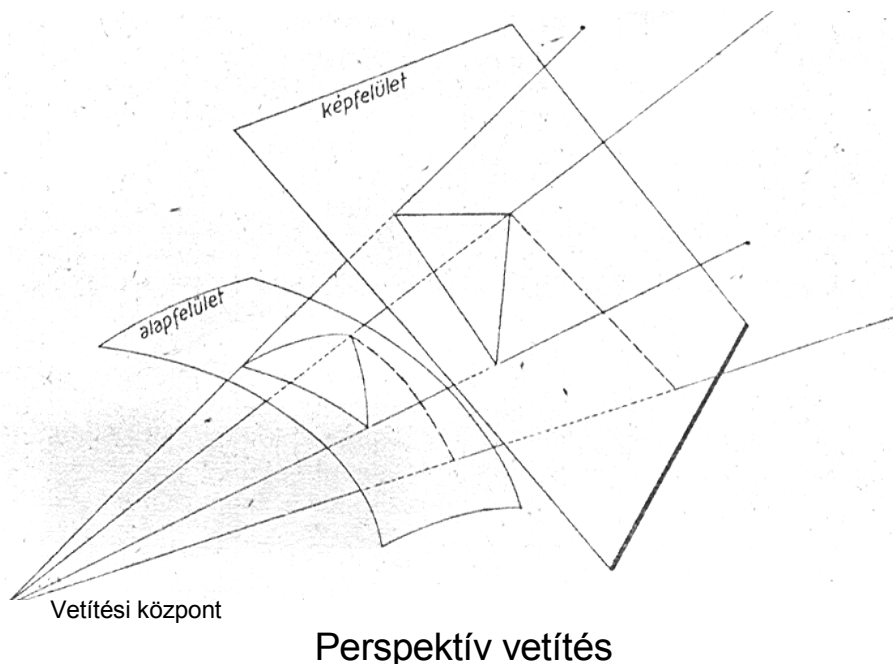


2. A vetülettan alapjai

2.1. Vetülettani alapfogalmak

A különböző célú és méretarányú térképek készítése eltérő követelményeket állít a térképész elé. Az egyik térképnek az alakhűséget, a másikat a területtartást, a harmadiknak az egyes távolságok vagy irányszögek közvetlen mérhetőségét kell tükröznie. A geodéziai méréseket a Föld felszínén végzik, a mérési eredmények pedig síkba terített térképen ábrázolják. A mérések adatait: irányokat, távolságokat, a földmérési hálózatok pontjait síkra kell vetíteni, vagy számítások segítségével a síkra kell vonatkoztatni. Mivel Földünk felszíne térben görbült felület, torzulások nélkül nem fejtethető síkba - nem alakítható térképpé.

Vetítésről a szó valódi értelmében akkor beszélünk, amikor egy vetítési központból az alapfelület pontjainak képét a képfelületre vetítjük, leképezzük (1. ábra). A vetítés eredménye a vetület, térképészeti vonatkozásban az alapfelület (az eredeti felület, földfelszín) rajzolatának megfelelője a képfelületen (egy másik felület).



1. ábra: Perspektív vetítés

Valódi vetítéskor a kép mértaniilag (geometriailag) előállítható. A vetületek nagy részénél azonban a vetítési központot nem lehet kijelölni és az alapfelületi adatokból a képfelületre vonatkozókat csak matematikai úton tudjuk meghatározni. Ilyen esetben a vetítés és a vetület kifejezés nem helytálló, de a mindennapi nyelvhasználatban e fogalmakat használjuk akkor is, amikor csak matematikailag meghatározott ábrázolási módról van szó. A leképezés vagy vetítés törvényeit vetületi egyenletek szabályozzák.

A mértani úton előállítható vetület a perspektív vetületek, szemben a csak matematikai úton nyerhető nem perspektív vetületekkel.

Az alapfelület, a Föld tényleges alakját (geoidot) helyettesítő felület, amelynek aránylag egyszerű matematikai egyenlete van. A Földet helyettesítő felület, amelyet a Föld úgynevezett matematikai alapjának nevezünk, a forgási ellipszoid és a gömb. Pontosán olyan gömb, amely a forgási ellipszoiddal azonos felszínű és ahhoz adott helyen simul. A közepes és a kis méretarányú földrajzi térképek szerkesztésénél a gömb alkalmazása alapfelületként általában célszerű, mert a számítások egyszerűsége és gyorsasága előnyt jelent és a különbségek által okozott hiba elhanyagolható.

A nagy méretarányú térképeknél először a forgási ellipszoidról, mint alapfelületről a hozzá legjobban simuló gömbre, az ún. Gauss-gömbre vetítene, majd erről a síkra vagy síkba fejthető felületre (henger vagy kúp). Ez az úgynevezett kettős vetítés.

A képfelület a vetítésnél az a felület, amire vetítünk. A térképészetben a képfelület lehet sík, henger vagy kúp. A képfelület szerint így, sík vagy azimutális, henger és kúpvetületről beszélünk.

2.1.1.Földrajzi koordináták

Egy pont földfelszíni helyét a pont alapfelületi földrajzi koordinátái és a tengerszint feletti magassága (a geoidtól való távolsága) határozzák meg.

A Föld forgástengelyének felszíni dőléspontjai az északi és a déli pólus (sark). A Föld geometriai középpontján átmenő és a forgástengelyre merőleges sík a Föld felszínéből az Egyenlítőnek nevezett legnagyobb alapfelületi kört metszi ki (2-4.ábra). Az Egyenlítőre merőleges, a pólusokon átmenő síkok földfelszíni metszésvonalai a meridiánok (délkörök, hosszúsági körök). Az Egyenlítő síkjával párhuzamos síkok a földfelszínből a paralelköröket (szélességi köröket) metszik ki. A meridiánok és a paralelkörök meghatározott sűrűségű, szabályosan következő értékeinek rendszere alkotja a földrajzi fókálózatot. (Ennek a hálózatnak a térképre vetített képét is földrajzi fókálózatnak nevezzük.)

Az egyik koordináta a földrajzi szélesség: az a φ szög, amelyet a földi ellipszoid normálisa (vagy a földgömb sugara) az Egyenlítő síkjával bezár.

A földalak mérése során általában két, azonos meridiánba eső pont földrajzi szélességét és a köztük levő távolságot határozzák meg. A földrajzi szélesség-meghatározások csillagászati módszerekkel történtek.

A földrajzi szélesség pótszögét pólustávolságnak nevezzük és β -val jelöljük.

Eszerint: $\beta = 90^\circ - \varphi$ ill. $\varphi = 90^\circ - \beta$

A második koordináta a földrajzi hosszúság: az a λ szög, amelyet a földfelszín vizsgált pontján átmenő meridián síkja egy kiválasztott kezdőmeridián síkjával bezár. A földrajzi hosszúságot a kezdőmeridiántól keletre és nyugatra 180° -ig számítják. A földrajzi hosszúság-meghatározások alapja a kezdőmeridián és a keresett földrajzi hosszúság közti helyi időkülönbségek mérése.

1884 óta általánosan a greenwichi Királyi Csillagvizsgáló kupoláján áthaladó meridiánt használják kezdőmeridiánként. A korábban használt legfontosabb kezdőmeridiánok és a greenwichi meridián közti különbségek a következők:

Ferro (Kanári szigetek)	17°39'46" Ny
Párizs	2°20'14" K
Pulkovo	30°19'39" K

Magyarországon a régebbi térképeken használtak budai, nagyváradi, bécsi és pozsonyi kezdőmeridiánt is.

GREENWICHTŐL KELETRE:

21°11'35"	Nagyvárad (mérés nélkül)
19°02'32,3"	Várhegy (első budai)
17°35'20"	Nagyszombat
17°06'30"	Pozsony
19°02'59,7"	Gellérthegy (második budai)
19°02'54,8"	Gellérthegy (EOV)

Magyarországi kezdőmeridiánok

Vetületi számításoknál a számítás és szerkesztés egyszerűbbé tétele érdekében az ábrázolandó terület közepén áthaladó kerek számértékű meridiánt szokás kiindulómeridiánnak választani. Ilyen esetben - amikor csak a számítás és szerkesztés idejére térnek el a greenwichi kezdőmeridiántól - ezt a kiindulómeridiánt megkülönböztetésül középméridiánnak nevezzük. A képletekben λ értékét ettől a középméridiántól kell számítani.

Olykor használják a terület közepén áthaladó kerek számú paralelkört is, közép-paralelkörként; a kettő kezdőpontja a vetületi kezdőpont.

Vetületi számításokban gyakran előfordul, hogy valamely terület torzításmentesebb, jobb leképezés érdekében számításainkat nem a forgástengely - Egyenlítő vonatkozási rendszerre, hanem a földgömb valamely más átmérőjéhez és főköréhez kell viszonyítanunk.

Ilyen esetben ennek az átmérőnek a végpontjait segédpólusként, a gömb középpontjában az átmérőre merőlegesen fektetett síkban a gömbfelülettel való metszéspontját segédegyenlítőnek, a segédegyenlítővel párhuzamosan fektetett síkoknak a gömbfelülettel való metszéspontjait segédparalelköröknek, a segédpólusokon átfektetett síkoknak a gömbfelülettel való metszéspontjait pedig segédmeridiánoknak nevezzük. A segédparalelkörök és segédmeridiánok vonalrendszerét segédhálózatnak nevezzük. Az ebben a rendszerben a földrajzi koordináták mintájára kialakított koordináták a segéd földrajzi koordináták: a segéd földrajzi szélesség és a segéd földrajzi hosszúság.

Az alapfelületen kívül vannak olyan kitüntetett irányok és vonalak, amelyeket a vetületi számítások során esetleg figyelembe kell vennünk. Ezek a következők:

Azimut valamely pontból kiinduló alapfelületi iránynak a ponton átmenő meridiánnal bezárt α szöge. Az azimutot vetületi számításokban a meridián északi ágától kiindulva az óramutató járásával megegyező irányban haladva 0° -tól 360° -ig számítjuk.

Ortodróma a neve két gömbfelületi pont közötti legrövidebb gömbfelületi vonalnak, amely mindig gömbi főkör. Egy ortodróma mentén $r \cdot \sin \alpha = \text{konstans}$

ahol r az ortodróma adott pontján átmenő paralelkör sugara, α pedig a pontban az ortodróma azimutja.

Az Egyenlítő mentén $r \sin \alpha = a$ (az egyenlítői fűdsugár), a meridián mentén pedig $r \sin \alpha = 0$.

A loxodróma olyan folytonos gömbfelületi vonal, amely minden pontjában ugyanazt a szöget zár be a meridiánnal, vagyis az azimutja állandó.

$$\alpha = \text{konstans}$$

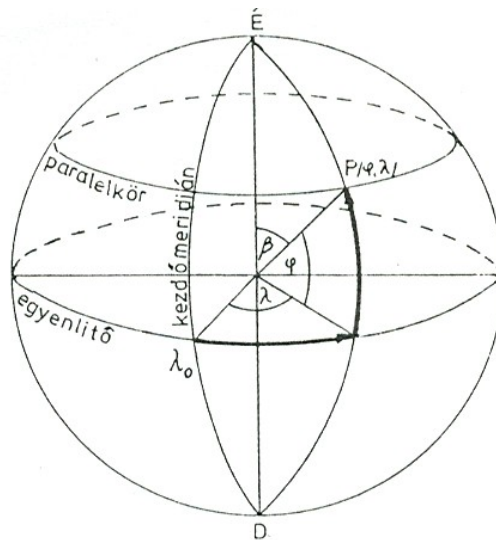
A loxodróma a gömbön a meridiánok (0°) valamint az Egyenlítő mentén (90°) legnagyobb gömbi kör, a paralelkörök mentén (90°) gömbi kör, más irányban pedig olyan csavarvonal, amelyik aszimptotikusan közeledik a pólushoz.

A loxodrómáknak és az ortodrómáknak elsősorban a navigációban van jelentősége. Régebben gyakran a loxodróma mentén hajóztak, mert így, az iránytű segítségével csak az azimutot kellett tartani. Nagyobb távolságok esetén a loxodróma mentén történő hajózás már jelentős útvonal hosszabbodással jár, ezért célszerűbb a legrövidebb utat (és a legkevesebb üzemanyagköltséget) jelentő ortodróma mentén hajózni, ill. repülni.

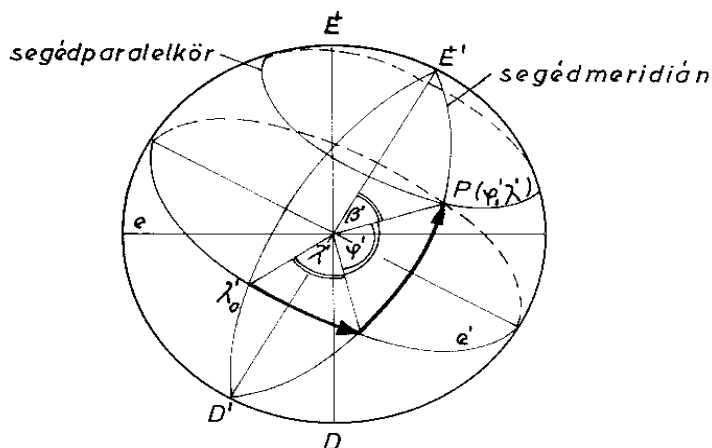
A vetületi rendszerek alkalmazásakor nem a hagyományos matematikai, hanem a geodéziai koordináta rendszert használjuk ekkor a koordináta tengelyek (x, y) helyét cserélnek, mivel a meridiántól mérjük az irányszöget (azimutot), így a meridián képe lesz az x tengely.

