

**MOEILIJK DOEN ALS HET OOK MAKKELIJK KAN**

**Over het nut van grondige wiskundige analyse van beslissingsproblemen**

Erasmus Research Institute of Management (ERIM)  
Erasmus University Rotterdam  
Internet: <http://www.irim.eur.nl>

**ERIM INAUGURAL ADDRESSES RESEARCH IN MANAGEMENT SERIES**

Reference number ERIM: EIA-2002-11-LIS

ISBN 90 – 5892 – 032 – 1.

© 2002, Albert P.M. Wagelmans

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means electronic or mechanical, including photocopying, recording, or by any information storage and retrieval system, without permission in writing from the author(s).

## **MOEILIJK DOEN ALS HET OOK MAKKELIJK KAN**

### **Over het nut van grondige wiskundige analyse van beslissingsproblemen**

Rede, in verkorte vorm uitgesproken op vrijdag 20 september 2002  
bij de aanvaarding van  
het ambt van bijzonder hoogleraar  
aan de Faculteit der Economische Wetenschappen,  
vanwege de Vereniging Trustfonds Erasmus Universiteit Rotterdam,  
met als leeropdracht Mathematische Besliskunde,  
in het bijzonder Toepassingen in Transport en Logistiek.

Prof. dr. Albert P.M. Wagelmans

Erasmus Universiteit Rotterdam  
Econometrisch Instituut  
Faculteit der Economische Wetenschappen  
Postbus 1738  
3000 DR Rotterdam  
wagelmans@few.eur.nl

Een geestig gezegde bewijst niets.  
Voltaire (1694-1778)

*Mijnheer de Rector Magnificus,  
Mevrouw de Voorzitter,  
Geacht College van Decanen,  
Zeer gewaardeerde toehoorders,*

### **Inleiding**

De journalist Herbert Blankesteyn heeft ooit in één van zijn columns in het NRC Handelsblad nauwgezet beschreven hoe zijn ochtendritueel in elkaar steekt.<sup>1</sup> De volgorde van de verschillende handelingen heeft hij zo gekozen dat hij 's ochtends zo snel mogelijk aan het werk kan (dan wel zo laat mogelijk kan opstaan). Dat betekent met name dat overbodige wachttijd en onnodige handelingen vermeden worden. Herbert blijft dus niet bij het fornuis wachten tot het water voor de thee kookt, maar voert ondertussen de huisdieren, opent de gordijnen en dekt de tafel. Deze handelingen gebeuren ook nog eens in een bepaalde volgorde om onnodig heen en weer geloop te vermijden. En als het water gekookt heeft en de thee enige tijd nodig heeft om te trekken en op drinktemperatuur te komen stapt Herbert onder de douche, waarbij hij eerst de warme kraan aanzet alvorens zich uit te kleden om ook daar wachttijd te vermijden.

Wellicht komt het voorgaande als erg overdreven op u over, maar ik vermoed dat sommigen van u wel wat van hun eigen ochtendritueel herkend hebben. En niet iedereen zal het even gemakkelijk hebben als Herbert Blankesteyn die - afgaande op de beschrijving in de column - 's ochtends alleen rekening heeft te houden met zichzelf. Vergelijk dat eens met de situatie van een gezin met twee jonge kinderen en ouders die beide werken. Deze situatie is aanzienlijk complexer omdat de handelingen van de verschillende personen op elkaar moeten worden afgestemd. De kinderen hebben hulp dan wel aanmoediging nodig bij het aankleden, wassen en ontbijten, zodat de ouders minder vrij zijn in de keuze van hun eigen ochtendritueel. Daarnaast blijkt de capaciteit van

de badkamer vaak een bottleneck te zijn. Verder kunnen sommige handelingen beter in een bepaalde volgorde gebeuren. Zo is het niet verstandig om kinderen eerst te wassen en daarna pas te laten eten. Tenslotte kan de ouder die de kinderen wegbrengt naar de school en crèche pas vertrekken wanneer ook die kinderen daar klaar voor zijn. Al met al leidt dit tot een relatief complex planningsprobleem. En dan zie ik voor het gemak nog even af van de grote mate van onzekerheid ten aanzien van de duur van verschillende handelingen waarmee ouders worden geconfronteerd na de komst van kinderen.

Het voorgaande is een voorbeeld van een alledaagse situatie waarin we de keuze hebben om iets op verschillende manieren te doen. Vaak hebben de verschillende alternatieven verschillende gevolgen in termen van tijd, geld of iets anders waar we waarde aan hechten. Als we ernaar streven om dat alternatief te kiezen dat bijvoorbeeld het snelst is of het minste kost, dan spreken we van een *beslissingsprobleem*. Een alternatief wordt vaak aangeduid als een oplossing van het probleem. Het beste (snelste, goedkoopste, enzovoort) alternatief noemen we dan een *optimale oplossing*.

Uiteraard kan ieder voor zich bepalen in welke mate hij of zij de moeite wil nemen om alledaagse beslissingsproblemen grondig te analyseren om tot de keuze van een goede oplossing te komen. Wat wellicht niet iedereen zich realiseert is dat bij bedrijven, overheidsinstellingen en andere organisaties vele complexe beslissingsproblemen spelen en dat de mate waarin die problemen goed worden opgelost, direct van invloed kan zijn op de kwaliteit van ons bestaan. Bijvoorbeeld: dankzij het feit dat TPG Post de collectie, sortering en distributie van de post efficiënt weet te plannen is het nog steeds vanzelfsprekend dat een brief die vandaag gepost wordt, morgen bij de geadresseerde wordt afgeleverd, ondanks het feit dat het totaal aantal brieven dat dagelijks verzonden wordt de laatste decennia aanzienlijk is gestegen. Evenzo verwachten we bij de supermarkt voor een redelijke prijs verse fruit- en groenteproducten aan te treffen, terwijl die producten vaak uit verre landen komen. Ook om dat te bereiken moeten er logistieke beslissingsproblemen worden opgelost. En er wordt de laatste jaren veel over de Nederlandse Spoorwegen geklaagd, maar wie zich de moeite getroost om zich te verdiepen in de com-

plexiteit van de beslissingsproblemen die daar spelen, zal eerder verbaasd zijn over het feit dat er nog zoveel goed gaat.<sup>ii</sup>

De belangrijkste reden voor het feit dat vele complexe beslissingsproblemen tegenwoordig op bevredigende wijze kunnen worden opgelost, is dat men daarbij veelvuldig gebruik maakt van wetenschappelijke methoden en in het bijzonder van wiskunde, statistiek en informatica. Het vakgebied dat zich richt op de analyse van beslissingsproblemen en de ontwikkeling van methoden om deze problemen op te lossen staat in Nederland bekend als de *mathematische besliskunde*, of kortweg *besliskunde*. Dat dit vakgebied binnen een Faculteit der Economische Wetenschappen vertegenwoordigd is, laat zich eenvoudig verklaren door het feit dat het bij beslissingsproblemen vaak gaat om de efficiënte, dus economische aanwending van schaarse middelen. In deze rede zal ik u wat meer vertellen over dit vakgebied en over de wijze waarop ik invulling aan mijn leeropdracht wil geven.

