

GÉP

A GÉPIPARI TUDOMÁNYOS EGYESÜLET

műszaki, vállalkozási, befektetési, értékesítési, kutatás-fejlesztési, piaci információs folyóirata

SZERKESZTŐBIZOTTSÁG

Dr. Döbröczeni Ádám
elnök

Dr. Kálmán András
főszerkesztő
Dr. Péter József
Dr. Szabó Szilárd
főszerkesztő-helyettesek

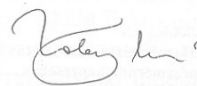
Dr. Barkóczy István
Bányai Zoltán
Dr. Beke János
Dr. Bercsey Tibor
Dr. Bukoveczky György
Dr. Czitán Gábor
Dr. Cselényi József
Dr. Danyi József
Dr. Dudás Illés
Dr. Gáti József
Dr. Illés Béla
Dr. Jármái Károly
Kármán Antal
Dr. Kulcsár Béla
Dr. Orbán Ferenc
Dr. Pálkás István
Dr. Patkó Gyula
Dr. Péter László
Dr. Penninger Antal
Dr. Rittinger János
Dr. Szántó Jenő
Dr. Tímár Imre
Dr. Tóth László
Vaktor Elemér

SZERKESZTÉSBE KÖZREMŰKÖDÖTT:
Dr. Kulcsár Béla

Kedves Olvasó!

A Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Közlekedésmérnöki Kara ez évben ünnepelte okl. gépészmérnök-képzése megindításának 35. évfordulóját. A Közlekedésmérnöki Kar 1951-ben történt megalapításától kezdődően folytatott közlekedésmérnök-képzés tanterveiben az alapozó tantárgyak mindenkor járműgépészeti irányultságúak voltak és ezen alapotáshoz kapcsolódtak a képzés közlekedési karakterét megadóan a járművekkel, anyagmozgató berendezésekkel, közlekedési pályákkal, közlekedésautomatikai és forgalomirányító berendezésekkel, közlekedési üzemszervezéssel és közlekedésgazdaságtannal foglalkozó közlekedésmérnöki szaktárgyak. A Közlekedésmérnöki Kar történetében az 1967. év jelentős feladatbővülést hozott, mivel a művelődési tárca profilrendezési céllal a járművekkel és szállítóberendezésekkel kapcsolatos teljes konstrukciós és üzemi képzést a BME Közlekedésmérnöki Karának feladatává tette. Így kezdődött el a Közlekedésmérnöki Karon az 1968/69-es tanévtől kezdődően az addig a közlekedési szakon történő okl. közlekedésmérnökök képzése és kibocsátása mellett okl. gépészmérnökök képzése és kibocsátása a járműgépész szakon. Közül egyidőben indult be a Közlekedésmérnöki Karon az új gépesítési szak, ahol az anyagmozgató gépész és az építőgépész ágazaton is okl. gépészmérnökök képzése folyt. Az így kialakított szakmai képzési profil a mai napig lényegileg változatlanul fennáll, csupán elnevezésbeli módosítás történt a rendszerváltás után, a korábbi járműgépész szak és a gépesítési szak helyett a művelődési tárca 1991-ben a Közlekedésmérnöki Karon gépészmérnöki szakot alapított. Így azóta a Közlekedésmérnöki Kar gépészmérnöki szakán az autógépész, a vasútgépész, a repülőgépész, a hajóépítő-gépész, az anyagmozgató gépész, az építőgépész valamint a járműgyártó szakirányokon képez és bocsát ki okl. gépészmérnököket. A képzést a Magyar Akkreditációs Bizottság 2000-ben „kiváló” minősítéssel akkreditálta. A hazai járműipar, valamint a közlekedési vállalatok és társaságok az elkövetkező időszakban is alaptudományokban jól képzett, rendszerszemléletű, az informatika és a CAD módszereit ismerő, az automatikus irányítási rendszerekben járatos, energetikai és környezetvédelmi kérdésekre érzékeny, gazdasági és menedzsmentismeretekkel valamint legalább középfokú idegennyelv-ismerettel rendelkező munkatársakra fognak találni a Közlekedésmérnöki Karon gépészmérnöki oklevelet szerzett fiatalokban.

