

BEITRAG ZUR MODELLIERUNG VON STRÖMUNGSSCHALLQUELLEN MIT AKUSTISCHEN ELEMENTARSTRAHLERN

P. Költzsch, M. Bauer, A. Witing, A. Zeibig, M. W. Kettlitz
Institut für Akustik und Sprachkommunikation, Technische Universität Dresden

Ausführliche Textfassung des Vortrages:

„Beitrag zur Modellierung von Strömungsschallquellen mit akustischen Elementarstrahlern“.
Vortrag, Deutscher Luft- und Raumfahrtkongress Dresden, 20.-23. September 2004, CD bzw.
Vortragsband Jahrbuch 2004

INHALT

- Übersicht
- Die Multipoldarstellung der Strömungsschallquellen –
Die LIGHTHILL-Analogie
- Der Hinterkantenlärm des Tragflügels
- Berechnungen zur akustischen Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms
 - Numerische Berechnungen
 - Analytische Berechnungen:
 - nach FFOWCS WILLIAMS und HALL,
 - nach TAM und YU,
 - nach HOWE
- Messung der akustischen Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms
 - Messungen im Windkanal
 - Messungen im reflexionsarmen Raum
- Vergleich zwischen den Ergebnissen der Berechnung und der Messung
- Schlussfolgerungen, Ausblick für weitere Untersuchungen

ÜBERSICHT

Auf der Grundlage der LIGHTHILLSchen Analogie können physikalische Mechanismen der Strömungsschallerzeugung durch akustische Multipole modelliert werden. Das bedeutet quellseitig, dass die akustische Quellstärke dieser Multipole prinzipiell aus den Details der Strömungsfelder folgt; und das bedeutet abstrahlseitig, dass die Eigenschaften der klassischen akustischen Multipole auf die akustischen Charakteristiken der Strömungsschallquellen, unter Berücksichtigung der Randbedingungen, übertragen werden können. Beispiele für diese Vorgehensweise sind in der strömungsakustischen Literatur der letzten Jahrzehnte zu finden, so z. B. die Quadrupolmechanismen des Strahlärms, die Dipol- und Monopolmechanismen des Rotorlärms von Propellern und

Ventilatoren sowie Elementarstrahlermodellierungen für einzelne Phänomene, wie z. B. die KÁRMÁNsche Wirbelstraße und der Verbrennungslärm. Der Strömungsschall von Flugzeugtragflügeln wird häufig bei den rechnerischen/numerischen Untersuchungen mit der Modellierung des Tragflügels durch die überströmte halbunendliche Platte und die alleinige Untersuchung des Hinterkantenlärms behandelt (Bild 1). Das Ergebnis für den nichtkompakten Fall ist die U^5 -Proportionalität der abgestrahlten Schallleistung und die Richtcharakteristik der Schallabstrahlung in Form einer Kardioide. Diese Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms ist von der HELMHOLTZ-Zahl abhängig

$$(1) \quad He = kL = 2\pi \frac{L}{\lambda},$$

also vom Verhältnis der Sehnenlänge des Tragflügels (im Modell: Plattenbreite) zur akustischen Wellenlänge. Für den o. g. nichtkompakten Fall, d. h. die halbunendliche Platte, geht die He-Zahl gegen unendlich; die Richtcharakteristik ist kardioidenförmig. Für den Fall des kompakten Schallstrahlers ist die Tragflügelbreite sehr klein gegen die Schallwellenlänge, d. h. $He \ll 1$; die Richtcharakteristik ist von der Form des klassischen Dipols (Form eines Acht). Zwischen diesen beiden Grenzfällen liegt bei der praktisch notwendigen Betrachtung eines breiten Frequenzspektrums der gesamte Bereich der Richtcharakteristiken der Schallabstrahlung.

Bei der numerischen Berechnung des Strömungsschalls ergeben sich die akustischen Richtcharakteristiken des Hinterkantenlärms als Schalldruckverteilung auf einem Kreis um die Hinterkante im Fernfeld des Strahlers. Diese Richtcharakteristiken von umströmten Platten und Profilen, die mit sehr unterschiedlichen Rechenmethoden ermittelt worden sind, zeigen bei ihrer Verifizierung relativ gute Übereinstimmungen. Auch der qualitative Vergleich in der Literatur (z. B. OBERAI, EWERT) mit analytischen Berechnungsergebnissen (von HOWE) erscheint befriedigend, obwohl der quantitative Vergleich bisher fehlt. Insbesondere werden aber in der Literatur akustische bzw. aeroakustische Messergebnisse der Richtcharakteristiken des Hinterkantenlärms vermisst.

Deshalb wird in diesem Beitrag die akustische Multipolmodellierung des Hinterkantenlärms praktisch realisiert: eine Lautsprecheranordnung an der Hinterkante einer endlichen Platte wurde als ideales Dipolmodell zur Ausmessung der Richtcharakteristik der Schallabstrahlung im reflexionsarmen Raum verwendet. Dabei kann durch Variation der Frequenz und damit der Wellenlänge (bei konstanter Sehnenlänge des Tragflügels) die He-Zahl in weiten Bereichen verändert werden. Der Vergleich mit den CAA-Ergebnissen konnte für diesen Fall auf der Basis der MACH-Zahl $M = 0$ geführt werden. Für begrenzte Winkelbereiche der Schallabstrahlung standen zur Validierung der Rechenwerte auch Messergebnisse der Richtcharakteristik vom aeroakustischen Windkanal zur Verfügung. Für sehr unterschiedliche Werte der HELMHOLTZ-Zahl stimmen

die Ergebnisse für die Richtcharakteristiken aus den verschiedenen Verfahren gut überein. Physikalisch gesehen zeigen sich für die Bereiche der HELMHOLTZ-Zahl folgende Sachverhalte: bei $He \ll 1$ erhält man den klassischen Dipol als kompakte Quelle, mit wachsender He-Zahl ergibt sich die zunehmende „Lappung“ der Richtcharakteristik als Ergebnis der Kantenstreuung und -beugung (Hinter- und Vorderkante), und drittens zeigt sich für $He \rightarrow \infty$, d. h. im extrem nichtkompakten Fall mit der halbunendlichen Platte, die kardioidförmige Richtcharakteristik.

1. DIE MULTIPOLDARSTELLUNG DER STRÖMUNGSSCHALLQUELLEN – DIE Lighthill-ANALOGIE

Die Lighthill'sche Theorie der aerodynamischen Schallerzeugung – in allgemeiner Darstellung – folgt aus den Grundgleichungen der Strömungsmechanik,

Grundgleichungen der Strömungsmechanik und Akustik

<p>Kontinuitätsgleichung</p> $\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = \dot{m}$ <p>Bewegungsgleichung</p> $\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (p \delta_{ij} - \tau_{ij})$ $\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j + p_{ij}) = \rho f_i + \dot{m} v_i$ <p><u>Rechenoperation:</u></p> $\frac{\partial}{\partial t} (\text{Kontinuitätsgleichung}) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\text{Bewegungsgleichung})$	<p>akustisch</p> $\frac{\partial \rho'}{\partial t} + \bar{\rho} \frac{\partial v'_i}{\partial x_i} = 0$ $\bar{\rho} \frac{\partial v'_i}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x_i} = 0$
---	--

und zwar der Kontinuitätsgleichung und der Bewegungsgleichung (in der REYNOLDSschen Form als Impulskontinuitätsgleichung):

$$(2) \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v_i)}{\partial x_i} = \dot{m}$$

mit: \dot{m} äußere Massenflussquelle (je Volumen)

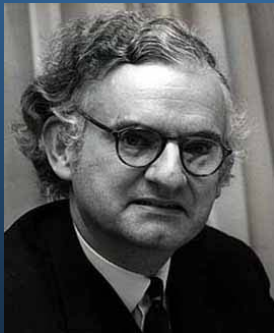
$$(3) \quad \rho \frac{\partial v_i}{\partial t} + \rho v_j \frac{\partial v_i}{\partial x_j} = \rho f_i - \frac{\partial}{\partial x_j} (p \delta_{ij} - \tau_{ij})$$

$$(4) \quad \frac{\partial}{\partial t} (\rho v_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho v_i v_j + p_{ij}) = f_i + \dot{m} v_i$$

mit: f_i äußere Kraft (je Volumen)

Inhomogene Wellengleichung der Strömungsakustik (Lighthill)