### **Ontstaansgeschiedenis**

Laat ik beginnen met kort iets te vertellen over het ontstaan van de besliskunde.<sup>iii</sup> Het vakgebied is tijdens de Tweede Wereldoorlog ontstaan toen de Britten en Amerikanen wetenschappelijke methoden begonnen te gebruiken voor de planning en ondersteuning van hun militaire operaties. Deze oorsprong is terug te vinden in de Engelstalige naamgeving van het vakgebied, namelijk *operations research* of *operational research*. Na de oorlog werd dezelfde aanpak ook toegepast op beslissingsproblemen die bij bedrijven en andere organisaties spelen. Toen deed de term *management science* zijn intrede. Tegenwoordig worden de termen *operations research* en *management science* vaak als synoniemen gebruikt, hoewel er noch voor *operations research* noch voor *management science* één algemeen geaccepteerde definitie bestaat. Zo zal men in de *Encyclopedia of Operations Research and Management Science*<sup>iv</sup> tevergeefs naar een precieze definitie van deze termen zoeken. De redacteurs van deze encyclopedie stellen dat de definitie van het vakgebied *operations research & management science* feitelijk wordt gegeven door de onderwerpen die in de encyclo-

pedie worden besproken. Evenzo zal ik in deze rede volstaan met de vrij algemene omschrijving die ik al van de besliskunde heb gegeven en hoop ik dat niet-ingewijden een goede indruk krijgen van het vakgebied aan de hand van de voorbeelden die de revue zullen passeren.

De Nederlandse naam besliskunde is in de jaren 50 van de vorige eeuw geïntroduceerd door de wiskundige David van Dantzig, die niet alleen als onderzoeker actief is geweest op verschillende deelgebieden van de wiskunde – wat op zich al vrij bijzonder is – maar die zich ook bezig hield met de filosofische en maatschappelijke aspecten van zijn vak.<sup>v</sup> Net als bij zijn generatiegenoot Jan Tinbergen, één van de belangrijkste grondleggers van de econometrie, leidde zijn sociale betrokkenheid tot de behoefte om de wiskunde maatschappelijk dienstbaar te maken. In zijn onderzoek kwam dit tot uiting in het feit dat hij zich na de Tweede Wereldoorlog tot aan zijn dood voornamelijk richtte op de mathematische statistiek. Op het gebied van de besliskunde – zoals we dat nu kennen – is Van Dantzig als onderzoeker niet actief geweest. Hoewel hij dus de naamgever van het vakgebied is geweest, kan hij niet gezien worden als de vader van de besliskunde in Nederland. Die eretitel komt – naar mijn mening – toe aan Gijs de Leve, die met Van Dantzig verbonden is door het feit dat zijn promotor Jan Hemelrijk zelf bij Van Dantzig gepromoveerd is.<sup>vi</sup> De Leve heeft, mede dankzij zijn promovendi, grote invloed gehad op de ontwikkeling van het besliskundig onderzoek in Nederland, dat al decennia lang van hoog internationaal niveau is. Mijn eigen promotoren, Antoon Kolen en Alexander Rinnooy Kan zijn beide bij De Leve gepromoveerd.

## **Kritiek**

Het feit dat mijn wetenschappelijke voorvaders allemaal als wiskundige zijn opgeleid heeft uiteraard invloed gehad op mijn wetenschappelijke opleiding en komt tot uiting in de wijze waarop ik mijn vak beoefen. In het bijzonder betekent dit dat ik veel waarde hecht aan grondige wiskundige analyses van beslissingsproblemen en aan wiskundige onderbouwing van methoden om deze problemen op te lossen. Nu is juist één van de voornaamste kritiekpun-



ten op de besliskunde – zowel geuit door buitenstaanders als door personen uit het vakgebied zelf<sup>vii</sup> – dat in het academisch onderzoek te veel nadruk wordt gelegd op de wiskundige aspecten zonder dat dit direct bijdraagt aan de oplossing van de problemen die in de praktijk spelen. Ik weet dat de discussie over de discrepantie tussen het academisch onderzoek en de praktijk bepaald niet uniek is voor de besliskunde. Gezien de ontstaansgeschiedenis van het vakgebied lijkt die discussie echter bij de besliskunde extra relevant. Ik voel me daarom geroepen om vandaag een poging te wagen duidelijk te maken – vooral aan mijn vakgenoten die daar anders over denken – wat het nut kan zijn van een grondige wiskundige aanpak voor de oplossing van praktische beslissingsproblemen. Overigens zijn er binnen de besliskunde ook andere zaken die de gemoederen bezig houden. Zo wordt bijvoorbeeld vaak opgemerkt dat het vakgebied meer zou moeten adverteren met zijn successen en zijn potentiële waarde beter onder de aandacht van de buitenwereld zou moeten brengen. Ik ben niet blind voor deze kritiek, maar zal er verder niet op ingaan, vooral omdat anderen er al zeer verstandige dingen over gezegd hebben, o.a. bij gelegenheden zoals deze.<sup>viii</sup>

Wat houdt die kritiek op de grondige wiskundige aanpak nu precies in? Om dat goed uit te kunnen leggen moet ik eerst wat vertellen over het gebruik van wiskunde bij het analyseren en oplossen van beslissingsproblemen. De eerste stap in dat proces bestaat uit het opstellen van een zogenaamd *wiskundig model*. Dit model beschrijft in wiskundige termen de belangrijkste karakteristieken van het probleem. Bepaalde details van het probleem worden noodgedwongen buiten beschouwing gelaten. Het model geeft dus geen volledige beschrijving van het probleem, maar is slechts een vereenvoudigde weergave. Vervolgens kan men het wiskundige model analyseren en proberen een methode te bedenken die een goede – het liefst de optimale – oplossing van het model vindt. Als dit lukt, kan men de oplossing van het model terugvertalen naar een oplossing van het beslissingsprobleem. Of we dan een zinnige oplossing voor dit beslissingsprobleem hebben gevonden, hangt voornamelijk af van de mate waarin in het model rekening is gehouden met alle relevante aspecten van het probleem.

De eerder genoemde kritiek laat zich nu als volgt samenvatten:

1. De wiskundige modellen die zich lenen voor grondige analyse zijn vaak te grove vereenvoudigingen van de beslissingsproblemen die in de praktijk moeten worden opgelost. Met andere woorden, bij de modellering worden te veel relevante aspecten genegeerd waardoor oplossingen van het model zich niet laten vertalen naar zinnige oplossingen van het probleem.
2. Geavanceerde wiskundige technieken om modellen goed op te lossen zijn vaak een vorm van *overkill*, want met relatief simpele *ad hoc* methoden kunnen al bevredigende oplossingen worden gevonden. Met andere woorden, waarom zou je moeilijk doen als het ook makkelijk kan?

Deze kritiek leidt tot de karikatuur van de academisch onderzoeker die poogt om steeds betere oplossingen te vinden voor irrelevante problemen. Dat levert wellicht elegante wiskunde en publicaties in gerenommeerde academische tijdschriften op, maar eigenlijk heb je niets aan.

Overigens vang ik deze kritiek niet alleen op uit de richting van personen die zelf niet op de universiteit werkzaam zijn, maar wordt zij ook geuit door collega's binnen de academische wereld.

Ik ben van mening dat de observaties die ten grondslag liggen aan de kritiekpunten op zich juist zijn. Echter, de conclusies die getrokken worden met betrekking tot het nut van grondige wiskundige analyse en de ontwikkeling van geavanceerde technieken lijken mij onterecht. Ze duiden mijns inziens op onbegrip ten aanzien van de rol van het academisch onderzoek binnen het vakgebied en eveneens op onbekendheid met de wijze waarop bepaalde succesvolle toepassingen van de besliskunde tot stand zijn gekomen. Blijkbaar moeten we niet alleen naar de buitenwereld toe maar ook binnen de besliskunde onze successen beter adverteren. Ik hoop daar vandaag een bijdrage aan te leveren.