Abban a reményben ajánljuk a GÉP kedves olvasóinak e számot, hogy az képet tud adni a Közlekedésmérnöki Kar szaktanszékeinek immár 35 éven átívelő gépészmérnök-képzési tevékenységéről, és bepillantást enged az ezen képzési tevékenység alapfeltételét jelentő tudományos kutatási és fejlesztési eredményekbe.



Dr. Zobory István
tanszékvezető egyetemi tanár
a gépészmérnöki szak vezetője

A szerkesztésért felelős: dr. Kálmán András. A szerkesztőség címe: 3529 Miskolc, Budai József u. 46.

Telefon/fax: (46) 325-504, 20/9358-812 E-mail: kaesta@axelero.hu

Kiadja a Gépipari Tudományos Egyesület, 1027 Budapest, Fő u. 68. Levélcím: 1371 Bp. Pf.: 433.

Telefon: 202-0656, Fax: 202-0252, E-mail: ficze.gte@mtesz.hu, Internet: www.gte.mtesz.hu

A GÉP internetcíme: <http://gep-ujtag.fw.hu>

ABN AMRO BANK: 10200830-32310236-00000000

Felelős kiadó: DR. IGAZ JENŐ ügyvezető igazgató.

Gazdász Nyomda Kft. 3534 Miskolc, Szervezet u. 67. Tel.: (46) 379-530 E-mail: gazdasz@chello.hu Felelős vezető: Vesza József
Előfizethető a hírlapkiadóknál és a Hírlapelőfizetési Irodában (Budapest, XIII., Lehel u. 10/a., levélcím: HELÍR, Budapest 1900),
ezenkívül Budapesten a Magyar Posta Rt. Hírlapüzletági Igazgatósága kerületi ügyfélszolgálati irodáiban,
vidéken a postahivatalokban, valamint a Szerkesztőségben és a Kiadónál.

Egy szám ára: 500,- Ft + áfa. Előfizetés negyedévre: 1500,- Ft + áfa, fél évre: 3000,- Ft + áfa, egy évre: 6000,- Ft + áfa.

Külföldön terjeszti a Kultúra Könyv- és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat,
H-1389 Budapest, Pf. 149. és a Magyar Média, H-1392 Budapest, Pf. 272.

Előfizethető még közvetlenül a szerkesztőségben is.

INDEX: 25 343 ISSN 0016-8572

A GÉP című folyóiratot a Pro Renovanda Cultura Hungariae alapítvány támogatja.

KAOTIKUS LENGÉSEK LENYESETT FOGAZATÚ FOGASKEREKEKEN

Dr. Márialigeti János*, Lovas László**

ABSTRACT

A foglanyesés széleskörűen alkalmazott eljárás a fejélen való kapcsolódás elkerülésére, és elsősorban hosszú lenyesés alkalmazása esetén, a dinamikai tulajdonságok javítására. Ez utóbbi esetben, különösen a lenyesés méretezési terhelésénél kisebb vonalterhelések-nél intenzív lengések, esetenként kaotikus lengések alakulhatnak ki. A fogazat által létrehozott belső gerjesztő hatás leírására matematikai modell, a terhelés alatti kapcsolódási viszonyok jellemzésére egy általánosított kapcsolószám definíció kerül bemutatásra. Hosszú lenyeséssel készült fogaskerékpár dinamikai viselkedésének szimulációs vizsgálata útján a lengési tulajdonságok erőteljes terhelésfüggése mutatható ki, kis vonalterhelések esetén kaotikus lengési jelenségek mutatkoznak. Ez utóbbi tartomány lengéseinek Poincaré térkép, Fourier analízis, és a kapcsolódásban fellépő erőcsúcsok statisztikai elemzésének felhasználásával történő elemzése útján kaotikus lengési jelenségek azonosíthatók.