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \underbrace{q}_{\text{Quellstärke}} = \underbrace{\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}}_{\text{Monopol-Strahler}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho f_i + \dot{m} v_i)}_{\text{Dipol-Strahler}} + \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho v_i v_j + p_{ij} - c_0^2 \rho \delta_{ij})}_{\text{Quadrupol-Strahler}}$$



Michael James LIGHTHILL

23.1.1924 – 17.7.1998

(Quelle: Uni. St Andrews Scotland)

Lighthill's inhomogene Wellengleichung ergibt sich aus der Rechenoperation

$$\frac{\partial}{\partial t} (\text{Kontinuitätsgleichung}) - \frac{\partial}{\partial x_i} (\text{Impulsgleichung}),$$

wobei der Term ρv_i eliminiert wird, das ist die Massenflussdichte in der Kontinuitätsgleichung bzw. die Impulsdichte in der Bewegungsgleichung. Die inhomogene Wellengleichung lautet

$$(5) \quad \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} - c_0^2 \frac{\partial^2 \rho}{\partial x_i^2} = \frac{\partial \dot{m}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i} (f_i + \dot{m} v_i) + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho v_i v_j + p_{ij} - c_0^2 \rho \delta_{ij}) = q$$

mit den akustischen Quelltermen

$$(6) \quad q = \frac{\partial \dot{M}}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\dot{m} v_i + f_i) + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} T_{ij}$$

$$\text{mit: (7) } T_{ij} = \rho v_i v_j + p_{ij} - c_0^2 \rho \delta_{ij} \quad \text{LIGHTHILL-Tensor}$$

Diese drei Glieder des Quellterms unterscheiden sich prinzipiell voneinander:

Monopoloquelle: $\frac{\partial \dot{m}}{\partial t}$

Die zeitliche Änderung des Massenflusses (je Volumen)

ist einer Monopolquelle der klassischen Akustik äquivalent.

Dipolquelle:
$$-\frac{\partial}{\partial x_i} (f_i + \dot{m} v_i)$$

Ein Feld von Wechselkräften (je Volumen) ist einer Dipolquelle der klassischen Akustik äquivalent.

Quadrupolquelle:
$$\frac{\partial^2 T_{ij}}{\partial x_i \partial x_j}$$

Ein Feld von Wechsellspannungen und Druckschwankungen (je Volumen) ist in freien Strömungen einer Quadrupolquelle der klassischen Akustik äquivalent.

Die instationäre Strömung wird durch eine Volumen- und Oberflächenverteilung von äquivalenten akustischen Quellen ersetzt. Diese werden in ein gleichförmiges Medium eingebettet, das selbst ruht, in dem sich aber die Quellen bewegen können. Damit ist das Problem der Schallerzeugung durch Strömungen auf ein klassisches Problem der Akustik zurückgeführt; diese Vorgehensweise wird deshalb als akustische Analogie, heute meist als die Lighthillsche Analogie, bezeichnet.

Die Ableitung der inhomogenen Wellengleichung zeigt, dass das Quellglied die reale Strömung, einschließlich der Erzeugung von Schall innerhalb der Strömung und der Wechselwirkung des Schalls mit der Strömung, enthält, und zwar in der örtlichen und zeitlichen Abhängigkeit des Inhomogenitätsgliedes der Wellengleichung, also der akustischen Quellstärke.

Schalldruck am Fernfeld-Aufpunkt

$$p(x_i, t) = \int_V \frac{1}{4\pi r} \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} \right)_\tau dV - \int_S \frac{1}{4\pi r} \left(\frac{\partial (\rho v_i)}{\partial t} \right)_\tau n_i dS \quad \text{Monopolquellen}$$

$$- \frac{\partial}{\partial x_i} \int_V \frac{1}{4\pi r} (f_i + \dot{m} v_i)_\tau dV + \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{1}{4\pi r} (\rho v_i v_j + p_{ij})_\tau n_j dS \quad \text{Dipolquellen}$$

$$+ \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{1}{4\pi r} (T_{ij})_\tau dV \quad \text{Quadrupolquellen}$$

Mit Anwendung der verallgemeinerten KIRCHHOFFSchen Gleichung

$$(8) \quad p(x_i, t) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left(\frac{1}{c_0 r} \frac{\partial r}{\partial n} \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial n} p + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial n} \right)_\tau dS + \frac{1}{4\pi} \int_V \left(\frac{q}{r} \right)_\tau dV$$

ergibt sich als formale "Lösung" der inhomogenen Wellengleichung (Integraltransformation) die folgende Beziehung für den Schalldruck am Fernfeld-Aufpunkt

$$(9) \quad p(x_i, t) = \int_V \frac{1}{4\pi r} \left(\frac{\partial \dot{m}}{\partial t} \right)_\tau dV - \int_S \frac{1}{4\pi r} \left(\frac{\partial(\rho v_i)}{\partial t} \right)_\tau n_i dS$$

$$- \frac{\partial}{\partial x_i} \int_V \frac{1}{4\pi r} (f_i + \dot{m} v_i)_\tau dV + \frac{\partial}{\partial x_i} \int_S \frac{1}{4\pi r} (\rho v_i v_j + p_{ij})_\tau n_j dS$$

$$+ \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \int_V \frac{1}{4\pi r} (T_{ij})_\tau dV$$

mit: $(\dots)_\tau$ retardierte Quellstärke

$$(10) \quad \tau = t - \frac{r_i}{c_0} \text{ Zeit der Retardation}$$

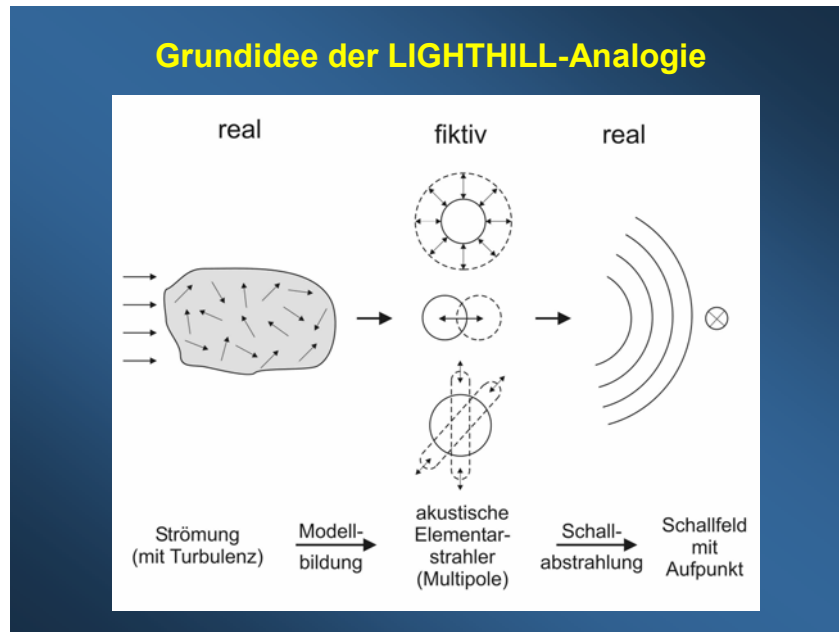
Der Schalldruck am Aufpunkt wird

- erstens durch Monopolquellen verursacht, die durch die zeitliche Änderung des äußeren Massenflusses in ein Volumen V und durch die zeitliche Änderung des Massenflusses durch eine in V eingebettete Oberfläche S bzw. durch die Normalbewegung dieser Oberfläche S gegeben sind;
- zweitens durch Dipolquellen verursacht, die durch Wechselkräfte (äußere Kräfte und Reaktionskräfte durch den Massenfluss) in einem Volumen V und durch Wechselkräfte an einer inneren Berandung S gegeben sind;
- drittens durch Quadrupolquellen verursacht, die durch Wechselspannungen und Druckschwankungen in einem Volumen V gegeben sind.

