphi_1 + \sin^2\varphi_1 \sin^2\varphi_1) \cos(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] - 2\cos(\varphi_2 + \mu_2 - \\ & \alpha_{ax}) [a \cos\varphi_1 - \\ & - r_0 \cos^2\varphi_1 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] - 2\sin\varphi_1 \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 [a \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) + r_0 \cos^2(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] \} + \\ & + \{ \cos\varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})] - a \}^2 + r_0^2 \cos^2\varphi_1 \cos^2(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) - R^2 + \\ & + \sin^2\varphi_1 \sin^2\varphi_1 [a - r_0 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax})]^2 - 2r_0 \sin\varphi_1 \cos\varphi_1 \sin\varphi_1 \cos(\varphi_2 + \mu_2 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(\varphi_2 + \mu_2 - \\ & \alpha_{ax})] \} = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

Kezdetben a csigát a kiindulási állapotba vesszük, vagyis $\varphi = \varphi_0$, majd ezt metsszük az $R = R_2$ sugarú O_2 középpontú hengerrel amely megteszesíti a csigakerék osztóhengerét (4.6.a.ábra). Elforgatjuk a csigát a $\varphi = \varphi_0 + \varphi$ szöggel, addig amíg egy teljes fordulatot tesz. A 4.6.b. ábrán látható az a 12 görbe mely a $\varphi = 30^\circ$ különböző fordulási szögeknél metszette a csigát.

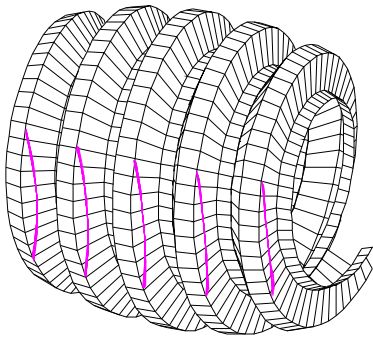
Az így kapott görbéket elforgatjuk a mindegyiknek megfelelő osztás szöggel, vagyis $(n-1) \varphi / i_{21}$ szöggel. Ezen elfordulások következtében a görbék egymásra



a)



b)



c)

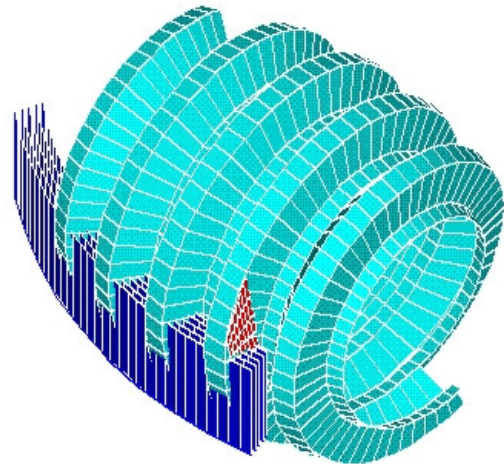
4.6. ábra. A csiga fogfelülete és az R_2 sugarú henger közötti metszési görbék

tolódnak amint a 4.6.c. ábrán látható. Így megkapjuk az érintkezési vonalakat a csigakerék osztóhengerének megfelelő henger és a csiga fogfelülete között.

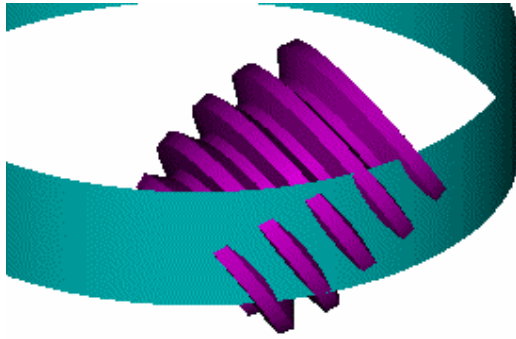
Abban az esetben ha a fogmagasság minden egyes pontjának megfelelő sugarú hengerrel metsszük a csigát, akkor megközelítőleg meghatározhatjuk a csigakerék fogprofilját. Igaz ebben az esetben ideális csigáról beszélhetünk, vagyis a csigamaró előgyártmányával metsszük a csigát, tehát nincs sem oldalhézag, sem pedig fejhézag. Tehát, ha a csigát helyettesítjük a csigamaróval, valamint figyelembe véve, hogy mindegyik görbe érintkezik, tehát „nyomot” hagy a csigakerék fogain, akkor az összes görbe burkoló görbéje meghatározza a csigakerék fogprofilját az adott hengermetsetben (4.7. ábra).

Ha a továbbiakban megismételjük a fentebb leírt lépéseket, úgy, hogy a henger sugara végighaladjon a $R_{i2} - R_{e2}$ intervallumon, megépítjük a Bezier féle Spline felületeket amelyek tartalmazzák az összes görbe burkolóját, akkor az így kapott felület hozzá tartozik a csigakerék fogfelületéhez.

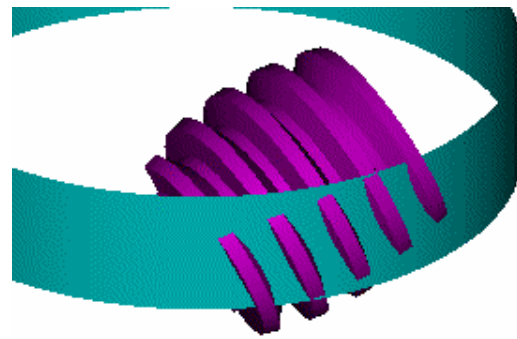
Továbbra bemutatom a tengelyek közötti szög befolyását az érintkezésre (4.8. ábra), valamint a metszési görbék változását a tengelyek közötti érték függvényében (4.9. ábra).



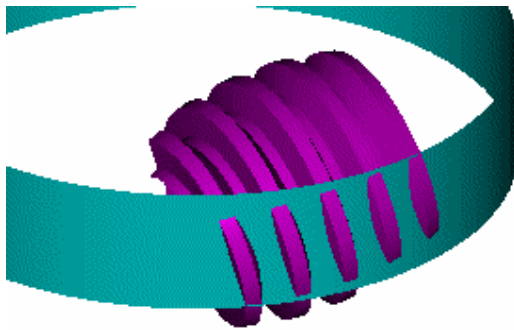
4.7. ábra. A csigakerék fogprofiljának meghatározása a hengerekkel való metszésből



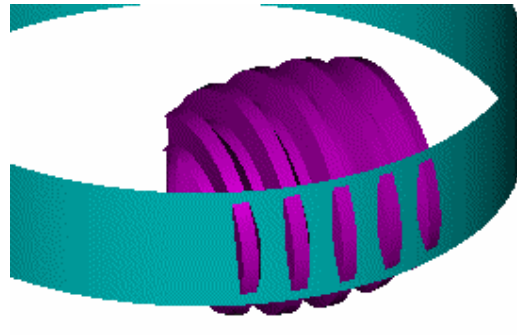
20 $i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -30$



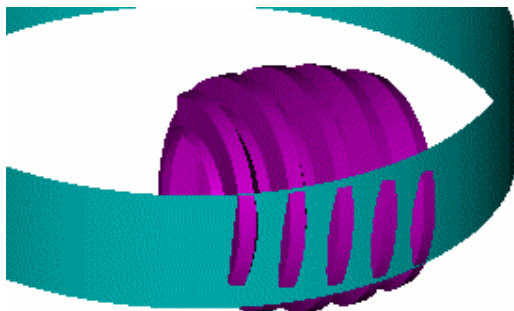
$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -$



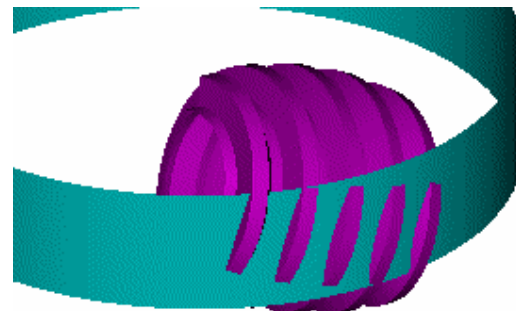
$= 0$ $i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -10$



$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square$



$10, \square = +20$ $i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = +10$

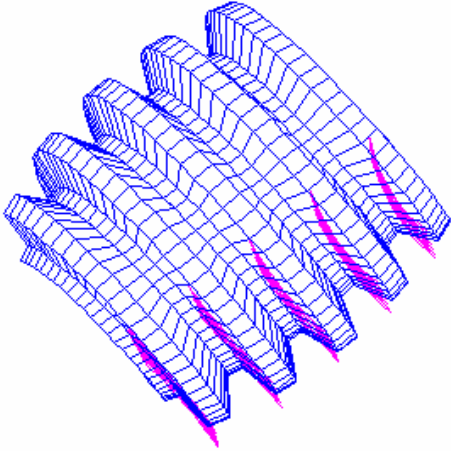


$i_{21} = 40, q = 14, m =$

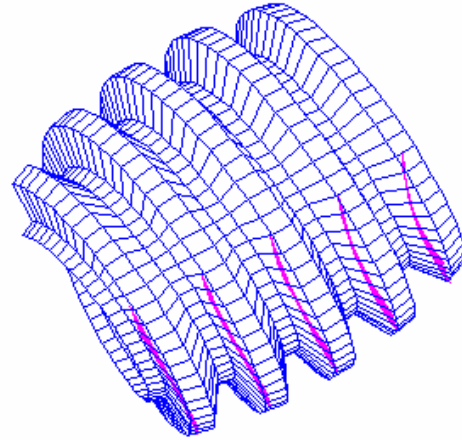


$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -30$

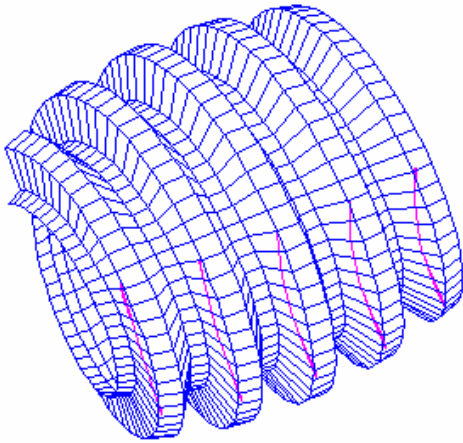
4.8. ábra. A hordó csiga és a henger metszése □ különböző értékeire



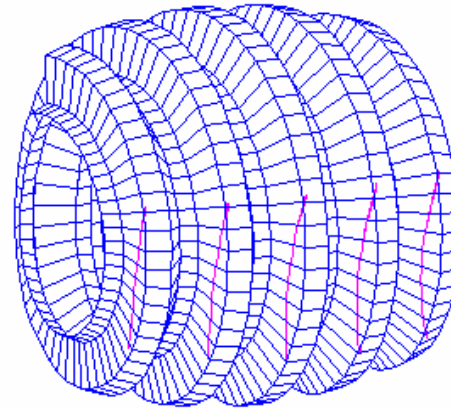
$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -30 \\ \square = -20$$



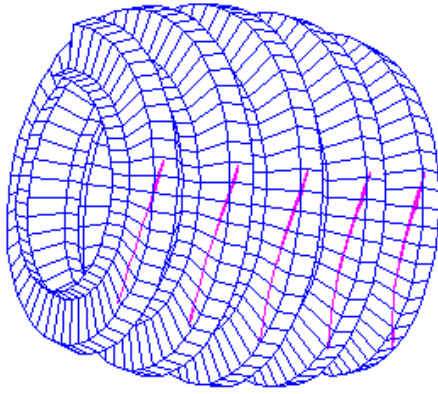
$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10,$$



$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -10 \\ \square = +10$$

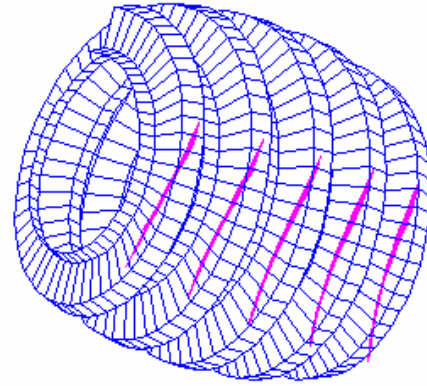


$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10,$$



$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = +20$$

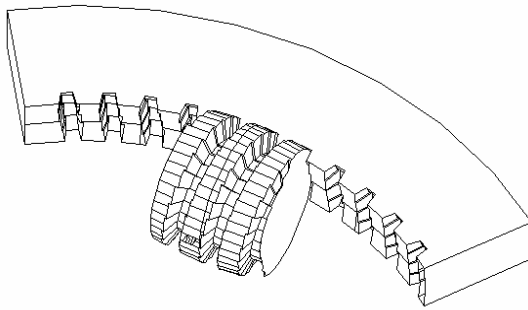
$$\square = +30$$



$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10,$$

4.9. ábra. A hordó csiga és a henger közötti metszésvonalak \square különböző értékeire

A 4.8. és a 4.9. ábrák alapján megállapíthatjuk, hogy kitérő nem merőleges tengelyek esetén is elfogadható az érintkezés. Viszont előnyös ha a \square szöget csak $(-20, +20)$ intervallumban módosítjuk, ezen kívül már nagyon romlik az érintkezés. Ezen eredménnyel csökkenthető a hajtás méret, mert ha a csiga nincs a csigakerék síkjában, akkor a csapágyazása már nem okoz gondot. Tehát, nem merőleges tengelyek esetén a méret csökken és legalább a $\square \in (-10, +10)$ intervallumban az érintkezés majdnem ugyanolyan jó, mint a kitérő merőleges tengelyek esetén.



