

herausnehmen
und sammeln

Teil 34

NEUES VOM VDAX®

Die Goldman Sachs Optionsschein-Akademie

Schritt für Schritt zum Profi in Sachen Optionsscheine

Teil 33 Stop-Loss-Turbos: die neuesten Turbos im Detail

**Teil 34 Volatilitätsmessung auf verfeinerter Grundlage:
der VDAX®-NEW**

Teil 35 Stop-Loss-Turbos auf den DAX® und andere
Basiswerte: die Besonderheiten

Deutsche Börse: Neues vom VDAX®!

Für regelmäßige KnowHow-Leser dürfte der VDAX®-Index ein alter Bekannter sein: Schon des öfteren haben wir die Funktionsweise des Volatilitätsindex der Deutschen Börse beschrieben und den VDAX® immer wieder als Barometer für die vom Markt erwartete Schwankungsintensität herangezogen. Nun gibt es Neues vom VDAX® zu berichten. Die Deutsche Börse hat sich nämlich entschieden, den VDAX® um einen weiterentwickelten Volatilitätsmesser zu ergänzen, der wenig

kreativ, aber folgerichtig „VDAX®-NEW“ genannt wird.

Auf den ersten Blick scheint sich dieser neue Index kaum vom altbekannten VDAX® zu unterscheiden. Bei genauem Hinsehen jedoch stellt der VDAX®-NEW einen großen Durchbruch dar. Wie die Deutsche Börse meldet, könnte der neue Volatilitätsindex den alten VDAX® Ende 2005 möglicherweise ablösen.

VDAX®-NEW-Neuheit: reale Referenzoptionen

Die wesentliche Innovation beim VDAX®-NEW ist eine neue Berechnungsmethode, die ähnlich bereits in

Chicago bei der Ermittlung des neuen VIX-Index, des Volatilitätsindex auf den S&P-500, verwendet wird. Der grundlegende Unterschied zwischen VDAX® und VDAX®-NEW lässt sich in einem Satz zusammenfassen: Während der alte VDAX die modelltheoretische Volatilität einer fiktiven Option berechnet, basiert der VDAX®-NEW auf den Marktpreisen von tatsächlich an der Eurex gehandelten Optionen.

Der alte VDAX® bezieht sich also auf eine Option, die nicht tatsächlich existiert, sondern nur angenommen wird. Daher muss der Kurs dieser hypothetischen Option aus den Kursen von vier benachbarten Optionen interpoliert

werden. Weil diese fiktive Option aber von niemandem gehandelt werden kann, gibt es auch keine Möglichkeit für ein Replikationsportfolio, das die Kursentwicklung des VDAX® nachbilden könnte.

Mit dem VDAX®-NEW ist der Deutschen Börse nun ein großer Wurf gelungen: Denn einerseits verhält sich der neue Index fast genauso wie der alte, wie an der historisch zurückgerechneten Gegenüberstellung in der Abbildung unten zu erkennen ist. Andererseits kann jetzt ein echtes Replikationsportfolio gebildet werden, was neue Emissionen ermöglicht: Da sich der Index auf tatsächliche Optionen bezieht, die gekauft und verkauft werden können, sind Banken künftig in der Lage, echte VDAX®-Produkte abzuschließen und infolgedessen auch anzubieten. Schon in Kürze dürfte daher mit unterschiedlich strukturierten Produkten auf den VDAX®-NEW zu rechnen sein.

Acht Laufzeiten:

VDAX®-NEW mit Subindizes

Ein weiterer, auf den ersten Blick unbedeutend scheinender Unterschied liegt in der Laufzeit der durch den Index abgebildeten Volatilität: Während der alte VDAX® die 45-Tage-Volatilität messbar machte, bezieht sich der neue VDAX®-NEW auf die 30-Tage-Volatilität. In dieser Laufzeit von 30 Tagen liegt aber schon die erste große Herausforderung. Denn tatsächlich handelbare Optionen, die zur Grundlage des Index werden sollen, gibt es nur mit jeweils einer Fälligkeit pro Monat. In der Regel laufen Optio-

nen immer am dritten Freitag eines Monats um 13.00 Uhr aus, es sei denn, dieser dritte Freitag fällt auf einen Feiertag. Weil etwa am 21. März 2008 Karfreitag ist, wird die Fälligkeit auf den Donnerstag, oder allgemeiner formuliert: auf den letzten vorhergehenden Börsentag, vorgezogen. Von dieser Ausnahme abgesehen, gibt es nur alle vier oder fünf Wochen einen Fälligkeitstermin für Optionskontrakte auf den DAX®.