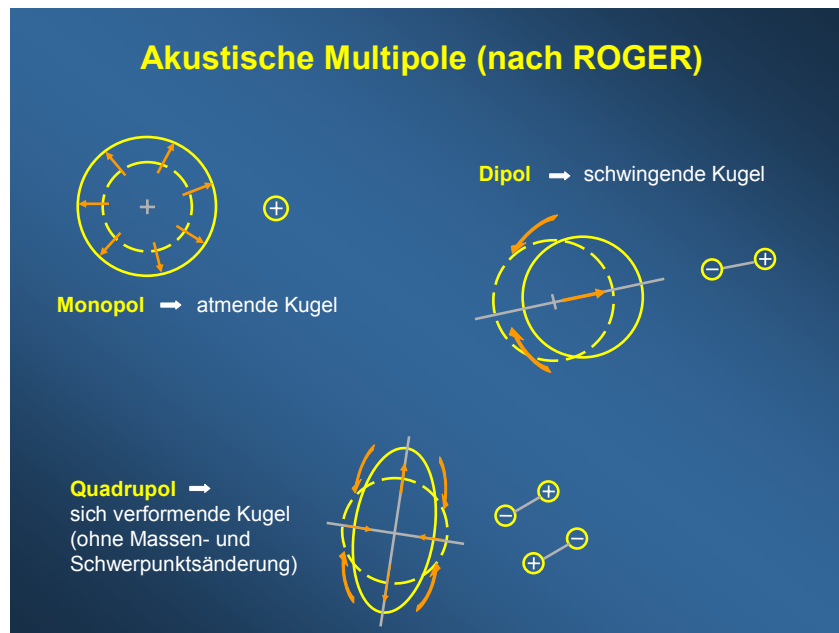
Physikalisch interpretiert stehen in der o. g. Integralbeziehung folgende grundlegende Mechanismen der Schallerzeugung:

- die äußeren Masseflussschwankungen und das äußere, ungleichförmige Kraftfeld,
- die Schwankungen im konvektiven Impulstransfer (Impulsstromdichteschwankungen),
- die Schwankungen der viskosen Spannungen, der Normalspannungen bzw. der Drücke,
- die Entropieschwankungen in der Strömung (bei Einbeziehen von Vorgängen der Verbrennung, des Wärmeübergangs, der Kondensation u. a.).

Die Grundidee der sogenannten Lighthill-Analogie lässt sich folgendermaßen erläutern:



Die Realität der Strömung wird durch eine fiktive Anordnung von akustischen Modellstrahlern abgebildet. Die berechenbare Schallabstrahlung dieser Modellquellen führt zur abgestrahlten Schallenergie ins Fernfeld. Als Vorteil dieser Modellierung ergibt sich außerdem, dass diese Elementarstrahlertypen sehr anschaulich gedeutet werden können, siehe das folgende Bild:



Weitere Beispiele für die Vorgehensweise, die Strömungs- und auch Wärmeschallquellen durch die Elementarstrahler der klassischen Akustik zu ersetzen, sind in der strömungsakustischen Literatur der letzten Jahrzehnte zu

finden, so z. B. die Dipol- und Monopolmechanismen des Rotorlärms von Propellern und Ventilatoren (JUDIN, WRIGHT, MORFEY, u. a.) sowie die Elementarstrahlermodellierung des Verbrennungslärms. Zu Letzterem sei hier als Beispiel die Formulierung von HOWE [1] angeführt:

$$(11) \quad \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - \Delta p = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\rho_0}{c_p} \frac{Ds}{Dt} \right) + \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} (\rho_0 v_i v_j) \\ + \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial}{\partial t} \left[\left(1 - \frac{\rho_0 c_0^2}{\rho c^2} \right) \frac{\partial p}{\partial t} \right] - \rho_0 \operatorname{div} \left[\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \nabla p \right]$$

mit der Integraldarstellung

$$(12) \quad p(x_i, t) = \frac{\rho_0}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial t} \int \left[\frac{q(y_i, t)}{c_p \rho T} \right]_{\tau} dV + \frac{x_i x_j}{4\pi r^3 c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int (\rho_0 v_i v_j)_{\tau} \\ + \frac{\rho_0 x_j}{4\pi r^2 c_0} \frac{\partial}{\partial t} \int \left[\left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{\rho} \right) \frac{\partial p}{\partial y_j} \right]_{\tau} dV + \\ + \frac{\rho_0}{4\pi r} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \int \left[\left(\frac{1}{\rho_0 c_0^2} - \frac{1}{\rho c^2} \right) (p - p_0) \right]_{\tau} dV$$

Die Quellglieder auf der rechten Seite dieser Gleichung bedeuten:

- | | | | |
|----------|---------------------------------|---|-----------------|
| 1. Term: | direktes Verbrennungsgeräusch | → | Monopolquelle |
| 2. Term: | Strahlärm (Lighthill) | → | Quadrupolquelle |
| 3. Term: | indirektes Verbrennungsgeräusch | → | Dipolquelle |

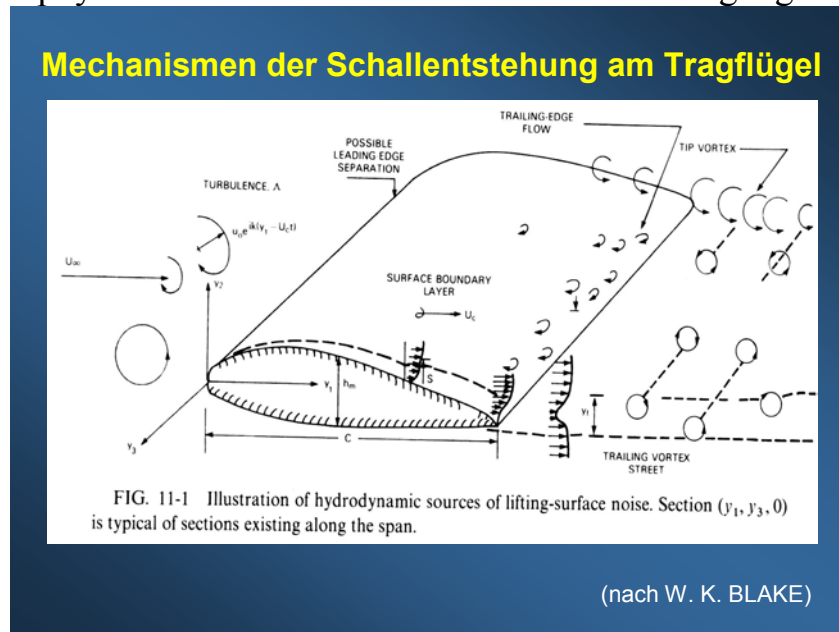
[Erläuterung: Dipolquellstärke proportional zu $\left(\frac{1}{\rho} - \frac{1}{\rho_0} \right) \nabla p$,

entspricht der Differenz der Beschleunigung eines Fluidbereiches der Dichte ρ im Verbrennungsfluid und eines Fluidbereiches mit der mittleren Umgebungsdichte ρ_0]

- | | | | |
|----------|---------------------------------|---|---------------|
| 4. Term: | indirektes Verbrennungsgeräusch | → | Monopolquelle |
|----------|---------------------------------|---|---------------|
- [Erläuterung: Monopolquellstärke entspricht der Differenz zwischen den adiabaten Kompressibilitäten $1/\rho c^2$ im heißen Quellbereich (hot spots) und im Umgebungsmedium]

2. DER HINTERKANTENLÄRM DES TRAGFLÜGELS

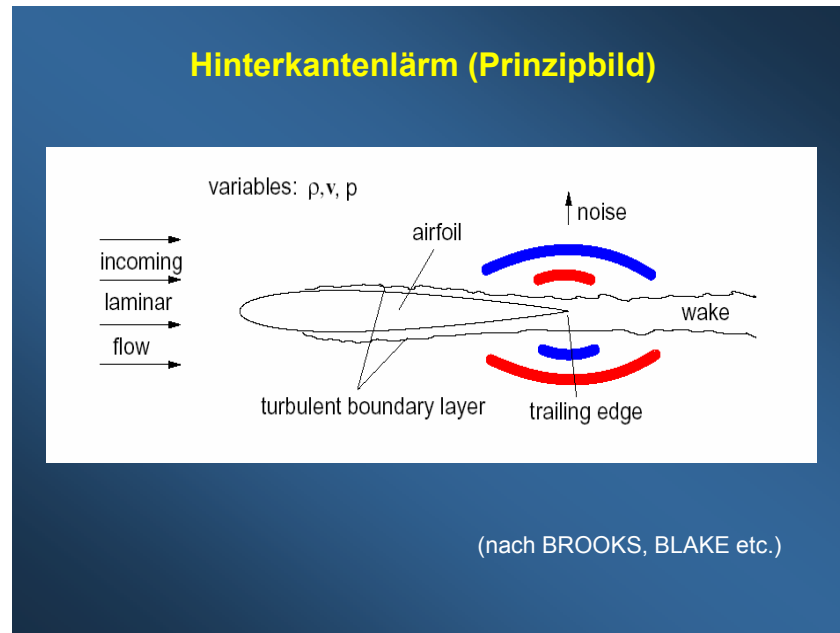
Die Schallerzeugung am umströmten Tragflügel beruht auf der Wechselwirkung zwischen der Strömung und dem Tragflügel als festes, umströmtes Hindernis. Die einzelnen physikalischen Mechanismen der Schallerzeugung sind:



- Turbulente Anströmung, Wechselwirkung mit der Vorderkante
- Turbulente Grenzschicht auf der Tragflügeloberfläche
- Wechselwirkung der Strömung mit der Hinterkante
- Turbulenter Nachlauf
- Gegebenenfalls: abgelöste Strömungsgebiete auf dem Tragflügel und deren Wechselwirkung mit der Hinterkante

Hinsichtlich der Behandlung dieser Mechanismen in der strömungsakustischen Literatur wird hier auf [1] – [4] verwiesen.

