

MODELLAZIONE IDRODINAMICA DI UN CANALE CON CAMBIO DI SCABREZZA AL FONDO

C. Di Cristo¹ & A. Leopardi²

- (1) Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale “G. Ippolito”, Università degli Studi di Napoli “Federico II”, via Claudio 21 – 80125 Napoli. e-mail dicristo@unina.it
(2) Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale “G. Ippolito”, Università degli Studi di Napoli “Federico II”, via Claudio 21 – 80125 Napoli. e-mail leopardi@unina.it

SOMMARIO

Nella memoria si propone un modello interpretativo dei primi risultati di un'indagine sperimentale, mirata alla determinazione delle caratteristiche cinematiche d'una corrente stazionaria, defluente in un canale il cui fondo presenti un'improvvisa variazione di scabrezza. In particolare, si fa riferimento agli aspetti relativi alla variazione delle resistenze al fondo nella zona con il cambio di scabrezza, interpretata mediante una correzione del termine di resistenza nelle classiche equazioni di de Saint Venant. L'approccio presentato fornisce alcuni miglioramenti nella modellazione idrodinamica dei fenomeni oggetto di studio, e potrà essere convenientemente adottato in successive ricerche sul trasporto e la rimozione di materiale solido in canali a letto rigido. Inoltre, esso costituisce una verifica indipendente del concetto di “resistenza addizionale” ed apre alcune prospettive per la taratura del coefficiente di resistenza addizionale.

1 INTRODUZIONE

I fenomeni di trasporto e rimozione di materiali depositati in canali a fondo fisso, quali ad esempio i collettori fognari, costituiscono da molti anni oggetto di un'intensa attività di ricerca, per l'influenza che essi hanno sull'efficienza delle succitate opere. La conoscenza dei caratteri della corrente idrica in tali situazioni è la necessaria premessa allo studio dei meccanismi di trasporto ed erosione / deposizione del materiale solido. Nell'ambito d'una più ampia ricerca relativa allo studio delle caratteristiche cinematiche di una corrente stazionaria defluente in un canale con un brusco cambio di scabrezza al fondo, si vogliono evidenziare alcuni aspetti legati alla variazione delle resistenze al fondo.

L'approccio usualmente adottato per la modellazione dei fenomeni di erosione e deposizione del materiale solido prevede l'uso di equazioni integrate sulla verticale (depth integrated) o sull'intera sezione idrica. In tali modelli è di fondamentale importanza la corretta valutazione del termine di resistenza. Rouse (1965) classifica le resistenze al moto nei canali a superficie libera in quattro componenti:

1. resistenza di superficie o “skin friction”
2. resistenza dovuta alle forme di fondo o “drag”
3. resistenza derivante da distorsioni del pelo libero
4. resistenza correlata alla non stazionarietà del moto

In generale, la forza resistente per unità di peso J può essere espressa con una struttura del tipo di Darcy-Weisbach, nella quale l'indice di resistenza λ è simbolicamente dato dalla funzione adimensionale (Yen, 2002):

$$\lambda = \lambda(\text{Re}, \varepsilon/D, \eta, N, \text{Fr}, U) \quad (1)$$

dove Re è il numero di Reynolds, ε/D la scabrezza relativa, η un parametro rappresentativo della forma della sezione trasversale del canale, N un parametro rappresentativo della non uniformità longitudinale della corrente, Fr il numero di Froude, U un parametro rappresentativo della non stazionarietà del moto. In quest'ottica, la formula di Colebrook-White può essere interpretata come un caso particolare della (1) per correnti in moto uniforme, se si ammette trascurabile l'influenza del numero di Froude. Ovviamente le quattro componenti della resistenza (skin, drag, distorsione del pelo libero e non stazionarietà) interagiscono fra loro in modo non lineare, così come i sei fattori che compaiono nell'equazione simbolica (1).