Um hier Abhilfe zu schaffen, musste zu einem Trick gegriffen werden: Die Berechnung des neuen VDAX® erfolgt in zwei Stufen. Flankierend zum VDAX®-NEW gibt es eine Reihe von Subindizes, die jeweils die Volatilität bis zu den Optionsverfalltagen der kommenden Monate messen; also zum Beispiel für die Fälligkeit Mai 2005 bis zum 20.05.2005, für die Fälligkeit Juni bis zum 17.06.2005. Aus diesen Werten wird dann ein gewichteter Mittelwert interpoliert, der die Maßzahl der Volatilität mit einer Laufzeit von genau 30 Tagen angibt.

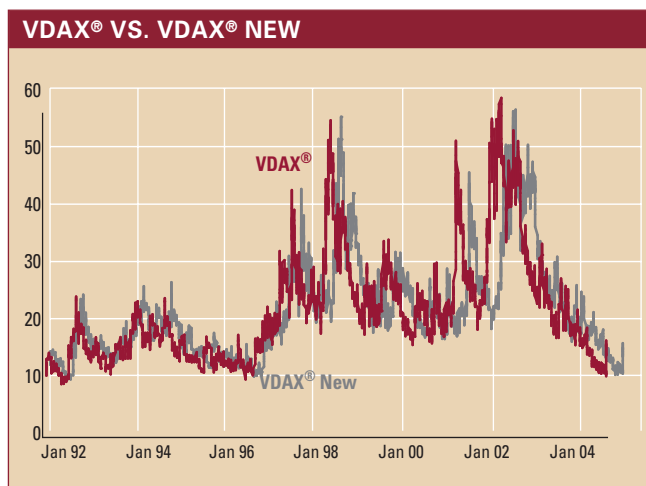
Subindex 1 bis Subindex 8: gewichteter Mittelwert

Im Folgenden werden wir an einem Beispiel Schritt für Schritt nachvollziehen, wie der neue VDAX® aus den Optionspreisen ermittelt werden kann. Die in diesem Rahmen eingesetzten Daten sind weitgehend reale Daten, die wir für das Beispiel in der Akademie jedoch nicht alle zur exakt gleichen Zeit bezogen haben. Die Deutsche Börse berechnet den Index natürlich laufend aus den jeweils aktuellsten Daten.

Um die Grundzüge dieses Rechenverfahrens nachzuzeichnen, werden wir in einem ersten Schritt die Subindizes für den ersten und für den zweiten Fälligkeitstag berechnen und daraus in einem zweiten Schritt den eigentlichen VDAX®-NEW bestimmen. Über die ersten beiden Fälligkeitsmonate hinaus misst die Deutsche Börse auch die Volatilität der Monate drei, sechs, neun, zwölf, 18 und 24, woraus sich insgesamt acht Subindizes ergeben, die als Subindex 1 bis Subindex 8 bezeichnet werden.

Für die Berechnung des VDAX®-NEW müssen zunächst einige Vorarbeiten erledigt werden. Die einfachste bezieht sich auf den Faktor Zeit: Es muss die exakte Zeit bestimmt werden, die vom Berechnungszeitpunkt bis zur jeweiligen Fälligkeit der beiden zu berücksichtigenden Optionen vergehen wird. Dazu nehmen wir an, dass die Berechnung am 27.04.2005 um 13.00 Uhr erfolgt. Der Fälligkeitstag der Mai-Option ist der 20.05.2005, 13.00 Uhr, die Zeit bis zur Fälligkeit beträgt also 1.987.200 Sekunden oder anders ausgedrückt 0,0630137 Jahre. Bis zum Fälligkeitstag einen Monat später, am 17.06.2005 um 13.00 Uhr, vergehen noch 4.406.400 Sekunden oder 0,139726 Jahre.