In diesem Vortrag soll ausschließlich der meist dominierende Schallerzeugungsmechanismus an der Hinterkante des Tragflügels und die durch diesen Mechanismus hervorgerufene akustische Richtcharakteristik im Blickpunkt der strömungsakustischen Untersuchungen stehen.



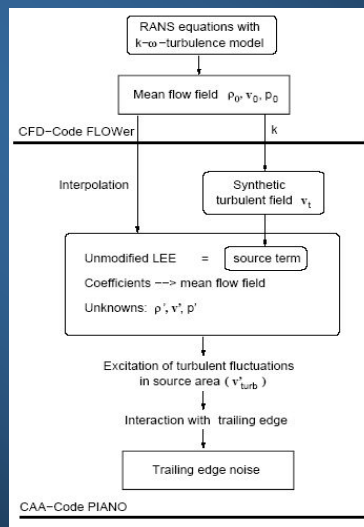
3. BERECHNUNGEN ZUR AKUSTISCHEN RICHTCHARAKTERISTIK DES HINTERKANTENLÄRMS

Unter der akustischen Richtcharakteristik einer Schallquelle ist im Allgemeinen die grafische Darstellung der richtungsabhängigen Schallabstrahlung zu verstehen; meist wird dabei der Richtungsfaktor in einem ebenen Polardiagramm dargestellt (siehe [5], [6]). Der Richtungsfaktor ist das Verhältnis des Schalldrucks in einer bestimmten Richtung zum Schalldruck in einer Bezugsrichtung, in beiden Fällen wird der Schalldruck in gleicher Entfernung, im Fernfeld der Schallquelle, d. h. in einem Abstand, der sehr groß gegenüber den Abmessungen der Schallquelle ist, ermittelt. Als Bezugsrichtung wird meist die Richtung der maximalen Schallabstrahlung verwendet. Der Richtungsfaktor, bzw. in allgemeinerer Form die Richtfunktion, ist eine komplexe Größe. Er berücksichtigt damit die Phasenunterschiede, die einerseits die einzelnen Wellenanteile aus unterschiedlichen Bereichen des Quellgebietes besitzen und die andererseits zwischen den einzelnen Abstrahlrichtungen bestehen. Für technische Anwendungen wird der Richtungsfaktor meist aus dem Quotienten der Beträge des Schalldruckes gebildet.

3.1. Numerische Berechnungen

Die Richtcharakteristik der Schallabstrahlung des Hinterkantenlärms wurde mit dem hybriden Verfahren SNGR+CAA (Stochastic Noise Generation and Radiation + Computational Aeroacoustics) berechnet.

Numerische Berechnung des Hinterkantenlärms



[nach: M. BAUER]

Bei diesem Verfahren wird in einem ersten Schritt mit den RANS-Gleichungen (Reynolds Averaged Navier-Stokes), eingeschlossen das k - ω -Turbulenzmodell, das mittlere Strömungsfeld ermittelt. Im zweiten Schritt wird eine modifizierte Form der EULER-Gleichungen mit einem Quellterm gelöst, um die akustischen Schwankungsgrößen zu erhalten. In diesem SNGR-Modell ([7] – [9]) wird der Quellterm als ein stochastisch erzeugtes, synthetisches turbulentes Geschwindigkeitsfeld generiert. In einer modifizierten Form dieses ursprünglichen SNGR-Verfahrens [10] – [12] wird nunmehr Schall nicht direkt durch diesen Quellterm erzeugt, sondern es werden diese synthetischen turbulenten Schwankungen in die linearisierten EULER-Gleichungen (LEE) eingeführt und der Schall wird indirekt durch die Wechselwirkung dieser turbulenten Schwankungen mit der Hinterkante erzeugt. Diese Berechnung des Hinterkantenlärms erfolgt mit dem CAA-Code PIANO [13].

Mit Hilfe dieses Verfahrens SNGR+CAA wurde der Richtungsfaktor der Schallabstrahlung von der Hinterkante einer umströmten Platte berechnet, und zwar für verschiedene Werte der He-Zahl kL . Auf einem Kreis mit dem Radius $r/L = 1,5$ um die Hinterkante wurde an den Positionen von 120 virtuellen Mikrofonen der Schalldruck ermittelt. Neben dem Strömungsfall mit einer MACH-Zahl $Ma = 0,11$ wurde zum Vergleich mit den reinen akustischen Messungen im schallreflexionsarmen Raum auch der Fall $Ma = 0$ betrachtet (Abschnitt 5).

Numerische Berechnungen zur akustischen Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms sind auch in der Literatur zu finden. In [14] werden Richtcharakteristiken gezeigt, die mit einem LES+AAA-Verfahren (Large Eddy Simulation + Aeroakustische Analogie) ermittelt worden sind. Die Arbeit von EWERT [4] enthält Richtcharakteristiken, berechnet mit dem LES+APE-Verfahren (Large Eddy Simulation + Acoustic Perturbation Equations).

3.2. Analytische Berechnungen

3.2.1. Theorie von FLOWCS WILLIAMS und HALL

Theorie von FLOWCS WILLIAMS und HALL zur Berechnung des Hinterkantenlärms

- halbumendliche, ebene Platte $\rightarrow kL \rightarrow \infty$
- Quelle an der Plattenhinterkante
- Fernfeld
- Richtcharakteristik: Kardioide

In [15] ist das Problem des Hinterkantenlärms mit Hilfe der Lighthillschen akustischen Analogie und der Verwendung der Greenschen Funktion für die halbumendliche ebene Platte behandelt worden. Aus einer bereits im Jahre 1915 von MacDONALD angegebenen Lösung für die Greensche Funktion wird mit den Voraussetzungen:

- Quelle sehr nahe an der Plattenkante
 - Aufpunkt in großer Entfernung von der Plattenkante
 - Platte sehr groß gegenüber der akustischen Wellenlänge, d. h. $kL \rightarrow \infty$
- die Gleichung für den Schalldruck im Fernfeld abgeleitet. Für diesen Fall $kL \rightarrow \infty$ ergibt sich für die Richtcharakteristik der Schallabstrahlung die Form einer Kardioide, d. h. $\sin\left(\frac{1}{2}\Theta\right)$.

Außerdem enthält die Gleichung für den Schalldruck den Faktor $\frac{1}{(2kr_0)^{3/2}}$

(r_0 Abstand der Schallquelle von der Hinterkante). Dieser Faktor ist für den deutlichen Anstieg des abgestrahlten Schalldrucks gegenüber dem Fall ohne Hinterkante verantwortlich. Für den Fall, dass sich die Turbulenz sehr weit entfernt von der Hinterkante befindet, ist der Einfluss der Kante auf die Schallabstrahlung vernachlässigbar. Die dafür berechneten Ergebnisse stimmen dann mit dem Fall der Schallabstrahlung des Wirbels in freier Turbulenz überein.

3.2.2. Theorie von TAM und YU

Theorie von TAM und YU zur Berechnung des Hinterkantenlärms

- Tragflügel mit endlichen Abmessungen, großer Bereich von kL (He-Zahl)
- Dipol an der Plattenhinterkante, kompakte Quelle
- Fernfeld
- Berücksichtigung des Einflusses der Vorderkantenbeugung und -streuung
- Richtcharakteristik:
 - kleine He-Zahlen: Dipolcharakteristik
 - große He-Zahlen: zahlreiche Keulen

In [16] wurde der Tragflügel (Modell: Platte) mit endlichen Abmessungen, also keine Modellierung durch eine halbumendliche Platte wie bei Ffowcs Williams and Hall, behandelt. Vorausgesetzt wurde eine punktförmige Schallquelle mit Dipolcharakter. Dieser Dipol wurde unmittelbar stromab hinter der Plattenhinterkante angeordnet, d. h. der schallproduzierende Bereich ist sehr klein gegenüber der Schallwellenlänge (kompakte Quelle).