In luogo di λ può risultare comodo riferirsi al coefficiente adimensionale di Chezy C , legato al coefficiente dimensionale K dalla relazione $K=Cg^{1/2}$. Ciò ha l'indubbio vantaggio che, in moto uniforme, il coefficiente C risulta pari al rapporto tra la velocità media di portata e la velocità di attrito alla parete, $C=U_m/u^*$. E' appena il caso di osservare che il coefficiente adimensionale di Chezy e l'indice di resistenza sono correlati dall'equazione:

$$C = \sqrt{\frac{8}{\lambda}} \quad (2)$$

L'approccio classico per la valutazione delle resistenze al fondo consiste generalmente nell'adottare una formula del moto uniforme, considerando in pratica la sola resistenza del tipo "skin friction" ovvero inglobando in essa anche gli effetti delle forme di fondo e delle distorsioni del pelo libero. Ciò implica che, in presenza di un brusco passaggio fra zone con differente scabrezza, il coefficiente adimensionale di Chezy subisce una discontinuità. Questo comportamento può non coincidere con quanto avviene in realtà e quindi comportare un errore modellistico. Il confronto con dati sperimentali può, in tali situazioni, essere un valido supporto. A tal scopo è stata realizzata una serie di esperimenti in un canale con una brusca variazione di scabrezza al fondo.

Nel seguito, dopo una sintetica presentazione delle esperienze eseguite, si fornisce un'interpretazione dei risultati relativi alla variazione dello sforzo al fondo con l'uso dei modelli validi in moto uniforme. Successivamente, per superare almeno in parte la difficoltà che si incontra nella corretta riproduzione dei risultati sperimentali, si propone un modello per la formulazione del termine delle resistenze al fondo che tenga conto della non uniformità del moto dovuta al brusco cambiamento di scabrezza.

2 I RISULTATI SPERIMENTALI

2.1 Le prove eseguite

Le prove sono state eseguite in un canale rettangolare in plexiglass, ubicato presso il Laboratorio del Dipartimento di Ingegneria Idraulica ed Ambientale "Girolamo Ippolito" dell'Università di Napoli "Federico II". Sul fondo del canale è stata realizzata una

brusca variazione di scabrezza, incollando allo stesso, per un tratto lungo 1.5 m e per tutta la larghezza, uno strato, "tappeto", di materiale solido granulare. In asse al canale, lungo verticali prese in differenti ascisse, sono stati misurati, con un velocimetro Laser Doppler (LDV), i valori istantanei della componente longitudinale della velocità e , mediante un idrometro, i livelli del pelo libero e del fondo. In particolare si è indagato nella zona in cui vi è il passaggio tra la parte liscia e scabra del fondo. Attraverso una successiva elaborazione dei dati registrati, si sono ottenuti i profili verticali dei valori medi locali e delle intensità di turbolenza delle componenti longitudinali delle velocità. Una completa descrizione dell'impianto sperimentale usato e dei risultati ottenuti è fornita da Carravetta & Della Morte (2002), mentre nel seguito si presentano solo gli aspetti legati al tema delle resistenze al fondo qui indagato.

Nelle prove, attualmente in corso, sono stati usati diversi materiali per realizzare la zona scabra del fondo, qui si fa riferimento alle sole prove realizzate con un "tappeto" costituito da sabbia, di granulometria pressoché uniforme, con diametro medio pari a 2 mm. L'altezza media del tappeto di sedimento è praticamente pari all'altezza media dei grani. In questa condizione sono state realizzate quattro diverse prove di moto permanente, ciascuna caratterizzata da un diverso valore della portata Q immessa nel canale, come riportato in tabella 1. Le portate sono state misurate con diaframmi tarati del circuito idraulico del laboratorio. In tutte le prove la corrente risultava essere una corrente lenta. In tabella 1, per ciascuna prova, sono riportati il numero di Reynolds Re , il numero di Froude Fr e la scabrezza relativa sul tappeto ϵ/D , valutata come il rapporto $d/4R$, in cui d è il diametro medio della sabbia e R il raggio idraulico. Per la valutazione di Re e ϵ/D , essendo sufficiente una stima dell'ordine di grandezza, è stato usato il valore del tirante idrico nella sezione 10 cm a monte dell'inizio del tappeto.