4.10. ábra. Az hordó csiga - belső fogazatú csigakerék hajtás testmodellje

(a csiga fogfelülete), kerül érintkezésbe és már nem érdemes ennél nagyobb kitérés szöget vizsgálni.

Amint feljebb is említettem, a henger nem tévesztendő össze a belső fogazatú csigakerékkel, esetleg megközelítőleg a belső fogazatú csigakerék osztókörét közelíthetjük meg vel a bemutatott esetben. Ha a hordó csiga egész fogmagasságán „végigvisszük” a csigakeréket képviselő hengereket akkor közelíthetjük meg a csigakerék fogprofilját.

Ugyanakkor, már ezekből az ábrákból is levonható a fentebb említett következtetés, mármint a még elfogadható elfordulási szög mérete.

A 4.10. ábrán a hajtás testmodellje látható, amiből könnyen következik a belső fogazatú csigakerék leképezési lehetősége a hengerekkel való metszésből.

A 20 foknál nagyobb kitérések esetén már kevesebb csavarvonal (a

4.3. A KAPCSOLÁSI FELÜLET MEGHATÁROZÁSA A KAPCSOLÓDÁSI EGYENLETBŐL. A TENGELEK ÁLTAL BEZÁRT SZÖG BEFOLYÁSA A KAPCSOLÁSI FELÜLETEKRE.

A kapcsolási egyenlet skaláris alakja:

$$n_{x1}v_{21x1} + n_{y1}v_{21y1} + n_{z1}v_{21z1} = 0 \quad (4.9)$$

A közös normális komponensei:

$$\left\{ \begin{array}{l} n_{x1} = a_1 \cdot u + b_1 \\ a_1 = \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - i_{21} \sin \varphi_1 \\ b_1 = \cos \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\ n_{y1} = a_2 \cdot u + b_2 \\ a_2 = [\cos \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21} \sin \gamma \cos \varphi_1 \\ b_2 = [\cos \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \\ n_{z1} = a_3 \cdot u + b_3 \\ a_3 = [\cos \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + i_{21} \cos \gamma \cos \varphi_1 \\ b_3 = [\cos \gamma \sin \varphi_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - \sin \gamma \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] \end{array} \right. \quad (4.10)$$

A relatív sebesség komponensei:

$$\left\{ \begin{array}{l} v_{21x1} = c_1 \cdot u + d_1 \\ c_1 = [(i_{21} \sin \gamma - 1) \sin \gamma \sin \varphi_1 \cos \mu_1 - i_{21} \cos^2 \gamma \sin \varphi_1] \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + [(1 - i_{21} \sin \gamma) \cos \gamma \cos \mu_1 - i_{21} \sin \gamma \cos \gamma] \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_1 = [(i_{21} \sin \gamma - 1) \sin \gamma \sin \varphi_1 \cos \mu_1 - i_{21} \cos^2 \gamma \sin \varphi_1] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + [(1 - i_{21} \sin \gamma) \cos \gamma \cos \mu_1 - i_{21} \sin \gamma \cos \gamma] r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ v_{21y1} = c_2 \cdot u + d_2 \\ c_2 = (1 - i_{21} \sin \gamma) (\cos \varphi_1 \cos \mu_1 - \cos \gamma \sin \varphi_1 \sin \mu_1) \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + (i_{21} \sin \gamma - 1) \sin \gamma \sin \mu_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_2 = (1 - i_{21} \sin \gamma) (\cos \varphi_1 \cos \mu_1 - \cos \gamma \sin \varphi_1 \sin \mu_1) \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + (i_{21} \sin \gamma - 1) \sin \gamma \sin \mu_1 r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) - a \cos 2\mu_1 \\ v_{21z1} = c_3 \cdot u + d_3 \\ c_3 = [(1 - i_{21} \sin \gamma) \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin \mu_1 + i_{21} \cos \gamma \cos \varphi_1] \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) + \\ \quad + (i_{21} \sin \gamma - 1) \cos \gamma \sin \mu_1 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \\ d_3 = [(1 - i_{21} \sin \gamma) \sin \gamma \sin \varphi_1 \sin \mu_1 + i_{21} \cos \gamma \cos \varphi_1] \cdot [a - r_0 \sin(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax})] + \\ \quad + (i_{21} \sin \gamma - 1) \cos \gamma \sin \mu_1 r_0 \cos(i_{21}\varphi_1 - \alpha_{ax}) \end{array} \right. \quad (4.11)$$

Tehát mind a normál vektor komponensei, mind pedig a relatív sebesség komponensei „u”-ban elsőfokú egyenletek.

A kapcsolási egyenlet „u”-ban egy másodfokú egyenlet, az együtthatók pedig csak a „ α_1 ” csiga elfordulási szögtől függenek, mivel a „ α ” szög az változó, de mindig egy adott konstans értékű.

$$Mu^2 + Nu + P = 0 \quad (4.12)$$

$$\begin{cases} M = a_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot c_2 + a_3 \cdot c_3 \\ N = a_1 \cdot d_1 + b_1 \cdot c_1 + a_2 \cdot d_2 + b_2 \cdot c_2 + a_3 \cdot d_3 + b_3 \cdot c_3 \\ P = b_1 \cdot d_1 + b_2 \cdot d_2 + b_3 \cdot d_3 \end{cases} \quad (4.13)$$

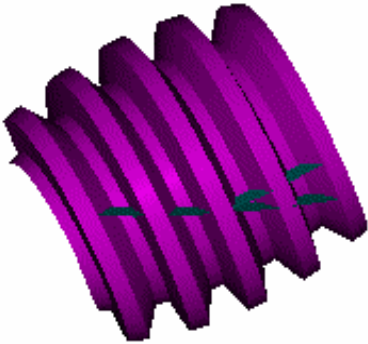
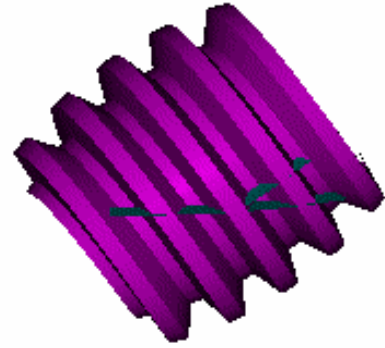
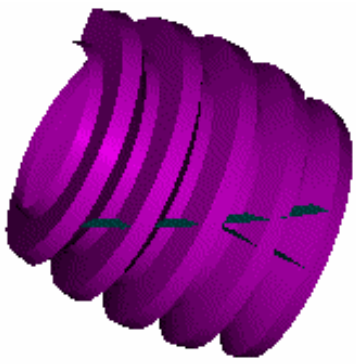
Ennek az egyenletnek a diszkriminánsa $\Delta = \sqrt{N^2 - 4MP} \geq 0$, tehát az egyenletnek vannak valós gyökei. A két gyök:

$$u_{1,2} = \frac{-N \pm \sqrt{N^2 - 4MP}}{2M} \quad (4.14)$$

Amint látható az egyenletnek két valós gyöke van, tehát két kapcsolódási pontról (gyökről) beszélhetünk. Az AutoCAD program és az AutoLISP programnyelv felhasználásával bemutatom a két kapott kapcsolásifelületet, ami a globoidcsigahajtáshoz hasonló kapcsolásimezőt eredményez.

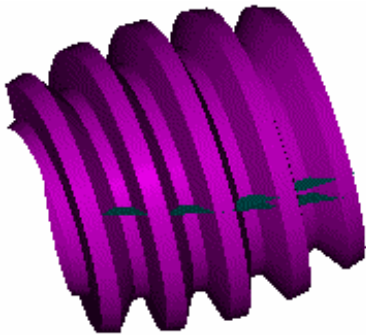
A 4.11. ábrán a kapcsolódási egyenlet alapján megkapott kapcsolási felületeket ábrázoltam a tengelyek közötti α szög különböző értékeire. Megállapítható, hogy a globoidcsiga - hajtásokhoz hasonlóan itt is két kapcsolódási felületről beszélhetünk. Ezek közül az egyik a csigakerék szélességének középtáján helyezkedik el és nevezhetjük fő kapcsolási felületnek, a második pedig megközelíti a csiga hossztengelyét és nevezhetjük mellék kapcsolási felületnek.

Ezek az ábrák is láthatjuk, hogy a (-20, +20) intervallumon kívül már nagyon eltér a két felület, így ezen intervallumon kívüli értékeket nem érdemes használni. Nem érdemes, mivel az ilyen nagy eltérés esetén a terhelhetősége a hajtásnak már nagyon csökken, tehát mivel ezen hajtásokat nagy teljesítmény átvitelre fejlesztjük, nem érdekesek azok a helyzetek amikor a hajtás terhelhetősége csökken.

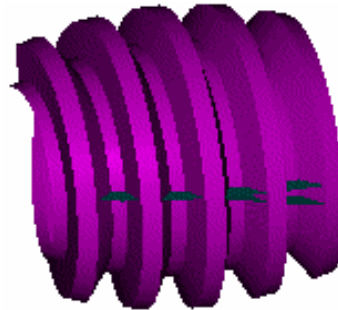


$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -30$$

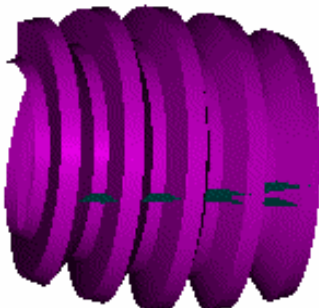
$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -20$$



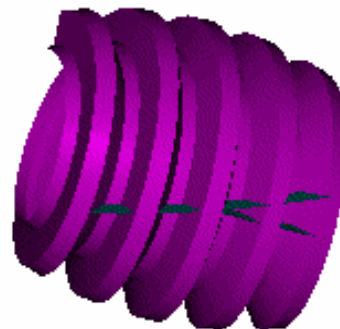
$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = -10$$



$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = 0$$



$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = +10$$
$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = +30$$



$$i_{21} = 40, q = 14, m = 10, \square = +20$$

4.11. ábra. A belső csigás hajtások kapcsolódási felületei \square különböző értékeire

5. A BELSŐ CSIGÁS HAJTÁSOK ELEMEINEK GYÁRTÁSTECHNOLÓGIÁJA

A belső csigás hajtások egy hordó alakú csigából és egy belsőfogazatú csigakerékből állnak. Mivel a csigakereket, egy, a csiga geometriájához hasonló szerszámmal munkáljuk meg, tehát a hajtás típusát a csiga határozza meg.

A gyártástechnológia, a hajtás felépítése, a szerelés és felhasználás a csiga típusától és a hajtás geometriai paramétereitől függenek, de a hajtás kiválasztása az üzemi lehetőségek pillanatnyi helyzetének függvénye [57], [58].

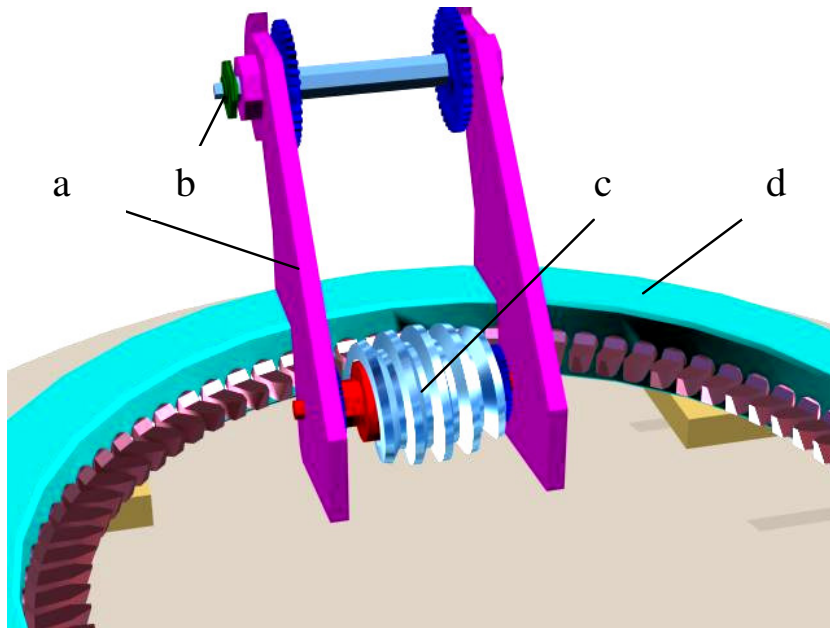
A hordócsigát különleges készülékek segítségével munkálhatjuk meg [59], [60]. A globoid csigák esetében az egyik leggyakrabban használt megmunkálási módszer a CONE módszer [20], [25], [49], a hordó csigák esetében egy úgynevezett „inverz CONE” megmunkálási módszer használható [63], [66], [70], [83]. A továbbiakban ezt a megmunkálási módszert bővebben tárgyaljuk más megmunkálási módszerek mellett.

A csigakerekeket fogazó marógépen, a csiga geometriájához hasonló hordó csigamaróval munkáljuk meg. A geometriai különbség a maró fogait és vágószögeit leszámítva csupán a lábhézag illetve az oldalhézag megvalósítása miatt jelentkezik, hogy működés közben kialakuljon a kenőfilm és ezzel elkerüljük a hajtás blokkolását [59], [83], [88], [90].

Az 5.1. ábrán a belső csigás hajtás technológiai sémája látható. Ezen a hordócsiga megmunkálása látható, de fordított felállítás esetén a belső fogazatú csigakerék egyik megmunkálási lehetőségévé válik.