Danach müssen die Kursdaten der Eurex-Optionen in zwei Schritten bereinigt werden, damit sie in die Berechnung einbezogen werden können: Unberücksichtigt bleiben zum einen Optionen, die mit einer zu weiten Geld-Brief-Spanne handeln, zum anderen Optionen, deren Mittelkurs (bzw. letzter gehandelter Kurs,



bzw. letzter Settlementkurs) kleiner als 0,50 Euro ist. In Zahlen ausgedrückt, müssen Optionen von der Berechnung ausgeschlossen werden, wenn der Spread bei einem Geldkurs bis zu 13,30 Euro mehr als 1,40 Euro, bei einem Geldkurs bis zu 133,30 Euro mehr als 10% und bei einem noch höheren Geldkurs mehr als 13,40 Euro beträgt.

Wie Tabelle 1 zeigt, muss also aus unserem Datensatz keine Option wegen der Spread-Bedingung, wohl aber der 4.650er Call wegen eines zu geringen absoluten Preises gestrichen werden. Alle Optionen, die berücksichtigt werden können, sind in der Tabelle grün, die gestrichenen Optionen sind orange markiert. Im nächsten Schritt können nun die Durchschnittskurse aus Geld- und Briefkurs (Mittelkurs, als „Mid“ in Tabelle 2 bezeichnet) der jeweiligen Optionen bestimmt und für die weiteren Berechnungen eingesetzt werden.

Außer den Mittelkursen¹ der einzelnen Optionen werden noch weitere Daten benötigt, um den ersten VDAX®-NEW-Subindex ausrechnen zu können. In der Tabelle 2 wird daher in der zweiten Spalte für jeden Strike der durchschnittliche Abstand zwischen dem nächsthöheren und dem nächstniedrigeren Strike berechnet ($\Delta K_{i,j}$). Für den Strike von 3.900 zum Beispiel ergibt sich

$(3.950 \text{ Euro} - 3.800 \text{ Euro}) / 2 = 75 \text{ Euro}$. In der vorletzten Spalte wird der Unterschiedsbetrag zwischen dem Mittelkurs des Calls und dem des Puts eingetragen. Es ergeben sich zum Beispiel für den 4.100er Strike: $117,70 \text{ Euro} - 35,80 \text{ Euro} = 81,90 \text{ Euro}$ und für den 4.300er $136,90 \text{ Euro} - 19,05 \text{ Euro} = 117,85 \text{ Euro}$. Sobald alle diese Differenzen bestimmt sind, wird der Strikepreis gesucht, bei dem die Kurse des Calls und des Puts am wenigsten differieren. In dem vorliegenden Beispiel ist dies die Option mit dem Strike von 4.200. Dieser Wert gibt an, welcher Strikepreis in der aktuellen Situation „am-Geld“ liegt. Alle niedrigeren Strikepreise liegen demzufolge für die Puts aus-dem-Geld, alle höheren Strikes liegen für die Calls aus-dem-Geld. In der letzten Spalte werden nun jeweils die Aus-dem-Geld-Optionspreise eingetragen, während lediglich beim Am-Geld-Strike der Durchschnitt aus Mittelkurs Call und Mittelkurs Put eingetragen wird.

Mit Hilfe des jeweiligen sicheren Zinssatzes muss nun derjenige Strike-

preis aufgezinnt werden, bei dem der Abstand von Call-Preis und Put-Preis minimal war. Die Deutsche Börse interpoliert dazu den Satz zwischen Eonia und Euribor; wir verwenden hier der Einfachheit halber einen Zinssatz von 2,10%. Da es sich um eine kontinuierliche Verzinsung handelt, kann der Aufzinsungsfaktor als $e^{Zins \times \text{Zeitraum}}$ berechnet werden, wobei e der Eulerschen Zahl und somit 2,7182818 entspricht. Daraus ergibt sich $e^{0,021 \times 0,0630137} = 1,001324164$.