Die Berechnung der Richtcharakteristik der Schallabstrahlung erfolgte unter Berücksichtigung des Einflusses der Vorderkantenbeugung auf die Richtcharakteristik des Hinterkantengeräuschs. Mit Einführung eines elliptischen Zylinderkoordinatensystems, der Lösung der homogenen Gleichung in Gliedern von periodischen und radialen Mathieu-Funktionen sowie der Verwendung sphärischer Polarkoordinaten für die Berechnung der Richtcharakteristik wurden von TAM/YU Ergebnisse für den He-Zahl-Bereich $kL = 0,6 - 40$ ermittelt; für drei Werte der He-Zahl sind die Richtcharakteristiken in [16] dargestellt, und zwar für $kL = 0,6/10/20$.

Die Rechenergebnisse liefern folgende Aussagen:

- Für kleine $He = kL$, d. h. $L \ll \lambda$, ist die Richtcharakteristik identisch mit der des frei schwingenden Dipols.
- Mit wachsender He-Zahl weicht die Richtcharakteristik fortschreitend von der des Dipols ab. Bei $kL = 10$ und 20 (entsprechend $L/\lambda \approx 1,7 \dots 3$), zeigt die Richtcharakteristik zahlreiche Keulen der Schallabstrahlung, wobei die ausgeprägtesten Maxima im Winkelbereich des \ominus -Quadranten zwischen 90° und 180° liegen.
- Die Verzipflungen in der Richtcharakteristik wachsen mit der He-Zahl kL an.

3.2.3. Theorie von HOWE

Die ausgeprägteste Theorie zur Berechnung des Hinterkantenlärms für beliebige Werte der He-Zahl kL , d. h. also für beliebige Frequenzen und endliche Abmessungen der Tragflügelsehne, wurde von HOWE in [17] vorgelegt.

Theorie von HOWE
zur Berechnung des Hinterkantenlärms

- Tragflügel endlicher Abmessungen, Bereich: $0 \leftarrow kL \rightarrow \infty$
- Quelle an der Plattenhinterkante
- Fernfeld, ohne Strömung
- Berücksichtigung der mehrfachen Vorderkanten- und Hinterkantenbeugung und -streuung
- Richtcharakteristik:

kleine kL -Werte:	$L \ll \lambda$	Dipolcharakteristik
mittlere kL -Werte:	\approx	zahlreiche Keulen
sehr große kL -Werte:	$L \gg \lambda$	Kardioide

In dieser Arbeit wird die 3d-Greensche Funktion für einen Tragflügel abgeleitet, bei dem sich die Quellorte entweder in der Nähe der Vorder- oder der Hinterkante befinden. Damit wird das Problem des Hinterkantenlärms eines Tragflügels gelöst. Aus der Helmholtz-Gleichung für reibungsfreie Strömungen folgt nach Anwendung des Gaußschen Satzes auf das Volumenintegral

$$(13) \quad p(\vec{x}, \omega) = -\oint_S G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) \nabla p_I(y_1, 0, y_3, \omega) \cdot \vec{n} dS(\vec{y}),$$

Diese Gleichung drückt den Kantenlärm in Abhängigkeit der Streuung des Druckes p_I (turbulenz erzeugter Druck bei Abwesenheit des Tragflügels) durch die Kante aus.

Die Ableitung der Greenschen Funktion erfolgt für $Ma \ll 1$; damit ist die schallproduzierende Turbulenz, die für den Kantenlärm verantwortlich ist, sehr viel näher an der Kante als eine akustische Wellenlänge. Damit kann die Greensche Funktion in der Form

$$(14) \quad G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = G_0(\vec{x}, \vec{y}, \omega) + G_1(\vec{x}, \vec{y}, \omega) + \dots$$

dargestellt werden.

Zunächst werden von HOWE die beiden folgenden Grenzfälle behandelt:

Fall I: $kL \ll 1$ Tragflügelsehne ist akustisch kompakt

$$(15) \quad G_0(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = \frac{-e^{ik|\vec{x}-y_3\vec{i}_3|}}{4\pi|\vec{x}-y_3\vec{i}_3|}$$

$$(16) \quad G_1(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = \frac{ik \sin \psi \sin \theta \sqrt{\ell} \varphi^*(\vec{y}) e^{ik|\vec{x}-y_3\vec{i}_3|}}{4\pi |\vec{x} - y_3\vec{i}_3|}$$

Fall II: $kL \rightarrow \infty$ Tragflügelsehne ist halbusendlich

$$(15) \quad G_0(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = \text{s.o.}$$

$$(17) \quad G_1(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = \frac{-\sqrt{k} \sin^{1/2} \psi \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right) \varphi^*(\vec{y}) e^{ik|\vec{x}-y_3\vec{i}_3|}}{\pi\sqrt{2\pi i} |\vec{x} - y_3\vec{i}_3|}$$

In beiden Fällen stellt die Komponente G_0 der Greenschen Funktion den Schall dar, der durch eine Punktquelle (bei \vec{y}) bei Vernachlässigung der Streuung durch den Tragflügel erzeugt wird. Die Komponente G_1 liefert die erste Korrektur infolge der Anwesenheit der Tragflügellkante im Nahfeld der Quelle.

Im Fall I der kompakten Quelle zeigt sich der akustische Dipol, die Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms folgt der Funktion $\sin \Theta$. Der Fall II stellt den von FLOWERS WILLIAMS und HALL behandelten Fall dar: die Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms bei der halbusendlichen Platte ist von der Form einer Kardioide: $\sin\left(\frac{1}{2}\Theta\right)$.

Für den Frequenzbereich zwischen diesen beiden Grenzfällen spaltet HOWE die Greensche Funktion, bei Vernachlässigung der Monopolkomponente G_0 , in drei Anteile auf:

$$(18) \quad G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = G_1(\vec{x}, \vec{y}, \omega) + G_{LE}(\vec{x}, \vec{y}, \omega) + G_{TE}(\vec{x}, \vec{y}, \omega)$$

Die Funktion $G_1(\vec{x}, \vec{y}, \omega)$ ist der o. g. Ausdruck für den Fall II ($kL \rightarrow \infty$:

Tragflügelsehne ist halbusendlich). Die beiden anderen Komponenten G_{LE} , G_{TE} stellen die Beiträge zu G dar, die mit der Streuung des Druckfeldes an der Vorder- und Hinterkante des Tragflügels verbunden sind. Die Quelle des Hinterkantenlärms produziert Streuwellen an der Vorderkante, die dann an der Hinterkante wiederum gestreut und anschließend an der Vorderkante rückgestreut werden usw. Die Funktionen $G_{LE}(\vec{x}, \vec{y}, \omega)$ und $G_{TE}(\vec{x}, \vec{y}, \omega)$ sind so definiert, dass sie die gesamten Beiträge aller Streueignisse jeweils von der Vorderkante (leading edge) bzw. Hinterkante (trailing edge) berücksichtigen.