BEVEZETÉS

A hajtásrendszerek dinamikai viselkedését, zajosságát a fogaskerekek nemcsak mint tömeggel rendelkező rugalmas – és így lengésekre képes – elemek befolyásolják, hanem *aktív lengésgerjesztő hatásukon* (belső gerjesztés) keresztül is. Ez utóbbi részben kinematikai, részben dinamikai eredetű. A *kinematikai gerjesztés forrása* a valóságos fogazatprofilok ideálistól való eltérései (fogazathibák, szándékolt profilmodifikációk, pl. lenyesés stb.), és az ezek, valamint a terhelés hatására kialakuló fogdeformációk okozta kapcsolódási rendellenességek [1]. A *dinamikai gerjesztés* eredete a kapcsolódó fogpárok eredő merevségének a kapcsolódási pont helyzetének a fogmagasság irányú elmozdulása, a nemlineáris egy-fogpár rugó karakterisztika és a kapcsolódó fogpárok számának váltakozása [2,3]. E két gerjesztő hatás a terhelés alatti legördülés folyamán egymással *szoros kölcsönhatásban* jelentkeznek.

A *lenyesés* a kinematikai gerjesztő komponens megváltoztatásán keresztül a dinamikai komponensre is hatással van, elsődlegesen a „kapcsolószám” terhelésfüggő alakulása következtében. A fogaskerékpár dinamikai

viselkedését leghatásosabban *hosszú lenyesés* (a nem lenyesett profilrészekre az elméleti kapcsolószám egy-nél kisebb) alkalmazásával befolyásolhatjuk. Szimulációs vizsgálatok [2,4,5] és mérések igazolják, hogy hosszú lenyesés alkalmazásával egy bizonyos terheléstartományban a dinamikai viselkedés jelentős javítása érhető el, míg annál nagyobb, de különösen annál kisebb terheléseknél erőteljes lengések alakulhatnak ki.

Hosszú lenyeséssel készült fogaskerekek dinamikai viselkedésének próbapadi vizsgálata során, a kis terhelések tartományában, erőteljes lengések mellett különleges lengési jelenségek is jelentkezhetnek. Gerber [5] a kis terhelések egyes értékeinél a fogtőfeszültségek rendszertelen ingadozását tapasztalta, nagy pontosságú, gyakorlatilag hibamentesnek tekinthető fogaskerekek esetén is. E jelenség magyarázata a *kaotikus lengések* elmélete alapján lehetséges [6,7].

A továbbiakban *hibamentes, hosszú lenyeséssel készült* fogazatok kaotikus lengéseit vizsgáljuk, számítógépes szimulációval. A dinamikai egyenletek felállításához vizsgáljuk a kapcsolódási viszonyokat, a kinematikai és dinamikai gerjesztő hatásokat, majd a dinamikai rendszer viselkedését a kis terhelések tartományában.

JELÖLÉSEK

A,E: profilpár-kapcsolódás kezdő- és végpontja a kapcsolóvonalon, B,D: egyedi kapcsoló pontok, C: főpont, N_i : profilnormális és alapkör érintkezési pontja, i indexű kerék, F_N : fogkapcsolatban fellépő normális erő, $h(\varphi_i)$: foghézag, $i(\dots)$: áttételfüggvény, i_n : névleges áttétel, J_1, J_2 : tehetetlenségi nyomatékok, K_j : j -edik fogpár csillapítási tényezője, n_i : hajtókerék fordulatszám, r_{a1}, r_{a2} : hajtó és hajtott kerék fejkör sugár, r_{b1}, r_{b2} : hajtó és hajtott kerék alapkör sugár, r_{bl1}, r_{bl2} : hajtó és hajtott kerék lenyesett profilrész alapkör sugár, r_{l1}, r_{l2} : hajtó és hajtott kerék lenyesési sugár, r_{w1}, r_{w2} : hajtó és hajtott kerék gördülőkör sugár, T_1, T_2 : hajtó és hajtott kerék nyomaték, z_1, z_2 : hajtó és hajtott kerék fogszám, $\bar{s}(\varphi_1)$: egy-fogpár rugómerevség, w_j : egy-fogpár rugó deformáció a kapcsolóvonal irányában, α_w : gördülőköri kapcsolószög, φ_1, φ_2 : hajtó és hajtott kerék elfordulási szöge, φ_{2n} : hajtott kerék névleges elfordulási szöge, γ_{1b} : osztáshoz tartozó középponti szög a hajtókeréken, ω_1 : fog körfrekvencia, Ω : kinematikai gerjesztő függvény periódusa hajtókerék szögelfordulásban.