## De rol van het academisch onderzoek

Voordat ik aan de hand van voorbeelden laat zien wat het praktisch nut van wiskundige analyses kan zijn, wil ik eerst enkele woorden wijden aan de rol van het academisch onderzoek binnen de besliskunde. Het is mijn indruk dat de eerder genoemde kritiek voorkomt uit de opvatting dat dit onderzoek zich direct zou moeten richten op het oplossen van praktijkproblemen. De achterliggende gedachte is dat de besliskunde daaraan immers zijn bestaansrecht ontleent. Onwillekeurig doet deze redenering me denken aan een uitspraak van de Nederlandse voetbaltrainer Clemens Westerhof, die onder andere grote successen heeft geboekt met de *Super Eagles*, het nationale team van Nigeria. Westerhof merkte ooit op dat het grootste probleem met Afrikaanse spelers is dat ze allemaal willen scoren. En hoewel dat het uiteindelijke doel van het spel is, weten wij hier in Nederland natuurlijk dat je het zo niet moet spelen. Wat nodig is, is een goed team waarin iedere speler een duidelijke taak heeft die direct of indirect bijdraagt aan de realisatie van het doel. Als het zo uitkomt kan een speler ook activiteiten ontplooiën die niet tot zijn of haar hoofdtaak behoren, als de uitvoering van deze taak maar niet verwaarloosd wordt. Dit inzicht kunnen we ook op de besliskunde betrekken.

Het oplossen van specifieke praktijkproblemen is vooral de taak van de besliskundigen die in de *consultancy* werkzaam zijn, bij een onderzoeksinstituut zoals TNO werken of als adviseur in dienst zijn van (meestal grotere) bedrijven of de overheid. Ik denk dat we zondermeer kunnen stellen dat de praktische beoefening van de besliskunde in Nederland net als het academisch onderzoek van hoog niveau is.

De besliskundige die aan de universiteit onderzoek verricht heeft als hoofdtaak nieuwe modellen en methoden voor beslissingsproblemen te ontwikkelen en bij te dragen aan de theorievorming. De academisch onderzoeker kan zich hierbij laten inspireren door een heel specifiek praktijkprobleem, maar dit hoeft niet. Veelal bestudeert men generieke versies van veel voorkomende problemen. Dit heeft als voordeel dat de resultaten een zekere algemene gel-

digheid hebben. Een potentieel nadeel is echter dat belangrijke karakteristieken van specifieke praktijkproblemen mogelijk buiten beschouwing worden gelaten, waardoor de resultaten niet direct toepasbaar zijn.

Idealiter leveren de onderzoekers op de universiteit dus instrumenten en materiaal waar besliskundigen die in praktijk werken vervolgens mee aan de slag gaan. Echter, in het geval van wiskundig meer geavanceerde modellen en technieken verloopt het vaak niet zo. Dit komt omdat vanuit de universiteit weliswaar gereedschap en materiaal wordt aangeleverd, maar geen compleet bouw pakket met gebruiksaanwijzing. Zoals reeds aangegeven, zijn de resultaten die uit het academisch onderzoek komen niet altijd direct toepasbaar op specifieke praktische problemen. Dit betekent dat de besliskundige in de praktijk zelf eerst nog werk en tijd zal moeten investeren om tot iets te komen waar hij of zij wat aan heeft. Echter vaak ontbreekt eenvoudigweg deze tijd en neemt men zijn toevlucht tot relatief simpele *ad hoc* methoden.

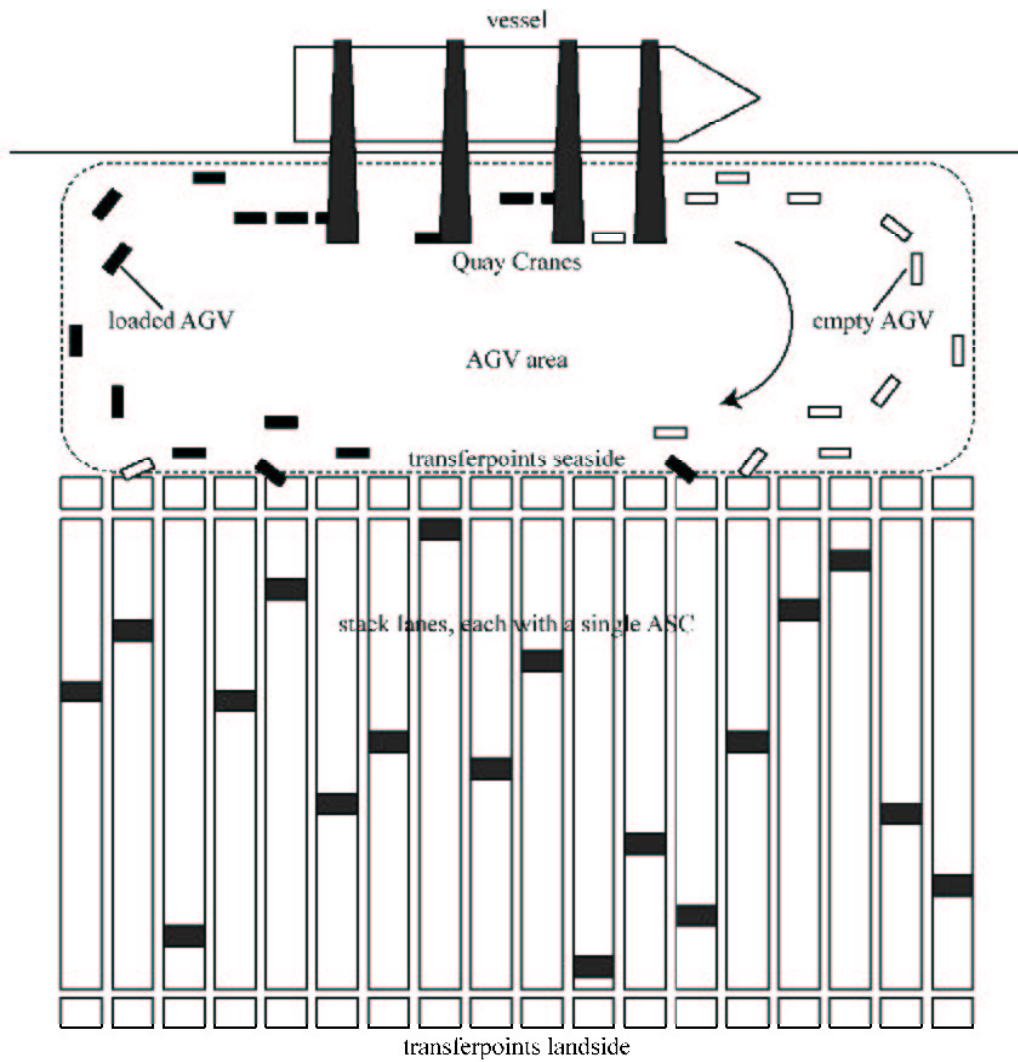
Er zijn in het algemeen twee situaties aan te geven waarin het wel voorkomt dat geavanceerde wiskundige modellen en technieken worden gebruikt bij het oplossen van praktische problemen. De eerste ligt voor de hand. Het is de situatie waarin op de één of andere manier academische onderzoekers direct betrokken zijn bij het oplossen van het praktijkprobleem, dus bijvoorbeeld bij een project dat gezamenlijk door een universiteit en het bedrijfsleven wordt uitgevoerd. De tweede situatie waarin geavanceerde technieken hun weg naar de praktijk vinden doet zich voor als deze technieken in een dusdanige vorm worden aangeboden dat de besliskundige in de praktijk er wel gemakkelijk mee aan de slag kan. In het bijzonder denken we hierbij aan commerciële, specialistische software. Deze situatie wordt echter niet altijd als zodanig herkend omdat de technieken vaak in de software verborgen zijn. De besliskundige die de software gebruikt hoeft dan niet te weten welke technieken er precies worden toegepast. Ik heb de indruk dat daardoor de erkenning van de (indirecte) bijdrage van het academisch onderzoek aan het oplossen van praktijkproblemen vaak uitblijft.