Auf dieser Grundlage wird der Forwardpreis mit folgender Formel berechnet: $F_i = K_{i,0} + R_i \times (\text{Call}_i - \text{Put}_i)$, wobei F_i = Forwardpreis, K = Strikepreis, bei dem der betragsmäßige Unterschied zwischen dem Mittelkurs des Calls und dem des Puts am geringsten ist, R = Aufzinsungsfaktor, Call = Mittelkurs des Calls mit Strikepreis K , Put = Mittelkurs des Puts mit Strikepreis K . Folglich wird der Strikepreis der Option mit der geringsten Differenz zwischen Call und Put um den aufgezinnten Wert dieses Puts vermindert und um den aufgezinnten Wert dieses Calls erhöht. Der Forwardpreis beträgt in unserem Beispiel $4.200 \text{ Euro} + 1,001324164 \times (55,55 \text{ Euro} - 73,50 \text{ Euro}) = 4.182,03 \text{ Euro}$.

Im nächsten Schritt wird für jeden einzelnen Strikepreis der Wert der jeweiligen Option bis zum Fälligkeitstermin

1) Sollten die letzten gehandelten Kurse oder der letzte Schlusskurs aktueller sein als die letzte Aktualisierung der Geld-Brief-Spanne, so gehen diese in die Berechnung ein.

TABELLE 1: GELD- UND BRIEFKURSE DER EUREX-OPTIONEN MIT FÄLLIGKEIT MAI

Fälligkeit 20. Mai Strike	Call		Put	
	Geld	Brief	Geld	Brief
3.700	476,50	489,90	1,80	2,50
3.800	378,80	392,20	3,70	4,60
3.900	288,30	291,40	7,80	8,50
3.950	241,90	244,90	11,40	12,20
4.000	197,40	199,90	16,50	17,30
4.050	155,10	157,60	24,00	25,00
4.100	116,70	118,70	35,30	36,30
4.150	83,00	84,40	51,10	52,30
4.200	54,80	56,30	72,90	74,10
4.250	33,40	34,30	100,90	102,80
4.300	18,70	19,40	135,90	137,90
4.350	9,40	10,20	176,30	178,90
4.400	4,50	5,10	221,10	224,20
4.450	2,10	2,80	268,40	271,40
4.500	0,60	1,50	317,00	320,00
4.550	0,50	0,90	366,30	369,40
4.600	0,30	0,90		
4.650	0,10	0,50		

TABELLE 2: MITTELKURSE UND OUT-OF-MONEY- PREISE

Strike	$\Delta K_{i,j}$	Mid Call	Mid Put	Call – Put	Out-of-the-money-Preis
3.700	100	483,20	2,15	481,05	2,15
3.800	100	385,50	4,15	381,35	4,15
3.900	75	289,85	8,15	281,70	8,15
3.950	50	243,40	11,80	231,60	11,80
4.000	50	198,65	16,90	181,75	16,90
4.050	50	156,35	24,50	131,85	24,50
4.100	50	117,70	35,80	81,90	35,80
4.150	50	83,70	51,70	32,00	51,70
4.200	50	55,55	73,50	17,95	64,525
4.250	50	33,85	101,85	68,00	33,85
4.300	50	19,05	136,90	117,85	19,05
4.350	50	9,80	177,60	167,80	9,80
4.400	50	4,80	222,65	217,85	4,80
4.450	50	2,45	269,90	267,45	2,45
4.500	50	1,05	318,50	317,45	1,05
4.550	50	0,70	367,85	367,15	0,70
4.600	50	0,60		0,60	0,60
4.650					

TABELLE 3: MAI-FÄLLIGKEIT

Strike	$\Delta K_{i,j}$	Out-of-the-money-Preis	$\frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} \times R_i \times M(K_{i,j})$
3.700	100	2,15	1,57257E-05
3.800	100	4,15	2,87777E-05
3.900	75	8,15	4,02406E-05
3.950	50	11,80	3,78645E-05
4.000	50	16,90	5,28824E-05
4.050	50	24,50	7,47826E-05
4.100	50	35,80	0,000106625
4.150	50	51,70	0,000150293
4.200	50	64,525	0,000183136
4.250	50	33,85	9,38265E-05
4.300	50	19,05	5,15825E-05
4.350	50	9,80	2,59294E-05
4.400	50	4,80	1,24131E-05
4.450	50	2,45	6,19428E-06
4.500	50	1,05	2,59603E-06
4.550	50	0,70	1,69286E-06
4.600	50	0,60	1,41965E-06
4.650			
			0,000885982

aufgezinst und mit dem $\Delta K_{i,j}$ (zweite Spalte in Tabelle 2) dividiert durch das Quadrat des Strikepreises gewichtet. Daraus ergibt sich zum Beispiel für den 3.900er Strike $8,15 \times 1,001324164 \times (75 / 3.900^2) = 0,0000402406$ oder in Kurzschreibweise $4,02406E-05$ wobei „E-05“ angibt, dass das Komma um fünf Stellen in Richtung kleinerer Werte verschoben werden muss.