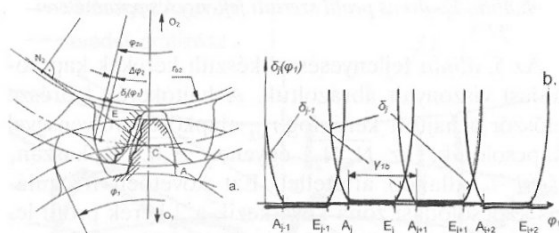
A BELSŐ GERJESZTÉS ANALITIKUS LEÍRÁSA

A kinematikai gerjesztő hatás matematikai leírását a profilpárokon értelmezett $\delta_j(\varphi_1) = r_{b2} \cdot (\varphi_{2n} - \varphi_2)$ érint-

* tanszékvezető, egyetemi tanár, Dr. habil., a műszaki tudomány kandidátusa BME Járműelemek és Hajtások Tanszék

** doktoranduszhallgató, okl. gépészmérnök, BME Járműelemek és Hajtások Tanszék

kezési függvények [8,9] segítségével adhatjuk meg (1b. ábra). $\delta(\varphi_1)$ a φ_1 függvényében megadja a hajtott kerék φ_2 tényleges szöghelyzetének a φ_{2n} névleges szöghelyzethez képesti eltérésének kapcsolóvonal hosszban kifejezett értékét, a j -edik profilpár terhelésmentes kapcsolódása esetén (1. a. ábra). (Feltételezzük, hogy a szomszédos fogak el vannak távolítva, így a vizsgált profilpár határozza meg a hajtott kerék mozgását.) Ideális fogazat ideális kapcsolódása esetén $\delta(\varphi_1) \equiv 0$ (1. b. ábra), az $A_k E_k$ kapcsolóvonal szakaszokon, $k = 1, 2, \dots, j, \dots$. A valóságos profiloknak az ideálistól való eltérései következtében $\delta(\varphi_1) \neq 0$ általában [9]. Ugyanez igaz a lenyesett fogazatra ideális esetben is, a lenyesett profilrészen.

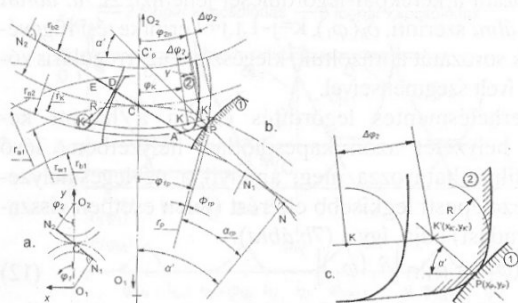


1. ábra. Érintkezési függvény értelmezése (a), érintkezési függvények sorozata hibamentes normál fogazat esetén (b)

Terhelés alatti kapcsolódás esetén a kapcsolódásban lévő fogpárok deformációja következtében a hajtott kerék névleges szöghelyzetéhez képest visszamarad. Így az újonnan kapcsolódásba lépő fogpár már az A pontot megelőzően kapcsolódásba lép, hasonlóan a kapcsolódásból kilépő fogpár még az E pontot követően is kapcsolódásban marad. E zónákban a kapcsolódás nem a kapcsolóvonalon történik. Mivel itt nem konjugált profilpárok kapcsolódnak („fejlen” történő kapcsolódás), irreguláris kapcsolódási zónákról beszélhetünk (2. ábra).