In het vervolg zal ik aan de hand van twee specifieke voorbeelden duidelijk proberen te maken hoe de resultaten van wiskundig georiënteerd academisch onderzoek gebruikt kunnen bij het oplossen van praktische beslissingsproblemen. De voorbeelden betreffen onderzoeksprojecten in de container logistiek en het openbaar vervoer en komen dus overeen met de twee toepassingsgebieden die genoemd worden in mijn leeropdracht.

### Container scheduling

Sinds de introductie van de container in de jaren zestig, heeft het containervervoer een stormachtige ontwikkeling doorgemaakt. In 1993 werd door ECT op de Maasvlakte de eerste – en tot nu toe enige – geautomatiseerde container terminal ter wereld geopend. Een typische lay-out van zo'n geautomatiseerde container terminal ziet u in Figuur 1. Het grootste gedeelte van het terrein wordt bedekt door de zogenaamde *stack*, waarin de containers tijdelijk worden opgeslagen als ze van de ene vorm van transport worden overgeslagen naar een andere vorm. Een container kan bijvoorbeeld aankomen op de terminal met een zeeschip om later verder vervoerd te worden per vrachtwagen, trein of een kleiner schip. De *stack* is opgedeeld in een aantal *stack lanes*, die elk hun eigen geautomatiseerde kraan (ASC) hebben. Deze kraan kan containers in de *stack* zetten of eruit halen. In het gebied boven de *stack* rijden automatisch geleide voertuigen (AGV's) met de klok mee. Deze kunnen containers vervoeren tussen de *stack* en de kadekranen, die het feitelijke laden of lossen van het schip uitvoeren. In de figuur vervoeren de donkere AGV's een container en zijn de witte AGV's leeg. De figuur geeft dus een situatie weer waarin een schip wordt geladen. Als een bepaalde container in het schip geladen moet worden, wordt deze opgehaald door de kraan van de *stack lane* waarin de container is opgeslagen en naar het transferpunt aan het eind van de *lane* gebracht. Daar kan de *stack* kraan de container op een lege AGV plaatsen, dat de container naar één van kadekranen (*Quay Cranes*) vervoert. Welke kadekraan dat is hangt af van het deel van het schip waarin de container geplaatst moet worden (bijvoorbeeld: in het voorste laadruim). Het laadplan dat specificeert waar welke container moet komen ligt van tevoren vast. Daarmee ligt

ook vast welke containers door een bepaalde kadekraan zullen worden geladen en in welke volgorde die kadekraan de containers in schip moet plaats.



**Figuur 1:** Lay-out van geautomatiseerde container terminal

Omdat de kosten van het laden (of lossen) van een schip in een geautomatiseerde container terminal kunnen oplopen tot zo'n 1000 dollar per uur, is het belangrijk dat deze operatie zo snel mogelijk wordt uitgevoerd. Dit geeft aanleiding tot een beslissingsprobleem dat enkele karakteristieken gemeen heeft met het planningsprobleem van het jonge gezin uit het begin van deze rede. In beide gevallen moet vastgesteld worden wanneer bepaalde handelingen, die elk een zekere duur hebben, worden uitgevoerd en is het doel in een zo kort mogelijke tijdsperiode alle handelingen af te werken. Verder kunnen bepaalde handelingen niet in een willekeurige volgorde worden uitgevoerd en zijn er handelingen die niet gelijktijdig kunnen worden uitgevoerd. Aangezien het aantal containers dat in een schip moet worden geladen al snel enkele honderden bedraagt, zal het duidelijk zijn dat het probleem waar we nu mee te maken hebben nog veel lastiger is dan het planningsprobleem van het jonge gezin. Beide problemen zijn voorbeelden van beslissingsproblemen die in de wetenschappelijke literatuur bekend staan als *scheduling* problemen.

De bestudering van dit type problemen is een bloeiende tak van de besliskunde, waarin het onderzoek sterk wiskundig georiënteerd is. Er zijn enorm veel theoretische resultaten bekend en men heeft allerlei geavanceerde oplossingsmethoden ontwikkeld, die terug te vinden zijn in wetenschappelijke boeken en tijdschriften. Echter, wie in die berg aan literatuur op zoek gaat naar een beschrijving van een effectieve methode voor een specifiek praktisch *scheduling* probleem komt vaak bedrogen uit. Sommige veel bestudeerde problemen zullen wel wat lijken op het probleem dat moet worden opgelost, maar ze missen vaak één of meer essentiële aspecten. Met andere woorden, een prachtig voorbeeld van de situatie die in het eerste kritiekpunt verwoord is. Dit betekent echter niet dat we niets aan de bestaande literatuur hebben.

In de literatuur zijn bepaalde standaard *scheduling* problemen uitgebreid geanalyseerd en nieuwe oplossingsmethoden worden vaak uitgetoetst op deze problemen. Daardoor is een vergelijking van deze methoden mogelijk. Door bestudering van de literatuur krijgen we indicaties ten aanzien van de complexiteit van de problemen die we in de praktijk tegenkomen en ten aanzien van de methoden die veelbelovend zijn om deze problemen op te lossen. Vervolgens moeten we nog wel additioneel werk verrichten en enige creativi-

teit ontplooiën, maar het is zeker niet zo dat we helemaal van de grond af iets moeten opbouwen.

Het *scheduling* probleem van de geautomatiseerde container terminal is een voorbeeld van een probleem dat op deze manier is aangepakt. De methode, die we tijdens het promotie-onderzoek van Patrick Meersmans<sup>ix</sup> hebben ontwikkeld, maakt gebruik van verschillende resultaten en ideeën uit de literatuur. Zo konden we uit bestaande resultaten afleiden dat het waarschijnlijk niet mogelijk was om een methode te ontwerpen die binnen een praktisch acceptabele tijd de optimale oplossing – dus degene met de kortste laadtijd – van het probleem vindt. We hebben ons daarom gericht op de ontwikkeling van een snelle methode die goede oplossingen vindt. Uit resultaten van rekenexperimenten met realistische gegevens die afkomstig zijn van ECT blijkt dat onze methode typisch oplossingen genereert die binnen 5% van het optimum liggen. Dit is een conservatieve inschatting op basis van o.a. wiskundige analyse; de werkelijke afwijking is dus gegarandeerd niet groter en zal meestal kleiner zijn.

Zoals reeds vermeld maakt de door ons ontwikkelde methode onder andere gebruik van resultaten en ideeën die reeds in de literatuur bekend waren voor gerelateerde *scheduling* problemen. De methode is echter te complex om hier te bespreken. Deze constatering roept wel meteen de vraag op of we wel zo ingewikkeld te werk moeten gaan. Als ik u namelijk zou vragen om zelf een methode te bedenken voor het *scheduling* probleem van de geautomatiseerde container terminal, zult u waarschijnlijk op basis van uw ervaring met het plannen van uw ochtendritueel of gelijksoortige situaties, vrij eenvoudige regels kunnen bedenken waarvan het aannemelijk is dat ze redelijke tot goede oplossingen zullen produceren. Een voorbeeld van een dergelijke regel is:

*Most Work Remaining*: als een automatisch geleid voertuig beschikbaar komt bij een kadekraan, gaat het een container ophalen voor de kadekraan die nog het meeste werk te verrichten heeft.



Overigens gebruikt men in de praktijk vaak een vaste toewijzing (*Fixed Assignment*) van automatisch geleide voertuigen aan kadekranen, d.w.z. elk voertuig werkt alleen voor één kadekraan en als het voertuig beschikbaar komt haalt het de eerstvolgende container op voor de kadekraan waaraan het is toegewezen.