Vetülettani alapfogalmak

- Pólusok
- Egyenlítő
- Meridiánok
(dél-, hosszúsági körök)
- Paralelkörök
(szélességi körök)
- Földrajzi fokhálózat
- Földrajzi szélesség
- Földrajzi hosszúság
- Pólustávolság

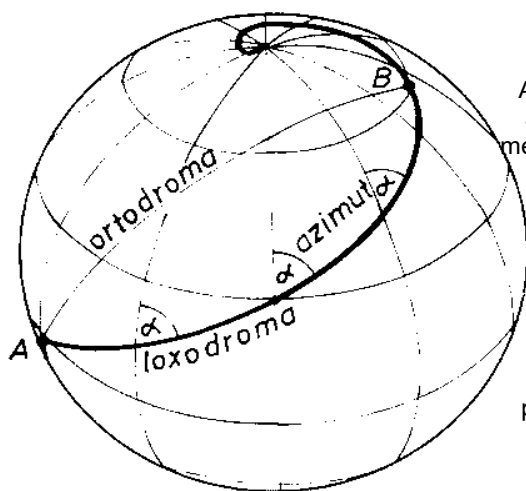


2. ábra: Vetülettani alapfogalmak I.



Segédföldrajzi koordináták

3. ábra: Vetülettani alapfogalmak II.



•**Azimut** (alfa): valamely pontból kiinduló alappfelületi iránynak a ponton átmenő meridiánnal bezárt szöge. A vetületi számításokban a meridián É-i ágától kiindulva az óramutató járásával megegyező irányban haladva 0-360 fokig számítják.

•**Ortodróma**: két gömbfelületi pont közötti legrövidebb gömbfelületi vonal, mindig gömbi főkör.

•**Loxodróma**: olyan folytonos gömbfelületi vonal, amely minden pontjában ugyanazt a szöget zárja be a meridiánnal (alfa = konstans).

Az azimut, az ortodróma és a loxodróma

4. ábra: Vetülettani alapfogalmak III.

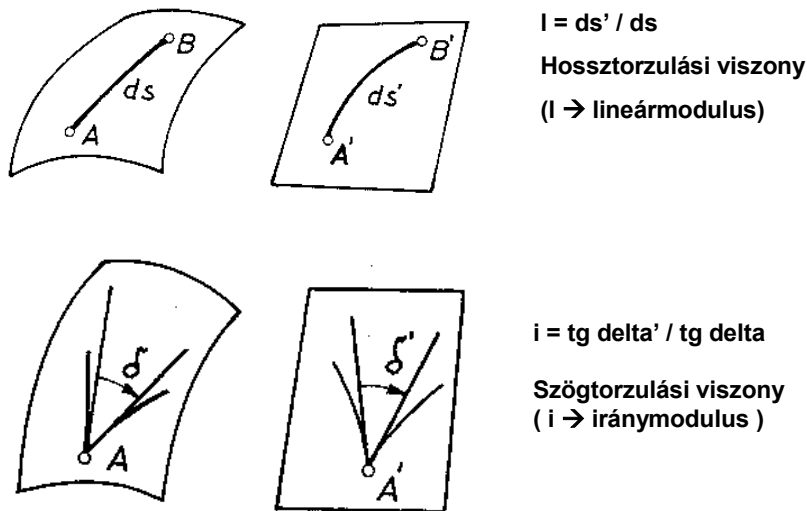
2.2. Vetületi torzulások

Az alappfelületül használt gömb (vagy a Föld más helyettesítő felülete) torzulás nélkül nem fejthető síkba. A képfelületen torzultan jelentkeznek az alappfelület hosszúságai és irányai (szögek) vagy területei.

A vetületi egyenletek a pontok gömbi földrajzi koordinátái és a képfelületen ezeknek megfelelő pontok sík koordinátái közötti összefüggéseket írják le. Kifejezik a vetületek milyenségét, fajtáját, sajátosságait és a vetítéskor bekövetkező torzulások mértékét is.

A hosszak, szögek és területek torzulását a torzulási viszonyokkal (modulusokkal) jellemezhetjük (5-6. ábra).

Torzulási viszonyok (modulusok)



5. ábra: Torzulási viszonyok I.

2.2.1. Hossztorzulási viszony vagy lineármódulus

Két, egymástól kis távolságra levő A és B alapfelületi pont közti legrövidebb felületi vonal hossza ds . Ugyanezen két pont képfelületi megfelelője A' és B'; a köztük lévő legrövidebb képfelületi vonal hossza ds' . A vetületi hossztorzulásra jellemző érték az

$$l = \frac{ds'}{ds}$$

arány, amelyet hossztorzulási viszonynak vagy lineármódulusnak neveznek.

A különböző vetületeket megvizsgálva azt látjuk, hogy a hossztorzulási viszony egy vetületen belül is a helynek és az iránynak a függvénye. Különleges esetet jelentenek az ún. szögtartó vetületek, amelyeknél a hossztorzulási viszony csak a helynek a függvénye.

2.2.2. Szögtorzulási viszony vagy iránymodulus

Az alapfelületen két egymást A pontban metsző ds távolság δ szöget zár be. Ezek képfelületi megfelelőit létrehozva nyerjük az A pontnak megfelelő A' pontot és δ képi megfelelőjét δ' -t. A vetületi irányok torzulására az

$$i = \frac{\operatorname{tg} \delta'}{\operatorname{tg} \delta}$$

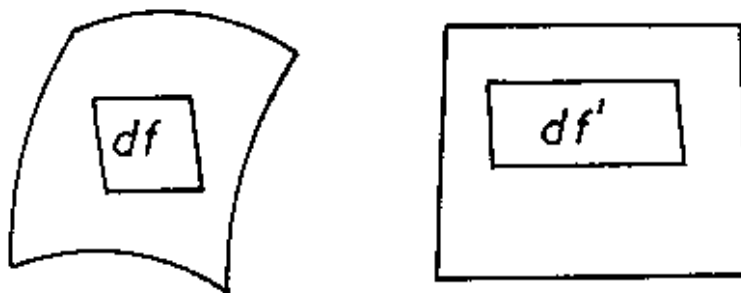
arány jellemző, amelynek neve szögtorzulási viszony vagy iránymodulus.

Azok a vetületek, amelyekben a szögek változatlanok maradnak, azaz torzulást nem szenvednek ($i=1$), szögtartóak.

A szögtartó vetületek szögtorzulási viszonyai tehát minden pontban és minden irányban eggyel egyenlőek.

2.2.3. Területtorzulási viszony

A területtorzulás



$$\tau = df'/df$$

$$\tau = 1 \rightarrow \text{területtartás}$$

6. ábra: Torzulási viszonyok II.

A területtorzulásra jellemző értéket vizsgálva egy kis terület nagysága az alapfelületen df , a képfelületen ennek megfelelője df' . A

$$\tau = \frac{df'}{df}$$

arány a vetület területtorzulását jellemzi, neve területtorzulási viszony vagy területi modulus.

A területtorzulási viszony a hossztorzulási és szögtorzulási viszony már megszabják, hiszen a területtorzulás függvénye a hosszak és a szögek torzulásának.

A vetületi egyenletek alkalmas megválasztásával, tehát megfelelő vetületekkel elérhető, hogy területtorzulás következzen, ez esetben

$$\tau = \frac{df'}{df} = 1$$

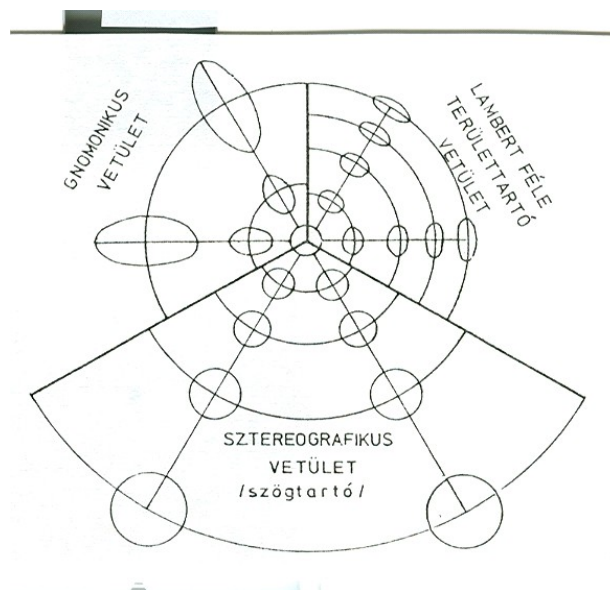
Olyan térképi vetület, amely minden pontjában szögtartó és egyszersmind területtartó, nincs. Vannak olyan vetületek, amelyeknek bizonyos irányai hossztorzulást nem szenvednek, azaz ezekben az irányokban a hossztorzulási viszonyok az egységgel egyenlők.

Minden irányban hossztartó vetület nem létezik. Az a vetület, amely se nem szögtartó, sem pedig nem területtartó, általános torzulású vetület. Bármely csoportba tartozzék is a vetület, mindig van rajta egy vagy több pont vagy vonal, amelynél semmiféle torzulás nincsen, tehát mind a három fajta torzulási viszony az egységgel egyenlő. A torzulások ettől eltávolodva általában növekvő mértékben eltérnek az egységtől.

A torzulásokat az ún. torzulási ellipszis (v. Tissot féle indikatrix) segítségével fejezhetjük ki. N.A. Tissot (1824-1895) francia matematikus alapvető elméletet dolgozott ki a vetületi torzulásokra. Törvénye kimondja, hogy egy alapfelületi elemi kör a térképen ellipszisként jelenik meg. Ennek nagytengelye irányában a torzulás maximális, kistengelye irányában minimális. Ugyanis, ha a Földünket képviselő alapfelületen, a földgömbön valamely adott pont körül kis sugarú kört rajzolunk, ennek a végtelenből jövő párhuzamos sugarakkal vetített képe a vetítésugarakra merőleges képfelületen ellipszis lesz.

Ha az alapfelület más-más pontjaiban vesszük fel a kis köröket, azoknak a képe más és más méretű ellipszis lesz, és más és más lesz az ellipszis tengelyeinek az elhelyezkedése. Ilyenformán az ellipszis alakjának hely szerinti változása a vetület jellemzője. A torzulási ellipszis megadja a hossz-, szög- és területtorzulási viszonyokat (7. ábra).

Néhány valódi vetület torzulási ellipszise (síkvetületek)



7. ábra: Tissot -féle torzulási ellipszisek

Ha a torzulási ellipszis a térkép minden pontjában kör a vetület szögtartó. Ha a torzulási ellipszis felülete a térkép minden pontjában megegyezik az egység sugarú kör felületével, a

vetület területtartó. A torzulási ellipszis tengelyei a legnagyobb és a legkisebb torzulás irányába mutatnak. A torzulások ismerete a térkép kvantitatív használatánál elengedhetetlen (8. ábra).

Az egységnyi sugarú kör képe az alapfelületen	Az egységnyi sugarú kör képe a vetületen [Tissot-féle indikatrix]
Szögtartó vetület	
Területtartó vetület	
	 $T_1 = T_2$
Egyes irányokban hossztartó vetület	
	 $l_1 = l_2$
Általános torzítású vetület	
	 $T_1 \neq T_2$ $\alpha_1 \neq \alpha_2$

8. ábra: Tissot-féle indikatrix alakja különböző torzulások esetén

2.3. A vetületek elnevezése és csoportosítása

Szokás a vetületeket első szerkesztőjükről, esetleg jelentősebb alkalmazójukról személynévvel elnevezni (pl. Mercator, Gauss-Krüger, Eckert féle vetület).

Gyakran képfelületéről és valamely közelebbi vetülettani sajátosságáról jelölik meg a vetületeket (pl. négyzetes hengervetület, területtartó kúpvetület).

Megjelölésül szolgálhat még néhány sajátos elnevezés, amelyet a történelem során kaptak a vetületek (pl. ortografikus, sztereografikus vetület).

A vetületek csoportosítása:

A képfelület jellege szerint megkülönböztetünk sík-, kúp- és hengervetületeket (9-14. ábra).

Az alapfelületek és a képfelületek kölcsönös helyzete szerint a következő eseteket különböztetjük meg.

Ha az alapfelület (földgömb, ellipszoid) forgástengelye és a képfelület tengelye egybeesik, a vetület normális, vagy poláris. (A képfelület tengelyén a kúppalást és a hengerpalást forgástengelyét illetve a képsíkra merőleges egyenest értjük.) Ha az alapfelület és a képfelület tengelye merőleges egymásra, a vetület transzverzális vagy ekvatorális. Ha az alapfelület és a képfelület tengelye hegyes szöget zár be egymással, a vetület ferdetengelyű vagy meridionális. Ha a képfelület érinti az alapfelületet, a vetület érintő, ha metszi, a vetület metsző. Ha nincs közös pontjuk, lebegő elhelyezésről beszélünk.

A vetületek csoportosítása a képfelület jellege és az alapfelület kölcsönös helyzete szerint a.,poláris, b.,transzverzális, c., meridionális helyzet.

Az előállítás elve szerint perspektív és nem perspektív vetületek amelyek csak matematikai úton képezhetők.

A fokhálózati kép alakulása szerint megkülönböztetünk valódi és képzetes vetületeket.

Valódi egy vetület, ha:

- poláris elhelyezésben a meridiánok (más elhelyezésben a segédmeridiánok) képei egyenesek és egy pontban (ez lehet a végtelenben is) futnak össze.
- a (segéd-) paralellkörök képei koncentrikus körök vagy körívek, amelyeknek középpontja az a pont, melyben a (segéd-) meridiánok képei találkoznak.
- a fokhálózati vonalak képei egymást derékszögben metszik.

Ha a fenti három követelmény közül valamelyik nem teljesül, a vetület képzetes.

A torzulási viszonyok alapján megkülönböztethetünk

- általános torzulású,
- szögtartó és
- területtartó vetületeket.

Megjelölhetjük még azon irányokat (pl. meridiánokat), amelyek mentén a terület hossztartó.