Prova	Q (m ³ /s)	Re (-)	Fr (-)	ϵ/D (-)
1	0.0124	56000	0.346	0.009513
2	0.0188	83000	0.400	0.008165
3	0.0390	160000	0.462	0.005989
4	0.1000	360000	0.550	0.004094

Tabella 1. Condizioni idrauliche nelle prove.

Dai rilievi dell'andamento della superficie libera si è riscontrato un effetto di rigurgito indotto dalla variazione di scabrezza, mentre i rilievi della componente longitudinale delle velocità hanno mostrato una deformazione del solido di velocità in prossimità del fondo nella zona all'inizio del tappeto.

2.2 La variazione delle resistenze al fondo

L'indice di resistenza può essere immediatamente calcolato a partire dal coefficiente adimensionale di Chezy C , a cui è legato dalla relazione (2). Per questo motivo nel seguito si è preferito far direttamente riferimento a C , stimato dal rapporto tra la velocità media di portata U_m e la velocità di attrito alla parete u^* .

La prima è stata ottenuta dall'integrazione dei profili verticali della velocità media locale.

Per la valutazione della velocità di attrito alla parete esistono molte incertezze sulla metodologia da usare e la relativa qualità della stima (Nezu & Rodi, 1986). I procedi-

menti più comunemente impiegati sono due:

1. valutare u^* attraverso la relazione che la lega allo sforzo tangenziale al fondo
2. valutare u^* attraverso un'interpolazione del profilo verticale delle velocità medie locali con una legge logaritmica

Il primo metodo risulta inapplicabile se non si è in grado di determinare per altra via gli sforzi al fondo. È importante notare che, in condizioni di moto bidimensionale uniforme i due procedimenti sono equivalenti, mentre in condizioni di moto non uniforme, come quelle delle prove svolte, non vi è certezza sulla coincidenza tra i due valori di u^* così definiti (Smart, 1999). Non avendo, tuttavia, una valutazione indipendente degli sforzi tangenziali, nel caso in esame il secondo procedimento è l'unico perseguibile.

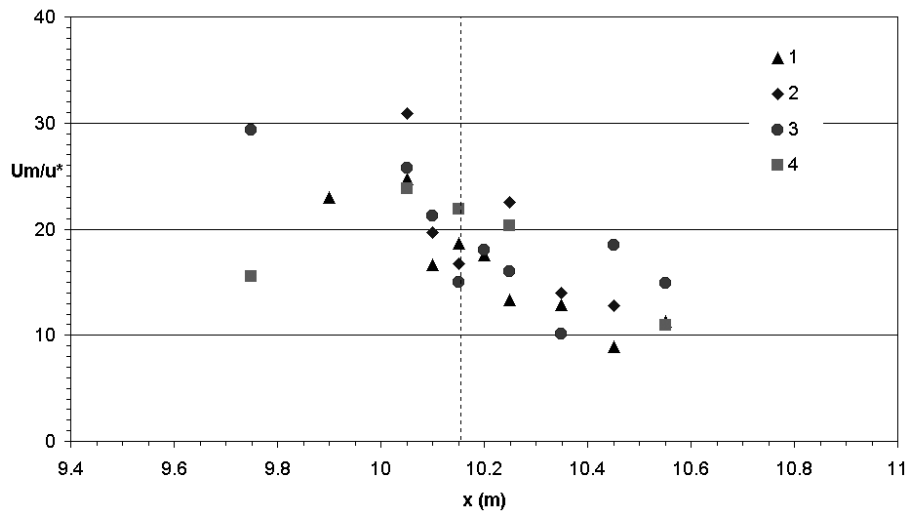


Figura 1. Andamento del coefficiente adimensionale di Chezy C nella zona di passaggio tra fondo liscio e scabro. All'ascissa 10.15 m inizia il tappeto, che si estende fino a 11.65 m.