Uit rekenexperimenten blijkt dat deze *Fixed Assignment* het duidelijk (gemiddeld zo'n 7%) slechter doet dan de door ons ontwikkelde methode. Echter, de *Most Work Remaining* regel doet het gemiddeld slechts zo'n 2.5% slechter dan onze veel complexere methode. Men zou nu kunnen stellen dat dit verschil zo klein is dat de simpele regel de voorkeur verdient. Deze is immers bijna net zo goed als onze methode, maar veel gemakkelijker te begrijpen en te implementeren. Ofwel, een duidelijk geval van moeilijk doen als het ook makkelijk kan!

Toch hebben we met onze wiskundige analyse wel degelijk iets gewonnen. Immers, zoals eerder vermeld, produceert onze methode oplossingen die slechts enkele procenten afliggen van het optimum. De simpele regel *Most Work Remaining* doet het op zijn beurt niet veel slechter dan onze methode. We hebben nu dus een zekere *garantie* dat de simpele regel het inderdaad vrij goed doet. Hadden we ons vanaf het begin alleen maar gericht op de toepassing van simpele regels, dan hadden we deze hoogstens onderling kunnen vergelijken, maar dat zou geen informatie hebben gegeven over hoe goed deze regels het doen in absolute zin, d.w.z. ten opzichte van het best haalbare. De beste simpele regel zou nog steeds erg slecht kunnen zijn. Dankzij onze wiskundige analyse hebben we nu laten zien dat dit niet het geval is en een containerschip gerust volgens een regel als *Most Work Remaining* kan worden geladen in de *wetenschap* dat het niet veel efficiënter kan.

Met de bespreking van het *container scheduling* project heb ik de volgende twee punten willen illustreren:

1. *Hoewel praktijkproblemen vaak niet exact overeenkomen met problemen die in de literatuur uitgebreid zijn bestudeerd, vormen de resultaten uit de literatuur juist vanwege hun generieke karakter een goede basis voor het ontwikkelen van praktisch hanteerbare methoden voor praktijkproblemen.*
2. *Grondige wiskundige analyse van beslissingsproblemen kan niet alleen leiden tot methoden die superieur zijn aan simpele methoden die in de praktijk vaak worden toegepast, maar ook tot absolute uitspraken ten aanzien van de kwaliteit van die simpele praktijkmethoden.*

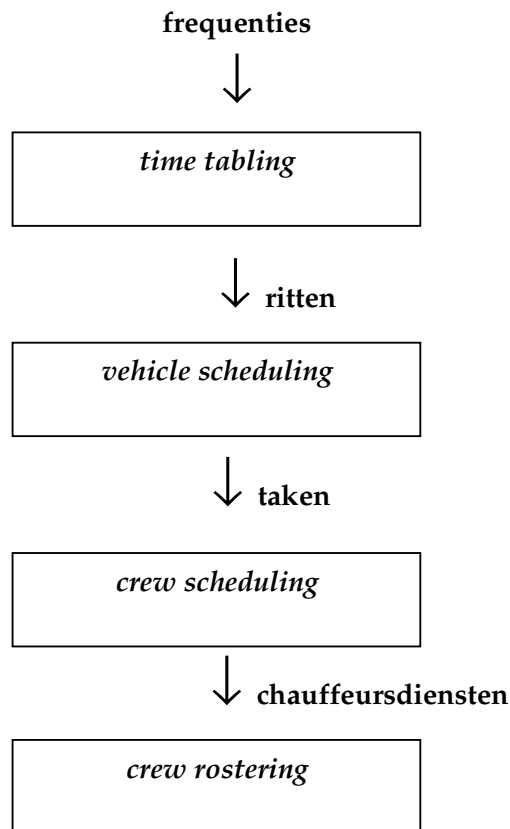
## **Openbaar vervoerplanning**

Het tweede onderzoeksproject dat ik wil bespreken heeft betrekking op planning van een buslijn in het stadsvervoer. Vanwege de huidige wijze van financiering door de overheid en het streven naar betere dienstverlening is het belang van kostenbeheersing bij openbaar vervoerbedrijven de laatste jaren sterk toegenomen. Efficiënte planning van de activiteiten speelt daarbij een belangrijke rol.

De route van een buslijn en de frequenties waarmee die lijn tijdens de verschillende delen van de dag moet worden uitgevoerd, krijgt het openbaar vervoerbedrijf gewoonlijk door de plaatselijke overheid aangeleverd. Dit zijn voor het bedrijf dus vaststaande (te realiseren) gegevens. Uit deze gegevens maakt het bedrijf tijdens het zogenaamde *time tabling* proces een dienstregeling. Deze dienstregeling is feitelijk een collectie ritten van de begin- naar de eindlocatie van de lijn of vice versa, met elk een gegeven starttijd. In het *vehicle scheduling* proces wordt bepaald welke ritten door dezelfde bus zullen worden uitgevoerd. Dit gebeurt zodanig dat er zo min mogelijk bussen worden ingezet en de bussen die worden ingezet gezamenlijk een zo klein mogelijk aantal kilometers afleggen.

Van het beslissingsprobleem dat moet worden opgelost in het *vehicle scheduling* proces is reeds lang bekend dat het gemakkelijk is, d.w.z. het proces kan snel worden uitgevoerd.<sup>x</sup> Tijdens het promotie-onderzoek van Richard Freling<sup>xi</sup>, enkele jaren geleden, ontwikkelden we samen met José Paixão een nieuwe methode om dit probleem op te lossen. Deze methode bleek op allerlei testproblemen aanzienlijk sneller te werken dan de toen bestaande methoden. Het is aardig om te vermelden dat de methode zelfs zo snel was dat sommige vakgenoten aanvankelijk de resultaten die we rapporteerden niet voor mogelijk hielden. Ze dachten dat we bewust of onbewust foutieve uitkomsten van onze rekenexperimenten presenteerden. Pas nadat we een computerimplementatie van de methode via internet beschikbaar hadden gesteld, zodat iedereen onze resultaten kon verifiëren, werd de waarde van de methode onderkend.<sup>xii</sup> Men zou echter kunnen stellen dat dit een aardig verhaal is, maar uiteindelijk weinig relevant voor de openbaar vervoerbedrijven. Het feitelijke planningsproces van deze bedrijven is namelijk aanzienlijk complexer dan wat ik tot nu toe beschreven heb. In totaal zijn er namelijk vier deelprocessen te onderscheiden, zoals in Figuur 2 te zien is.

Tot nu toe hebben we alleen het *time tabling* en het *vehicle scheduling* proces genoemd en is de planning van de chauffeurs nog helemaal buiten beschouwing gelaten. In het *vehicle scheduling* proces worden zogenaamde wagen diensten vastgelegd. Omdat chauffeurs elkaar niet op willekeurige plaatsen kunnen aflossen, kunnen we vervolgens zogenaamde taken onderscheiden, d.w.z. delen van een wagen dienst die door dezelfde chauffeur moeten worden uitgevoerd. In het *crew scheduling* proces worden uit alle taken chauffeursdiensten samengesteld. Een chauffeursdienst is dus het werk dat door één chauffeur op een dag zal worden uitgevoerd. Bij het bepalen van de chauffeursdiensten wordt geprobeerd de totale personeelskosten zo laag mogelijk te houden. Tot slot wordt er in het *crew rostering* proces voor iedere buschauffeur een rooster gemaakt, waarin staat welke chauffeursdienst hij of zij op een bepaalde dag moet uitvoeren en op welke dagen de chauffeur vrij is. Zowel de chauffeursdiensten als de roosters moeten uiteraard voldoen aan de wettelijke eisen, CAO afspraken e.d.