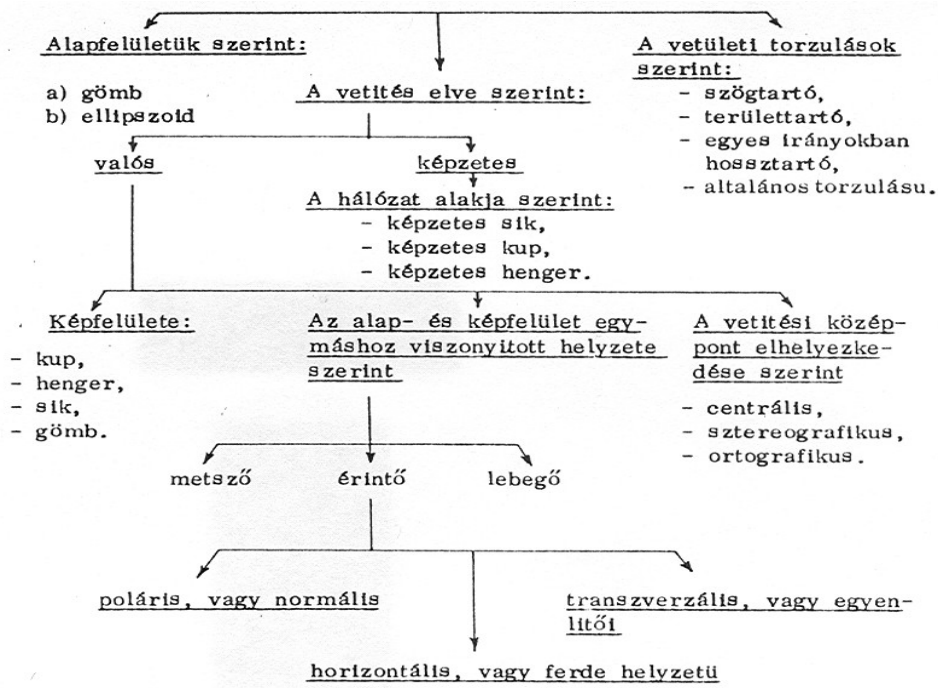
Felhasználás szerint a következő vetületcsoportokat különböztetjük meg:

Geográfiai vetületek: Ezek a kis méretarányú földrajzi térképek ábrázolásához használják, melyek alapfelülete rendszerint félgömb. Szerkesztésük során a fokhálózat képét vetítik a képfelületre, a többi térképi vonalat interpretációval szerkesztik.

Geodéziai vetületek: Ezekkel készülnek a topográfiai térképek, a nagy méretarányú térképekhez pedig geodéziai vetületeket használnak. Alapfelületük az ellipszoid, a képfelületre a vetületi egyenletek alapján a vízszintes alappontokat (felsőrendű háromszögelési pontokat) vetítik. A geoidot jól megközelítő ellipszoid is elég nehezen kezelhető matematikailag. Ezért a vetítést - elsősorban a geodéziai vetületek esetében - gyakran két lépésben végezzük el.

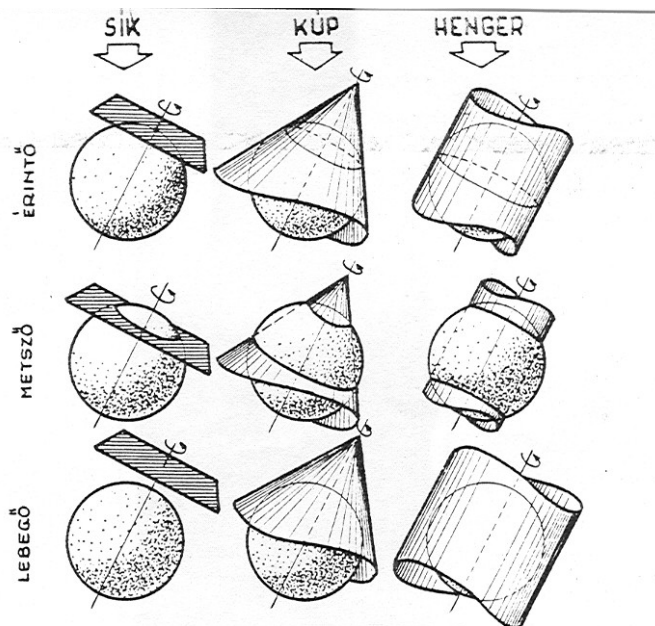
Az ellipszoidról a pontokat általában először gömbre vetítik. Ez a Gauss-gömb, amely általában a vetületi rendszer középperidiánján érinti az ellipszoidot és görbületével legjobban simul annak egy meghatározott részéhez (pl. Magyarország területéhez).

A második lépésben a pontokat a Gauss-gömből vetítik valamilyen módon síkra vagy síkba fejthető felületre. A kisméretarányú földrajzi térképek szerkesztésekor elegendő a számításokat gömb alapfelületre végezni.



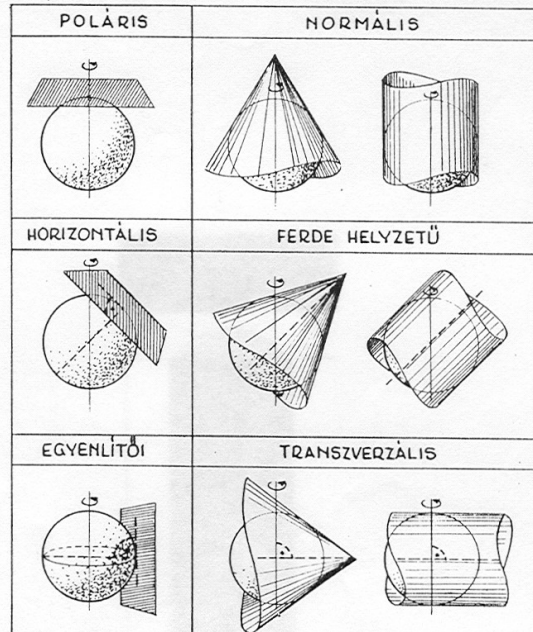
A vetületek csoportosítása

9. ábra: A vetületek csoportosítása



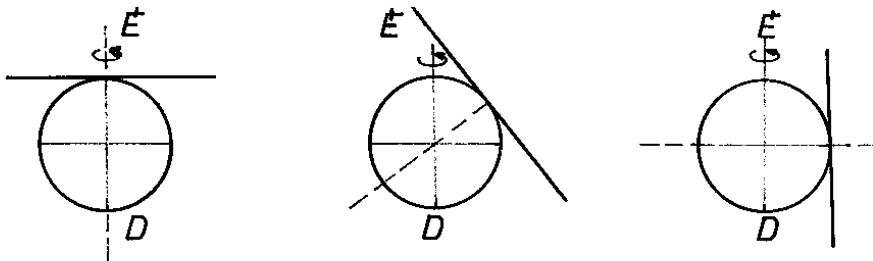
10. ábra: A vetületek csoportosítása az alapfelület és a képfelület

egymáshoz viszonyított helyzete alapján



11. ábra: Az érintő helyzetű vetületek csoportosítása I.

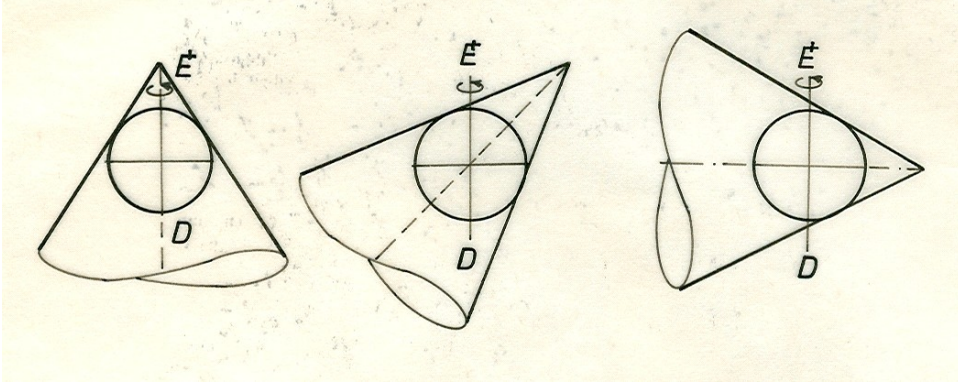
1. Síkvetületek



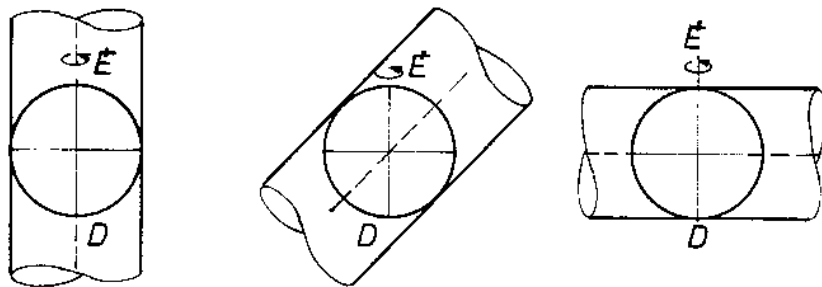
- a. Poláris vagy normális b. Tranzverzális helyzet c. Meridionális

12. ábra: Az érintő helyzetű vetületek csoportosítása II.

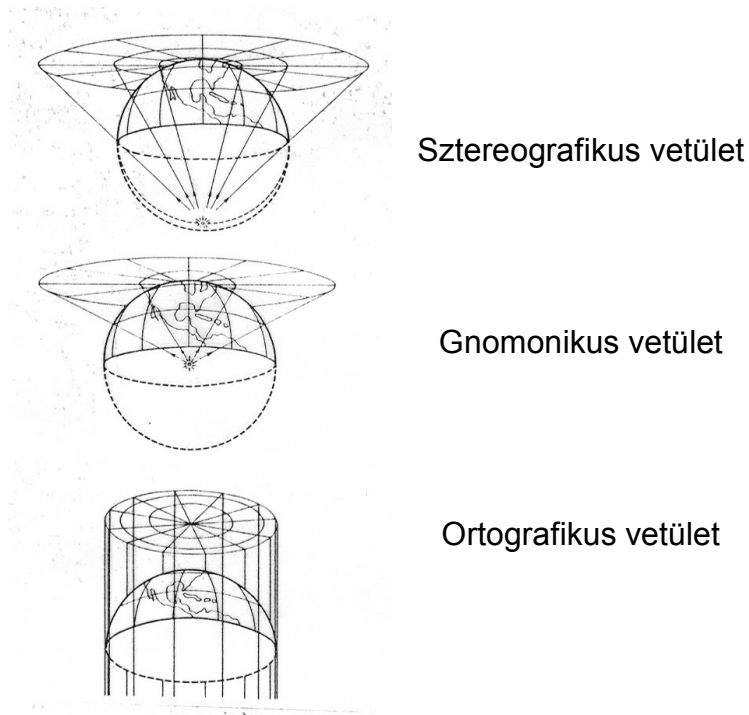
2. Kúpvetületek



3. Hengervetületek



13. ábra: Az érintő helyzetű vetületek csoportosítása III.



14. ábra: A vetítési középpontok különböző elhelyezkedéséből keletkező vetületek

2.4. A valódi vetületek

2.4.1. A valódi síkvetületek (azimutális vetületek)

Az azimutális vetületek képfelülete a gömböt érintő sík (16. ábra).

Jellemző tulajdonságai a következők:

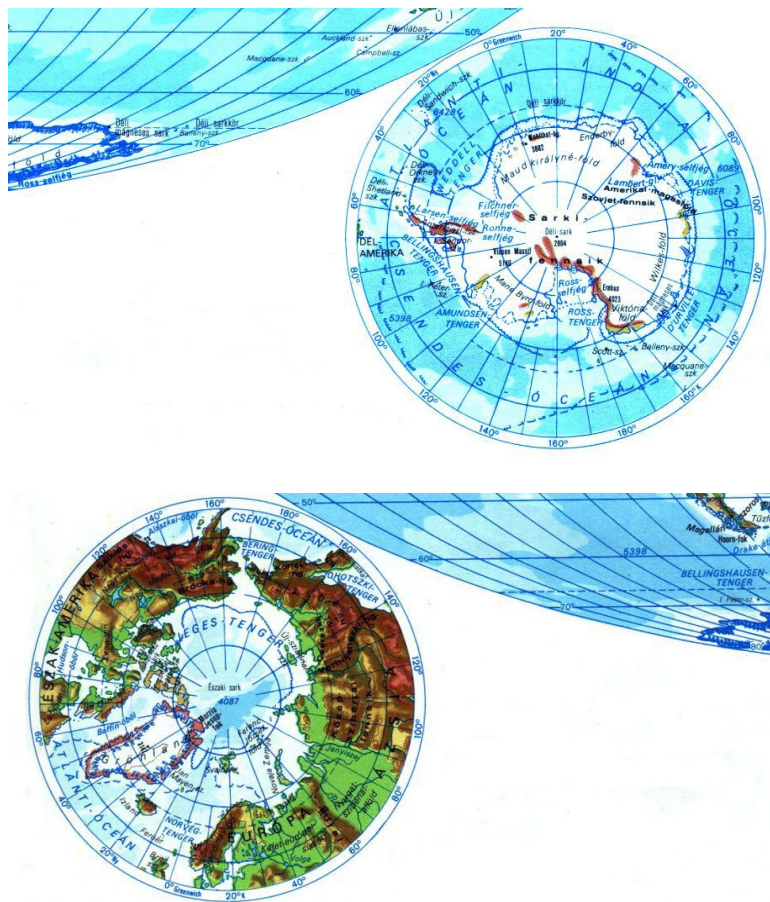
- Az érintési ponton - azaz a vetületi kezdőpontban, amelyet az ábrázolandó terület középpontjába célszerű helyezni - az átmenő legnagyobb gömbi körök képei olyan sugársort alkotnak, amelyek sugarai ugyanazokat a szögeket zárják be egymással, mint a megfelelő gömbi körök az alapfelületen (tehát szögtorzulást nem szenvednek). Ezt a tulajdonságot nevezik azimutálisságnak.
- A (segéd-) pólustól egyenlő távolságban lévő alapfelületi pontok képei egyenlő távolságra fekszenek a vetületi kezdőpont képétől. Ez a tulajdonság a zenitálisság.
- A földrajzi fokhálózat illetve segédfokhálózat vonalai merőlegesen metszik egymást, miként a Földön a hosszúsági és szélességi körök (19-21.).