A hordócsiga megmunkálásakor a következő kinematikai lánc szükséges:

- Egy "sok-késes" készülék (5.1.d ábra), mely a marógép munkaasztalára van szerelve és a szerszám szerepét tölti be. Ez a készülék saját tengelye körüli forgómozgást végez és a belsőfogazatú csigakereket testesíti meg.
- A hordócsiga előgyártmánya (5.1.c ábra), vagyis a munkadarab, mely a marógép főtengelyére (5.1.b. ábra) egy karszerű készülék (5.1.a. ábra) segítségével van felszerelve. A munkadarab a saját tengelye körüli forgómozgáson kívül, egy radiális és egy tangenciális elötölést is végez. A modul, illetve a fogmagasság függvényében meghatározott fogás szükséges, minden fogás után az előgyártmány radiális elötölést végez.



5.1. ábra. A hajtás technológiai sémája
*a – karszerű készülék, b – a szerszámkar, c – a csiga munkadarabja,
 d – a “sok késes” készülék*

Az 5.2. ábrán a hordócsiga megmunkálása látható.

A belsőfogazatú csigakerék megmunkálásakor az 5.1. ábrán látható technológiai séma

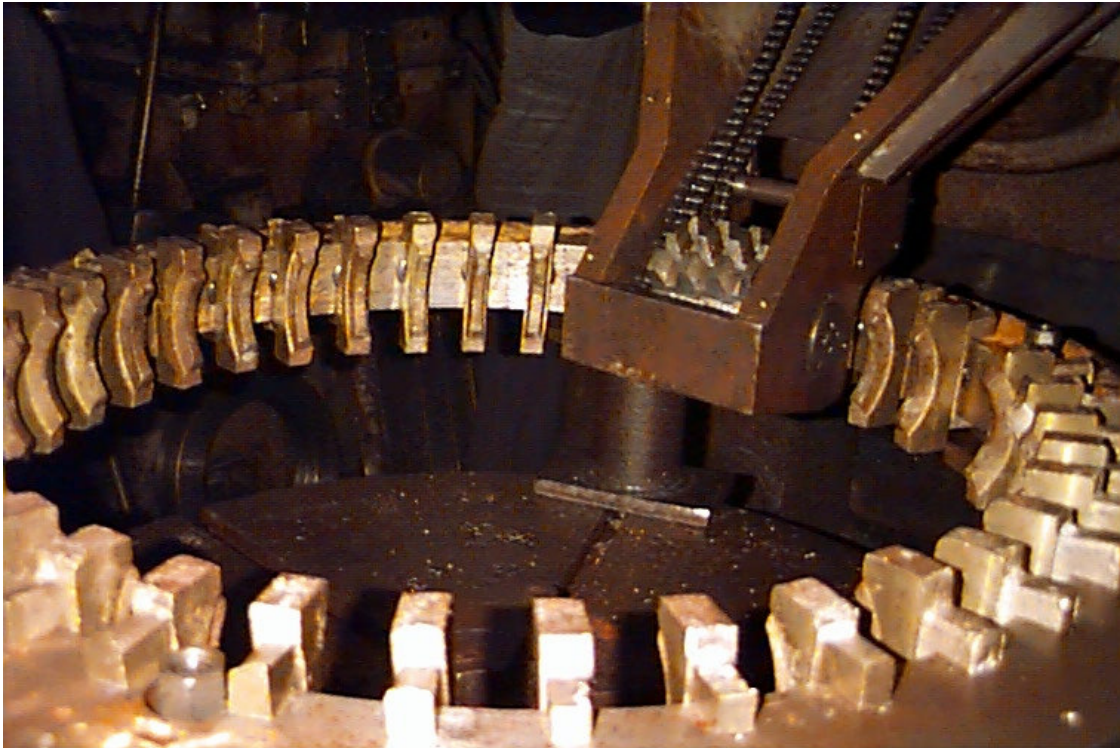


5.2. ábra. A hordócsiga megmunkálása

[9], [63], [67], [70], [83], [90] a következőképpen alakul:

- A „sok-késes” készülék (5.1.d. ábra) helyére a csigakerék munkadarabja kerül. Ez csak a saját tengelye körüli forgómozgást végzi.
- A hordócsiga munkadarabja helyére (5.1.c. ábra) a hordócsiga-marót szereljük, az említett „kar szerű” készülék (5.1.a. ábra) segítségével. Ez a csiga megmunkálásánál leírt mozgásokat végzi.

Az 5.3. ábrán a belsőfogazatú csigakerék megmunkálása látható.



5.3. ábra A belsőfogazatú csigakerék megmunkálása

5.1. A HORDÓCSIGA GYÁRTÁSTECHNOLÓGIÁJA

A csigák anyagául cementált vagy nemesített acélt használnak. A cementált acélok használatának nagy hátránya, hogy hőkezelés után még szükségeltetne egy finom megmunkálást melyet nehezen vagy egyáltalán nem lehet megvalósítani. Ezért előnyösebb nemesített acélt használni a csiga anyagának, mivel ez nem igényel semmi féle megmunkálást a hőkezelés után.

A hordócsiga előgyártmánya egy konvex forgásfelület. A gyártásnál az első felmerülő kérdés ennek a forgásfelületnek az előállítás. Több megoldás is létezik. Ha az

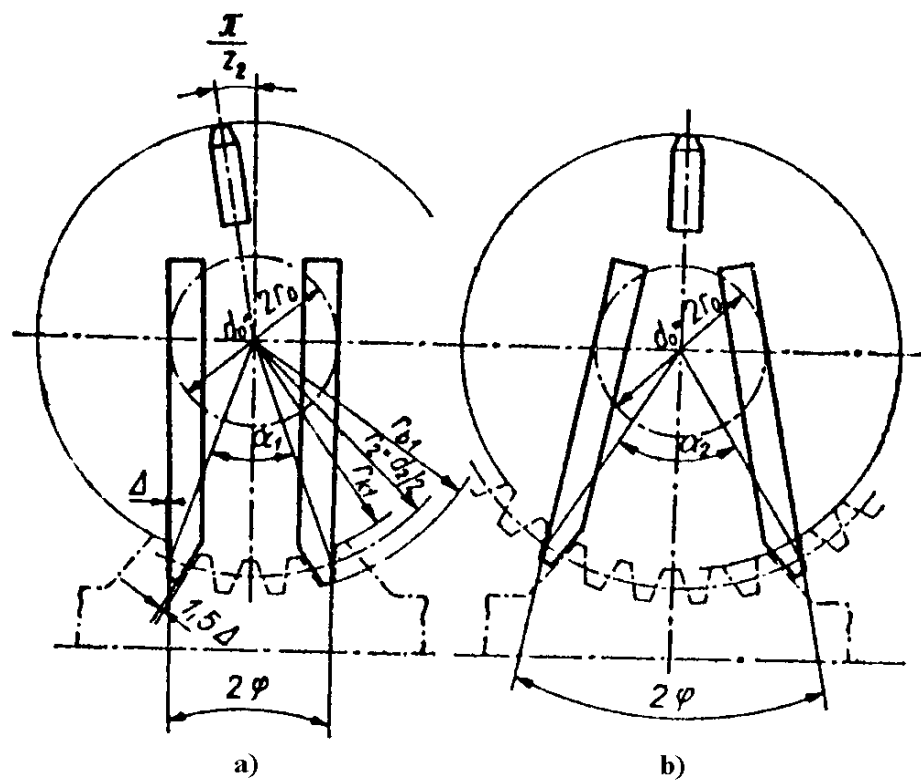
előgyártmány meleghengerréssel készül, akkor különleges készülékek nélkül másolóesztérge, vagy számításvezérlésű szerszámgépen elkészíthető a forgásfelület.

Más megoldás, ha a hordó alakú munkadarabot matricában, kovácsolással gyártjuk le. Ebben az esetben egyenesen előállítható a konvex forgástest, csökken az esztérgálási idő, anyagtakarékosabb és termelékenyebb a módszer, viszont gondok adódhatnak a további megmunkálásnál az előgyártmány pontossága és anyagminősége miatt.

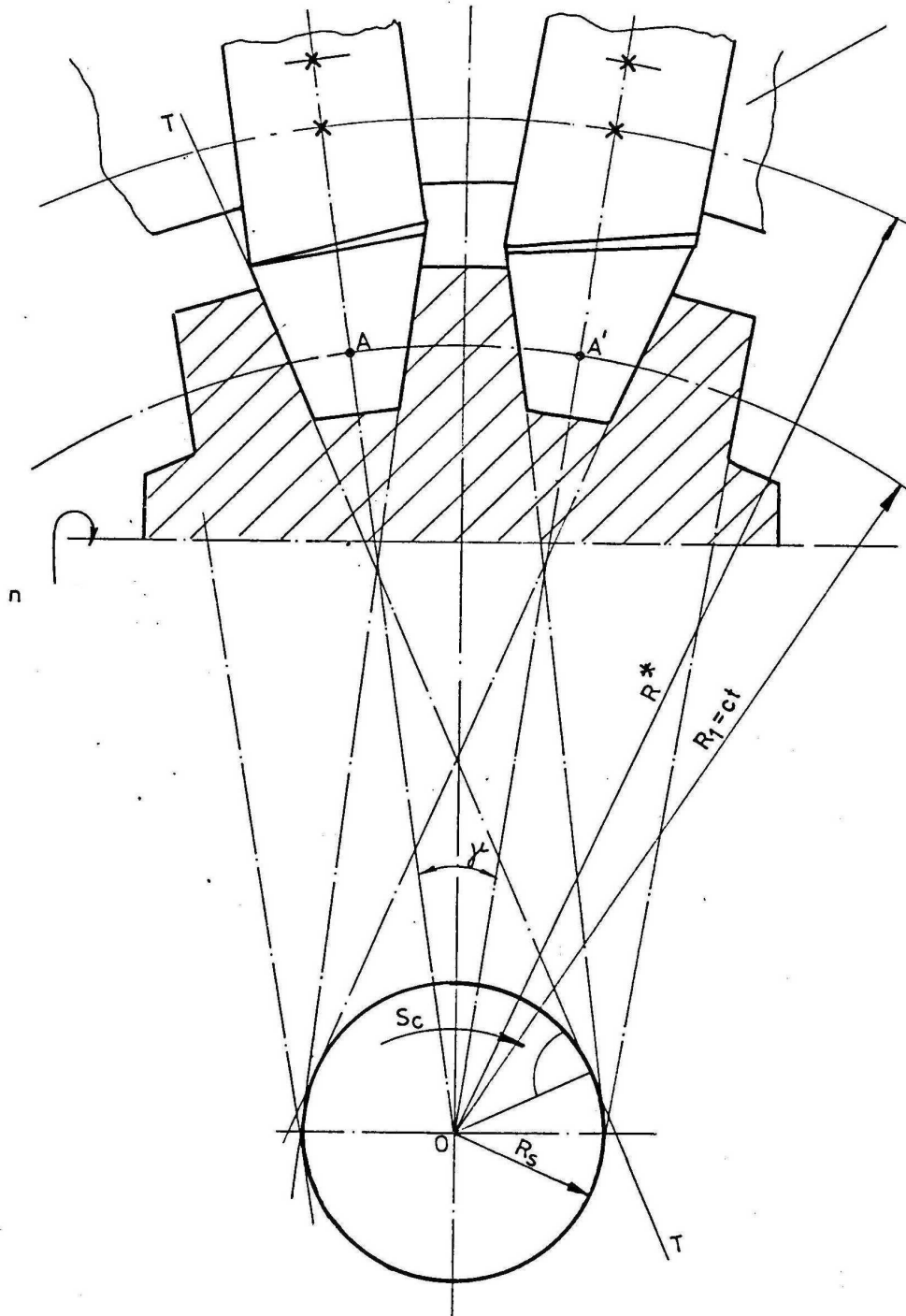
Figyelembe véve a egyenesvonalú csigák leképezési előnyeit, eddig mind a hordócsigánál, mind pedig a hordócsiga-marónál ezt használtuk. Elvileg bármilyen görbe leképezheti a csigaprofilt, viszont a nem egyenes élű szerszámot nehéz legyártani és vizsgálni, ezért ez csak a jövőbeli kutatásaink közé tartozik.

Ha azonkívül, hogy a csigát egyenes élű szerszámmal generáljuk, a külső konvex felület leképező görbéje körív, akkor egy „konvex globoid”, vagy „inverz globoid” csigáról beszélhetünk.

Ha figyelembe vesszük, hogy a globoid csigák egyik klasszikus megmunkálási lehetősége a CONE módszer, akkor a hordócsiga megmunkálására használhatjuk az „inverz CONE” módszert.



5.4. ábra A globoid csigák CONE megmunkálási módszere [9], [49]



5.5. ábra. A konvex globoid csiga megmunkálása (Inverz Cone módszer)

A CONE típusú globoid hajtás esetén – vagyis tengelymetszetben egyenes profilú globoid csiga – a csigát egy, a csiga tengelysíkjában, állandó szögsebességgel forgó kés éle képezi le. A megmunkálás fogazómarógépen, három lépésben történik. Az esztergakés egy készülékbe van téve, oly módon, hogy a vágóéle a csiga tengelymetszetében helyezkedjen el. Az első lépés egy nagyolási megmunkálás, amikor a

kés radiális előtolást végez addig amíg eléri a megadott tengelytávot (5.4.a. ábra). A következő két lépés a finommegmunkálás ami két késsel történik (5.4.b. ábra).

Az „inverz CONE” módszer technológiai sémája az 5.5. ábrán látható. Ahhoz, hogy ezzel a módszerrel legyárthassuk a hordócsigát, szükséges a két különleges készülék amelyeket a következő alfejezetben mutatok be.