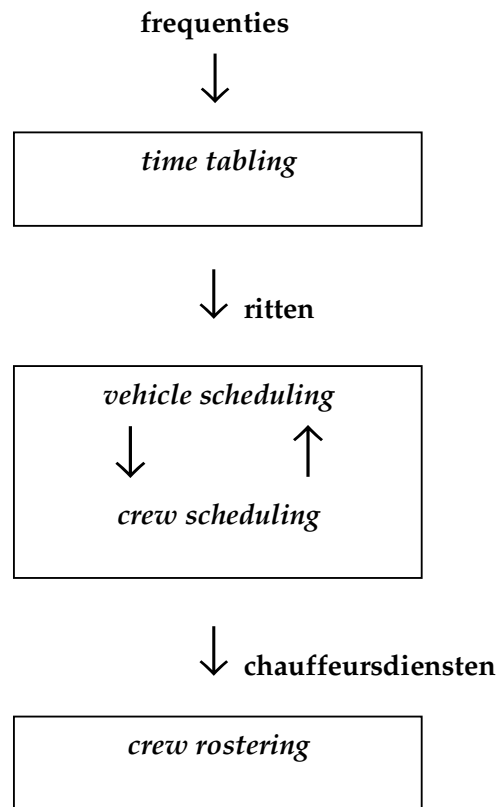
**Figuur 2:** Vier deelprocessen in openbaar vervoerplanning

De voorgaande beschrijving geeft weer hoe het planningsproces in de praktijk bijna altijd plaatsvindt. Wat belangrijk is om op te merken in deze beschrijving is het sequentiële karakter van het totale proces. Merk echter op dat als het doel is om de totale kosten voor het uitvoeren van de buslijn zo laag mogelijk te houden het wellicht niet verstandig is om eerst in het *vehicle scheduling* proces de ritten zodanig toe te wijzen dat de kosten van de bussen zo laag mogelijk zijn. Het kan immers zo zijn dat door de ritten op een andere, duurere wijze over de bussen te verdelen het later gemakkelijker is om een relatief

goedkope verzameling chauffeursdiensten samen te stellen. Per saldo zou dit een goedkopere totaaloplossing kunnen opleveren. In plaats van de vier planingsprocessen afzonderlijk en sequentieel uit te voeren, zouden we dus beter kunnen proberen de totale kosten te minimaliseren door de deelprocessen te integreren, d.w.z. de voertuigdiensten en de chauffeursdiensten en -roosters *gelijktijdig* vast te stellen. Bovendien lijkt deze observatie te leiden tot de voorlopige conclusie dat het niet zoveel zin heeft om aan methoden te werken om het *vehicle scheduling* proces sneller uit te voeren. Dus de eerder verwoorde kritiek dat er te veel energie wordt gestopt in onderzoek dat zich richt op de verkeerde, namelijk te eenvoudige, wiskundige modellen lijkt hier van toepassing. Ik kom hier dadelijk nog op terug.

Helaas is het beslissingsprobleem dat ontstaat als we alle deelprocessen proberen te integreren dusdanig complex en groot dat dit met de huidige stand van de techniek in de praktijk niet binnen een redelijke tijd uitvoerbaar is. Richard Freling, Dennis Huisman en ik zijn er echter in geslaagd een praktisch toepasbare methode te ontwikkelen waarin de integratie van de verschillende processen gedeeltelijk wordt gerealiseerd.<sup>xiii</sup> Deze methode integreert namelijk de twee belangrijkste processen, te weten *vehicle* en *crew scheduling*. Een schematische weergave van de methode staat in Figuur 3.

Onze methode komt informeel gesproken neer op het herhaaldelijk uitvoeren van de *vehicle* en *crew scheduling* processen, waarbij er informatie tussen deze processen wordt uitgewisseld met het doel ze steeds beter op elkaar af te stemmen om de totale voertuig- en personeelskosten zo laag mogelijk te krijgen. Uit studies die we o.a. in samenwerking met de RET hebben uitgevoerd, blijkt dat onze geïntegreerde methode typisch resulteert in planningsen waarin evenveel bussen worden gebruikt als bij toepassing van de traditionele sequentiële methode, maar waarin minder chauffeurs nodig zijn. Er kan dus vaak bespaard worden op de personeelskosten.



**Figuur 3:** Integratie van vehicle en crew scheduling

Wat belangrijk is om op te merken, is dat in onze methode herhaaldelijk (tientallen tot honderden keren) het *vehicle scheduling* proces wordt uitgevoerd. Juist daarom is het nuttig dat we over een snelle methode te beschikken om dit proces uit te voeren. Met andere woorden, de conclusie die we eerder leken te moeten trekken is onjuist. In het algemeen geldt:

*Het is nuttig om relatief eenvoudige deelproblemen te analyseren en er (betere) oplossingsmethoden voor te ontwikkelen, omdat dat van pas kan komen bij de oplossing van het complexere probleem dat eigenlijk opgelost moet worden.*

Overigens komt het ook voor dat nieuwe oplossingsmethoden voor relatief eenvoudige problemen gegeneraliseerd kunnen worden tot betere oplossingsmethoden voor complexere problemen.<sup>xiv</sup>

Het voert wederom te ver om de technische details van onze methode voor geïntegreerde *vehicle* en *crew scheduling* te bespreken. Ik hecht er echter wel aan om te benadrukken dat we gebruik maken van een algemene wiskundige techniek (namelijk kolomgeneratie<sup>xv</sup>) waarvan het principe reeds aan het begin van de jaren 60 van de vorige eeuw bekend was, maar die toen nog niet kon worden toegepast op de grote problemen die bijvoorbeeld in het openbaar vervoer voorkomen. Vanaf de jaren 80 is men begonnen deze techniek toe te passen op steeds grotere praktische problemen en steeds meer verschillende typen problemen. Dit werd enerzijds mogelijk gemaakt door de toegenomen rekenkracht van computers en anderzijds doordat men door middel van academisch onderzoek de techniek verder heeft weten te verfijnen. Nu, weer zo'n twintig jaar later, is deze techniek een standaardaanpak geworden die zelfs gebruikt wordt in bepaalde commerciële softwarepakketten. Een zelfde evolutie zien we ook bij andere geavanceerde wiskundige technieken (in het bijzonder bij *cutting plane* methoden<sup>xvi</sup>). Hieruit kunnen we een conclusie trekken die in zekere zin een open deur is, maar die desondanks vaak vergeten lijkt te worden:

*Het praktische nut van academisch onderzoek naar geavanceerde oplossingstechnieken blijkt vaak pas op de lange termijn.*

Uiteraard wil ik hier niet mee zeggen dat al het academisch onderzoek naar geavanceerde oplossingstechnieken uiteindelijk ook praktisch toepasbare methoden zal opleveren. In het academisch onderzoek moeten we echter durven ambitieuze en risicovolle wegen te bewandelen in plaats van ons te beperken

tot de meer bescheiden weggetjes die gegarandeerd op korte termijn tot iets leiden. Dat houdt inderdaad in: moeilijk doen als het ook makkelijk kan.