- A vetületi kezdőponttól egyenlő távolságra lévő pontokban a torzulások egyenlők. A síkfelületek tulajdonságait meghatározzák a poláris koordinátákat megadó vetületi egyenletek, az ún. sugárhajlás (n) és sugárfüggvény (q):

$$n = \frac{\lambda'}{\lambda} = 1$$

$$q = f(\beta)$$

λ' a képfelületen, λ az alapfelületen számított földrajzi hosszúság, ahol β a pólustávolság, q a pont képeinek távolsága a vetületi kezdőponttól.

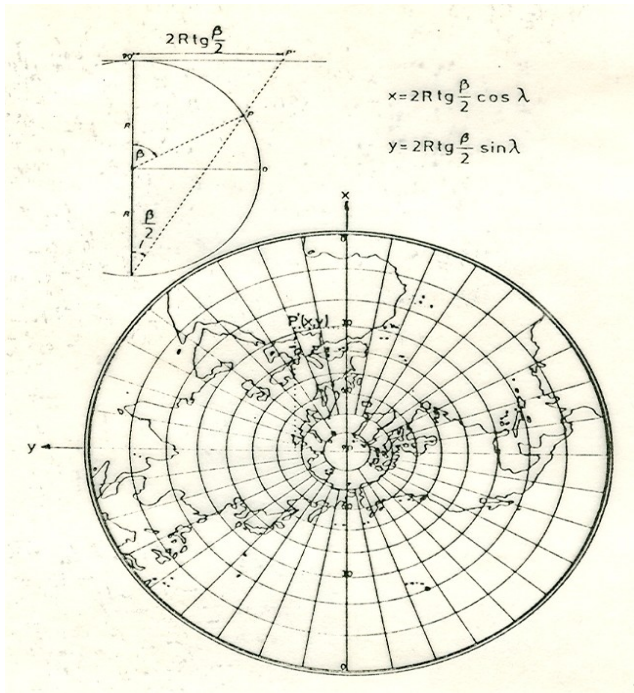


52

15. ábra: Síkvetületek

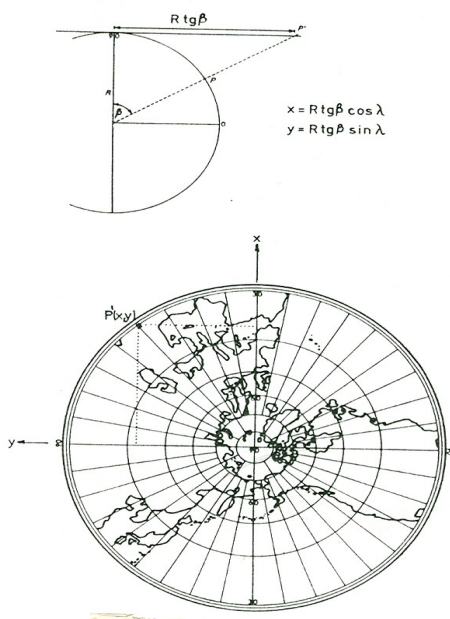
A sztereografikus vetület valódi, perspektív síkvetület (16. ábra). A vetítési központ a vetületi kezdőpontnak ellenlábás pontja. Ezt a vetületet már Hipparkhosz (ie. 160-125) használta az égbolt ábrázolására. Mivel e vetületnél a körök mindig kör felel meg, általában szívesen alkalmazták csillagászati térképekhez. A Föld ábrázolására először a holland Reinerszoon Gemma Frisius (1508-1555) alkalmazta. Az elnevezés Francois de Aiguillonótól (1566-1617) származik. A sztereografikus vetületet, éppen úgy, mint a többi síkvetületet is, általában félgömb ábrázolásához alkalmazzák. Magyarországon az 1900-as évek elejéig geodéziai vetületként használták.

A gnomonikus vagy gömbközépponti vetület, melyet már az ie. VI. században Thalész ismert, azért fontos mert rajta az ortodrómák egyenes vonalakként ábrázolódnak (17. ábra). A vetítési középpont a gömb középpontjában van.



16. ábra: Sztereografikus síkvetület

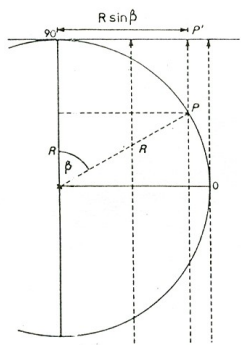
Az ortografikus vetületeknél (18. ábra) a vetítési középpont a végtelenben van, és a vetítő sugarak egymással párhuzamosak. A vetületet ferde tengelyű elhelyezkedésben akkor alkalmazzák, ha a félgömb fokhálózatát perspektívikusan akarják ábrázolni, tehát mintha nagy távolságból tekintenénk rá. Szerkesztését Appolóniusznak (ie. 260-170) tulajdonítják. Gyakran alkalmazzák a Hold ábrázolására.



Gnomonikus vetület gömbközépponti

ie. IV. sz. Thalész
az ortodrómák egyenesek

17. ábra: Gnomonikus síkvetület



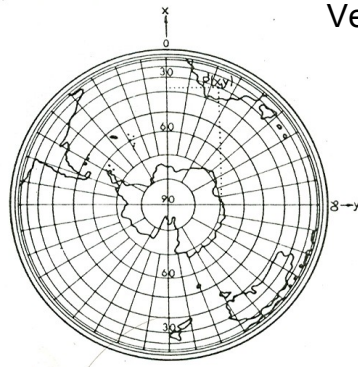
$$x = R \sin \beta \cos \lambda$$

$$y = R \sin \beta \sin \lambda$$

Az ortografikus vetület

le.260 Appolóniosz
Hold ábrázolás

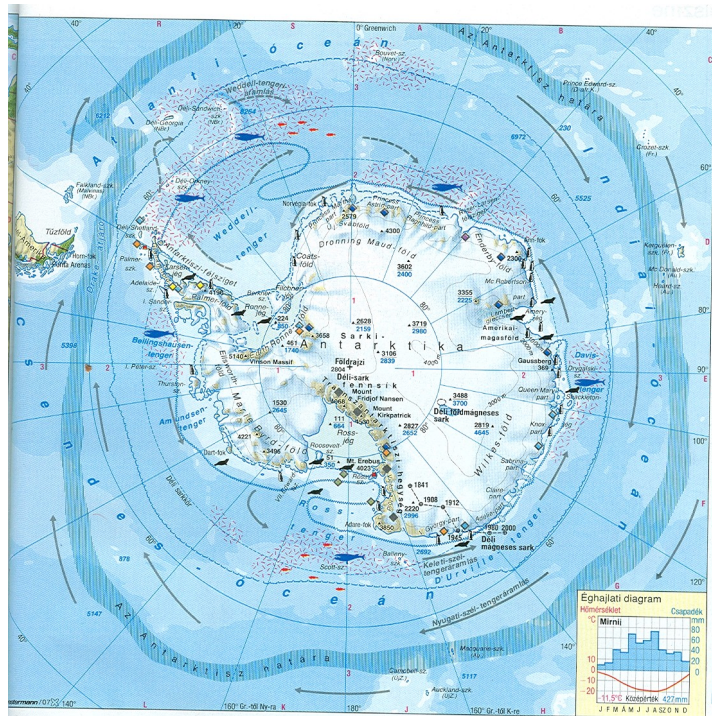
Vetítési kp. a végtelenben



18. ábra: Ortografikus síkvetület



19. ábra: Síkvetületek az atlaszokban I.



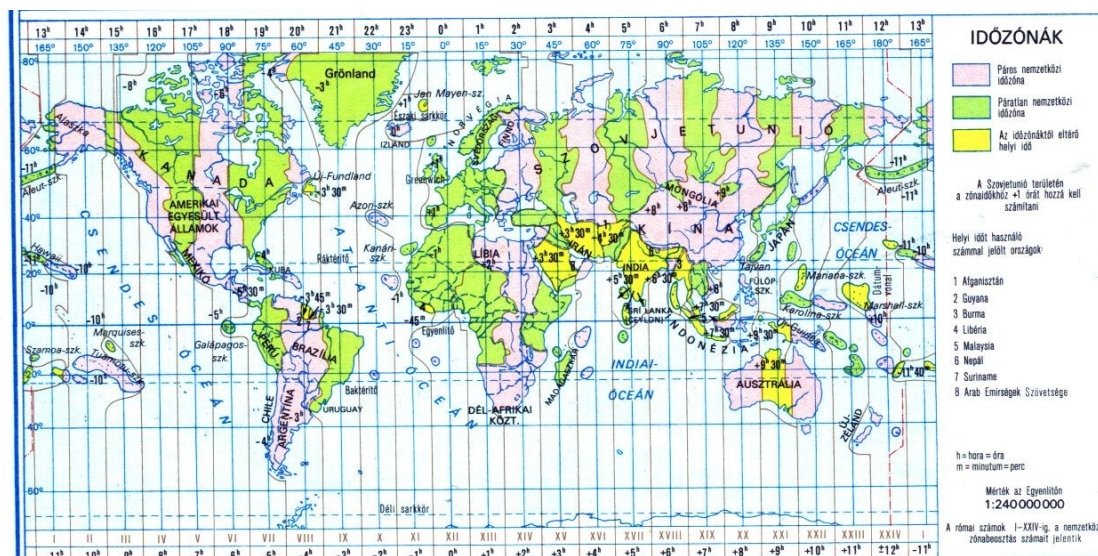
20. ábra: Síkvetületek az atlaszokban II.



21. ábra: Síkvetületek az atlaszokban III.

2.4.2. A valódi hengervetületek

Gömbnek hengerre történő vetítésénél a henger az egyenlítő mentén vagy valamely más gömbi főkör mentén érinteti vagy metszi a gömböt (22. ábra).



22. ábra: Hengervetület

A valódi hengervetületeket négy dolog jellemzi:

- a hosszúsági körök a (segéd-) meridiánok képei egymással párhuzamos egyenes vonalak;
- a szélességi körök a (segéd-) paralelkörök képei ugyancsak egymással párhuzamos egyenes vonalak;
- a hosszúsági és szélességi körök képei derékszögben metszik egymást;
- érintő hengernél az egyenlítő (vagy az érintési legnagyobb gömbi kör), metsző hengernél a két metsző kör hossztartó.

A hengervetületek szerkesztése derékszögű koordináták segítségével tehát egyszerű.

Sarki (normális) elhelyezésnél az x tengely az egyenlítő (metsző esetben egy tetszőleges szélességi körpár), az y tengely a térkép középső hosszúsági köre.

Egyenlítői (transzverzális) elhelyezésnél x tengely az érintő hosszúsági kör, mint segédegyenlítő, y tengely az Egyenlítő mint segédmeridián (segédkezdő-meridián).

Ferde tengelyű elhelyezésnél x tengely az érintő legnagyobb gömbi körnek, mint segédegyenlítőnek egyeneseként jelentkező képe, y tengely a henger tengelyének dőféspontján mint segédpóluson és a póluson átmenő hosszúsági kör egyeneseként jelentkező képe.

Sarki elhelyezésnél a szélességi körök képei az x tengellyel párhuzamos egyenesek, melyek egymástól mért távolsága a vetítés módjától, tehát a vetületi törvényszerűségektől függ. Mivel az egyenlítő hossztorzulástól mentes, a hosszúsági körök képei az x tengelyt ugyanolyan távolságokban metszik, mint a megfelelő hosszúsági körök az egyenlítőt a gömbön. (Metsző

és normális helyzetben a hosszúsági körök képeinek egymástól való távolsága ugyanakkora, mint amilyen távolságokban a megfelelő hosszúsági körök a szélességi köröket metszik.)

A valódi hengervetületeknél sarki (normális) elhelyezésben az y koordináta kizárólag a földrajzi szélesség, az x sík koordináta pedig a földrajzi hosszúság függvénye. A torzulás érintő helyzetben az egyenlítőn egységnyi, attól a pólusok irányában távolodva növekszik.

Az ókortól napjainkig gyakran használt hengervetületek között kiemelkedő helyet foglal el a szögtartó hengervetület hossztartó egyenlítővel, mert a tengeri és légi navigáció térképeinek leggyakrabban alkalmazott vetülete. Mercator alkalmazta először ezt a vetületet 1569-ben. Népszerűségét annak köszönheti, hogy rajta a loxodróma egyenes vonal, így két pont között a hajó vagy repülőgép útvonala az irányszögek és hosszak ismeretében könnyen megszerkeszthető. Ezt a vetület szögtartó volta nagymértékben megkönnyíti (23. ábra).

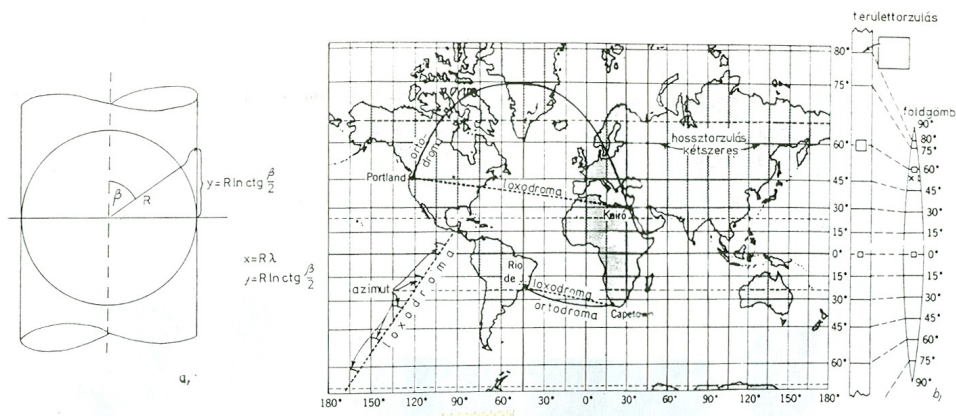
A Mercator térképet hosszú útvonalak tervezésénél is segítségül lehet venni, mert az ortodrómán csak az azimut folyamatos végtelen számú megváltoztatásával lehetne végighaladni. Ezért az ortodrómát a loxodrómával helyettesítik. Az útvonal helyes beosztásával a loxodrómákból összeállított sokszögvonal igen jól megközelíti az ortodrómát, és ezen a vonalon a hajózás, illetve repülés gyakorlatilag megvalósítható.