Ebben az esetben a fogazást két részre oszthatjuk: egy nagyolásra és egy finommegmunkálásra.

Nagyoláskor a „sok-késes” készülék összes „fogát” felhasználjuk, mivel így sokkal termelékenyebb a megmunkálás és mivel úgysis következik egy finommegmunkálás, nem szükséges a túl nagy pontosság.

A finommegmunkálásnál két eset lehetséges:

- Egy kést használunk, mely a csiga mindkét profilját megmunkálja
- Két nagy pontossággal beállított kést használunk, melyek mindegyike egy-egy fogprofil megmunkál.

A finommegmunkálásnál nem használható a „sok-késes” készülék összes kése, mivel nem lehet olyan pontossággal beállítani ezeket, hogy a megfelelő megmunkálási pontosságot biztosítsák.

5.2. KÜLÖNLEGES KÉSZÜLÉKEK

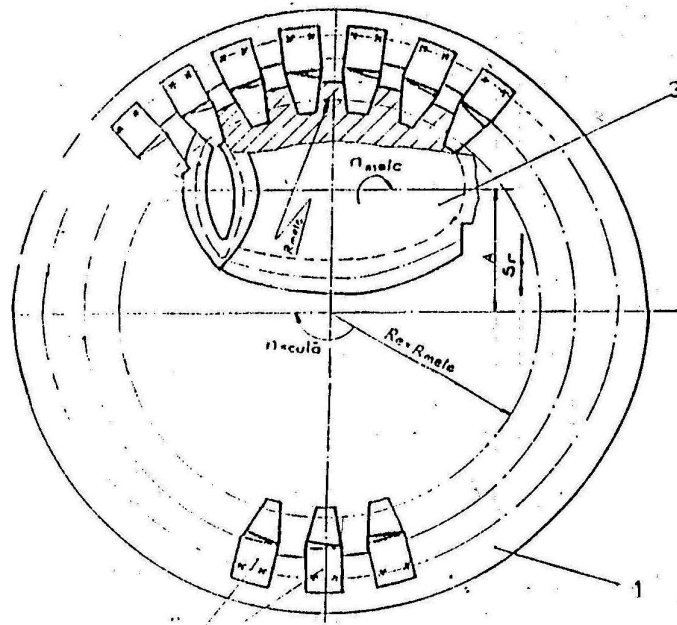
Ebben az alfejezetben bemutatom azokat a szükséges különleges készülékeket a belső csigás hajtások elemeinek lefejtéses megmunkálásához. Ezek a készülékek szükségesek, mert más módszerrel nem lehet befogni illetve megmunkálni az elemek előgyártmányait. A 5.6. ábrán a megmunkálási módszer, az 5.7. ábrán a „karszerű”, az 5.8. ábrán pedig a „sok-késes” készülék látható.

A hordócsiga előgyártmányát az 5.7. ábrán látható készülékbe szereljük. A készülék egy hajtás (lánc hajtás, fogaskeréksor, szíjtáttétel) segítségével átveszi a mozgást a szerszám gép fő tengelyéről és továbbítja az előgyártmány tartótüskéjéhez.

A készüléket a szerszám gép maróórsója helyére szereljük, az 5.8. ábrán látható készüléket mely a szerszám szerepét tölti be, pedig a munkaasztalra. Ez a „sok-késes” készülék tulajdonképpen a belső fogazatú csigakereket testesíti meg.

A legyártott „karszerű” készüléknél a meghajtást lánc hajtással oldottuk meg. A lánc hajtás előnye a hajtás elemeinek szimmetrikus terhelése, valamint az alacsony ára. Hátránya, hogy a belépő hibátényezők csak a nagyolási megmunkálásnak felelnek meg. A finommegmunkáláskor

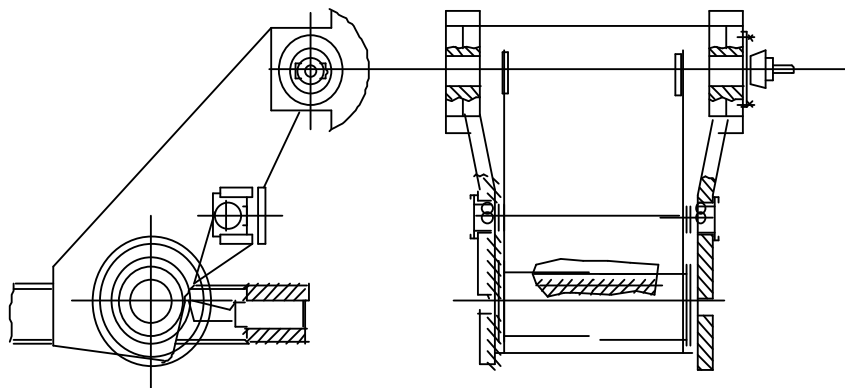
előnyösebb fogaskeréksort használni a meghajtáshoz, mivel ezek sokkal pontosabbak, így az elérhető csigapontosság is növekedik.



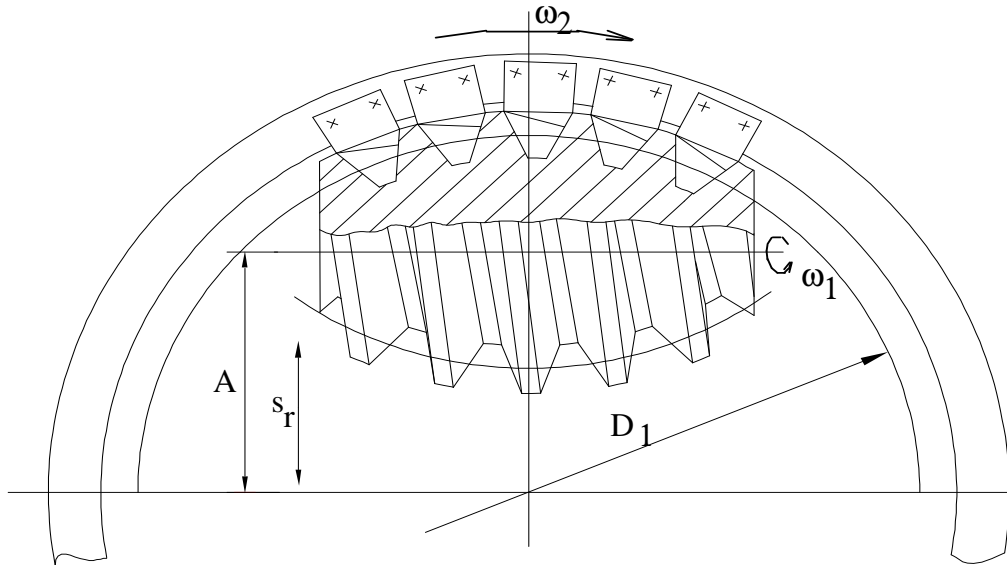
5.6. ábra. A hordócsiga megmunkálása [58], [60]

A fogaskeréksor hátránya, hogy jóval drágább, ugyanakkor gondot okoz a kenési lehetősége, mivel csak nyílt hajtás lehetséges, a készülék súlyának csökkentése érdekében. Az új kutatások, a műszaki műanyagok bevezetése és használatának előnyei esetleg megoldhatják a kenési kérdéseket, viszont tovább drágítják a készüléket.

Megmunkálás közben a „karszerű” készülékbe szerelt hordó csiga előgyártmánya egy forgómozgást (kapcsolódás a szerszámmal) valamint egy radiális és / vagy tangenciális előtolást végez, a szerszám (a „sok-késes” készülék) pedig egy



5.7. ábra. A hordócsiga előgyártmányát befogó „karszerű” készülék [60]



5.8. ábra. A „sok-késes” készülék mely a csigakereket testesíti meg [60]

forgómozgást. Ezen mozgások zárt kinematikai láncot alkot.

A belsőfogazatú csigakereket ugyanezeknek a készülékeknek a felhasználásával gyárthatjuk le. Ebben az esetben a „karszerű” készülékbe a

hordócsiga marót szereljük, a munkaasztalra pedig a csigakerék előgyártmányát.

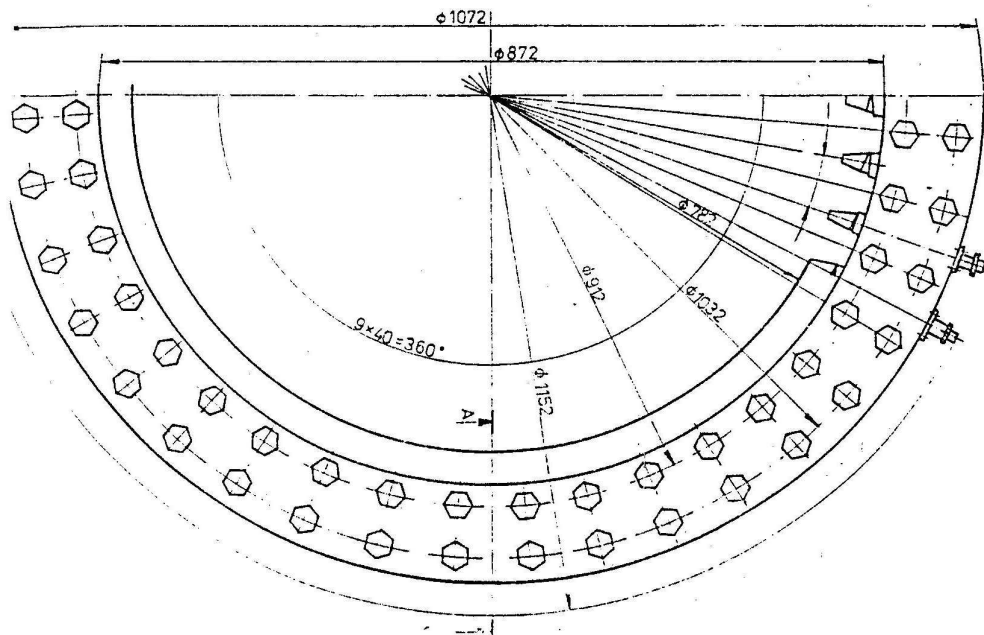
A „sok-késes” készülék prototípusának teste egy körgyűrű volt, melyet a szerszámgép munkaasztalára szereltek. Ezt a készüléket [60] szabadalom alapján 1989-ben legyártották a Nagybányai Bányagépek Üzemben (I.M.M.U.M.). A készülék körgyűrűjének fő paraméterei a következők:

- külsőátmérő 1072 mm
- vastagság 100 mm
- magasság 100 mm.

A készülék testébe 40 lyukat furtak, egymástól egyenlő távolságra, tehát két lyuk között 9°-os szög volt. Minden lyuk fölött sugárirányban két csavar volt, melyekkel a „csigakerék fogait” lehetett lefogni. A „fogak” felsőrészükön mart hengeres testű esztergakések. A készülék megmunkálási pontossága nem túl nagy, mivel a késeket nem lehetett finoman beállítani, ezért egy újabb javított készüléket gyártottunk (5.9. ábra).

A készülék alap paraméterei:

- a test külső átmérője 1072 mm;
- a test vastagsága 100 mm;
- a test magassága 75 mm;
- a lefogó gyűrű magassága 15 mm.



5.9. ábra A módosított „sok-késes” készülék

A szerszám test (körgyűrű) felső részén, a kések számával egyenlő számú, egyenközműként és méretben egyenlő rést marunk hengeres – homlokmaróval. Ezeket a réseket mind az oldalfelületükön, mind pedig az alsófelületükön finommegmunkálunk, hogy egy nagy pontosságú készüléket kapjunk. A tervezett esetben a sugármenti rések méretei $b \times h \times l = 20 \times 18 \times 100$ mm, két egymásmelletti kés hossz tengelye pedig 9° szöget zár be, mivel a prototípushoz hasonlóan itt is 40 kést használunk. A résekre négyzet keresztmetszetű sztergakéseket szerelünk, a méretei $b \times h = 20 \times 20$ mm. A kések profilja a csiga árkára merőleges metszetben egyenes, a szögei pedig $\gamma = 8^\circ$, $\alpha = 6^\circ$, $\lambda = 4 - 6^\circ$.

A késeket egy a testtel egyenlő méretű körgyűrűvel fogjuk le, amelynek magassága 15 mm. A körgyűrű alsó felülete finommegmunkált, ahhoz hogy egyenlő felületi nyomással hasson mindegyik késre.

A felső gyűrűt és a testet M10x30 csavarokkal szereljük össze. A csavarok sugárirányban vannak elhelyezve, két koncentrikus körön, tehát összesen 80 csavart használunk. Ezen csavarok tengelyei között 9° -os szög van, de ezek el vannak fordítva a késekhez viszonyítva $4,5^\circ$ -kal.

A nagy pontosságú megmunkáláshoz szükséges, hogy a kések élei egy a testtel koncentrikus körön helyezkedjenek el. Ezt a kések mögé szerelt finommenetű csavarokkal lehet beállítani.