### **Implicaties voor de opleiding van besliskundigen**

Als directeur van de Econometrie & Besliskunde opleiding aan deze universiteit wil ik ook kort wat zeggen over de implicaties van het voorgaande voor de opleiding van besliskundigen. Er wordt vaak betoogd<sup>xvii</sup> dat de opleidingen te veel nadruk leggen op het aanleren van wiskundige vaardigheden en te weinig op andere vaardigheden die nodig zijn om het vak in de praktijk uit te oefenen. Ik ben het er zondermeer mee eens dat het belang van deze andere vaardigheden niet onderschat moet worden. Echter, ik ben er geen voorstander van hieraan binnen het reguliere opleidingsprogramma aanzienlijk meer aandacht te besteden dan nu al het geval is. De reden daarvoor is dat dit noodzakelijkerwijs ten koste zal gaan van de wiskundige vaardigheden. Voor de verdere ontwikkeling van de besliskunde is het van belang dat ook in de praktijk mensen werken die goed op de hoogte zijn van de *state-of-the-art* van het vak en die ontvankelijk zijn voor nieuwe ontwikkelingen. Alleen dan kunnen gezamenlijke onderzoeksprojecten tussen universiteiten en het bedrijfsleven blijvende effecten hebben en kunnen we er gerust op zijn dat specialistische software op een verantwoorde wijze wordt gebruikt. In Rotterdam hebben we slechts vier jaar voor de reguliere opleiding<sup>xviii</sup>. Dit dwingt ons tot keuzes in het opleidingsprogramma en het is dan logisch dat we studenten in ieder geval die kennis en vaardigheden proberen bij te brengen die ze elders niet kunnen verwerven of ontwikkelen.

Bovendien is bij de Rotterdamse opleiding om een tweetal redenen de noodzaak om binnen het reguliere programma meer tijd aan het ontwikkelen van andere vaardigheden te besteden nauwelijks aanwezig. Ten eerste is het imago van de rekenvaardige, maar wat wereldvreemde Econometrie & Besliskunde student achterhaald (als het al ooit met de werkelijkheid overeen kwam). De huidige generatie Rotterdamse studenten is zelfbewust, laat zich goed informeren over carrièremogelijkheden en ontwikkelt zelf ook vaardig-



heden via activiteiten buiten het reguliere opleidingsprogramma. Ten tweede biedt de Rotterdamse Econometrie & Besliskunde opleiding (als enige) een duale variant aan, die er op neer komt dat studenten additioneel aan het reguliere programma één jaar als werknemer (dus niet als stagière) bij een bedrijf doorbrengen en tevens cursussen volgen om extra vaardigheden te ontwikkelen. De afgelopen jaren heeft ongeveer 20% van de studenten voor deze variant gekozen. De duale variant is een experiment dat voorlopig gecontinueerd zal worden.

### **Samenvatting en conclusie**

De discussie over de tegenstelling theorie en praktijk wordt in het Engels vaak gevoerd in termen van *rigor* versus *relevance*, alsof grondig onderzoek per definitie niet praktisch relevant kan zijn. In het voorgaande heb ik duidelijk willen maken dat grondige analyse van wiskundige modellen en de ontwikkeling van geavanceerde oplossingstechnieken wel degelijk van nut kunnen zijn voor de oplossing van praktische beslissingsproblemen. Ik ben zelfs van mening dat sterk wiskundig georiënteerd onderzoek een noodzakelijke voorwaarde is voor de verdere ontwikkeling van de besliskunde, als wetenschap en als toepassingsgericht vakgebied. Het zal daarom geen verrassing zijn als ik u vertel dat ik een invulling aan mijn leeropdracht wil geven waarin deze wiskundige benadering duidelijk herkenbaar is, ook bij het meer toegepaste onderzoek. Ik maak deze keuze niet omdat dit de enige goede invulling van de leeropdracht zou zijn, maar omdat ik verwacht op deze wijze de grootste bijdrage aan het vakgebied te kunnen leveren.

## Dankwoord

Graag besluit ik deze rede met enige woorden van dank.

Allereerst gaat mijn dank uit naar de Vereniging Trustfonds Erasmus Universiteit Rotterdam die deze bijzondere leerstoel heeft ingesteld. Ik ben het College van Decanen en het College van Bestuur van deze universiteit zeer erkentelijk voor het in mij gestelde vertrouwen en ik dank iedereen die op enige wijze bij mijn benoeming betrokken is geweest.

Alle begin is moeilijk, dus ook het starten van een academische carrière. Het betekent dan veel als ervaren mensen laten blijken dat ze wel wat in je zien en je op weg helpen. Daarvoor ben ik mijn promotoren Antoon Kolen en Alexander Rinnooy Kan nog steeds zeer dankbaar. Ik hoop dat ze iets van wat ze me ooit hebben meegegeven, vandaag hebben terug gezien. Het feit dat ik deel uitmaak van de wetenschappelijke stamboom van Van Dantzig is uiteraard geen persoonlijke verdienste. Ik zie het echter wel als mijn taak om zelf aan deze stamboom enkele mooie loten toe te voegen.

Behalve mijn promotoren hebben ook mijn toenmalige lotgenoten grote invloed gehad op de beslissing om binnen de academische wereld te blijven. Twee van hen wil ik in het bijzonder daarvoor bedanken, namelijk Olaf Flippo die op dezelfde dag met zijn promotie-onderzoek begon en met wie ik jarenlang een kamer heb gedeeld, en Stan van Hoesel met wie ik in mijn promotietijd begon aan een succesvolle samenwerking die nog steeds voortduurt.

Ook bedank ik alle anderen met wie ik gezamenlijk onderzoek verricht of verricht heb.

Ik ben er trots op verbonden te zijn aan het Econometrisch Instituut. Niet alleen vanwege de goede reputatie van het instituut op onderzoeksgebied, maar ook omdat het een plek is waar veel mensen werken die zich zeer betrokken

voelen bij het onderwijs. Ik dank mijn huidige en voormalige collega's van de sectie Mathematische Besliskunde voor hun collegialiteit. Met name wil ik hier Nanda Piersma noemen die altijd bereid was iets extra's te doen als de situatie daarom vroeg.

Er is één collega die ik vandaag ontzettend mis. Begin dit jaar overleed Richard Freling. Hij was mijn eerste promovendus. Richard had een bijzonder goed gevoel voor het op effectieve wijze toepassen van geavanceerde wiskundige technieken op praktische beslissingsproblemen. Graag herhaal ik daarom wat ik ook bij andere gelegenheden gezegd heb, namelijk dat ik veel van hem heb geleerd. Het onderzoek op het gebied van openbaar vervoerplanning dat hij ooit uit Lissabon meenam naar Rotterdam en dat we nu zonder hem moeten voortzetten, zal altijd onlosmakelijk verbonden blijven met de herinnering aan hem.

Ruim tien jaar geleden werd Rommert Dekker benoemd als de hoogleraar Mathematische Besliskunde bij de Faculteit der Economische Wetenschappen. Met zijn komst kreeg het oplossen van praktische problemen een prominente plaats binnen het besliskundig onderzoek, terwijl de aandacht voor het meer wiskundige onderzoek gehandhaafd bleef. Het huidige onderzoeksprogramma is daardoor breed en van hoge kwaliteit, zoals o.a. blijkt uit de voorlopige conclusies van de recente onderzoeksvisitatie. Wel is de onderzoeksgroep de afgelopen jaren door verschillende oorzaken aanzienlijk in omvang afgenomen. Ik zie het ook als mijn verantwoordelijkheid om daar weer verandering in te brengen.

Ik dank de overige leden van de opleidingsdirectie Econometrie & Besliskunde voor hun inzet in het afgelopen jaar waarin bijzonder veel moest gebeuren. Extra veel dank ben ik verschuldigd aan de twee vrouwen in de directie, Elselien Taconis en Elli Hoek van Dijke, omdat ze me op cruciale momenten uit de wind wisten te houden. Een opleiding wordt uiteindelijk niet gemaakt door de directie, maar door de docenten en studenten. In dit verband wil ik mijn grote waardering uitspreken voor het Econometrisch Dispuut, dat via zijn activiteiten een wezenlijke bijdrage aan de opleiding levert. Het niveau en de

omvang van deze activiteiten rechtvaardigen naar mijn mening de status van zelfstandige faculteitsvereniging.