A vetület csak kb. a 60° szélességi körg használható, mert itt a hossztorzulás már kétszeres, területtorzulás pedig négyszeres. A pólus egyáltalán nem ábrázolható, képe a végtelenben van.

Ezt a hengervetületet a geodézia is szívesen alkalmazza közvetlen felmérés alapján készített nagy méretarányú térképek vetületéül. Ilyen célra azonban ferde, illetve transzverzális elhelyezkedésben szerkesztik.

A ma széles körben elterjedt topográfiai vetületrendszereknek (UTM-rendszer, Gauss-Krüger-rendszer) is a transzverzális Mercator-vetület az alapja.

Szögtartó (Mercator-féle) hengervetület



23. ábra: Mercator -féle hengervetület

Magyarországon az állami földmérés 1908-ban vezette be az ország térképezéséhez a ferdetengelyű szögtartó hengervetületet, melyet 1949-ben a Gauss-Krüger-féle egyenlítői (transzverzális) helyzetű, érintő szögtartó hengervetület váltott fel. A transzverzális elhelyezésű szögtartó hengervetületet hossztartó középmeridiánnak Gauss alakította ki, majd Heinrich Krüger (1857-1923) tökéletesítette. A múlt század derekán kidolgozott Gauss-Krüger-féle vetület napjainkig is az egyik legkorszerűbb geodéziai vetület.

Az USA és a NATO-államok a Föld 80° északi és déli szélességi körei közé eső területek katonai térképezése céljára a transzverzális helyzetű metsző hengert alkalmazzák képfelületnek.

Az UTM- (Universal Transversal Mercator) vetületet a Nemzetközi Geodéziai Társulás (IAG) 1951-ben országos térképezés céljaira is alkalmasnak ítélte.

A transzverzális elhelyezésű hengerek az UTM rendszerben a Hayford-féle ellipszoid két hossztartó körív mentén metszik, a középmeridiántól 1°37'15" távolságra. A vetítést csak a középmeridián 3-3°-os környezetében végzik el, majd a hengert elforgatják. Konvenció szerint a greenwichi meridián segédmeridián. Ez a vetület sok nemzetközi térképműnek az alapja.

2.4.3. A valódi kúpvetületek

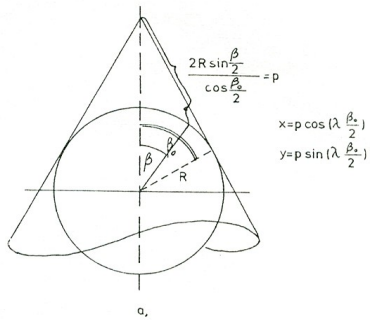
A valódi kúpvetületek képfelülete a gömböt érintő, metsző vagy lebegő kúppalást (24-25. ábra).

Jellemző tulajdonságaik a következők:

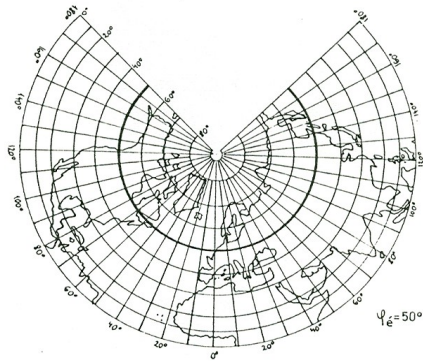
- A (segéd-) meridiánok képei egyenes vonalak, amelyek egy pontban metszik egymást. Ez a pont azonban nem mindig a pólus képe.
- A (segéd-) meridiánok képei a képfelületen mindig kisebb szöget zárnak be egymással, mint az alapfelületen. A (segéd-) meridiánok által a képfelületen és az alapfelületen bezárt szög viszonya - a sugárhajtás - ugyanannál a hálózathál állandó

$$\left(\frac{\lambda'}{\lambda} = n < 1\right)$$

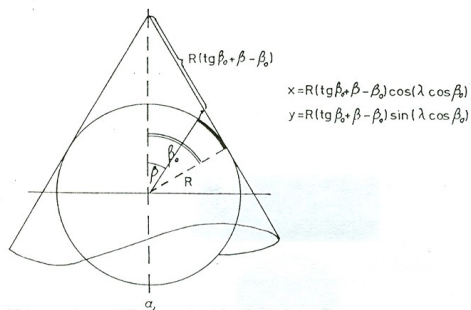
- A (segéd-)paralelkörök a képfelületen koncentrikus körívek, melyeknek sugara (p) a sugárfüggvény
- $P_{\varphi} = f(\varphi)$ vagy $P_{\beta} = f(\beta)$ y:
- A (segéd-)meridiánok és (segéd-)paralelkörök képei derékszögben metszik egymást.
- A torzulások a (segéd-) paralelkörök mentén egyenlő értékűek.
- Ha a kúp egy (segéd-) paralelkör mentén érinti az alapfelületen, akkor a képfelületen ez a (segéd-)paralelkör hossztartó. Metsző kúp esetén a hossztartás a két metszéspontra vonatkozik. E hossztartó paralelköröket normál paralelköröknek nevezik.



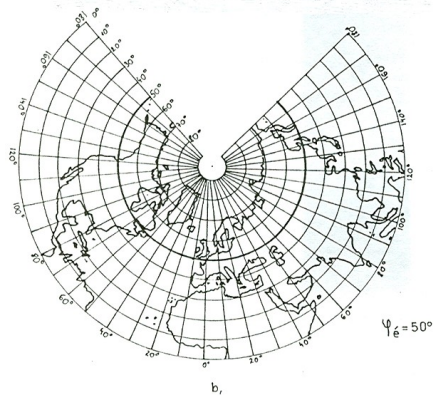
Területtartó (Lambert-féle)
kúpvetület (1728 – 1777)
2 hossztartó szélességi köre van



24. ábra: Kúpvetületek I.



Meridiánban hossztartó
kúpvetület



25. ábra: Kúpvetületek II.

A kúpvetületeknél vagy a képfelület kúp, vagy matematikai úton a síkon a kúpra történő vetítés sajátosságai szerint állítanak elő vetületet. Mivel a második esetben geometriai értelemben vett vetítésről nem beszélhetünk a kúp csupán szimbólumnak vehető. Az ilyen nem perspektív vetületek alkotják a kúpvetületek zömét.

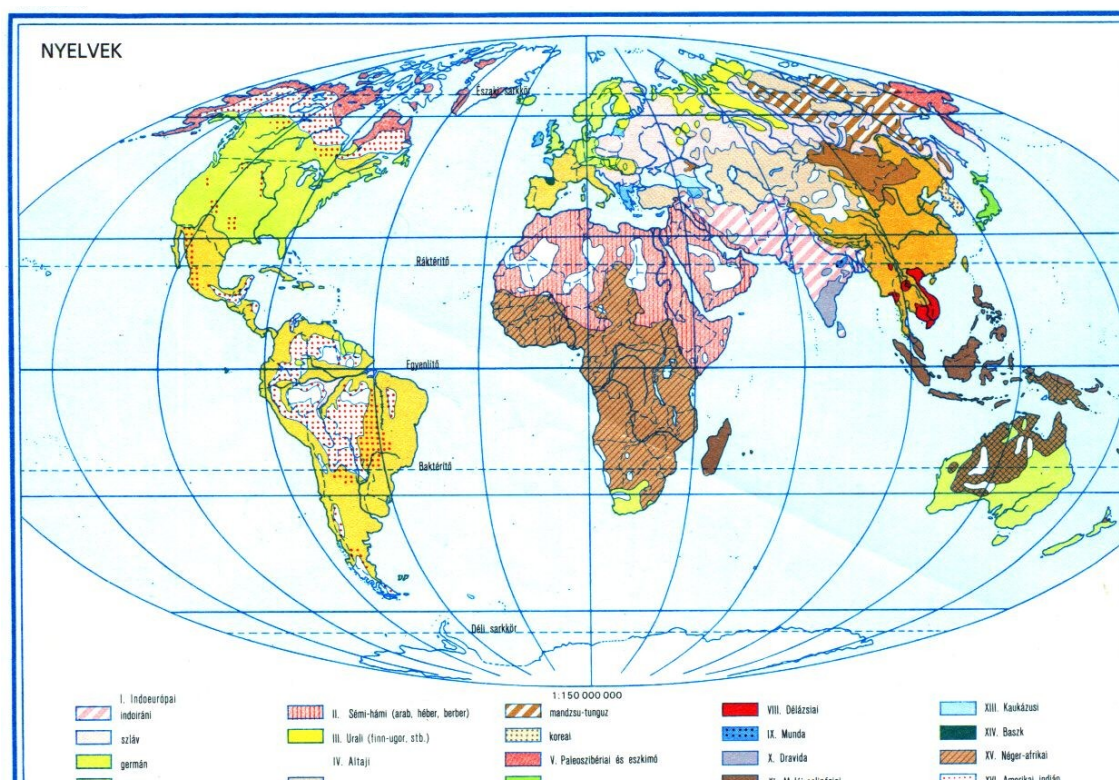
Az egyentávolságú (ekvidisztáns) kúpvetület hossztartó hosszúsági körökkel és egy hossztartó szélességi körrel már Ptolemaiosznál is megtaláljuk, és napjaink atlasz-kartográfiájában is gyakran használják. A vetület nevét arról kapta, hogy hálózatán úgy a szélességi körök, mint a hosszúsági körök közötti távolságok egyenlők. Ennek a vetületnek metsző elhelyezésű változatát két hossztartó szélességi körrel a XVIII. században Joseph Nicolas Delisle (1688-1768) használta először Olaszország ábrázolására.

A területtartó kúpvetületek közül a Johann Heinrich Lambert (1728-1777) által szerkesztett, a szögtartó kúpvetületek közül pedig a Lambert-Gauss-féle a legkedveltebb. Az előző egy, az utóbbi két hossztartó szélességi körrel rendelkezik.

2.5. A képzetes vetületek

A képzetes vetületek (kúp- és henger vetületek) mértanilag nem definiálhatók.

2.5.1. A képzetes hengervetületek



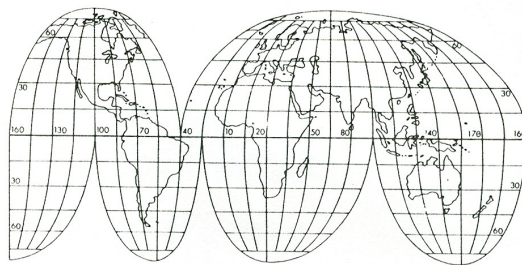
26. ábra: Képzetes vetület

A képzetes hengervetületekre jellemző, hogy sarki (normális) elhelyezésnél - mint a valódi hengervetületeknél - a szélességi (paralel-)körök képei egymással párhuzamos egyenesek, a hosszúsági körök (meridiánok) képei pedig tetszőlegesen megválasztott, matematikai törvényszerűségek által kialakított görbe vonalak. A földrajzi fókálózat képe ezeken a vetületeken nem derékszögű, ebből következőleg a vetületek nem szögtartóak (27-30. ábra).

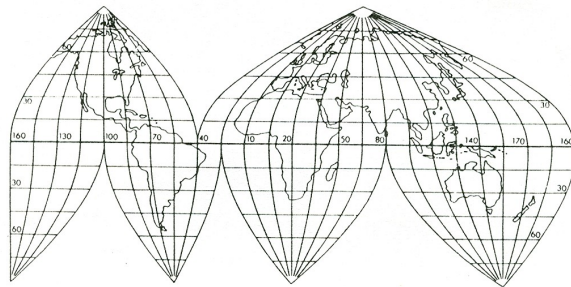
Területtartó vagy egyes vonalai mentén hossztartó képzetes hengervetület azonban szerkeszthető.

Az x értékek a földrajzi szélesség függvényei ($x=f(\varphi)$), az y értékek pedig mind a szélességnek, mind a hosszúságnak függvényei.

Good-féle megszakított képzetes hengervetület



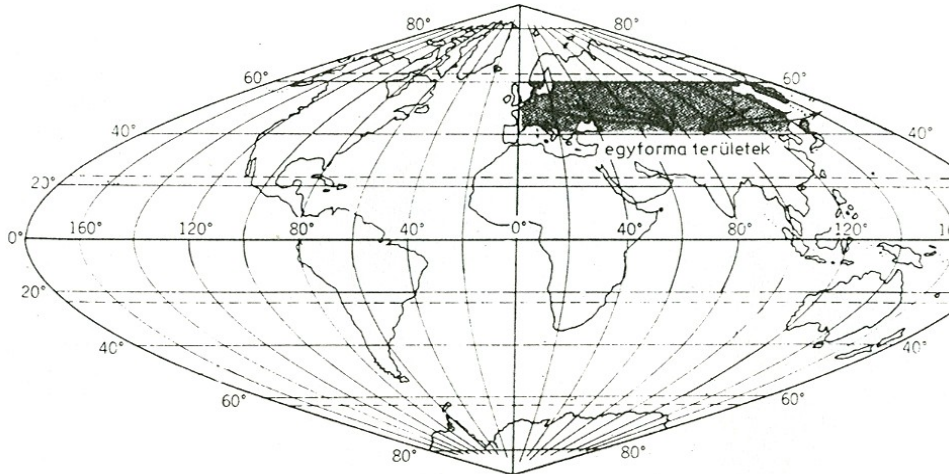
a. Elliptikus vetületből



b. Sinusoidális vetületből

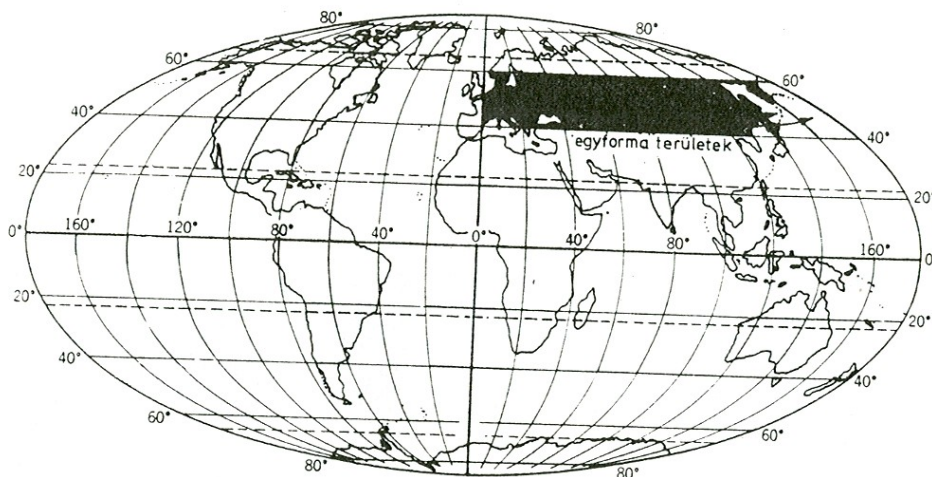
27. ábra: Good-féle képzetes hengervetület

Sanson - Flamstead – Mercator – féle
(sinusoidális) területtartó képzetes hengervetület



28. ábra: Különféle képzetes hengervetület I.