Ideális fogazat valóságos kapcsolódása esetén, a deformációk következtében az irreguláris zóna érvényre jut. A lenyesés részben éppen azt célozza, hogy itt a kapcsolódási viszonyokat kedvezőbbé, azaz a kinematikai gerjesztőhatásokat mérsékeltebbé tegyék.

3.1. Kapcsolódás az irreguláris zónán



2. ábra. Kapcsolódás az irreguláris zónán

Mivel a kaotikus lengéseket lenyesett ideális fogazat valóságos kapcsolódási esetére elemezzük, a továbbiakban lenyesett profilpár érintkezési függvényét határozzuk meg, figyelembe véve az irreguláris kapcsolódási zónát is.

Tekintsük a 2b. ábra szerinti kapcsolódási helyzetet, ahol a koordináta-rendszer a 2a. ábra szerinti a bejelölt forgásirányokkal, és $i_n = z_2/z_1 > 1$. Az 1,2 profilpárok a kapcsolódásba lépést megelőző helyzetben vannak, $\varphi_{2n} = \varphi_{1P}/i_n$, ahol az 1,2 kerék helyzetét az 1,2 profil gördülőköri pontjának elfordulási szögével adjuk meg. A 2 keréken r_k sugarú körön elhelyezkedő K középpontú, R sugarú fejkerekítést tételezünk fel. A kerékek megadott helyzetében, rögzített hajtókerék esetén az 1,2 profilok kapcsolódása a 2 kerék óramutató járásával ellentétes forgásirányú, $\Delta\varphi_2$ szögű elfordításával hozható létre, $\varphi_2 = \varphi_{2n} + \Delta\varphi_2$, és $\delta(\varphi_{1P}) = r_{b2} \Delta\varphi_2$, az érintkezési függvény keresett értéke.

Tegyük fel, hogy az 1 kerék adott helyzetében a kapcsolódás az 1 profil r_p sugarán lévő P pontjában jön létre, a 2 profil lekerekítési sugár középpontjának K' helyzetében. A 2c. ábra alapján:

$$x_{K'}^2 = x_P - R \cos|\alpha'|$$

$$y_{K'}^2 = y_P + R \sin|\alpha'| \quad (1)$$

$$x_{K'}^2 + (y_{K'}^2 - a)^2 - r_K^2 = 0 \quad (2)$$

$$|\alpha'| = \alpha_{rP} - |\Phi_{rP}| + |\varphi_{1P}| \quad (3)$$

Figyelembe véve az evolvens egyenletét:

$$\Phi_{rP} = \text{inv}\alpha_w - \text{inv}\alpha_{rP},$$

$$\alpha_{rP} = \arccos \frac{r_{b1}}{r_p} \quad (4)$$

Az (1...4) egyenletek iterációs megoldásával az ismeretlen értékek számíthatók.

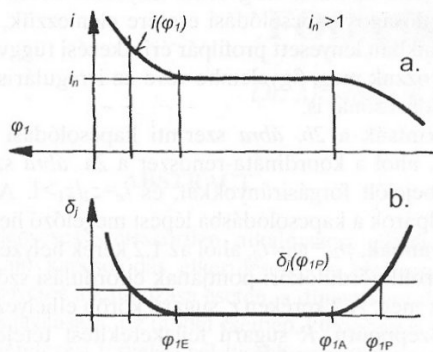
A hajtás áttétele az adott szögállásnál, a közös fogmerőleges tétele l. pl. [2,11] alapján:

$$i(\varphi_{1P}) = \frac{a - r_{b1} \cos \alpha'}{r_{b1} \cos \alpha'} < i_n \quad (5)$$

A 3a. ábrán az áttétel változását ábrázoltuk a φ_1 függvényében. Az A pontot megelőző kapcsolódás esetén ($\varphi_1 < \varphi_{1A}$) a pillanatnyi áttétel a névlegesnél kisebb, így a hajtás relatíve gyorsító. Hasonló gondolatmenettel belátható, hogy az E pontot követő kapcsolódásnál a pillanatnyi áttétel a névlegesnél nagyobb, azaz a hajtás relatíve lassító.