Die Ergebnisse der Berechnung für das Fernfeld $k|\vec{x}| \gg 1$ sind in [17] angegeben:

$$(18) \quad G(\vec{x}, \vec{y}, \omega) = G_1(\vec{x}, \vec{y}, \omega) + G_{LE}(\vec{x}, \vec{y}, \omega) + G_{TE}(\vec{x}, \vec{y}, \omega)$$

$$(19) \quad G' = \frac{G}{\left\{ \frac{\varphi^* e^{ik|\vec{x}|}}{|\vec{x}|} \right\}} = G'_1 + G'_{LE} + G'_{TE}$$

mit:

$$(20) \quad G'_1 = \frac{-\sqrt{k} \sqrt{\sin \psi} \sin\left(\frac{1}{2}\theta\right)}{\pi^{3/2} \sqrt{2i}}$$

$$(21) \quad G'_{LE} = \frac{\sqrt{k} \sqrt{\sin \psi} e^{ikL \sin \psi (1 + \cos \Theta)}}{i\pi^{3/2} (1 + e^{2ikL \sin \psi} / 2\pi ikL \sin \psi)} F\left(2\sqrt{\frac{1}{\pi} kL \sin \psi \cos^2(\theta/2)}\right)$$

(gesamte Streuung an der Vorderkante)

$$(22) \quad G'_{TE} = \frac{-e^{ikL 2 \sin \psi}}{\pi^2 \sqrt{2iL} (1 + e^{2ikL \sin \psi} / 2\pi ikL \sin \psi)} F\left(2\sqrt{\frac{1}{\pi} kL \sin \psi \sin^2(\theta/2)}\right)$$

(gesamte Streuung an der Hinterkante)

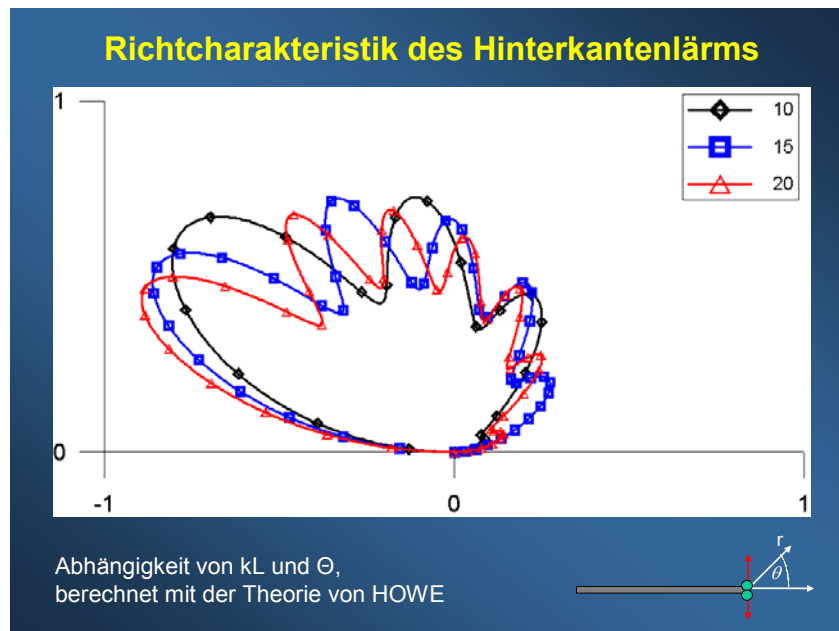
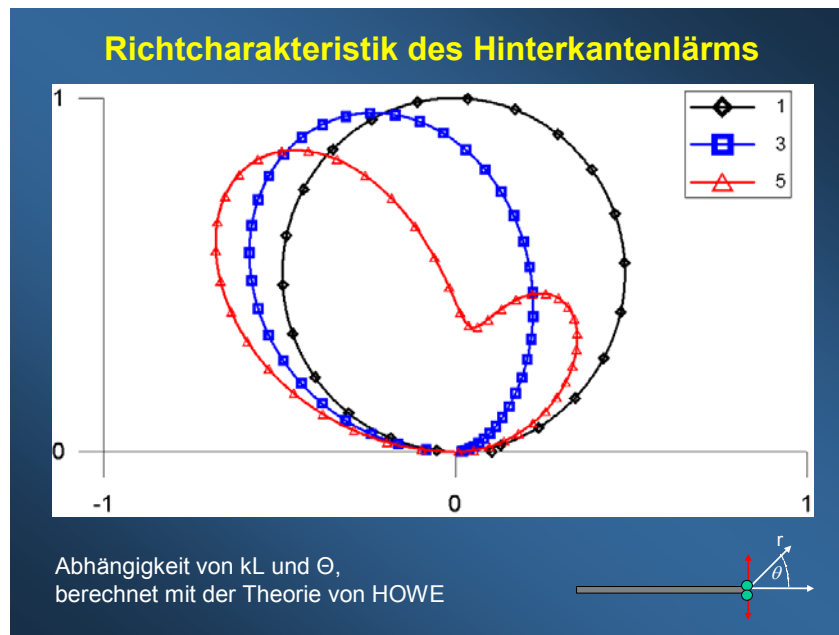
mit:

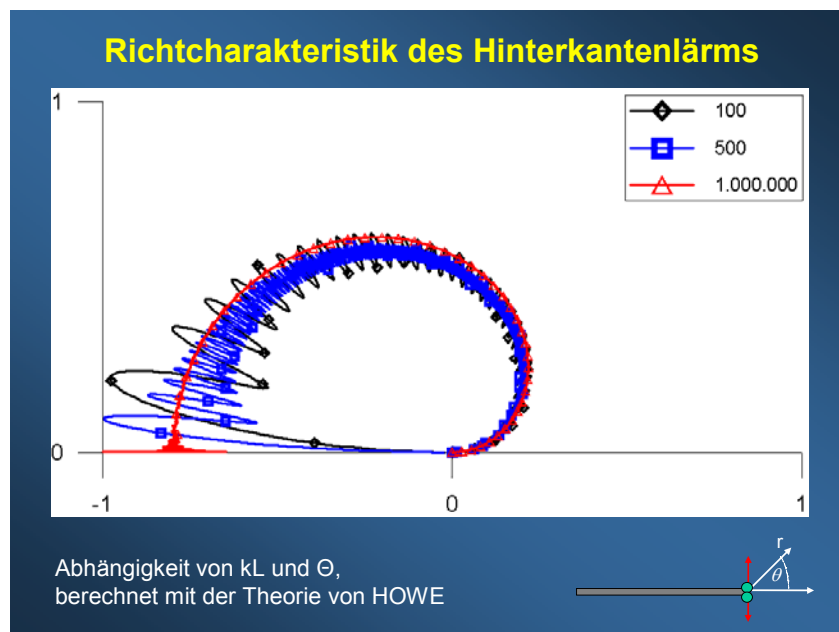
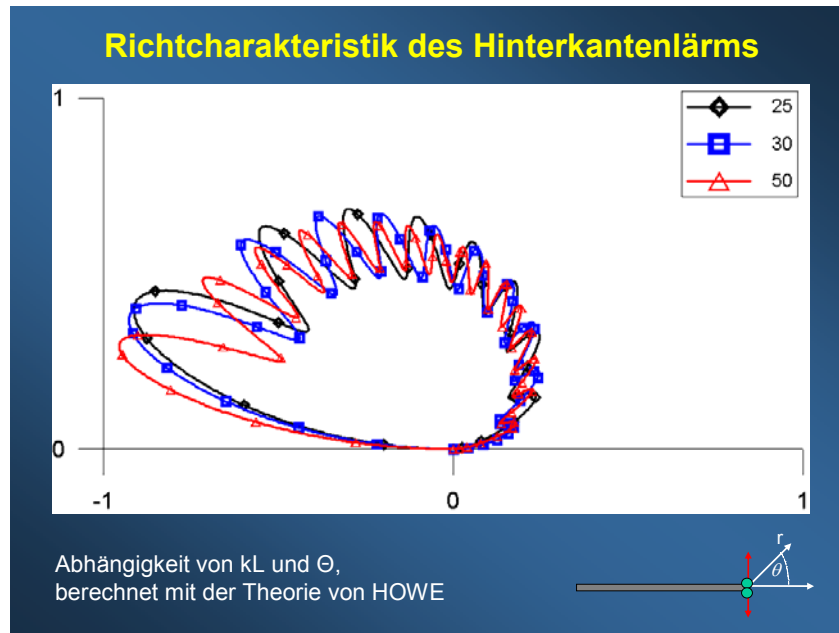
ψ	Winkel zwischen der Aufpunktichtung \vec{x} und der Kante
r, θ	Polarkoordinaten des Aufpunktes in einer Ebene $x_3 = konst.$
L	Sehnenlänge des Tragflügels
kL	He-Zahl
$F(x)$	durch Umformung der Fehlerfunktion für komplexe Argumente werden von HOWE Fresnelsche Integralfunktionen $f(x), g(x)$ geschrieben: $F(x) = g(x) + if(x)$, die durch einfache Polynomausdrücke angenähert werden können (siehe dazu: ABRAMOWITZ/STEGUN).

Die Richtcharakteristik der Schallabstrahlung mit Berücksichtigung der Vielfachstreuung an der Vorder- und Hinterkante kann durch den Quotienten

$$\frac{|G'|}{|G'_{\max}|}(kL, \Theta)$$

berechnet werden. Die Ergebnisse für den Winkelbereich $\Theta = 0^\circ - 180^\circ$ ($\psi = 90^\circ$) und für ausgewählte Werte der He-Zahl kL sind in den folgenden Bildern dargestellt.