Mollweid-féle (elliptikus) területtartó képzetes
hengervetület



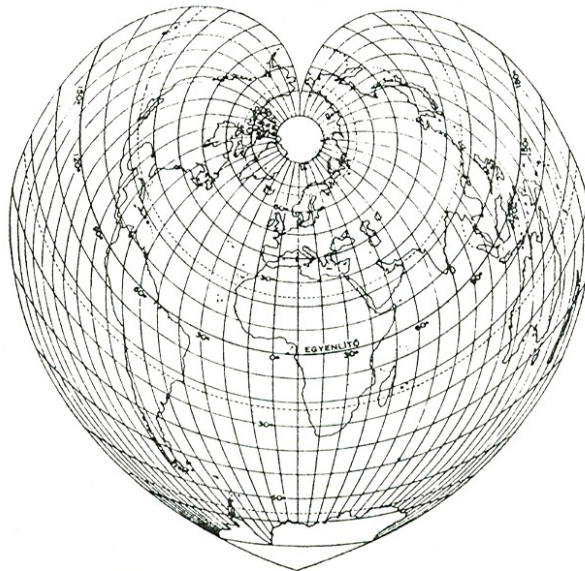
29. ábra: Különféle képzetes hengervetület II.

2.5.2. A képzetes kúpvetületek

A szélességi (paralel-) körök képe - hasonlóan a valódi kúpvetületekhez - (nem szükségszerűen koncentrikus) körív, de a hosszúsági körök (meridiánok) képe már nem egyenes vonal, és a fokhálózati vonalak nem derékszögben metszik egymást (kivéve a középmeridiánt), tehát nem szögtartó vetületek (30-31. ábra).

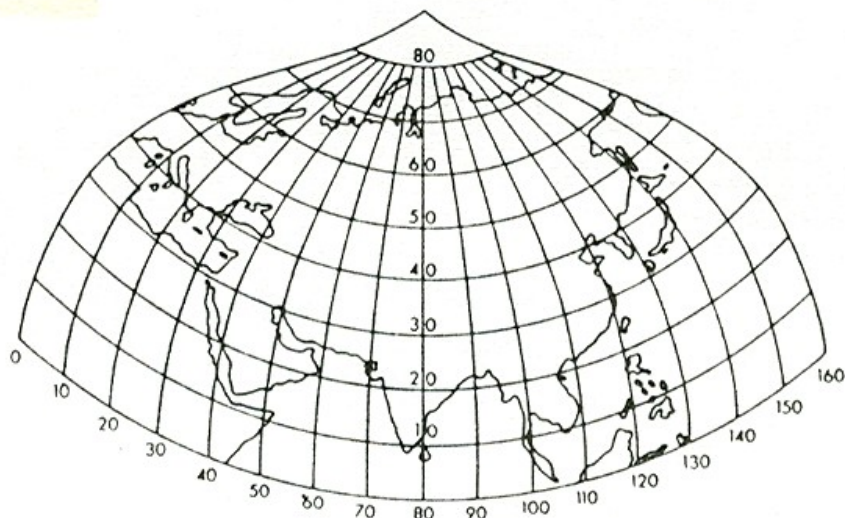
Ezek a körülmények a valódi kúpvetületekkel szemben lényeges különbséget jelentenek. Fő eltérés ott jelentkezik, hogy a sugárhajtás (n) értéke földrajzi szélességtől függő változó.

A Werner-féle szív alakú képzetes kúpvetület



30. ábra: Werner-féle képzetes kúpvetület

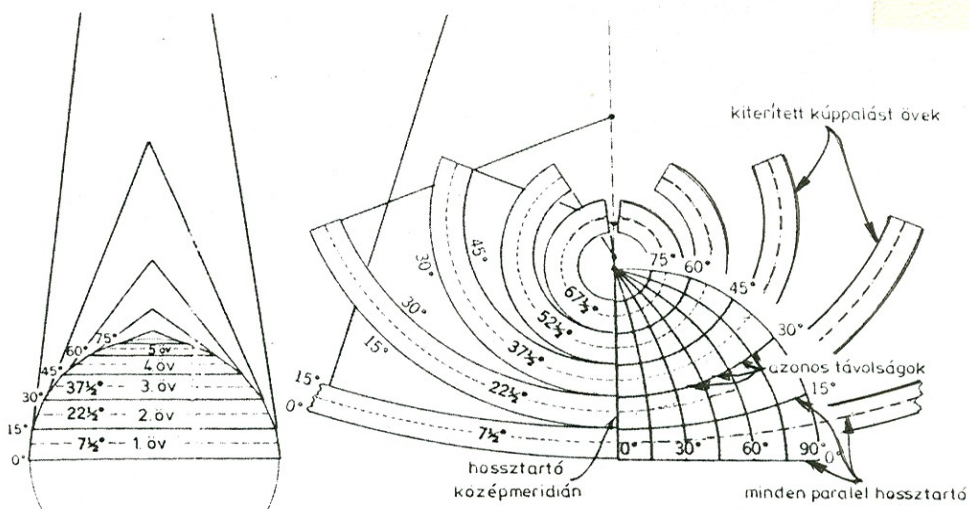
A Bonne-féle területtartó képzetes kúpvetület



31. ábra: Bonne-féle képzetes kúpvetület

A képzetes kúpvetületek sokaságából a polikónikus vetület kívánkozik kiemelésre. Az 1909-ben Londonban tartott nemzetközi Földrajzi Kongresszus 1:1000000 méretarányú világtérkép vetületi alapjául fogadta el az USA földmérési hivatala által alkalmazott vetületet.

Polikónikus vetület származtatása



32. ábra: A polikónikus vetület származtatása

A gyakorlati alkalmazás szempontjából az egyéb képzetes vetületek közül a polikónikus (2/33. ábra) vetületek a legfontosabbak. Ezeket a vetületeket szemléletesen úgy lehet elképzelni, hogy sok kis gömbövre felosztjuk a gömböt, minden ilyen részt leképezünk egy kúpvetület segítségével, majd a kúppalástokat kiterítjük, és egymás mellé rakjuk. Ezeket persze nem lehet teljesen összeilleszteni, de minél kisebbre vesszük a gömböveket, annál közelebb kerülnek egymáshoz a képei is. Ezt a felbontást a végtelenségig finomítva kapjuk a polikónikus vetületeket. Számításához az alapgömb felületét szélességi körökkel keskeny gömbövekre osztják, és a gömbövek közepén levő szélességi körökhöz érintő kúpokot fektetnek. Ez a kúpsorozat különböző nyílásszögű kúpkból áll. Valamennyi kúp csúcsa a gömb tengelyén fekszik. Az ábrázoláshoz a szélességi körök által határolt gömböveknek megfelelő csonkakúp palástokat használják fel. Ezek egy hosszúsági kör mentén felhasítva és kiterítve olyan kúpöveket alkotnak, melyek a kezdő (középső) hosszúsági kör mentén érintik egymást a körívek centrumai egy egyenesen fekszenek, de attól távolodva folyton nagyobbodó rés keletkezik közöttük. A polikónikus vetületek nagy hátránya tehát, hogy legfeljebb 3-4 térképlapot lehet közvetlenül egymáshoz illeszteni.

A polikónikus vetületeknél a paralelkörök képei nem koncentrikus körívek. A változó földrajzi szélességnek megfelelően más és más kúpvetületen történik az ábrázolás. A normális elhelyezésnél a kúpok közös tengelye egybeesik a Föld forgástengelyével és ezeken helyezkednek el a paralelkörök ábrázoló körívek centrumai.

A kúppalástok síkbafejtése után a kúpszalagok csak a középmeridiánnál érintik egymást. Ha a zónákat igen keskenyre (pl. 1 másodperc szélességre) vesszük, akkor az érintő körök közelsége miatt, a szomszédos szalagok nyílása már jelentéktelenné válik és a kép a középmeridiántól bizonyos távolságon belül már összefüggőnek tekinthető. A középmeridiánt a paralelkörök képei valódi távolságuknak megfelelő távolságban metszik. A vetület általános torzulású, a középmeridián és a paralelkörök hossztartóak.

2.5.3. Egyéb képzetes vetületek

Ebbe a csoportba azok a képzetes vetületek tartoznak, amelyeknél a paralelkörök is és a meridiánok is görbe vonalúak. Néhány gyakrabban alkalmazott egyéb képzetes vetület szerkesztési alapja síkvetület (pl. Hammer vetületnél a Lambert-féle síkvetület).

2.6. Vetületi rendszerek

Országok részletes felmérésekor az egységes térképezés céljából nagy pontosságú (jelentéktelen hossztorzulású), több képfelülettel rendelkező vetületeket, ún. vetületi rendszereket alkalmaznak. A következőkben a Magyarországon alkalmazott vetületi rendszereket tárgyaljuk.

2.6.1. A magyar országos felmérésnél alkalmazott vetületek

Magyarországon az első országos felmérést 1853-ban kezdték meg a Dunántúlon. A felsőrendű hálózatot nem vetítették síkra, hanem az ábrázolást ún. vetületnélküli rendszerben végezték. Mint az elnevezés is mutatja, ez az ábrázolás nem tekinthető vetületnek, mivel nincsenek vetítési törvényei. Az ábrázolás kis területen (egy-egy falu határa) megközelítően területtartó. Az ábrázolás a síkon történt, hogy a gömbi hosszakat síkhosszoknak tekintették és a síkidomokat ezekkel a valójában gömbi hosszakkal állították elő. Természetes, hogy a községi felmérések csatlakoztatása képletekkel nem kifejezhető torzulásokkal járt. Az ábrázolás nem volt egyértelmű, a „torzulásokat” empirikusan osztották el.

Magyarországi vetületek

1. Első országos felmérés:

- 1853 → Dunántúl
- vetületnélküli rendszer
- vetítési törvények nincsenek
- kis területen területtartó (falú határig)

2. Sztereografikus vetület:

- 1860→
- Bessel ellipszoid→Gauss-gömb →sík
- vetületi kezdőpont: Gellért-hegy

- budapesti-
- marosvásárhelyi-
- ivanici-

Az 1860-ban elkezdett háromszögelés hálózati pontjainak koordinátáit 1884-től már sztereografikus vetületben számították ki. Az ország területére vonatkozó kataszteri és topográfiai térképek nagy része ebben a vetületben, az 1860. évi, továbbá az 1901 és 1907. évi felmérések alapján készült.

Az 1860-ban elkezdett háromszögelési hálózat pontjainak sztereografikus vetületben történő ábrázolása tulajdonképpen kettős vetítéssel történt. Először az alapfelületként használt Bessel-féle ellipszoidról a Gellérthegy nevű felsőrendű háromszögelési pontnál legjobban simuló gömbre, az ún. Gauss-gömbre vetítették rá az ellipszoidi pontokat. Ezután történt a vetítés a sztereografikus vetület szabályai szerint a gömbről a síkra. A vetületi kezdőpont, a gellérthegyi pont földrajzi szélessége = $47^{\circ}26'21''$, a földrajzi hosszúsága = 0° volt. Ez a pont a gellérthegyi volt csillagvizsgáló keleti kupolájának középpontja. Helyén ma is ott áll a „Gellérthegy” elnevezésű háromszögelési alappont jele. Ebben a vetületben készültek az ország első megbízható kataszteri felmérésének térképei, valamint a két világháború között a topográfiai térképek.

A kúpfelületen egy olyan sík koordináta rendszert alkalmaztak, hogy ennek X. tengelye a gellérthegyi háromszögelési ponton átmenő hosszúsági kör vetületi képével egybeessen. Az y tengely pedig a vetületi kezdőpontban az erre az egyenesre húzott merőleges, vagyis a kezdő hosszúságra a kezdőpontban merőleges legnagyobb gömbi kör, egyenesként jelentkező képe.

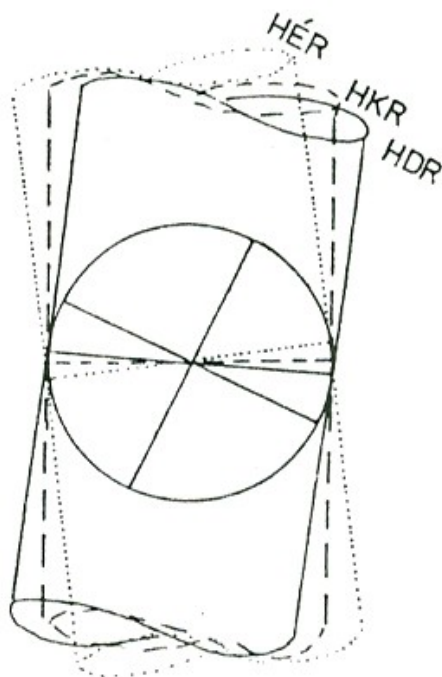
A vetületi rendszer délnyugati tájékozású, vagyis +x tengelye délre, +y tengelye nyugatra mutat. A sztereografikus vetület szögtartó, a kezdőpontban semmiféle torzulás nincsen. A hossz- és területtorzulás a kezdőponttól távolodva négyzetesen nő, de a kezdőpont körül húzott koncentrikus körökön állandó. A képfelületi hosszak és területek mindenütt nagyobbak, mint a megfelelő hossz vagy terület az alapfelületi gömbön. A hossztorzulás a kezdőponttól vett 127 km-es körön eléri a kritikus (még elfogadható) 1/10000 értéket, tehát a kilométerenkénti 10 cm-t. Ez azt jelenti, hogy a lineármódulus például Szabolcs-Szatmár-Bereg megye keleti részén túllépi a kilométerenkénti 40 cm-t.