Az érintkezési függvény értéke bármely szögállásnál vagy a 2. ábra geometriai összefüggései alapján, vagy az áttétel függvény integrálásával számítható. Legyen φ_{1A} a hajtókerék szögállása az A pontban történő kapcsolódás esetén. Ekkor a $\varphi_{1P} < \varphi_1 < \varphi_{1A}$ szögtartományon:

$$\varphi_2(\varphi_1) = \int_{\varphi_{1P}}^{\varphi_1} \frac{1}{i(\varphi_1)} d\varphi_1 + \varphi_2(\varphi_{1P}) \quad (6)$$



3. ábra. Áttétel (a)- és érintkezési (b) függvény az irreguláris kapcsolódási zónán

A 2 kerék ideális kapcsolódását feltételezve, a vizsgált tartományon:

$$\varphi_{2n}(\varphi_1) = \int_{\varphi_{1P}}^{\varphi_1} \frac{1}{i_n} d\varphi_1 + \varphi_{2n}(\varphi_{1P}) \quad (7)$$

A (6) és (7) egyenletek kivonásával:

$$\Delta\varphi_2(\varphi_1) = \int_{\varphi_{1P}}^{\varphi_1} \left(\frac{1}{i_n} - \frac{1}{i(\varphi_1)} \right) d\varphi_1 + \varphi_{2n}(\varphi_{1P}) - \varphi_2(\varphi_{1P}) \quad (8)$$

Így a profilpár $\delta_j(\varphi_1) = r_{b2} \cdot (\varphi_{2n} - \varphi_2)$ érintkezési függvénye a (8) egyenlet felhasználásával:

$$\delta_j(\varphi_1) = r_{b2} \int_{\varphi_{1P}}^{\varphi_1} \left[\frac{1}{i_n} - \frac{1}{i(\varphi_1)} \right] d\varphi_1 + \delta_j(\varphi_{1P}) \quad (9)$$

ahol

$$\delta_j(\varphi_{1P}) = [\varphi_{2n}(\varphi_{1P}) - \varphi_2(\varphi_{1P})] r_{b2} \quad (10)$$

Mivel $\delta_j(\varphi_1) = r_{b2} \cdot (\varphi_{2n} - \varphi_2)$ szögnek $\varphi_1 = \varphi_{1A}$ (hibamentes profilpár kapcsolódása), így a (9) egyenlet átrendezésével (3b. ábra):

$$\delta_j(\varphi_{1P}) = -r_{b2} \int_{\varphi_{1P}}^{\varphi_1} \left[\frac{1}{i_n} - \frac{1}{i(\varphi_1)} \right] d\varphi_1 \quad (11)$$

Így az érintkezési függvény értéke az irreguláris zónán a (11) egyenlet felhasználásával, az áttétel függvény ismeretében számítható. Az E pontot követő zónában a számítás hasonló módon végezhető.

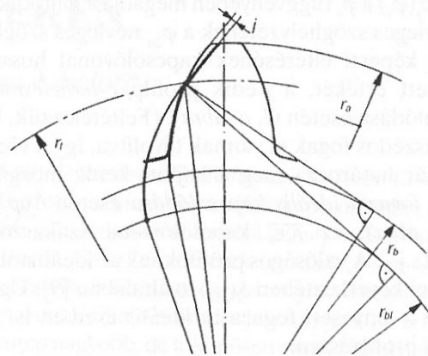
Az 1. ábrán szereplő érintkezési függvényeken az A_k pontokat megelőző és az E_k pontokat követő görbe szakaszok az érintkezési függvény irreguláris kapcsolódási zónához tartozó, (5) és (11) egyenletek alapján meghatározott részei.