Mit der Variation der He-Zahl wird der Einfluss des Frequenzbereiches bzw. der endlichen Sehnenlänge des Tragflügels (im Verhältnis zur Wellenlänge) berücksichtigt:

- Für tiefe Frequenzen ($kL = 1$) zeigt sich eine ausgeprägte Dipol-Richtcharakteristik, das Maximum der Schallabstrahlung liegt senkrecht zum Tragflügel.
- Mit zunehmender Frequenz wird das Verhältnis der Tragflügel-Sehnenlänge zur Schallwellenlänge größer. Die Streueffekte an den Kanten nehmen zu, die Zahl der Keulen der Richtcharakteristik wächst an.
- Für sehr große Werte der He-Zahl ($kL \rightarrow \infty$) nähert sich die Richtcharakteristik der Kardioidenform für die Schallabstrahlung der Quelle an der Kante der halbunendlichen Platte.

Bemerkenswert ist auch die Tatsache, dass sich für den Tragflügel mit endlicher Sehnenlänge keine Schallabstrahlung in den Richtungen $\theta = 0^\circ, 180^\circ$, d. h. stromaufwärts und stromabwärts vom Tragflügel, zeigt.

4. MESSUNG DER AKUSTISCHEN RICHTCHARAKTERISTIK DES HINTERKANTENLÄRMS

4.1. Messungen im Windkanal

Die Ergebnisse derartiger Messungen im aeroakustischen Windkanal der TU Dresden sind in [18] dargestellt. Dabei ist der zu vermessende Winkelbereich θ sehr begrenzt, da das Mikrofon nur außerhalb der Luftströmung des Freistrahls zum Einsatz kommen kann (ansonsten starke Verfälschung der außerordentlich niedrigen Messwerte durch den strömungsbedingten Pseudoschalleffekt am Mikrofon). Andererseits kann die Messentfernung nicht beliebig groß gewählt werden, bedingt durch die niedrigen Schalldruckpegelwerte sowie die Reflexionen durch Einrichtungsgegenstände am Windkanal und die Begrenzungswände der Messkammer.

Diese prinzipiellen Nachteile bei der Messung der Richtcharakteristik im aeroakustischen Windkanal, neben der Tatsache, dass grundsätzlich in der strömungsakustischen Fachliteratur ein deutlicher Mangel an quantitativen Vergleichen zwischen den Rechen- und Messwerten zur Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms besteht, haben dazu geführt, eine reine akustische Messmethode für diese Richtcharakteristik zu realisieren.

4.2. Messungen im reflexionsarmen Raum

Mit dieser Messmethode wird die eingangs erläuterte akustische Multipolmodellierung des Hinterkantenlärms praktisch realisiert: eine Lautsprecheranordnung an der Hinterkante einer endlichen Platte wurde als ideales Dipolmodell zur Ausmessung der Richtcharakteristik der Schallabstrahlung im schallreflexionsarmen Raum verwendet. Dabei kann durch Variation der Frequenz und damit der Wellenlänge (bei konstanter Sehnenlänge

des Tragflügels) die He-Zahl kL als entscheidender Parameter für die Form der Richtcharakteristik der Schallabstrahlung in weiten Bereichen variiert werden.

Der Aufbau des Versuchsstandes und die Details der Messtechnik und Messauswertung sind in [19] beschrieben. Dabei wurden auch Messungen an unterschiedlichen Varianten von lautsprecherbasierten Monopolen, Dipolen und Quadrupolen durchgeführt.



Das Bild zeigt den Modelldipol an der Hinterkante der Platte (als Modell für den Tragflügel) sowie den Versuchsaufbau im großen schallreflexionsarmen Messraum der TU Dresden. Aus den Messergebnissen zur Richtcharakteristik des freien Dipols (d. h. ohne Platte) ist ableitbar, dass dieser Dipol im He-Zahl-Bereich $kL \leq 20$ verwendet werden kann. Für einige kL -Werte dieses He-Zahl-Bereiches sind in den untenstehenden Bildern die gemessenen Richtcharakteristiken der Dipol-Plattenanordnung ersichtlich.

5. VERGLEICH ZWISCHEN DEN ERGEBNISSEN DER BERECHNUNG UND DER MESSUNG

Die folgenden Bilder zeigen für drei Werte von kL den Vergleich zwischen den Messwerten und den Rechenwerten (SNGR+CAA-Verfahren, siehe Abschnitt 3.1.).

Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms

$kL = 5$

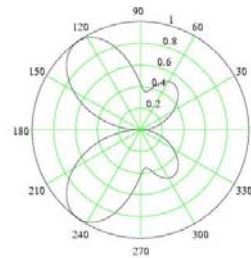
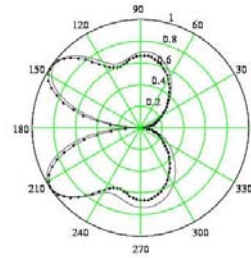
Vergleiche:

oben:

Messung: Linie
Rechnung (SNGR+CAA):
Linie mit Symbolen

unten:

Rechnung nach HOWE



Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms

$kL = 10$

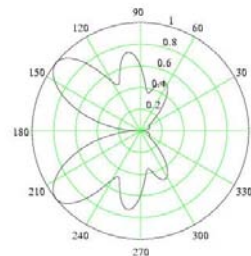
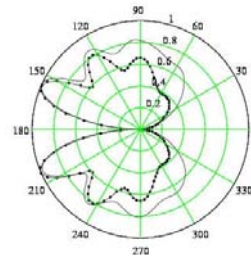
Vergleiche:

oben:

Messung: Linie
Rechnung (SNGR+CAA):
Linie mit Symbolen

unten:

Rechnung nach HOWE



Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms

$kL = 20$

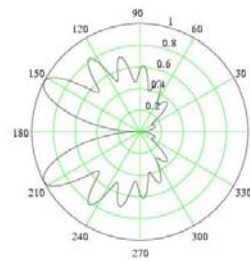
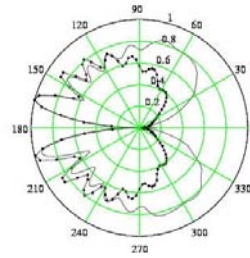
Vergleiche:

oben:

Messung: Linie
Rechnung (SNGR+CAA):
Linie mit Symbolen

unten:

Rechnung nach HOWE



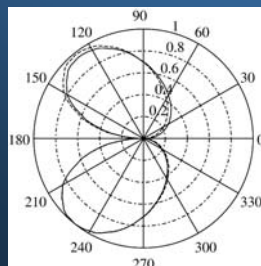
Im folgenden Bild ist anhand der numerischen Berechnung der Richtcharakteristik dargestellt, dass für kleine Mach-Zahlen der Einfluss der Strömung auf die akustische Richtcharakteristik gering ist.

Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms

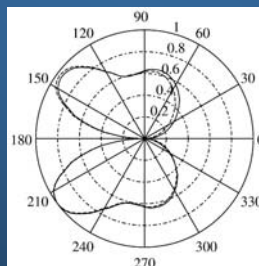
Berechnungen: SNGR+CAA-Verfahren (PIANO)

————— ohne Strömung

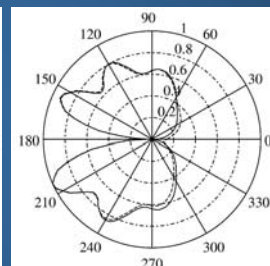
----- mit Strömung ($Ma = 0,11$)



$kL = 3$



$kL = 5$



$kL = 10$

Vergleiche der Richtcharakteristiken für den Hinterkantenlärm (Modell: Dipol an der Platte) sind für die He-Zahl von $kL \approx 10$ durchgeführt worden: Messergebnisse aus dem schalltoten Raum, Ergebnisse der numerischen Berechnung nach dem SNGR+CAA-, LES+APE- sowie LES+AAA-Verfahren, Ergebnisse der analytischen Verfahren nach TAM/YU sowie HOWE.

Aus allen diesen Verifizierungs- und Validierungsvergleichen kann geschlossen werden, dass für kleine Mach-Zahlen die Richtcharakteristik des Hinterkantenlärms am umströmten Tragflügel vorausberechnet werden kann, und zwar relativ genau, wie der Vergleich mit den Messergebnissen im schalltoten Raum zeigt.