A vetületi torzulások csökkentése érdekében a budapesti sztereografikus rendszeren kívül az első világháború előtti Magyarország területén még két sztereografikus vetületi rendszert alkalmaztak: a marosvásárhelyi és az ivanici kezdőponti rendszert. A magyar földmérés 1908-ban vezette be a ferdetengelyű szögtartó hengervetületet (34. ábra). Az alapfelület a 6378,512 m sugarú, a Földet a gellérthegyi háromszögelési pontban érintő Gauss-gömb. Ennél a vetületnél a vetítés geometriailag nem ábrázolható, vetítési központ nem jelölhető ki. A vetítési törvényeket úgy alkotják meg, hogy a vetület szögtartó legyen. Magyarországot három

ferdetengelyű szögtartó hengervetület fedi. A hengervetület északi rendszere (H.É.R.) a $47^{\circ}55'$ földrajzi szélességtől északra eső területek, középső rendszere (H.K.R.) a $46^{\circ}22'$ és a $47^{\circ}55'$ földrajzi szélességgel határolt sáv, déli rendszer (H.D.R.) pedig a $46^{\circ}22'$ földrajzi szélességtől délre eső területek ábrázolására szolgál.

Mindhárom hengervetület a gellérthegyi felsőrendű háromszögelési pont hosszúsági körére merőleges legnagyobb gömbi körök mentén érinti a gömböt. Ennek a legnagyobb gömbi körnek egyenesként jelentkező képe a sík koordináta-rendszer t tengelye.

Mindhárom hengervetületi rendszer x tengelye a Gellérthegyen átmenő hosszúsági körnek ugyancsak egyenesként jelentkező képe. A koordináta rendszer délnyugati tájékozású. Az említett kezdő hosszúsági kör nem teljesen azonos a sztereografikus vetületnél alkalmazottal, hanem déli iránya attól a gellérthegyi pontnál nyugati irányban $6,44''$ -re eltér.



3. Ferdetengelyű szögtartó vetület

-Magyarországon az állami földmérés 1908-ban vezette be az ország térképezéséhez

33. ábra: Ferdetengelyű szögtartó vetület

A kezdőpontok földrajzi szélességi értékei:

H.É.R. - $=48^{\circ}40'2''$

H.K.R. - $=47^{\circ}06'$

H.D.R. - $=45^{\circ}31'59''$.

Egy-egy vetület sáv szélessége 180 km.

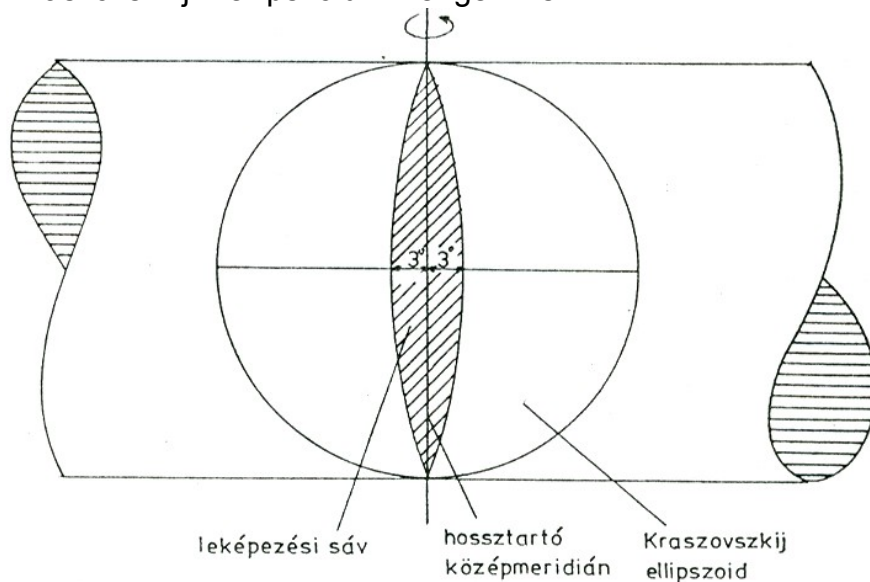
Az t tengelyen nincs hossztorzulás, de a tengelytől távolodva a torzulások mindkét irányban nőnek. Az t tengellyel párhuzamos egyenesen értékük állandó. A sík (képfelületi) hosszak és területek tehát nagyobbak a gömbi (alapfelületi) hosszaknál, ill. területeknél. A hossztorzulás a t tengelytől 90 km-re eléri a kritikus $1/100000$ értéket.

Ebben a vetületben szabatos kataszteri térképek készültek. A második világháború utáni években korszerű egységes felsőrendű hálózat kifejlesztését kezdték meg. Ennek és az ez alapján készült térképeknek 1949 óta a Gauss-Krüger-féle vetület a vetület rendszere (34-36. ábra). A Gauss-Krüger-féle egyenlítői (transzverzális) elhelyezésű érintő szögtartó hengervetület alapfelülete a volt szocialista államokban a Kraszovszkij-féle ellipszoid. A képzelet henger az ellipszoidot egy kiválasztott hosszúsági kör (a középmeridián) mentén érinti, és ennek megfelelően ez a kezdő hosszúsági kör hossztartó. A középmeridián egyenesként jelentkező képe a sík koordinátarendszer x tengelye, míg az egyenlítő ugyancsak egyenesként és a kezdő hosszúsági kör képére merőlegesen jelentkező képe az t tengely. A rendszer északkeleti tájékozású. A Gauss-Krüger vetületnél a kezdő hosszúsági kör és az egyenlítői képe egymásra merőleges egyenesek; az egyenlítő képe derékszögben metszi a többi hosszúsági kör képét is, amelyek mind észak, mind dél felé a kezdő hosszúsági kör képe felé hajlanak, és azt a pólusoknál érik el.

4. A Gauss – Krüger féle egyenlítői henger vetület

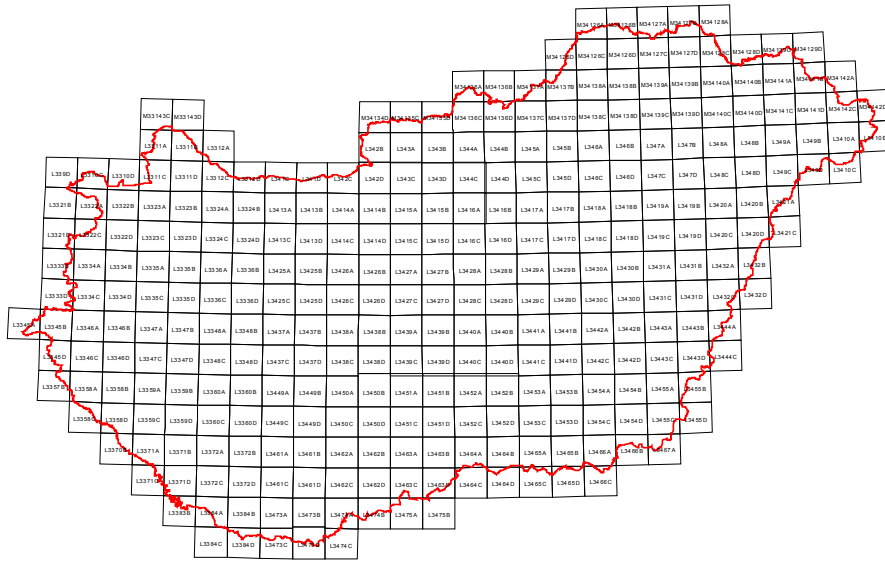
-1949 → a katonai térképészetben

-Kraszovszkij-f. ellipszoid → henger → sík

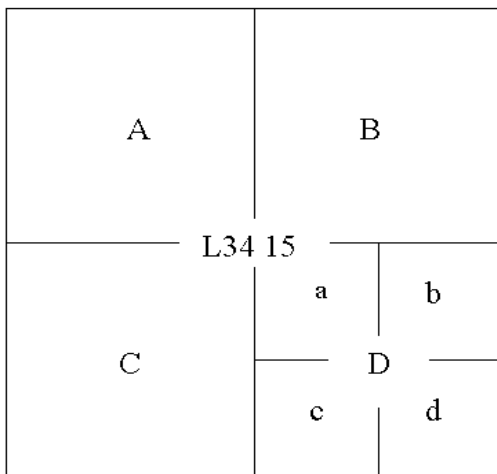


34. ábra: Gauss-Krüger-féle egyenlítői henger vetület

A Gauss-Krüger rendszer szelvényezése



35. ábra: Gauss-Krüger-féle egyenlítői henger vetület szelvényezése I.



Szelvényezés

◆ 1:1000000 6°x4° L34

L- az Egyenlítőtől északra 4°-
onként az ABC betűivel jelölve, A-
val kezdődően

34- sáv száma, a kezdőmeridiánnal
szemközt lévő meridiántól kezdve,
keletre haladva

◆ 1:100 000 L34 – 15

◆ 1: 50 000 L34 - 15 - B

◆ 1: 25 000 L34 – 15 - B d

◆ 1: 10 000 L34 – 15 – B d A

36. ábra: Gauss-Krüger-féle egyenlítői henger vetület szelvényezése II.

A szélességi körök képe mindenütt merőleges a hosszúsági körök képére és ennél fogva olyan görbe vonal, amely domború oldalát mutatja az egyenlítő felé.

A vetítés a hossztorzulás csökkentése miatt nem ugyanarra a képzett hengerre történik az egész ellipszoidról. A vetítés csak a kezdő hosszúsági kör mellett 1,5-1,5°-nyi vagy 3-3°-nyi szélességi kiterjedésű.

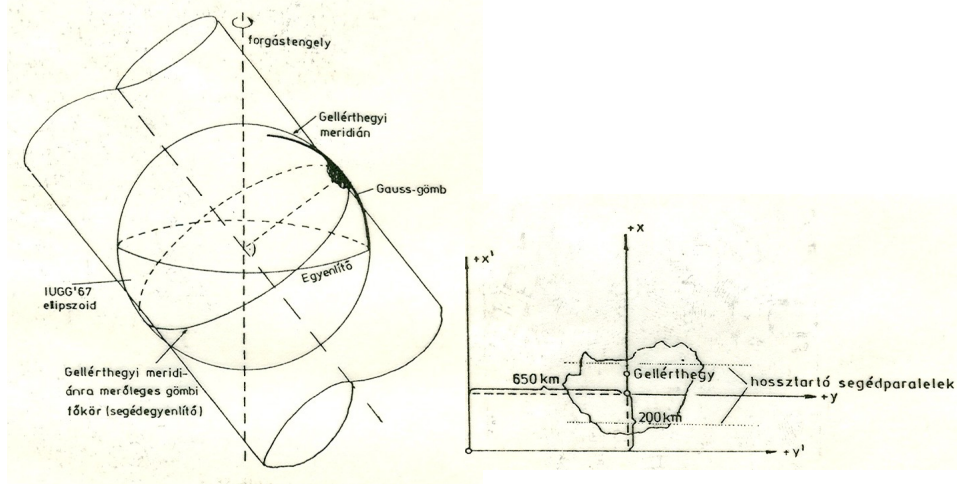
Így egy-egy, az északi pólustól a déli pólusig terjedő, 3°-os vagy 6°-os vetületi sáv keletkezik. Ha a sávokat egymás mellé helyezzük, akkor az ellipszoid felszínének teljes képe előállítható. Így az egész ellipszoid matematikai egyenletek segítségével aránylag egyszerűen leképezhető. A fokhálózat sík koordinátáit elegendő egyetlen sávra kiszámítani, a többi sávban ugyanaz használható. Sőt a számítást elegendő csak negyed sávra elvégezni, mivel a sávon belül két szimmetria-tengely van: az egyenlítő és a kezdő hosszúsági kör. A sáv szélesség megfelelő megválasztásával (3° vagy 6°) a maximális torzulások elhanyagolhatóan kis értékűek. A sáv szélességet mindig a térképezés méretarányának megfelelő pontossági követelmények szerint lehet megválasztani. A vetület a sáv határain belül összefüggő sík képet ad, a lapok összeilleszthetők. Bár a vetületnek hátrányai is vannak, világszerte használják a geodéziai és topográfiai, tehát nagy méretarányú térképészeti munkákhoz.

A vetület hátránya, hogy terület- és hossztorzulásai - azonos területi kiterjedésben hasonlítva össze más vetületekkel - aránylag kedvezőtlenek, másrészt az egyes sávok határain átszámítást kell végezni a sávok közötti csatlakozás biztosítására.

1976. január 1.-től került bevezetésre hazánkban az új Egységes Országos Vetület (EOV) melynek alapfelülete az IUGG/1967. elnevezésű forgási ellipszoid (37-39. ábra). Erről vetítenek arra a 6379,743 m sugarú Gauss-gömbre, amely Budapest környékén simul legjobban az ellipszoidhoz. A gömbről a vetítés olyan ferdetengelyű szögtartó „süllyesztett” hengerpalástra történik, amely épp hogy metszi a földgömböt (innen a süllyesztett elnevezés). A henger tengelye merőleges a Gellérthegyen átmenő hosszúsági kör és a 47°, (északi) földrajzi szélességi kör metszéspontján átmenő gömbi főkör síkjára. A metszés miatt a torzulások megoszlanak, a két metsző gömbi kör közötti területen az alapfelület területei kisebbek, hosszai rövidülnek a vetítés után; a metsző gömbi körökön kívüli területeken ezzel ellentétben a területek növekednek, a hosszak pedig nagyobbak lesznek. A hossztorzulás a keleti-nyugati irányú t tengely mentén kilométerenként -7 cm, hazánk legészakibb pontján +26 cm, legdélibb pontján pedig +23 cm. A területtorzulás a hossztorzulás értékek négyzetével egyenlő.