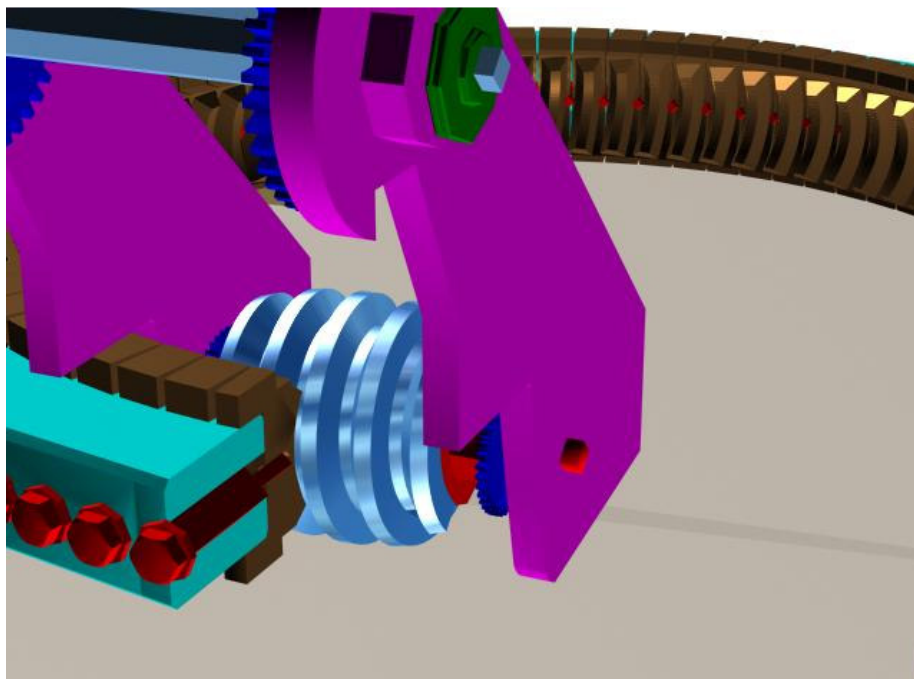
Ellentétben a prototípussal, ezzel a készülékkel akár a finom megmunkálást is el lehet végezni, mert elég nagy megmunkálási pontosságot biztosít.

Mindkét készüléknek megvan viszont egy nagy hátránya, azaz csak egy modult lehet velük legyártani és minden más modulnál más 40 kést kell használni. A másik hátrány pedig, hogy az elérhető tengelytáv is csak nagyon kis határok között mozoghat.

Ezen hátrányok kiküszöbölésére jelenleg olyan megoldásokat keresünk, melyeknél a hordócsiga esztergán legyen megmunkálható. Ebben az esetben is szükséges különleges készülék használata, viszont megoldható, hogy bármilyen modulra és tengelytávra megfelelő csigát lehessen gyártani. Igaz ebben az esetben csak egy késsel dolgozhatunk, ezzel csökken a megmunkálás termelékenysége.

5.3. A BELSŐFOGAZATÚ CSIGAKERÉK MEGMUNKÁLÁSA

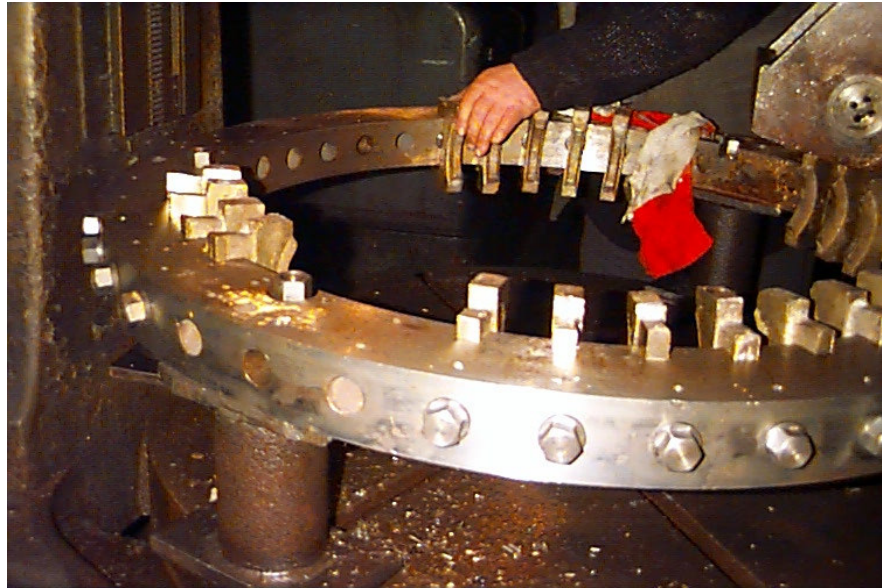
A csigakereket a belső csigás hajtásoknál is hasonlóan a többi csigahajtáshoz, a technológiai csigával munkáljuk meg. A beső fogazatú csigakereket, egy a hordócsiga geometriájától csak a láb- és oldalhézagban különböző hordócsigamaróval munkáljuk meg (5.3. ábra). A belső fogazatú csigakereket ugyanazon a szerszámgépen, vagyis egy Donini típusú fogazómarógépen munkáljuk meg, azzal a különbséggel, hogy most a „sok-késes” készülék helyére a csigakerék előgyártmánya kerül, a „karszerű” készülékbe pedig a hordócsigamarót szereltük.



5.10. ábra. A hordócsiga – belsőfogazatú csigakerék hajtás sémája

Megmunkálás közben a hordócsiga-maró egy forgómozgást és tangenciális előtolást, a csigakerék előgyártmánya pedig forgómozgást végez.

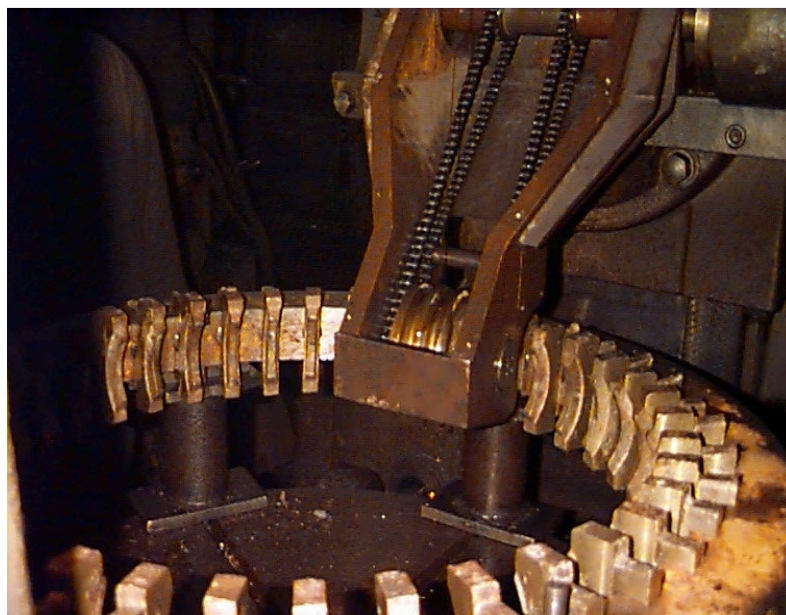
A csigakerék nagy méretei miatt – főleg kitérő merőleges tengelyek esetén – ennek anyagaként a bronz használata nem előnyös, ezért a legmegfelelőbb megoldás, ha a kerék teste öntvény és csak a fogak készülnek bronzból.



5.11. ábra. A szerelt fogú csigakerék

Ha a „sok-késes” készülék késeinek helyébe egy-egy öntött bronz „fogat” szerelünk, akkor a hordócsiga-maróval megmunkálhatjuk és eljuthatunk a csigakerékhez.

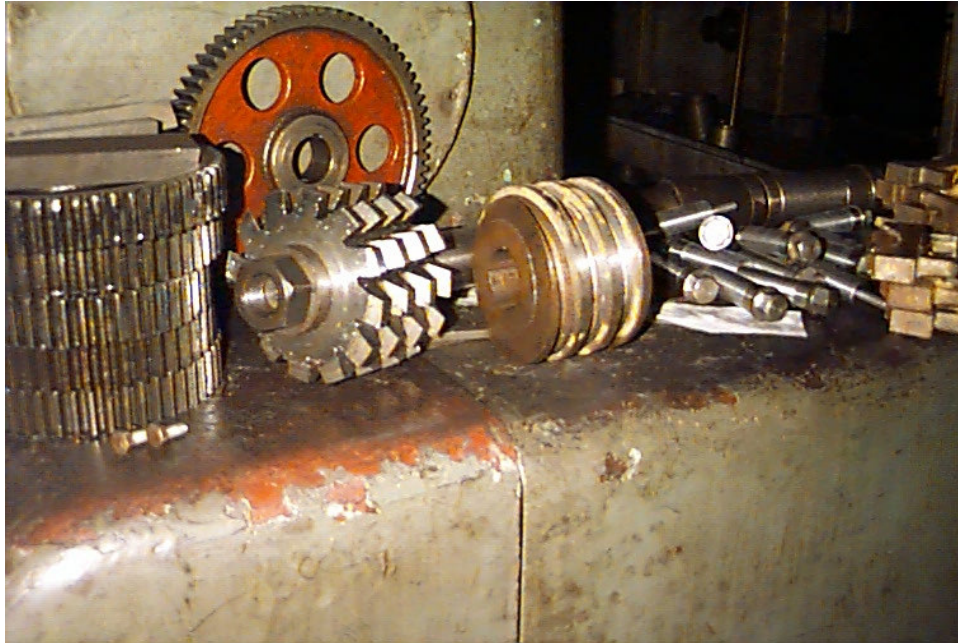
Az 5.10. ábrán a hordó alakú csiga – belső fogazatú csigakerék hajtás sémája, az 5.11. ábrán a szerelt fogú csigakerék, az 5.12. ábrán pedig maga a hajtás látható.



5.12. ábra. A hordócsiga – belső fogazatú csigakerék hajtás

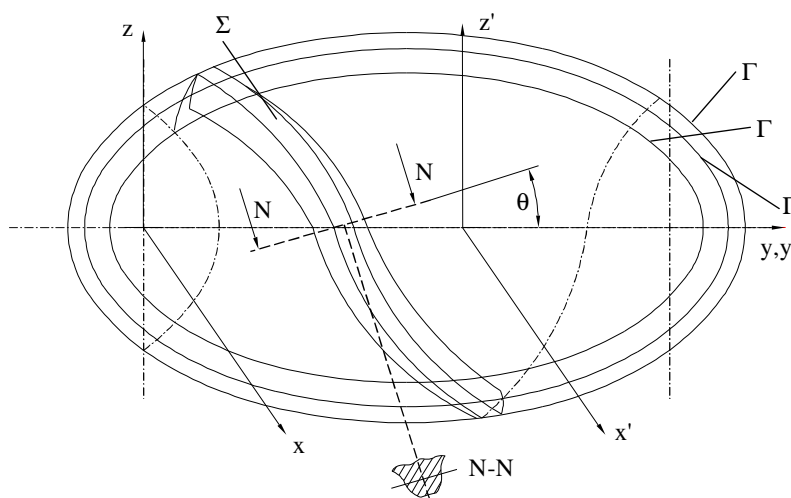
5.4. HORDÓCSIGA-MARÓK

A hordócsiga-maró egy nagyon komplex szerszám. Az 5.13. ábrán a hordócsiga és a belőle legyártott hordócsiga-maró látható.

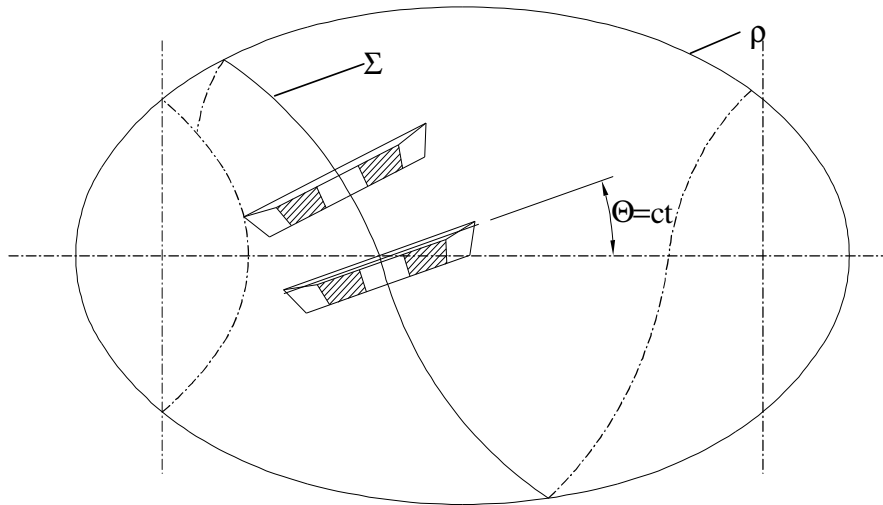


5.13. ábra. A hordócsiga és a hordócsiga-maró

A hordócsiga profilja a fogra merőleges metszetben egyenes (5.14. ábra). Lényegében két típusú hordócsiga-marót tanulmányoztunk, melyek a hordócsigából megvalósíthatók. Az egyik a szerelt fogú- (5.15. ábra), a másik pedig a martfogú hordócsiga-maró (5.16. ábra).