Als directeur van het onderzoeksinstituut RIBES en adjunct-directeur van de onderzoeksschool ERIM heb ik de afgelopen jaren kennis gemaakt met voor mij voorheen tamelijk onbekende delen van de faculteit en universiteit. Ik heb daar veel van opgestoken. Ik dank de voormalige medewerkers van het RIBES voor hun jarenlange inzet. De samenwerking binnen het E-team, het management team van ERIM, ervaar ik als buitengewoon plezierig en effectief. Ik hoop dat deze samenwerking, die gebaseerd is op wederzijds respect en een gemeenschappelijke visie op de te volgen koers, als voorbeeld mag dienen voor andere vruchtbare vormen van samenwerking tussen de Faculteit der Economische Wetenschappen en de Faculteit Bedrijfskunde.

Gelukkig is er ook nog een leven buiten de universiteit. De aanwezigheid van familie en vrienden in dat leven beschouw ik niet als vanzelfsprekend. Bedankt dat jullie er zijn, ook vandaag weer!

Uiteraard mis ik bij deze gelegenheid mijn vader, maar gelukkig weet ik dat hij trots op mij is.

Velen van u zullen in het jonge gezin uit het begin van deze rede het mijne herkend hebben. Wat dat gezin voor mij betekent, laat zich niet eenvoudig in woorden vatten. De beste omschrijving wordt wellicht gegeven door die grote dichter uit Freehold, New Jersey, in de taal van het moederland van Kerry, Rory en Kyran:<sup>xix</sup>

*We're just a close band of happy thieves who steal from the treasures of the Lord.*

Ik hoop dat we dat nog lang zullen blijven doen!

Ik heb gezegd.

## Noten

---

<sup>i</sup> Herbert Blankesteyn, Gesmeerd ontbijten, NRC Handelsblad 13-2-1993. Deze column is te lezen op de webpagina <http://home.wanadoo.nl/hmblank/optim101.htm>. Het is tevens in gewijzigde vorm opgenomen in Herbert Blankesteyn (2001), *Het Meest Optimale Maximum*, Gopher Publishers (te bestellen via [www.gopherpublishers.com](http://www.gopherpublishers.com)).

<sup>ii</sup> Zie Leo G. Kroon (2001), *Opsporen van sneller en beter. Modelling through...*, ERIM Inaugural Address EIA-2001-03-LIS.

<sup>iii</sup> Voor een meer uitgebreide geschiedenis zie:

<http://mscmga.ms.ic.ac.uk/jeb/or/intro.html>.

<sup>iv</sup> S. I. Gass en C. M. Harris, eds., (1996), *Encyclopedia of Operations Research and Management Science*, Kluwer Academic Publishers.

<sup>v</sup> Voor een biografie van Van Dantzig, zie Gerard Alberts (2000), *Twee geesten van de wiskunde. Biografie van David van Dantzig*, CWI, Amsterdam.

<sup>vi</sup> Zie Constance van Eeden (2000), *The Scientific Family Tree of David van Dantzig*, CWI, Amsterdam.

<sup>vii</sup> Zie bijvoorbeeld

R.L. Ackoff (1979), The Future of Operational Research is Past, *Journal of the Operational Research Society* 30, 93-104

en

C.J. Corbett en L.N. Van Wassenhove (1993), The Natural Drift (What Happened To Operational Research?), *Operations Research* 41, 625-640.

<sup>viii</sup> Zie bijvoorbeeld

Rommert Dekker (1993), *Schipperen tussen theorie en praktijk: twijfels van een besliskundige*, Oratie, Erasmus Universiteit Rotterdam; ook verschenen in *Kwantitatieve Methoden* 44, 103-120

en

---

Marc Salomon (1997), *Operations Research in Nederland: kansen en bedreigingen*, Oratie, Katholieke Universiteit Brabant, Tilburg University Press

<sup>ix</sup> Patrick Meersmans (2002), *Optimization of Container Handling Systems*, Proefschrift, Erasmus Universiteit Rotterdam, Thela Thesis Academic Publishing Services.

<sup>x</sup> Impliciet nemen we hier aan dat we te maken hebben met het *single depot* geval. Dan is het probleem polynomiaal oplosbaar. Het *multi depot* geval is NP-moeilijk.

<sup>xi</sup> Richard Freling (1997), *Models and Techniques for Integrating Vehicle and Crew Scheduling*, Proefschrift, Erasmus Universiteit Rotterdam, Thesis Publishers, Amsterdam.

<sup>xii</sup> Het artikel werd in 1995 ter publicatie aangeboden aan *Transportation Science* waar het uiteindelijk verscheen als R. Freling, J.M. Pinto Paixão en A.P.M. Wagelmans (2001), *Models and Algorithms for Single-Depot Vehicle Scheduling*, *Transportation Science* 35, 165-180.

<sup>xiii</sup> Zie

R. Freling, D.Huisman en A.P.M. Wagelmans (2000), *Models and Algorithms for Integration of Vehicle and Crew Scheduling*, Report 2000-10/A, Econometrisch Instituut, Erasmus Universiteit Rotterdam (geaccepteerd voor publicatie in *Journal of Scheduling*)

en

R. Freling, D. Huisman en A.P.M. Wagelmans(2001), *Applying an Integrated Approach to Vehicle and Crew Scheduling in Practice*, in S. Voß and J.R. Daduna (eds.), *Computer-Aided Scheduling of Public Transport*, Springer, Berlin, pp. 73-90.

<sup>xiv</sup> Een mooi voorbeeld daarvan is een theoretisch verbeterd algoritme voor een eenvoudig *lot sizing* probleem zonder capaciteiten, dat beschreven wordt in

S. van Hoesel, A. Wagelmans en B. Moerman (1994), *Using Geometric Techniques to Improve Dynamic Programming Algorithms for the Economic Lot-Sizing Problem and Extensions*, *European Journal of Operational Research* 75, 312-331.

---

Het idee van het algoritme kan ook worden toegepast op *lot sizing* problemen met capaciteiten, die moeilijker oplosbaar zijn. Het algoritme dat dan resulteert is in theoretische zin niet beter dan reeds bestaande methoden, maar blijkt wel in praktische zin bijzonder efficiënt te zijn. Zie

Chen, H.-D., D. W. Hearn en C.-Y. Lee (1994), A New Dynamic Programming Algorithm for the Single Item Capacitated Dynamic Lot Size Model, *Journal of Global Optimization*, 4, 285-300.

<sup>xv</sup> Voor een overzicht zie Jacques Desrosiers(1998), *Column Generation*, op de webpagina <http://www.crt.umontreal.ca/~jacques/Column/index.htm>

<sup>xvi</sup> Een goed voorbeeld hiervan is het werk van Laurence Wolsey en zijn medewerkers op het gebied van *lot-sizing* problemen. Zie

L.A. Wolsey (2002), *Solving multi-item lot-sizing problems with an MIP solver using classification and reformulation*, CORE Discussion Paper 2002/12, Center for Operations Research and Econometrics, Université Catholique de Louvain, Louvain-la-Neuve, Belgium.

<sup>xvii</sup> Zie bijvoorbeeld Salomon (1997).

<sup>xviii</sup> Aan wiskunde faculteiten is de besliskunde opleiding vijf jaar.

<sup>xix</sup> Ontleend aan Bruce Springsteen, *Living Proof*. De volledige tekst is o.a. te vinden in Bruce Springsteen (1998), *Songs*, Avon Books, Inc., New York