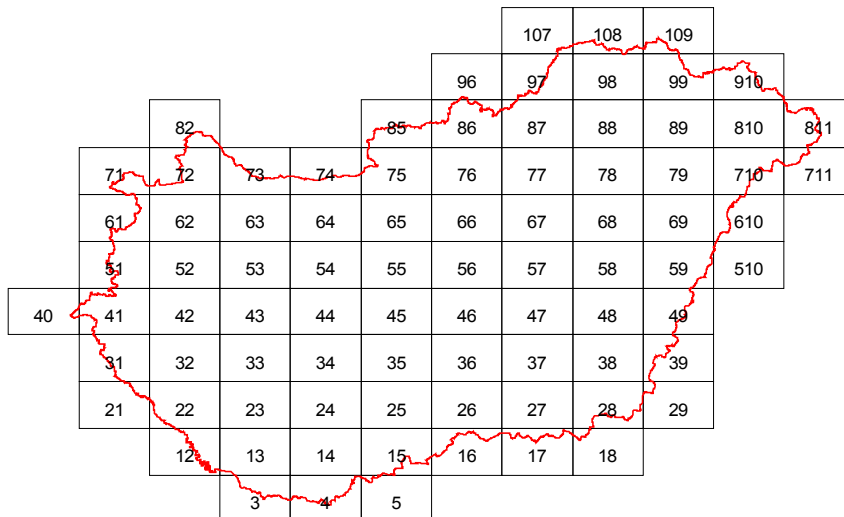
5. EOVS – Egységes Országos Vetület

- 1976 →
- IUGG/1967-es forgási ellipszoid ($R=6379,743$ m) az alapfelület
→ Gauss-gömb → süllyesztett (metsző) henger
- később: WGS/1984-es forgási ellipszoid



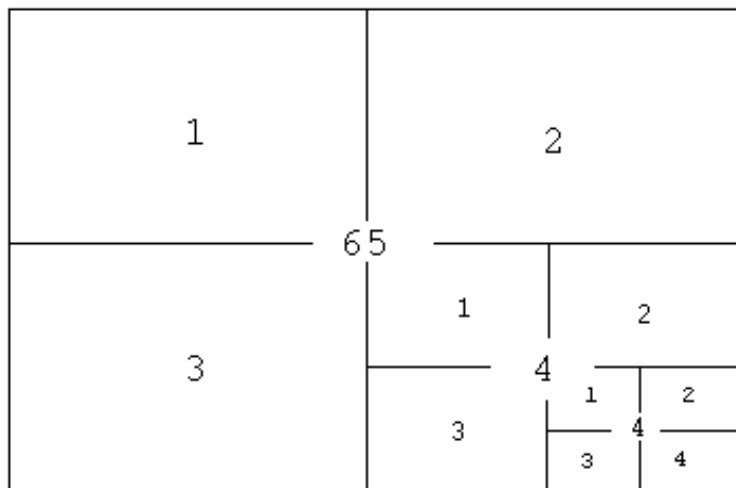
37. ábra: Egységes Országos Vetület (EOVS)

Az Egységes Országos Térképészeti Rendszer (EOVS) szelvényezése



38. ábra: Az EOVS szelvényezése I.

M 1:100 000	65
M 1: 50 000	65 - 2
M 1: 25 000	65 - 4 - 2
M 1: 10 000	65 - 4 - 4 - 3

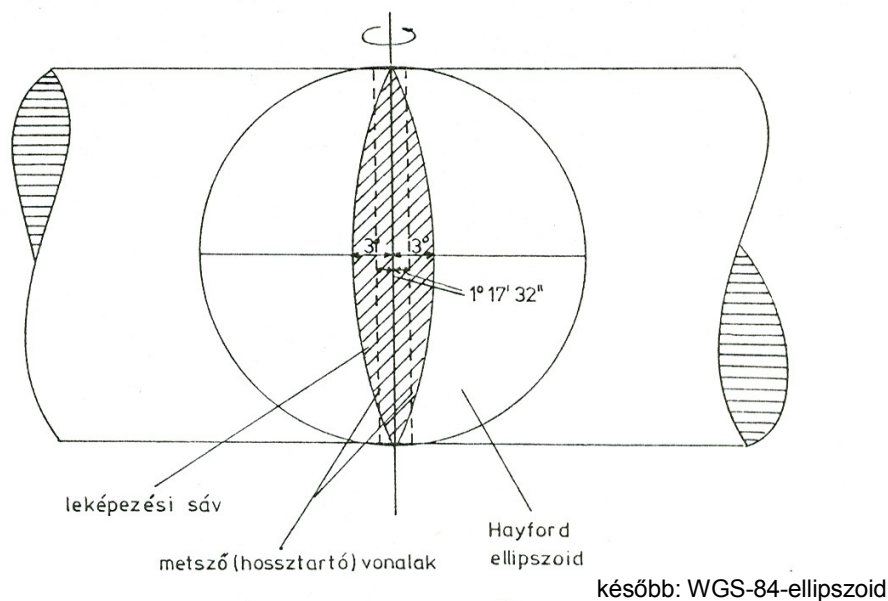


39. ábra: EOVSzelvényezése II.

A képsík x tengelye a gellérthegyi háromszögelési ponton áthaladó hosszúsági kör képe; az t tengely az előbbi hosszúsági körre merőleges legnagyobb gömbi kör képe, mely az x tengely Magyarország közepes szélességi értékénél metszi. A rendszer északkeleti tájolású.

Annak érdekében, hogy az ország területére eső pontok koordinátái mind pozitív előjelűek legyenek, valamint, hogy az x és t koordináták más-más számtartományba essenek, a koordináta-tengelyeken a vetületi középponthez képest déli irányban 200 km-rel, nyugati irányban pedig 650 km-rel eltolták. Magyarország területén az x koordináta 400000 m-nél mindig kisebb, az t koordináta 400000 m-nél mindig nagyobb, így az ordináták és abszcisszák felcserélésének hibalehetősége a lehető legkisebbre csökken.

Az UTM vetület származtatása



40. ábra: UTM

A NATO-államok katonai térképeinek vetületi alapja az UTM (40. ábra). Az új vonatkozási rendszer a WGS 84 ellipszoid. Magyarországon polgári használatra az EOVS koordinátarendszeré is rányomtatják a M=1:25 000 szelvényekre. Ezekre a változatlan szelvénybeosztás, a korszerűsített jelkulcs, számítógépbarát egyszerűsítések, az elavult jelek elhagyása, a STANAG előírások figyelembevétele, öt vagy hat nyomdai szín és tartalmi változtatások jellemzőek.

A térinformatikai szoftverek a következő forgási ellipszoidokat támogatják:

Magyarországon az alábbi ellipszoidokat használták az állami topográfiai térképeknél:

Bessel (a III. katonai felméréstől, 1869-től)

Kraszovszkij (1953-1997)

Hayford (1997-2003, csak a JOG térképeknél)

WGS-84 (2001-)

IUGG-67 (1976-től a polgári térképek esetében)

2.7. Vetületválasztás és felismerés

2.7.1. A vetületválasztás szempontjai

A vetületválasztás célja: a rendelkezésre álló igen sok vetület közül megtalálni és kiválasztani készítenő térképünk számára a legalkalmasabbat.

Térképszerkesztéskor a megfelelő vetület megválasztását a következő tényezők határozhatják meg:

1., - Milyen célra készül a térkép?

Geodéziai, navigációs és katonai célokra: szögtartó vetületet használnak,

Iskolai, földrajzi és földtani térképek gyakran területtartó vetületben készülnek.

Az előző csoport vetülete a 16. századtól kezdve a Mercator-féle valós szögű hengervetület volt. Újabban az ICAO nemzetközi léginavigációs térképeit és az IWK (Nemzetközi Világtérképmű) térképeit, a Lambert-Gauss-féle, két normál paralelkörrel rendelkező (metsző) szögtartó valós kúpvetületben készítik.

A földtani térképek és a legtöbb más földtudományi térkép is, leggyakrabban területtartó vetületben készülnek, mivel ezeken gyakran objektumok (kőzetfészeségek, felhőzónák stb.) területi elterjedését vetik össze. Kivételként tekinthetők bizonyos meteorológiai és tektonikai térképek, amelyekon tektonikai vagy meteorológiai frontvonalakat vizsgálnak, és így a szögtartó vetület alkalmazása a célszerűbb. (Pl. Az USA haditengerészetének világklíma atlasza Mercator-vetületben készült. Hasonlóan szögtartó Lambert-Gauss-féle kúpvetületben készültek Európa szeizmológiai térképei is.)

2., - Milyen a térkép méretaránya?

- Mekkora az ábrázolandó terület, milyen alakú és hol helyezkedik el a földgömbön?

A térkép méretaránya szoros kapcsolatban van a térkép ábrázolta terület nagyságával, mivel a térképek átlagos mérete bizonyos határok között állandó (néhányszor 100 cm²).

Nagyméretarányú, geodéziai térképek manapság szögtartó vetületben készülnek (GK, UTM, EOY). Nagyobb területet ábrázoló, kisebb méretarányú térképek alkalmas vetületét megszabhatja a terület alakja: kör alakú területekre síkvetület, paralelkör (segédparalelkör) menti területekre kúp, főként menti területek ábrázolására hengervetület alkalmazása a célszerű. Kontinensnyi területek, földgömb vagy az egész Föld ábrázolására a képzetes vetületek alkalmasak; a valós vetületek középpontjától távoli területeken rendszerint nagy torzulások lépnek fel.

Különleges célok különleges kívánalmakat támasztanak a vetülettel szemben, Ezek közül néhány példa:

- az ortodróma egyenes legyen (gnomonikus vetület)
- a loxodróma egyenes legyen (Mercator vetület)
- a paralelkörök és meridiánok egyenesek legyenek (pl. valódi hengervetületek)

- a paralelkörök és meridiánok képei merőlegesek legyenek egymásra (valódi vetületek)
- az alapfelületi kör a képfelületen is kör (szögtartó vetület)
- a pólus pont legyen (pl. síkvetületek)
- a torzulási viszonyok közel álljanak az egységhez (pl. képzetes vetületek).

2.7.2. Vetületek felismerése (vetületanalízis)

A vetületanalízis a meglévő térképek ismeretlen vetületének meghatározása. Ezt a fokhálózat vizsgálata alapján végezzük. Ha - valamilyen régi - térképen nincsen fokhálózat, úgy először fokhálózatot szerkesztünk a térképre. Ez több ismert földrajzi koordinátájú térképi pont alapján gyakran elvégezhető.

A fokhálózati vonalak képe alapján a torzulási ellipszis megszerkesztése nélkül is megállapítható néhány egyszerű szabály.

Ha - poláris helyzetben a meridiánok és paralelkörök képei derékszögben metszik egymást, a vetület valódi.

- a meridiánok sugársort alkotnak, a paralelkörök koncentrikus körívek, akkor a sugárhajlástól függően sík- ($n=1$) vagy kúpvetület ($n<1$). Pontosabb meghatározáshoz a paralelkörök pólustávolságának változásait vizsgáljuk.
- a meridiánok és paralelkörök párhuzamos egyenesek, ez hengervetület.
- a meridiánok párhuzamos egyenesek, a paralelkörök kúpszeletek: egyenlítői gnomonikus vetület.
- a meridiánok körívek, a paralelkörök körívek: sztereografikus vetület vagy képzetes vetület.
- a meridiánok görbék, a paralelkörök párhuzamos egyenesek: valószínűleg képzetes hengervetület.
- a meridiánok görbék, a paralelkörök körívek: valószínűleg képzetes kúpvetület.

Ábrajegyzék

1. ábra: Perspektív vetítés.....	1
2. ábra: Vetülettani alapfogalmak I.....	4
3. ábra: Vetülettani alapfogalmak II.....	5
4. ábra: Vetülettani alapfogalmak III.....	5
5. ábra: Torzulási viszonyok I.....	6
6. ábra: Torzulási viszonyok II.....	7
7. ábra: Tissot -féle torzulási ellipszisek.....	8
8. ábra: Tissot-féle indikatrix alakja különböző torzulások esetén.....	9
9. ábra: A vetületek csoportosítása.....	11
10. ábra: A vetületek csoportosítása az alapfelület és a képfelület	11
11. ábra: Az érintő helyzetű vetületek csoportosítása I.....	12
12. ábra: Az érintő helyzetű vetületek csoportosítása II.....	12
13. ábra: Az érintő helyzetű vetületek csoportosítása III.....	13
14. ábra: A vetítési középpontok különböző elhelyezkedéséből keletkező vetületek.....	14
15. ábra: Síkvetületek.....	15
16. ábra: Sztereografikus síkvetület.....	16

17. ábra: Gnomonikus síkvetület.....	16
18. ábra: Ortografikus síkvetület.....	17
19. ábra: Síkvetületek az atlaszokban I.....	17
20. ábra: Síkvetületek az atlaszokban II.....	18
21. ábra: Síkvetületek az atlaszokban III.....	18
22. ábra: Hengervetület.....	19
23. ábra: Mercator -féle hengervetület.....	20
24. ábra: Kúpvetületek I.....	22
25. ábra: Kúpvetületek II.....	22
26. ábra: Képzetes vetület.....	23
27. ábra: Good-féle képzetes hengervetület.....	24
28. ábra: Különféle képzetes hengervetület I.....	25
29. ábra: Különféle képzetes hengervetület II.....	25
30. ábra: Werner-féle képzetes kúpvetület.....	26
31. ábra: Bonne-féle képzetes kúpvetület.....	27
32. ábra: A polikónikus vetület származtatása.....	27
33. ábra: Ferdetengelyű szögtartó vetület.....	30
34. ábra: Gauss-Krüger-féle egyenlítői henger vetület	31
35. ábra: Gauss-Krüger-féle egyenlítői henger vetület szelvényezése I.....	32

36. ábra: Gauss-Krüger-féle egyenlítői henger vetület szelvényezése II.....	32
37. ábra: Egységes Országos Vetület (EOV).....	34
38. ábra: Az EOVSzelvényezése I.....	34
39. ábra: EOVSzelvényezése II.....	35
40. ábra: UTM.....	36