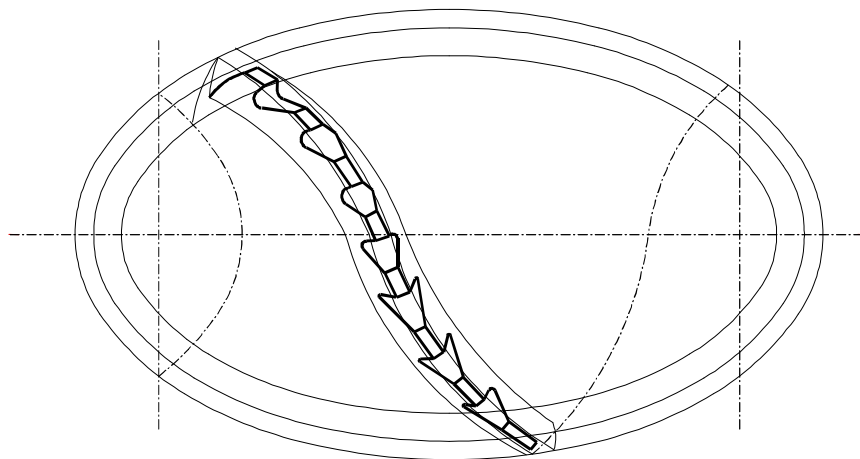
5.14. ábra. A hordócsiga fogprofilja [58], [63], [83], [90]



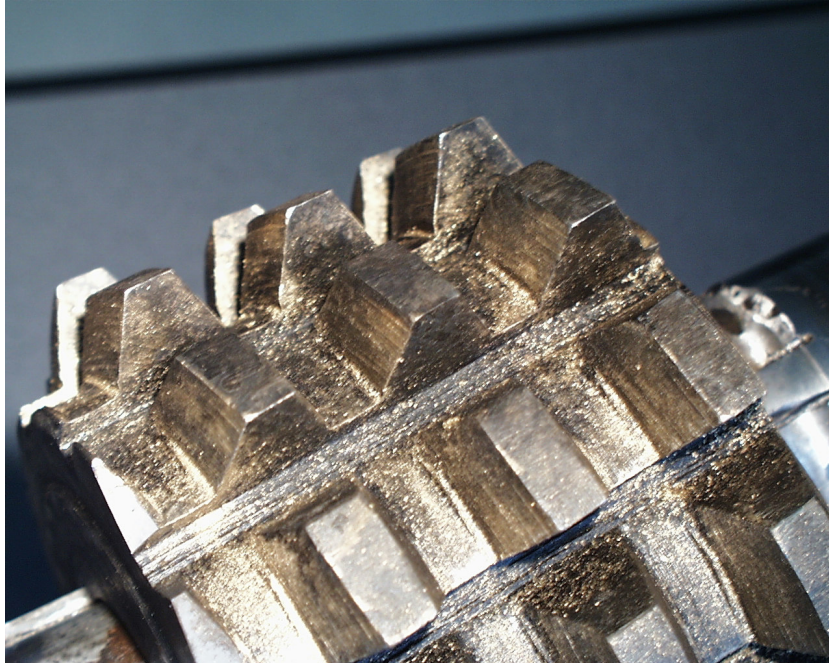
5.15. ábra. Szerelt fogú hordócsiga-maró

A szereltfogú hordócsiga-maró egy nagyon komplex szerszám, melynek a fogait egész metszőkerekek, vagy metszőkerék részek alkotják, melyek a külsőcsavarvonalra vannak szerelve. Kopásnál, a fogak elforgathatók, így növelhetjük a szerszám élettartamát.

A szerszám fogait úgy kell beállítani, hogy ezek merőlegesek legyenek a hordócsiga-maró csavarvonalára. A felhasznált metszőkerekek átmérője a megmunkálandó csigakerék méreteitől függ.



5.16. ábra. Martfogú hordócsiga-maró



5.17. ábra. A martfogú hordócsiga-maró

A második lehetőség a martfogú hordócsiga-maró. Ebben az esetben a hordócsiga-maró előgyártmánya maga a hordócsiga. Ahhoz, hogy hordócsiga-marót kapjunk, a csigára csavar hornyokat kell vágjunk, melyek merőlegesek a csavarvonalra, hogy megkapjuk a maró fogait. Ezekután meghatározhatjuk a kívánt homlokszöveget, majd egy elikoid felület menti hátramunkálással a hátszöveget is megkapjuk.

Az 5.17. ábrán a legyártott csigamaró látható a csigakerék megmunkálása után.

5.5. A SZERSZÁM KIVÁLASZTÁS ELVE

Az előző alfejezetek a belső csigás hajtás elemeinek gyártástechnológiájával, valamint a szükséges különleges készülékek bemutatásával foglalkoztak. Ugyanakkor szó esett arról is, hogy mind a hordócsigát, mind pedig a belső fogazatú csigakereket két lépésben tudjuk megmunkálni [9], [83]:

- egy nagyolás, amikor a „sok-késes” készülék összes kését használjuk, de ezzel nem tudunk túl nagy pontosságot elérni
- egy finommegmunkálás, egyetlen kés felhasználásával ami mindkét fogprofil munkálja meg, vagy két 180 fokos elfordítással nagyon pontosan beállított késsel, melyek egy – egy fogprofil munkálnak meg, ezzel nagy pontosságot biztosítva.

A két késsel történő finommegmunkálás pontosabb mivel csak egy – egy fogprofil munkálnak meg, könnyebb beállítani és újraélezni őket. Az egy késsel való megmunkálás hátránya, hogy sokkal gyorsabban kopik nehezebb újraélezni, így az elérhető pontosság is kisebb.

A fentebbiekből ráláthattunk arra, hogy a finommegmunkálás biztosítja a profilt. Viszont a „sok-késes” készülék köszörülése a pontossággal együtt a készülék árát is növeli.

Így jutottunk el a szerszám kiválasztásnál egy olyan kompromisszumhoz, amikor nagyolásnál az összes kést használjuk, de ezek a kések egy – egy modul intervallumra azonosak, hogy elkerüljük a modulonkénti késkészlet költségkihatását.

A finommegmunkáláshoz viszont minden egyes modulhoz kell megfelelő késeket választani, viszont mivel a finommegmunkálásnál csak egy vagy két kést használunk, így a költségek sokat csökkennek.

A módszernek a hátránya, hogy a finommegmunkálás termelékenysége elég alacsony, viszont az előnyei közé tartoznak a költség megtakarítások, valamint a nagyolási megmunkálás termelékenységének növelése. Azzal, hogy egy modul csoportra ugyanazokat a késeket használjuk nagyolásakor, csökkenthetjük a fellépő beállítási hibákat. Tehát lényegében a finommegmunkálás termelékenységének csökkentésével több előnyt biztosítunk, beleértve a pontosság növelését is.

6. KÖVETKEZTETÉSEK. TÉZISEK. KUTATÁSI IRÁNYOK.

6.1. KÖVETKEZTETÉSEK.

A belső csigás hajtások speciális csigahajtások, melyek elemei egy hordó alakú csiga és egy belső fogazatú csigakerék. A kutatások először a belső fogazatok megmunkálására használható hordócsigamaró megvalósítására irányultak, de a felmerülő geometriai és kinematikai problémák miatt egyelőre félbemaradtak.

A csigahajtásoknál, mivel a csigakereket egy a csiga geometriájától csak a láb és az oldalhézagban különböző szerszámmal munkáljuk meg, így az előzőknél felmerült nehézségek nem jelentenek megoldhatatlan akadályt.

A disszertáció általánosan bemutatja a belső csigás hajtásokat, beleértve a különböző konstrukciós megoldásokat, a hajtás általános matematikai modellezését, a kapcsolási felületeket és a kapcsolási mező változását a csiga és a csigakerék tengelye közötti szög változásának függvényében a nem korrigált csiga esetén. Ugyanakkor foglalkozik a csigahajtás elemeinek gyártástechnológiájával, a megmunkáláshoz szükséges különleges készülékekkel, a csigakereket megmunkáló hordócsiga-maró gyártásának lehetőségeivel, s végül egy szerszám kiválasztási elvvel ami elősegíti a hajtás elemeinek legyártását.

Mivel a belső csigás hajtások új és különleges csigahajtások, először be kellett helyezni a csigahajtások közé, ezért szükségessé vált egy új osztályozási rendszer felépítése.

Ami a konstrukciós megoldásokat illeti, itt kiemelhető, hogy a belső csigás hajtások esetében a hordócsiga és a belső fogazatú csigakerék tengelyei közötti szög változhat 0° és 90° között. Abban az esetben ha a tengelyek közötti szög 0° akkor párhuzamos tengelyű hajtásról beszélhetünk, amikor semmi gondot nem okoz sem a matematikai modellezés sem pedig a csiga csapágyazása. Ez a hajtás hasonlít az elikoid hajtásra, csak a két nagy menetemelkedésű hengeres fogaskereket egy csiga és egy csigakerék helyettesíti, így nagyobb áttétel mellett nagyobb nyomatékok továbbíthatók.

Úgymond, a klasszikus eset, vagyis amiből a kutatások kiindultak, a kitérő merőleges tengelyű hajtás. Amint ez a disszertáció is kimutatja ebben az esetben a legjobbak a kapcsolódási feltételek. Ez a hajtás nevezhető egy konvex globoidhajtásnak is, nemcsak a felépítése, hanem a kapcsolódási viszonyai valamint a megmunkálási

módszere miatt is. Ezen hajtás nagy hátránya, hogy csak nagyon nagy csigakerekek esetén valósítható meg, mivel más esetben a csiga csapágyazása gondot okozhat.

Itt jutunk el a disszertáció egyik alapvető kiindulási pontjához: hogyan lehetséges csökkenteni a hajtás méreteit úgy, hogy ne változzanak túlságosan a kapcsolási viszonyok?

A disszertáció bemutatja, hogy abban az esetben is ha a tengelyek kitérő nem – merőlegesek, akkor is az érintkezés megvalósítható, sőt a (-20, +20) intervallumban nem is változnak túlságosan a kitérő merőleges tengelyekhez viszonyítva. Igaz, abban az esetben ha a tengelyek nem kitérő merőlegesek, akkor a hajtás méretei csökkenthetők, az ellipszoid csiga csapágyazása már nem okoz gondot, viszont úgy a matematikai modellezés mint a gyártással felmerülő kérdések is nagyon bonyolultak.

A disszertációban meg lett határozva a belső csigás hajtások kapcsolódási egyenlete, mely segítségével meghatározhatók a kapcsolási felületek, illetve a kapcsolási mező.

A dolgozat foglalkozik a hordócsigának a csigakerék osztóhengerét megtestesítő hengerrel való metszésével. Abban az esetben ha ezeknek a hengereknek a sugarai a csiga lábkörsugarától a fejkörsugaráig változnak, megközelítéssel meghatározható a belső fogazatú csigakerék. Az eredmény ellenőrizhető a kapcsolódási egyenletből kapott csigakerékkel is. Ugyanakkor bemutatja a tengelyek közötti szög befolyását a kapcsolási felületek változására.

A disszertáció utolsó része a belső csigás hajtás elemeinek gyártástechnológiájával foglalkozik. Bemutatja az eddig használt megmunkálási módszert, javasolva néhány változtatást a már meglévő különleges készülékeken és jövőbeli kutatási témaként megemlíti újabb megmunkálási lehetőségeket, melyek könnyíthetik a gyártást, ugyanakkor csökkentve a szükséges különleges készülékek méreteit.

Végül ami a szerszám kiválasztási elvet illeti, a már meglévő készülékek egyik legnagyobb hátránya, hogy a csigakerék fogszámával egyenlő számú késsel dolgozik és ugyanakkor minden modulra más méretű késeket kellene használni. Ezért bevezethető, hogy csak nagyoláznál használjuk az összes kést egy modul intervallum számára. A finommegmunkálásnál, ami megadja a végső fogalakot, beleértve a modult is, csak egy kést használunk amely a csiga mindkét fogprofilját, vagy két kést amely egy – egy fogprofil munkál meg. Ez esetben viszont minden egyes modulra kell külön szerszámot készítsünk. Ezzel a módszerrel csökkenthető a felhasznált anyagmennyiség, kiiktathatók a folytonos beállítási hibák és csökkenthetők a költségek. Ezek olyan előnyök melyek a mai gazdasági kérdések mellett fedezik a finommegmunkálás termelékenységének csökkenését.

6.2. TÉZISEK.

1. Meghatároztam a belső csigás hajtások általános helyzetű matematikai modellezését, vagyis amikor a hordócsiga és a belső fogazatú csigakerék tengelye közötti szög 0° és 90° közötti értékű. Ugyanakkor bemutattam két sajátos eset modellezését is, párhuzamos és kitérő merőleges tengelyek esetére.
2. Meghatároztam a belső csigás hajtások kapcsolódási egyenletét, ebből meghatározva, hogy a belső csigás hajtásoknál is két kapcsolódási felület van, hasonlóan a globoid csigahajtásokhoz. Az egyik a csigakerék tengelyével esik egybe, a második pedig megközelítőleg a csiga tengelyével. Ugyanolyan pörgetés mellett a globoid hajtások esetén a belépési részen van kettős kapcsolási felület, körülbelül a csiga legkisebb átmérőjéig, a belső csigás hajtásoknál pedig a legnagyobb átmérőtől a kilépés felé
3. Vizsgáltam a csiga és a csigakerék tengelyei közötti szög befolyását a kapcsolásra. Összehasonlítva a kapcsolást a kitérő merőleges tengelyek esetével, meghatároztam, hogy, ha $(-20, +20)$ fokos kitérést alkalmazunk, azzal az érintkezés jó marad, viszont már nem okoz gondot a csiga csapágyazása, ugyanakkor csökkenthető a hajtás mérete.
4. Módosítottam a megmunkáláshoz szükséges különleges készülékeket, ezzel növelve ezek megmunkálási pontosságát.
5. Bemutattam egy szerszám kiválasztási elvet, ezzel a csiga megmunkálásakor szétválasztottam a nagyolást a finom megmunkálástól, növelve a megmunkálási pontosságot, csökkentve a gyártási költségeket, mindemellett aránylag megtartva a megmunkálás termelékenységét.