Per valutare u^* dai profili di velocità a monte del tappeto, si sono interpolati con la legge logaritmica i dati sperimentali nella sola zona $z/h < 0.2$, secondo quanto suggerito da vari autori (Nezu & Nagakawa, 1993). Come osservato da Carravetta & Della Morte (2002), nei profili di velocità sul tappeto si possono evidenziare due tratti, indicati come I e II. Nel tratto I, che è quello superiore, il profilo di velocità presenta una traslazione, derivante da un progressivo incremento di velocità che la corrente subisce in mezz'ora procedendo da monte verso valle. Nel tratto II, la cui estensione aumenta progressivamente da monte verso valle, è evidente nel profilo di velocità una deformazione derivante dal cambio di scabrezza. Per valutare u^* nella zona con fondo scabro, si sono interpolati con la legge logaritmica i dati sperimentali nel solo tratto II. L'estensione di questo tratto è stata valutata per ciascun profilo individuando il tratto, nel corrispondente profilo verticale delle intensità di turbolenza $RMS(u')$, in cui si osservavano evidenti incrementi delle intensità di turbolenza rispetto a quelle misurate alla stessa quota su fondo liscio dove non si risente dell'influenza del tappeto. Tali incrementi sono anch'essi evidentemente legati all'effetto del cambio di scabrezza.

In figura 1 è rappresentato l'andamento del coefficiente adimensionale di Chezy nel-

la zona di passaggio tra fondo liscio e scabro, per le quattro prove eseguite. Nonostante una certa dispersione dei dati, si riesce a individuare un andamento di C , decrescente verso valle sul tappeto.

3 INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI CON MODELLI DI MOTO UNIFORME

I risultati ottenuti sono stati interpretati sia per via indiretta sia diretta. La via indiretta consiste nel dedurre l'indice di resistenza dal profilo di velocità e confrontarlo con quello derivante dall'applicazione della formula di Colebrook-White. La via diretta consiste nel cercare di ricostruire le prove mediante l'integrazione delle equazioni di de Saint Venant¹ (Montuori, 1997) con un termine di resistenza del tipo usato in moto uniforme, valutato attraverso l'impiego dell'equazione di Chezy. In quest'ultimo caso si è usato un unico valore di C nella zona in cui il fondo è liscio, ed un unico, diverso, valore nella zona a fondo scabro.

3.1 Interpretazione indiretta

Nel seguito si presenta un'interpretazione dei risultati delle prove usando la formula di Colebrook-White, cioè nell'ipotesi in cui l'indice di resistenza della (1) possa essere espresso in funzione dei soli parametri numero di Reynolds e scabrezza relativa.

Per quanto concerne il plexiglass è pensabile, almeno per le prove 1 e 2, che abbia un comportamento da parete liscia, e pertanto che il suo indice di resistenza sia valutabile mediante l'equazione dei tubi lisci. In ogni caso la curva dei tubi lisci dovrebbe costituire un limite inferiore per l'indice di resistenza. I valori così computati sono riportati nella II colonna di tabella 2.

Per il tappeto di sabbia il comportamento potrà essere da regime di transizione o da regime di moto assolutamente turbolento (tubo scabro). Per ciascuna prova, noti il numero di Reynolds e la scabrezza relativa, è possibile dedurre il valore dell'indice di resistenza sull'abaco di Moody. Un fattore d'incertezza è la valutazione di ϵ , che normalmente si ammette pari al prodotto md , dove d è il diametro medio dei grani e m è un coefficiente compreso fra 0.5 e 2 (Marchi & Rubatta, 1981). Nella IV colonna di tabella 2 sono riportati un valore minimo e uno massimo per l'indice di resistenza, corrispondenti all'assumere $\epsilon = 0.5d$ e $\epsilon = 2d$.

Prova	λ sul plexiglass		λ sul tappeto	
	minimo teorico (tubo liscio)	osservato	range teorico (ϵ min - ϵ max)	osservato
1	0.02054	0.01512	0.031 – 0.046	0.099
2	0.01862	0.00838	0.028 – 0.042	0.056
3	0.01580	0.00951	0.025 – 0.039	0.041
4	0.01290	0.01280	0.021 – 0.030	0.066

Tabella 2. Confronto fra gli indici di resistenza teorici e osservati.