6. SCHLUSSFOLGERUNGEN, AUSBLICK FÜR WEITERE UNTERSUCHUNGEN

Mit den vorgenannten Verfahren ist für einen bestimmten aeroakustischen Fall, und zwar den Hinterkantenlärm, die richtungsabhängige Berechnung der Schallabstrahlung validiert worden. Außerdem sind dabei unterschiedliche Berechnungsverfahren (analytische, numerische) verifiziert worden. Diese Vorgehensweise ist für die Entwicklung von aeroakustischen Berechnungsverfahren von großer Bedeutung, und zwar einerseits für den relativen Vergleich verschiedenartiger umströmter Geometrien und Strukturen hinsichtlich ihrer aeroakustischen Unterschiede (Richtcharakteristik der Schallabstrahlung, spektraler Vergleich u. a.) und andererseits hinsichtlich von Verfahren zur Vorausberechnung absoluter Werte für die abgestrahlte Schalleistung, die spektrale Verteilung, die Absolutwerte ortsabhängiger Schalldruckpegel im Fernfeld.

Aus diesem Grunde wurden die messtechnischen Untersuchungen im schalltoten Raum weiter ausgebaut.

Im ersten Fall wurde das Plattenmodell eines Tragflügels mit Landeklappe untersucht, bei dem die Schallerzeugung mit Hilfe eines elektroakustischen Dipols an der Klappenseitenkante nachgebildet wurde (siehe Bild).

Modellierung des Klappenseitenkantenlärms mit einem Lautsprecher-Dipol, Messungen im schalltoten Raum



Der Dipol wurde bei 30 % der Breite der Landeklappe bzw. bei 90 % der Breite angebracht; diese Abmessungen wurden aus gemessenen, visualisierten Strukturen der Klappenseitenkantenwirbel abgeleitet, siehe z. B. in [20]. Im schalltoten Raum wurden die Richtcharakteristiken der Schallabstrahlung in dergleichen Ebene wie beim Tragflügel ohne Landeklappe gemessen [19].

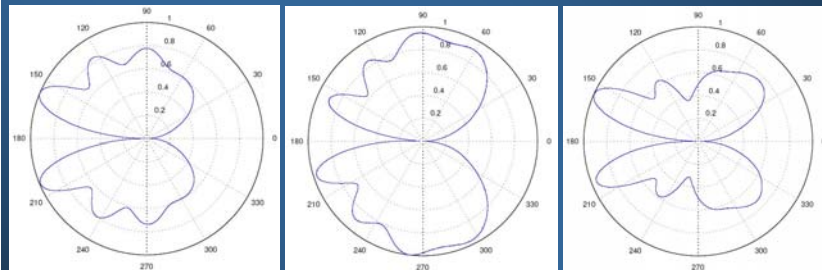
Modellierung des Klappenspaltlärms mit einem Lautsprecher-Dipol, Messungen im schalltoten Raum



Im zweiten Fall wurde der Dipolstrahler zur aeroakustischen Modellierung der Schallerzeugung im Schlitz zwischen dem Tragflügel und der ausgefahrenen Landeklappe angeordnet.

Vergleich der Richtcharakteristiken

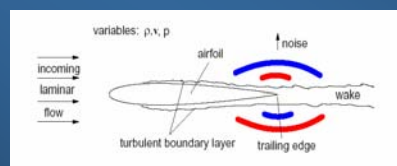
$$kL = 10$$



Dipol: hinter Tragflügel Dipol: an der Klappenkante Dipol: im Klappenspalt

Für die dabei gemessenen Richtcharakteristiken (siehe [19]) wurden bisher keine rechnerischen (numerischen) Entsprechungen in der aeroakustischen Fachliteratur gefunden. Die Anwendung dieses messtechnischen Verfahrens ist auch für die Modellierung der Schallerzeugung im Schlitz zwischen Vorflügel und Tragflügel denkbar.

Zusammenfassung: Modellierung von Strömungsschallquellen



Realität:
Hinterkanten-
Strömungslärm

Theoretisches Modell

Elektroakustische
Realisierung des
Modells



**Zusammenfassung:
Berechnung von Strömungsschallquellen
(akustische Richtcharakteristiken)**

- Numerisches Verfahren: RANS+SNGR+CAA (DLR/TUD)
- Analytische Verfahren: HOWE u. a.
- Validierung/Verifizierung: gute Übereinstimmung
- Voraussetzungen: kleine MACH-Zahlen, mittlere kL-Werte, hier: $f = (400 \dots 3000)$ Hz
- bisher: Dipolquelle an der Hinterkante
- erste Versuche: Dipolquelle an der Klappenseitenkante, im Klappenschlitz
- Erweiterungsmöglichkeiten: andere Geometrien, weitere Elementarstrahler (Quadrupole/Monopole)

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die Förderung der numerischen Berechnungen im Rahmen des Verbundprojektes SWING+ und der Friedrich- und Elisabeth-BOYSEN-Stiftung für die Förderung der messtechnischen Untersuchungen an den Tragflügelmodellen im schalltoten Raum.

7. LITERATUR

- [1] M. S. Howe: Acoustics of fluid-structure interactions. Cambridge University Press 1998
- [2] W. K. Blake: Mechanics of flow-induced sound and vibration. Vol. I and II. Academic Press, Inc., Orlando etc., 1996
- [3] G. Guidati: Berechnung und Verminderung von Strömungsgeräuschen an Profilen. Dissertation, Universität Stuttgart 2003
- [4] R. Ewert: A hybrid computational aeroacoustics method to simulate airframe noise. Dissertation RWTH Aachen 2002
- [5] W. Kraak und H. Weißing: Schallpegelmesstechnik. Verlag Technik Berlin 1970
- [6] H. Kuttruff: Akustik. S. Hirzel Verlag Stuttgart, Leipzig 2004
- [7] W. Béchara, C. Bailly, P. Lafon, S. Candel: Stochastic approach to noise modelling for free turbulent flows. AIAA Journal, Vol. 32, No. 4, August 1994, pp. 455-463
- [8] C. Bailly, P. Lafon, S. Candel: A stochastic approach to compute noise generation and radiation of free turbulent flows. AIAA 95-092, 1995

- [9] E. Longatte : Modélisation de la propagation et de la génération du bruit au sein des écoulements turbulents internes. Ph.D. thesis, Ecole Centrale Paris, 1998
- [10] M. Bauer, N. Kalitzin: Modelling of aerodynamic sound sources by means of stochastic velocity fluctuations. Proceedings 3rd Aeroacoustics Workshop SWING+, Universität Stuttgart, 2002
- [11] M. Bauer: Computation of trailing edge noise with synthetic turbulence. Proceedings Colloquium Euromech 449, Chamonix (Frankreich) 2003
- [12] M. Bauer: Applicability of the SNGR-Model to compute trailing edge noise. Proceedings CFA/DAGA 2004, Strasbourg, 2004
- [13] J. Delfs, T. Lauke: Numerical simulation of aeroacoustic noise by DLR's code PIANO. Version 0.45. DLR, Institut für Aerodynamik u. Strömungstechnik, Braunschweig 2003
- [14] A. Oberai, F. Roknaldin, T. Hughes: Computation of trailing-edge noise due to turbulent flow over an airfoil. AIAA Journal, Vol. 40, No. 11, 2002, pp. 2206 - 2216
- [15] J. E. Ffowcs Williams, L. H. Hall: Aerodynamic sound generation by turbulent flow in the vicinity of a scattering half plane. J. Fluid. Mech. 40 (1970) 657-670
- [16] Ch. K. W. Tam, J. C. Yu: Trailing edge noise. AIAA 75-489, AIAA Aero-Acoustics Conference, Hampton, Va., (1975). Pp. 259-280
- [17] M. S. Howe: Edge-source acoustic Green's function for an airfoil of arbitrary chord, with application to trailing-edge noise. Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics 54 (2001) 1, 139-155
- [18] A. Zeibig, C. Schulze, E. Sarradj, M. Bauer: Validation of aeroacoustical numerical simulations with wind tunnel measurements. Proceedings of Internoise 2004, Prague, Czech Republic.
- [19] M. W. Kettlitz: Messtechnische Untersuchung der Schallabstrahlung von Multipolen an einem Tragflügelmodell. Studienarbeit, Institut für Akustik und Sprachkommunikation, TU Dresden 2004
- [20] M. Macaraeg: Fundamental investigations of airframe noise. AIAA 98-2224, 1998