6.3. KUTATÁSI IRÁNYOK

A lehetséges jövőbeli kutatások a következők:

1. A kapcsolat további tanulmányozása a kapcsolódási egyenlet felhasználásával és a tengelyszög változtatásakor a hordkép lokalizációja nem módosított csigáknál. A tengelyszög befolyásának vizsgálata a csiga hosszára, illetve a kapcsolódó fogszáma.
2. A hordkép lokalizáció módosított csigák esetében, ugyanakkor tovább tanulmányozható a többi alpméret befolyása a kapcsolódásra: áttétel, modul, átmérőhányados, stb. Az alámetszés kérdésének vizsgálata.
3. Újabb különleges készülékek tanulmányozása, melyekkel növelhető a megmunkálási pontosság valamint javítható a kapcsolódás.
4. A hordócsigamaró megmunkálása és a megmunkálás pontosságának tanulmányozása (nagyobb gondokat okoz a hátramunkálás).
5. A tribológiai tényezők befolyásának tanulmányozása a hajtás minőségére, a kapcsolódó fogfelületek közötti távolság tanulmányozása, valamint a megfelelő kenési módszerek meghatározása. Kiindulva abból, hogy ezek a hajtások nagy erőátvitelre használhatók a kenőfilm vastagságát kell biztosítsuk, tehát szükséges megtalálni a megfelelő kenőanyagokat. A terhelhetőség vizsgálata a szilárdsági számítások alapján.

IRODALOM JEGYZÉK

1. **Bercsey, T.** - *Globoid csiga és sík fogfelületű hiperbolikus kerék kapcsolási viszonyainak vizsgálata*, Egyetemi doktori értekezés, Budapest, 1971.
2. **Bercsey, T.** – *Toroid hajtások elmélete*. Kandidátusi értekezés, Budapest, 1977.
3. **Bercsey T.** – *Csigahajtópárok kapcsolódási viszonyainak számítógépes szimulációja és optimalása*. MicroCAD'90, Miskolc, 1990.
4. **Bilz, R.** – *Entwicklungsstand der Zylinder und Globoidschneckengetriebe*. International Konferenz, Infert 1978, Dresden.
5. **Bocian, J.** – *Studiul geometric al angrenajelor globoidale în vederea măsuririi capacității portante a acestora*. Teza de doctorat, Institutul Politehnic Cluj – Napoca, 1976.
6. **Bocian, J.** – *Szimplán burkoló köszörülhető globoid csigahajtások kapcsolat – határtényezőinek vizsgálata*. GTE 4. Fogaskerék Konferencia, Budapest, 1974.
7. **Chișiu, Al., ș.a.** - *Organe de mașini*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1981.
8. **Cioban, H., Páy, G.** - *Simularea pe calculator a angrenajelor melcate interioare* (Computer Simulation of the Internal Worm Gearings), Simpozionul Național “PRASIC 94” Brașov, România, 7-9 dec. 1994.
9. **Cioban, H.** – *Contribuții la studierea angrenajului melc butoi – roată melcată cu dantură interioară și a unor factori tribologici asupra comportării acestuia*. Teza de Doctorat, Cluj – Napoca, 1999, Coordonator Prof. univ. dr. ing. Pay Eugen.
10. **Cioban, H., Páy, G.** – *Determinarea suprafeței flancului roții melcate cu dantură interioară prin metoda suprafețelor cilindrice*, (The Determination of Internal Teeth Worm Wheels Flanks Surface with the Cylindrical Surfaces Method) International Multidisciplinary Conference, 3rd Edition, Baia Mare, 21 – 22 may, 1999, pp. 52 – 55.
11. **Cioban, H., Páy, G.** – *Realizarea practică a frezei melc – butoi și a prototipului angrenajului cu melc interior*, (Manufacturing of Helical Worm Hob and the Prototype of the Internal Worm Gear Pair) International Multidisciplinary Conference, 3rd Edition, Baia Mare, 21 – 22 may, 1999, pp. 56 – 59.
12. **Cotețiu, R.** – *Cercetări și soluție constructivă pentru îmbunătățirea comportării tribologice și creșterii randamentului la angrenajele melcate necilindrice*. Teza de doctorat. Universitatea Tehnică Cluj – Napoca, 1998. Coordonator: Prof. univ. dr. ing. Pay Eugen.
13. **Cotetiu, R., Cioban, H., Páy, G.** - *Modelarea matematică și reprezentarea generării elicei melcilor globoidali cu profil circular utilizând sisteme CAD*, (The Mathematical Modeling and the Representation of the Generation of Globoidal Worm Gearing with Circular profile Using the CAD Systems), Întâlnirea Internațională a Specialistilor din Regiunea Carpatică în domeniul Rotilor Dintate, Baia Mare, 7-9 nov.1996, pp.169 – 174.
14. **Crețu, A.** - *Rezistența materialelor*, Atelierul de Multiplicare al Universității Tehnice din Cluj-Napoca, 1993.
15. **Crăciun, I., ș.a.** – *Curs de algebră liniară, geometrie analitică și diferențială și programare*. Universitatea Tehnică “Gh. Asachi” Iași, 1984.
16. **Czihos, H.** – *Tribology*. Elsevier Sc. Publishing Company, Amsterdam, 1978.
17. **Drahos, I.** – *A kinematikai gyártásgeometria alapjai*. Doktori értekezés. Miskolc. 1987.

18. **Drahos, I.** – *Az evolvensfogazaton alapuló hengeres és globoid csigahajtópárok fejlődéséről.* Műszaki Tudomány 49, pp. 419 – 426, Budapest, 1975.
19. **Drahos, I.** – *Kinematik der aus der abwickelbaren Schraubenfläche entwickelten Globoidschneckengetriebe.* Congress Mondial des Engrenages. Paris, 22 – 24 Juin 1977, Vol. I., pp. 357 – 369.
20. **Drobni, J.** – *Korszerű csigahajtóművek gyártási problémái.* Referátum a Gépszerkezettani Akadémiai Bizottság 1974 május 27-i ülésére. Miskolc, 1974.
21. **Drobni, J., Zagrebelnij, V.N., Siposs, I., Páv, G.** – *Compensating Profile Deformations During Relief Grinding of Flying Cutters,* The International Meeting of the Carpathian Region Specialists in the Field of Gears, 2nd Edition, Baia Mare, 30-31. oct. 1998, pp. 71-75.
22. **Drobni J., Siposs I., Páv G.** – *Undergrinding the Flying Cutter of Worm Gears Ground by Toroidal Wheel,* The International Meeting of the Carpathian Region Specialists in the Field of Gears, 3rd Edition, Baia Mare, 21 – 22 April, 2000. pp. 134 –141.
23. **Drobni, J.** – *Korszerű csigahajtások,* Miskolc, 2001.
24. **Dudás, I.** – *Ívelt profilú csigahajtások szerszámozásának és gyártásának fejlesztése.* Kandidátusi értekezés. Miskolc, 1980.
25. **Dudás, I.** – *Csavarfelületek gyártásának elmélete.* Doktori értekezés, Miskolc, 1990.
26. **Dudás, I.** – *The Theory and Practice of Worm Gear Drives,* Penton Press, London, 2000
27. **Dudás, L.** – *A new grinding machine construction for theoretically exact grinding of spiroid and globoid worms,* 3rd Mechatronic Design and Modelling Conference, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 1998.
28. **Erney, Gy.** – *Az egyenes alkotójú csigahajtások geometriájának hazai kutatási eredményei.* MTA Műszaki Tudományok Osztályának Közleményei 41 (1968), pp. 123 – 143.
29. **Fedorciuc – Oniș, C.** – *Study on the Contact of Mating Surfaces of the Cone Hourglass Worm Gear.* Gép 11/1999, pp. 16 – 19.
30. **Gyenge, Cs.** – *Contribuții asupra îmbunătățirii preciziei frezelor melc pentru executarea angrenajului melcat duplex.* Teză de doctorat. Institutul Politehnic Cluj – Napoca, 1979.
31. **Haener, C., Sudrijan, M.** – *Avantaje tehnologice și constructive obținute la prelucrarea roților melcate cu freză melc având diametrul de referință mărit.* Construcția de Mașini 25 (1973), nr. 2.
32. **Haener, C., Szappanyos, M., Sudrijan, M.** – *Îmbunătățirea transmisiilor cu roți dințate conice, din lanțurile cinematice ale mașinilor – unelte, prin aplicarea sistemului de dantură Palloid.* Uzina Mecanică Cugir. Comunicare la Sesiunea Științifică de la Uzina de Strunguri Arad, 1970.
33. **Handra – Luca, V., ș.a.** – *Cercetări privind calculul numeric, modelarea pe calculator și tehnologia de execuție a angrenajelor speciale.* Contract cu Ministerul Cercetării și Tehnologiei, 1998.
34. **Hegyháti, J.** – *Untersuchungen zur Anwendung von Spiroidgetrieben.* Dissertation. TU Dresden, 1988.
35. **Hu, L., Wang, X.** – *The Mesh Principle of the Toroidal Double Envelope Worm Gear Pair and Evaluation of its Performance.* International Conference on Gearing, Zhengzhou, 1988.
36. **Jing, W., Yuanchao, D., Guanghui, Z.** – *Study on the Load Distribution and the Tooth Load Sharing of the Rolling Cone Enveloping Hourglass Worm Gearing.* International Conference on Mechanical Transmission of Motion, Hiroshima, Proceedings, 1997.
37. **Johnson, K.L.** – *Contact Mechanics.* Cambridge University Press, Cambridge, 1985.

38. **Karsai, G.** – *A fogaskerék kapcsolódás alapegyenlete és algebrai megoldása térben*, Gép, XLVI. Évfolyam, 1994, pp. 32-36.
39. **Karsai, G.** – *A felületkapcsolódás alapegyenlet és megoldása*, Géptervezők és Termékfejlesztők X. Országos Szemináriuma, 1995, pp. 85- 89.
40. **Karsai, G.** – *A felületkapcsolódás “Első törvénye”*, Gép, XLVII évfolyam, 1995, pp.26-29.
41. **Kojevnikov, S.N., Esipenco, IA.I., Raskin, M.** - *Mechanizmi*, Spravocinoe pasobie, Moskva, Masinostroenie, 1976.
42. **Lévai, I.** – *Fogazatok kapcsolódásának kinematikai elmélete és alkalmazása a hipoid – hajtások tervezésére*. Doktori értekezés, Miskolc, 1990.
43. **Lévai, I.** – *Az aktív fogfelület határa térbeli kapcsolódásoknál*. Előadás az MTA Gépszerkezettani Bizottság 101 nyilvános előadói ülésén. Budapest, 1992 május 11.
44. **Litvin, F.L.** - *Theory of Gearing*, U.S. Government Printing Office, Washington D.C., 1989.
45. **Lobonțiu, M., Pay, E., Moldovan, Al.** – *Reductoare cu bolțuri. Considerente cinematice și de randament*. (Hozzászólások a csapos hajtóművek kinematikája és hatásfokához) În: *Lucrările celui de-al VII-lea Simpozion Național de Roboți Industriali și Mecanisme Spațiale – MERO 87*, vol. IV, București, octombrie, 1987, pp. 253 – 262.
46. **Lobonțiu, M.** – *Tribosistemul sculă melc abraziv – roată dințată cilindrică*. Editura Universității de Nord, Baia Mare, 1999.
47. **Lobonțiu, M., Páy, G.** – *The Wear Criterion in the Abrasive Worm – Tool Cylindrical Gear Tribosystem*, Gép, L. Évfolyam, 11 / 1999, pp. 79-83.
48. **Magyar, J.** – *Csavarfelületű elemek kapcsolódása*. Kandidátusi értekezés. Budapest, 1958.
49. **Maros, D., Killmann, V., Rohonyi, V.** - *Csigahajtások*, Műszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.
50. **Merrit, H.E.** – *Worm Gear Performance*. Proceeding Institut Mechanical Engineering, 129, 1935.
51. **Miloiu, Gh., Dudiță, F., Diaconescu, D.N.** - *Transmisii mecanice moderne*, Editura Tehnică, București, 1980.
52. **Minciu, C.** - *Precizia si controlul angrenajelor*, Editura Tehnică, București, 1984.
53. **Nguyen, D.V.** – *Globoid csiga – ferdefogú hengeres fogaskerék kapcsolódási viszonyai*. Előadás a GTE Fogaskerék Szakbizottság 1991 október 30-i ülésén, Budapest, 1991.
54. **Nguyen, D.V.** – *Evolvens fogazatú ferdefogú hengeres kerék – globoid csiga kapcsolódási viszonyainak vizsgálata és optimalása*. Kandidátusi értekezés. Budapest, 1993.
55. **Niemann, G., Weber, C.** – *Schneckentriebe mit flüssiger Reibung*. VDI – Forschungsheft, 412, Berlin, 1942.
56. **O’Connor, I.** - *Redesigning a double-enveloping worm gear reducer*, Mechanical Engineering, no. 3/1994, pp. 80-82.
57. **Pay, E., Jankó, B.** - *Contribuții privind stabilirea geometriei frezei melc pentru generarea danturii interioare*. (A belső fogazatok megmunkálására használható csigamaró geometriája), În: *Lucrările Sesiunii Științifice “Construcția, fabricarea și încercarea automobilelor”*, Pitești, 1979, vol.I., Partea TCM, pag. 179-184.
58. **Pay, E.** - *Asupra execuției frezei elipsoidale*, (Az ellipszoid alakú csigamaró megmunkálásáról), În *Lucrările Conferinței a II-a “Creația Tehnică și Fiabilitatea în Construcția de Mașini”*, Vol. Mașini - Unelte, Scule și Dispozitive, Iași, 1980, pp. 223-227.
59. **Pay, E.** - *Reductor melcat cu melc interior*, (Belső csigás csigahajtómű) Brevet de invenție nr. 90521, 1986, București, România.