I valori reali dell'indice di resistenza λ si sono direttamente ricavati da quelli del co-

¹ Nel seguito, sebbene si considerino condizioni stazionarie, si userà il termine equazioni di de Saint Venant, poiché si ha in animo d'estendere la ricerca anche allo studio del moto vario.

efficiente adimensionale di Chezy C , riportati in figura 1. In particolare, per ciascuna prova, si sono considerati i valori di λ nelle sezioni di misura più a monte (plexiglass) e più a valle (tappeto), rispettivamente riportati nella III e V colonna di tabella 2. Si osserva, pur nelle notevoli incertezze sperimentali, che sul tappetino le resistenze appaiono maggiori di quelle massime prevedibili in moto uniforme, mentre un comportamento opposto si ha per il plexiglass. In conclusione, le resistenze appaiono maggiori di quelle di moto uniforme sul tappeto, dove la corrente accelera lungo l'ascissa, e minori sul plexiglass, dove la corrente decelera.

3.2 Interpretazione diretta

Quanto detto dovrebbe già far escludere la possibilità di descrivere il comportamento della corrente in corrispondenza della transizione per mezzo di un modello di moto uniforme. Tuttavia, anche per valutare l'errore che si commette, si sono integrate con una tecnica ai volumi finiti già descritta in altri lavori (Carravetta et al., 2000; Leopardi, 2001) le equazioni di de Saint Venant, con un termine di resistenza del tipo moto uniforme. Come valori dell'indice di resistenza per la zona liscia e scabra sono stati usati quelli ricavati dalle misure e relativi alle sezioni più a monte e più a valle del tappeto.

In figura 2 il profilo di corrente così ottenuto per ciascuna prova (linea tratteggiata) è confrontato con i tiranti misurati. Si osserva che alcune caratteristiche, sia qualitative sia quantitative, del profilo non vengono riprodotte correttamente. In particolare la variazione del tirante all'inizio del tappetino, "scalino", viene sistematicamente sottostimata. Ciò implica una sottostima della velocità della corrente sul bordo di monte del tappeto e, in definitiva, una sottostima della capacità erosiva della corrente.

Pare dunque evidente come una ricostruzione delle situazioni indagate sperimentalmente per mezzo di modelli che impieghino, per le resistenze, formule del moto uniforme sia da ritenersi non accettabile. Occorre pertanto cercare di costruire una interpretazione che tenga conto, nella valutazione delle resistenze, della non uniformità del moto.

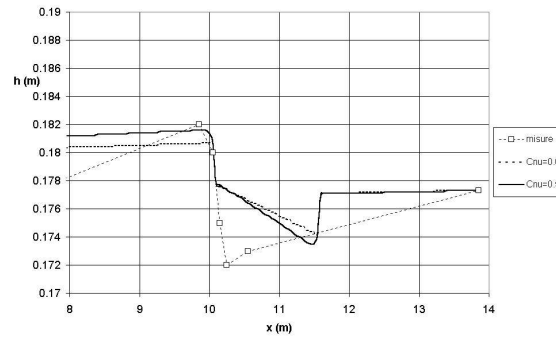
4 INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI CON UN MODELLO DI MOTO NON UNIFORME

La condizione di moto indagata nelle quattro prove oggetto di studio è non uniforme, sia pur ancora stazionaria. E' quindi pensabile che un'interpretazione migliore dei risultati possa essere ottenuta considerando altri parametri oltre al numero di Reynolds e alla scabrezza relativa. Fra quelli che compaiono nella (1), essendo il moto stazionario, non bisognerà considerare il parametro U di non stazionarietà. Inoltre tutte le prove sono condotte con la medesima forma di canale (rettangolare), pertanto il parametro di forma η non potrà essere qui indagato. Per la condizione in esame, l'equazione (1) può dunque scriversi:

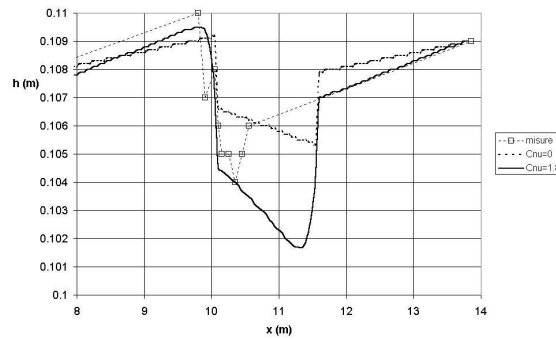
$$\lambda = \lambda(\text{Re}, \varepsilon/D, N, \text{Fr}) \quad (3)$$

dove il parametro N dovrebbe tener conto della non uniformità longitudinale della corrente lungo il canale. Un parametro rappresentativo di tale non uniformità può essere l'accelerazione convettiva, adimensionalizzata rispetto all'accelerazione di gravità g . Si assume pertanto:

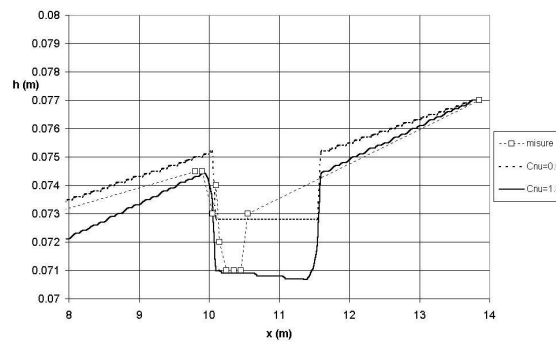
Prova 4



Prova 3



Prova 2



Prova 1

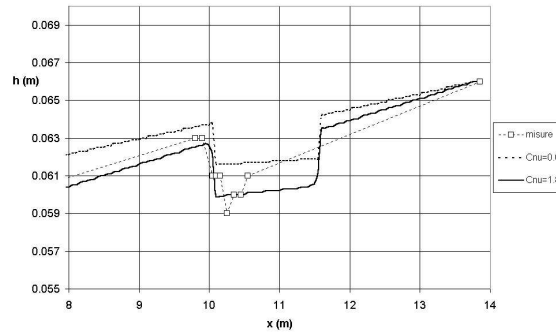


Figura 2. Andamento dei tiranti nelle prove sperimentali. La zona del tappetino è quella compresa fra le ascisse 10.15 m e 11.65 m.

$$N = \frac{U_m}{g} \frac{dU_m}{dx} \quad (4)$$

Poiché poi il numero di Froude, come già messo in evidenza, non viene ritenuto influente per le valutazioni in moto uniforme è plausibile che esso debba essere combinato in un unico termine con N . In definitiva:

$$\lambda = \lambda \left(\text{Re}, \varepsilon/D, f(\text{Fr}) \frac{U_m}{g} \frac{dU_m}{dx} \right) \quad (5)$$

dove $f(\text{Fr})$ è un'opportuna funzione del numero di Froude.

In linea con quanto proposto da Carravetta et al. (2000), è possibile adottare un modello di "resistenza addizionale". In esso si ipotizza di poter scrivere la forza resistente per unità di peso (termine delle resistenze J) come la somma di un termine calcolato come in moto uniforme e di uno correlato alla non uniformità del moto, cioè:

$$J = \frac{\lambda}{4R} \frac{U_m^2}{2g} = \frac{\lambda_u(\text{Re}, \varepsilon/D)}{4R} \frac{U_m^2}{2g} + \frac{C_{nu}}{g} U_m \frac{dU_m}{dx} \quad (6)$$

In altri termini si ammette di poter sovrapporre linearmente, alla resistenza di moto uniforme, quella derivante dal termine di non uniformità. Coerentemente con quanto osservato nelle prove svolte, questo modello prevede resistenze maggiori rispetto a quelle di moto uniforme dove la corrente accelera e minori dove decelera.