Nachdem diese Rechnung für alle Werte durchgeführt ist, wird die Summe aller aufgezinsten gewichteten Optionspreise gebildet und mit zwei multipliziert. Davon abgezogen wird sodann das Quadrat der Differenz aus dem Forwardkurs dividiert durch den Strikepreis der Option mit der geringsten Differenz zwi-

um zum ersten Subindex des VDAX®-NEW zu gelangen: $\sqrt{(0,027829678)} = 0,1668$ oder $16,68\%$ (siehe dritte Formel).

Nachdem damit der Wert des Subindex 1 für die Optionsfälligkeit 20. Mai feststeht, wird durch die gleiche Rechenmethode der zweite Subindex des VDAX®-NEW für den Fälligkeitstermin 17. Juni berechnet. Es ergibt sich ein Wert von $16,99\%$.

Lineare Interpolation aus den Subindizes ergibt VDAX®-NEW

Aus diesen beiden Werten kann jetzt in einem letzten Rechenschritt der neue VDAX®-NEW-Hauptindex mit einer Restlaufzeit von 30 Tagen, also $30/365$

= $0,08219178$ Jahren ermittelt werden. Da die Interpolation die jeweiligen Varianzen der beiden Subindizes linear gewichtet, kann die Berechnung nach der vierten Formel unten erfolgen.

Zum Glück ist kein Anleger gezwungen, diese Rechnung selbst durchzuführen. Dies übernimmt die Deutsche Börse, die den VDAX®-NEW aus den Subindizes interpoliert. Die hier durchgeführte Beispielrechnung zeigt aber, dass der VDAX®-NEW an keiner Stelle auf höhere Mathematik zurückgreift, sondern neben den vier Grundrechenarten nur Potenzen und Wurzeln einsetzt, um den Wert des Index aus den Geld- und Briefkursen von Optionskontrakten zu ermitteln. Daraus ergibt sich, dass der VDAX®-NEW mit einem Portfolio aus echten Optionen nachgebildet werden kann und somit als Basiswert replizierbar ist.

FORMELN

$$F_i = K_{i,0} + R_i \times (Call_i - Put_i)$$

$$s_i^2 = \frac{2}{T_i} \sum_j \frac{\Delta K_{i,j}}{K_{i,j}^2} \times R_i \times M(K_{i,j}) - \frac{1}{T_i} \left(\frac{F_i}{K_{i,0}} - 1 \right)^2$$

$$VDAX^{\text{®-New}}_i = 100 \times \sqrt{s_i^2}$$

F	= Forwardpreis
K	= Strikepreis, bei dem der betragsmäßige Unterschied zwischen dem Mittelkurs des Calls und dem des Puts am geringsten ist
R	= Aufzinsungsfaktor
Call _i	= Mittelkurs des Calls mit Strikepreis K
Put _i	= Mittelkurs des Puts mit Strikepreis K
s _i ²	= Varianz
T _i	= Zeit bis zum Fälligkeitstermin der jeweiligen DAX® Option
K _{ij}	= Strike der j-ten Out-of-the-money-Option des i-ten Fälligkeitstermins
ΔK _{ij}	= durchschnittlicher Abstand zwischen dem nächsthöheren und dem nächstniedrigeren Strikepreis
M	= Preis der Option mit Strike K _{ij}

$$VDAX^{\text{®-New}} = \sqrt{\left(0,0630137 \cdot 0,02782967809 \cdot \frac{0,139726 - 0,0821978}{0,139726 - 0,0630137} + 0,139726 \cdot 0,028867556 \cdot \frac{0,0821978 - 0,0630137}{0,139726 - 0,0630137} \right) \frac{1}{0,08219178}} = 16,81\%$$