60. **Pay, E., Vijdeliuc, M., Sziklai, V.** - *Freză pentru prelucrarea melcului butoi.* (Belső csigás hajtás elemeit megmunkáló csigamaró), Brevet de invenție nr. 103382, 1987, București, România.
61. **Pay, E., Vijdeliuc, M., Sziklai, V.**- *Angrenaj melcat cu melc butoi-roată melcată cu bolțuri,* (Csapos csigakerék belső csigás hajtása), Dosar O.S.I.M. nr. 132768, 1988.
62. **Pay, E., Lobonțiu, M., Tatár, E.** – *Aspecte constructive privind reductoarele cu bolțuri.* (Csapos csigahajtások konstruktív kérdései) Sesiunea de Comunicări Științifice, I.P. Iași, 1988, pp. 362 – 365.
63. **Pay, E., Páy, G.** - *Asupra melcului butoi riglat invers globoidal,* (Egyenes alkotójú inverz globoid csiga), In: Simpozionul Național de Roboți Industriali "ROBOT'89", Vol.I., Baia Mare, 1989, pp.160-166.
64. **Pay, E., Lobonțiu, M.**- *Angrenaje interioare cu bolțuri. Câteva considerații despre randament.* (Csapos belső csigás hajtások. A hajtás hatásfoka.), În: "Tribotehnica'90", vol.III, Cluj-Napoca, 1990, pp.167-171.
65. **Pay, E., Lobonțiu, M., Cioban, H., Sziklai, V., Remeșan, V., Páy, G.** - *Contribuții la realizarea melcului butoi,* (A hordócsiga gyártásáról), In: A VIII-a Conferință de Mașini - Unelte, București, 1991, 15 noiembrie, pp. 445-450.
66. **Pay, E., Cioban, H., Lobonțiu, M., Páy, G.** - *Câteva considerații asupra angrenajelor melcate elipsoidale,* (Hozzászólások a belső csigás hajtásokhoz), In: Sesiunea de Comunicări Științifice "Conceptie, Tehnologie și Management în Construcția de Mașini", Iași, 1992, pp. 123-130.
67. **Pay, E., Cioban, H., Lobonțiu, M., Páy, G.** - *A hordócsiga csigakerék megmunkálása klasszikus szerszámgépeken,* XII-ik Szerszámgép Konferencia, Budapest, Hungary, 1992 oct.15-16.
68. **Pay, E., Lobonțiu, M., Páy, G.** – *Improving the Worm Abrasive Tool Lifetime,* XII-ik Szerszámgép Konferencia, Budapest, Hungary, 1992. oct. 15-16., In: Gépgyártástechnológia 12 /1992, pp. 537 – 541.
69. **Pay, E., Páy, G., Lobonțiu, M., Cioban, H.** - *Contribuții privind modelarea matematică a angrenajelor melcate interioare,* (A belső csigás hajtások általános matematikai modelje), In: Sesiunea Științifică Jubiliară Universitatea Pitești, noiembrie 1992, In: Buletinul Științific al Universității din pitești, Vol. Organe de mașini. Mecanisme, pp. 20 – 25.
70. **Pay, E., Lobonțiu, M., Cioban, H., Páy, G.** - *About the Internal Worm Gear Technology.* Proceedings of MicroCAD'93 Conference Miskolc, Hungary, 1993 March., Section L: Design of Machines and Mechanisms/B, pp.9 – 14
71. **Pay, E., Páy, G., Lobonțiu, M., Cioban, H.** - *Tanulmány a belső csiga áttételekről,* Géptervezők IX. Országos Szeminárium, Miskolc, Hungary, 1993 szept.30-okt.1, Vol.I. pp. 154 – 163.
72. **Pay, E., Cioban, H., Lobonțiu, M., Páy, G.** - *Asupra tehnologiei de execuție a melcului butoi,* (A belső csigás hajtások megmunkálási technológiája), Buletin Științific al Universității Baia Mare, 1993, Seria C, Vol. VII, Fascicola Organe de mașini, Tribologie, Construcții de mașini, pp. 60 - 65
73. **Pay, E., Cioban, H., Páy, G.** - *Hozzászólások a belső csiga áttételek számítógépen való szimulációjához a CAD használatával.* MicroCAD System'94, Miskolc, March 1994, Section K2, Machine and Structure Design, pp. 32 - 36.
74. **Pay, E., Páy, G., Cioban, H.** - *Study Regarding the Internal Worm Gearings and Their Simulation Using the CAD System.* (Tanulmány a belső csigás hajtásokról és ezek számítógépi szimulációjáról felhasználva a CAD rendszereket) - Journal of Intelligent Mechatronics, Design and Production, vol.I., no. 4/1995, september, 1995, Ankara, Turkey, pp. 204 – 211.
75. **Pay, E., Cioban, H., Páy, G.** - *Internal Worm Gearings Modelling,* (Belső csigás hajtások modellezése) Vísokie Tehnologii, INTERPARTNER 95, Harkiv, HGPU, Alushta, Ukrajna, 1995, pp. 99-105.

76. **Pay, E., Cioban, H., Páv, G.** - *The Internal Worm Gearing Modelling*, (A belső csigás hajtások számítógépi modellezése), 2nd International Workshop of Mechatronic Design and Modelling, Middle East Technical University, Ankara, Turkey, 1995 nov. 13-17, pp.231-240.
77. **Pay, E., Lobontiu, M., Páv, G.** - *Technological Experiments on the Grinding Process of Toothed Gear*, Manufacturing Engineering: 2000 and Beyond, IMEC 96, Connecticut, U. S. A., Aug. 1996, pp. 189-191.
78. **Pay, E., Siposs, I., Páv, G.** - *Belső csigás hajtások matematikai modellezése*, A XIV Országos Géptervezők és Termékfejlesztők Szemináriuma, Miskolc, Hungary, 15.Dec.1998, Gép, IL. Évfolyam, 11 / 1998 , pp. 52-55.
79. **Pay, E., Páv, G., Năsu V.** - *Experimental Contributions Regarding the Measuring of Motoreducers*, In: International Regional Workshop Science, Technology, Development, Uzhgorod, 1998, pp. 74 – 75.
80. **Pay, E., Páv, G.** - *Angrenaje melcate cu melc interior*, (Belső csigás hajtások), Sesiunea Științifică Jubiliară a Universității din Târgu Mureș, octombrie 2000, pp.
81. **Pálffy, K.** - *Contribuții la generarea danturii interioare prin metoda decojirii cu rulare continuă*, Rezumatul tezei de doctorat, I.P. Cluj-Napoca, 1978.
82. **Pálffy, K., s.a.** - *Fogazott alkatrészek tervezése, szerszámai és gyártása*. Glória Kiadó Kolozsvár, 1999.
83. **Páv, G.** - *Studiul, proiectarea și tehnologia de execuție a melcului butoi pentru angrenaje melcate interioare*, (A belső csigás hajtásoknál használt hordócsiga tanulmányozása, tervezése és gyártástechnológiája), Proiect de Diplomă, (Államvizsga dolgozat), UT Cluj Napoca, 1992, Coordonator: Prof. univ. dr. ing. Gyenge Csaba.
84. **Páv, G., Cioban, H., Lobontiu, M.** - *Modelarea matematică a generării angrenajelor melcate interioare*, (A belső csigás hajtások matematikai modellezése), Conferința "MTM'92", vol. Mecanisme și Organe de Mașini, Timișoara, octombrie 1992, lucr. 29.
85. **Páv, G.** - *A belsőcsigahajtások általános matematikai modellezése*, International Computer Science Conference MicroCAD 96, University of Miskolc, 1996.
86. **Páv, G., Cioban, H., Cotetiu, R.** - *Study and research regarding the internal worm gear pairs*, International Multidisciplinary Conference, Fascicle: Mechanics, Tribology, Machine Building Tehnology, Baia Mare, 1997, pp. 119-126
87. **Páv, G., Ungureanu, N., Cotețiu, R.** - *A belsőcsigás hajtások kapcsolási mezejének meghatározásához szükséges matematikai modellezés*. Kutatási és Fejlesztési Tanácskozás MTA Agrár Bizottság Ülése, Gödöllő, Hungary, 17 – 18 ian. 2000., paper no. 51.
88. **Páv, G., Cotețiu, R., Könyves, Z.** - *A belső csigás hajtások elemeinek megmunkálása klasszikus szerszámgépeken*, MicroCAD 2000, International Computer Science Conference, Miskolc, Section K, pp.
89. **Páv, G.** - *Determinarea câmpului de angrenare la angrenajele melcate interioare prin metoda intersecției cu cilindrul*, (A belső csigás hajtások kapcsolási mezejének meghatározása a hengerekkel való metszések módszerével), The International Meeting of the Carpathian Region Specialists in the Field of Gears, 3rd Edition, Baia Mare, 21 – 22 April, 2000.pp. 227 – 232.
90. **Páv, G., Năsu, V.** - *Internal Worm Gearing Elements Processing By Classical Machine-Tools*, Conferința Internațională de Mașini Unelte, ICMaS 2000, București, octombrie 2000, Vol.40, pp. 101 –106.
91. **Pelecudi, Chr., Maros, D., ș.a.** - *Mecanisme*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1985.
92. **Popinceanu, N., ș.a.** - *Probleme fundamentale ale contactului cu rostogolire*. Editura Tehnică, București, 1985.
93. **Pozdărcă, Al.** - *Contribuții la generarea și prelucrarea suprafețelor complexe pe mașini-unelte cu comandă numerică*, Referat nr 1. de doctorat, Târgu Mureș, 1993, Coordonator: Prof. univ. dr. doc. ing. Dezideriu Maros.

94. **Remeșan, V.** - *Proiectarea tehnologiei de execuție a melcului butoi, utilizat în organele de transmisie ale utilajelor miniere - IMMUM*, Lucrare de diplomă, Institutul de Învățământ Superior Baia Mare, 1989, Coordonator: Prof. univ. dr. ing. Pay Eugen.
95. **Sauer, L., ș.a.** - *Angrenaje*, Vol.I-II., Editura Tehnică, București, 1970.
96. **Seifert, M.** - *Wälzfräsen innenverzahnter Stirnräder - eine neue technologische Lösung im Großgetriebbau*. Fertigungstechnik und Betrieb, no.12/1980, pp. 738-741
97. **Shigley, J.E., Mische, C.R.** - *Mechanical Engineering Design*, 5th Edition, McGraw – Hill, New York, 1989.
98. **Simon, V.** - *Double Enveloping Worm Gear Drive with Smooth Gear Tooth Surface*. International Conference on Gearing, Zhengzhou 1988, Proceedings, pp. 191 – 194.
99. **Simon, V.** - *A New Worm Gear Manufacturing with Circular Arc Profile*. Mechanism and Machine Theory, vol. 29, 1994.
100. **Simon, V.** - *Egy új típusú globoid hajtás jellemzői*. Magyar Tudományos Akadémia, Budapest, 1996.
101. **Siposs I.** - *Globoid hajtások lefejtés nélkül készített csigakerékkel*, Kandidátusi értekezés, Miskolc, 1990.
102. **Siposs I.** - *A csigahajtások kutatásának és gyártásának helyzete napjainkban*, A MTA Gépszerkezettani Bizottsága 110 ülésén elhangzott előadás, Budapest, 1994 február 9.
103. **Siposs, I., Páv, G.** - *Belső csigás hajtások elemeinek gyártástechnológiája és szerszámai*. XIII-ik Szerszámgép Konferencia, Miskolc, 26-28 oct. 1998, Gépgyártástechnológia XXXVIII Évfolyam 11/ 1998, pp. 15 – 20.
104. **Sudrijan, M.** - *Contribuții asupra îmbunătățirii geometriei frezei melc conice pentru prelucrarea danturii Palloid*. Teză de doctorat. Institutul Politehnic Cluj – Napoca, 1983.
105. **Tajnafoi, J.** - Mechanizmusok származtatás elméletének alapjai és hatása a kreatív gondolkozásra. Doktori értekezés. Miskolc, 1991.
106. **Tamura, H., Sakai, T.** - *A 25 Point Contact Hourglass Worm Gearing with Little Relative Curvature*. International Symposium on Gearing & Power transmissions, Tokio, 1981.
107. **Tudor, A.** - *Contactul real al suprafețelor de frezare*. Editura Academiei Române, București, 1990.
108. **Ueno, T., Terashima, K., Sakamoto, M.** - *Study on Hobs for Cutting Internal Gears* . In: Publication ASME, New York, 1972, pp.
109. **Ueno, T., Terashima, K., Sakamoto, M.** - *Studies on the Internal Gear Hobs - Hobs Working Like the Broach and Their Cutting Test*. Bulletin of the JSME, vol. 18., No.115/1975, pp.73-80.
110. **Weigant, F.** - *Verfahren zur Herstellung von Innenverzahnungen*, Antriebstechnik, no.4/1980, pp.155-158.
111. *** *Using AutoCAD for Windows*. Autodesk BV, Neuchatel, 1992.
112. *** *STAS 915/5 – 81. Angrenaje melcate. Geometrie și cinematică*.
113. *** *STAS 5013/4 – 82. Melci și roți melcate cilindrice. Indicarea elementelor danturii*.
114. *** *STAS 9641 – 83. Angrenaje melcate globoidale. Parametri principali*.
115. *** *STAS 13023 – 91. Angrenaje melcate cilindrice. Calcul geometric și cinematic*.
116. *** *STAS 13024 – 91. Angrenaje melcate cilindrice. Calcul de rezistență*.
117. <http://www.conedrive.com/>
118. <http://www.globalspec.com>
119. <http://www.khoj.com>