Il coefficiente C_{nu} nella relazione (6), ritenuto una costante nella versione originariamente proposta da Carravetta et al. (2000), è qui pensato come una funzione del numero di Froude. Atteso il limitato numero di dati a disposizione, si è tuttavia rinunciato ad una sua interpretazione e si è cercato, prova per prova, di tarare un valore di C_{nu} unico in tutte le sezioni del canale.

In figura 2 è riportata la ricostruzione dei tiranti ottenuta con il modello proposto (tratto pieno), per le quattro prove. Si osserva, in ogni caso, un miglioramento rispetto al modello di moto uniforme. Per le tre prove di portata minore pare potersi individuare un unico valore di C_{nu} , pari a 1.8, mentre per la prova n.4 il valore migliore sembra essere circa 0.5. In definitiva sembrerebbe che la funzione $f(\text{Fr})$ debba essere una funzione decrescente all'aumentare del numero di Froude e quindi, in definitiva, della portata per il problema qui studiato. Il ridotto numero di dati disponibili non consente di supportare con certezza quest'ultima osservazione, che necessita di ulteriori verifiche. Si spera che una proposta operativa sulla struttura della funzione $f(\text{Fr})$ possa essere ricavata in seguito a ulteriori prove sperimentali, attualmente in corso.

5 CONCLUSIONI

Dall'analisi di alcuni risultati sperimentali, relativi a misure condotte su un canale caratterizzato da una brusca variazione di scabrezza al fondo si è evidenziato che le classiche equazione di de Saint Venant, con il termine di resistenza valutato con una formula del moto uniforme, non consentono di descrivere correttamente il fenomeno. In particolare, è sottostimata la velocità della corrente in prossimità del cambio di scabrez-

za, con una conseguente sottostima della capacità erosiva della corrente. Questa considerazione ha suggerito di utilizzare una correzione al termine di resistenza, basata sul concetto di resistenza addizionale, che sembra fornire una migliore ricostruzione del campo di moto in tali situazioni. L'approccio proposto costituisce un miglioramento nella modellazione idrodinamica dei fenomeni oggetto di studio e potrà essere convenientemente adottato in successive applicazioni. E' stato inoltre presentato un tentativo di interpretazione del coefficiente del modello di resistenza addizionale, per ora solo qualitativo, ma che pare andare nella giusta direzione per dare carattere operativo al modello.

BIBLIOGRAFIA

- Carravetta, A. & Della Morte, R. Caratteristiche cinematiche di una corrente in un canale con variazione di scabrezza al fondo. *Atti del XXVIII Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Potenza, 2002.
- Carravetta, A., Greco, M. & Leopardi, A. Un modello quasi-tridimensionale per alvei mobili: effetti indotti dalla presenza di un pennello. *Atti del XXVII Convegno Nazionale di Idraulica e Costruzioni Idrauliche*, Genova, 2000.
- Leopardi, A. Modelli Bidimensionali di Corpi Idrici Naturali. Tesi per il conseguimento del titolo di Dottore di Ricerca in Ingegneria Idraulica, Università degli Studi di Napoli 'Federico II', Napoli, 2001.
- Marchi, E. & Rubatta, A. *Meccanica dei Fluidi*. Utet, Torino, 1981.
- Montuori, C. *Complementi di Idraulica*. Liguori, Napoli, 1997.
- Nezu, I. & Rodi, W. Open-channel flow measurements with a laser doppler anemometer. *Journal of Hydraulic Engineering*, 1986, 112 (5), 335-355.
- Nezu, I. & Nakagawa, W. *Turbulence in open-channel flow*. IAHR Monograph Series, Balkema, Rotterdam, 1993.
- Rouse, H. Critical analysis of open-channel resistance. *Journal of Hydraulic Division*. ASCE, 1965, 91(HY4), 1-25.
- Smart, G. M. Turbulent velocity profiles and boundary shear in gravel bed rivers. *Journal of Hydraulic Engineering* ASCE, 1999, 125 (2), 106-116.
- Yen, B.C. Open Channel Flow Resistance. *Journal of Hydraulic Engineering* ASCE, 2002, 128(1), 20-39.