A bemutatott számítási módszer tetszőleges fejkialakítás esetén is alkalmazható; tényleges fejl esetén $R = 0$ helyettesíthető.

3.2. Érintkezési függvény lenyesett fogazatra

A fogazatlanységet leggyakrabban a hajtó és hajtott kerék fejrészen hajtjuk végre (4. ábra). A fejköri profilponton a profilmármális irányában mért j értéket a lenyeséshez tartozó méretezési érték határozza meg [2,11]. A fogfej felső részét az r_j lenyesési sugártól indított, j lenyesést eredményező, elméletileg tetszőleges görbe szerint kialakított profilrész határozza meg. A leggyakrabban ez r_{bl} alapkörű evolvens.

A továbbiakban ilyen esetet vizsgálunk.



4. ábra. Evolvens profil szerinti fejlenyesés paraméterei

Az 5. ábrán fejlenyeséssel készült kerekek kapcsolódási viszonyait ábrázoltuk. A hajtókerék lábrésze először a hajtott kerékfog r_{bl2} alapkörű evolvensével kapcsolódik, az N_1N_2 egyenes A_1I_1 szakaszán, $i(\varphi_1) < i_n$ állandó áttétellel. Ezt követően irreguláris kapcsolódási zóna következik a 2 kerék profil lenyesési határpontjának kapcsolódásával, az I_1I_1 íven, 3.1. szerint számítható, $i(\varphi_1) < i_n$ változó áttétellel. Ezt követően az eredeti evolvensprofilok kapcsolódnak az N_1N_2 egyenes I_2 szakaszán, $i(\varphi_1) = i_n$ áttétellel. Ezt követően a hajtókerék fejlenyesett szakasza a 2 kerék eredeti profilrészével kapcsolódik, először egy $i(\varphi_1) > i_n$ változó áttételű ívelt kapcsolóvonal részen, majd egy $i(\varphi_1) > i_n$ állandó áttételű egyenes szakaszon.

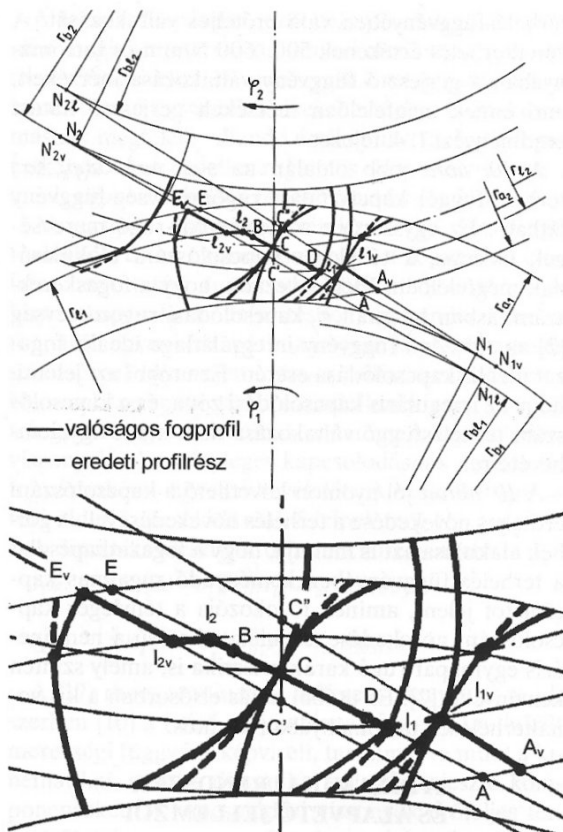
A 6a. ábrán az áttétel-függvényt, míg 6b. ábrán az érintkezési függvényt ábrázoltuk. A (11) egyenlet alapján belátható, hogy a szakaszonként állandó áttétel-függvény egyenes szegmensekből álló érintkezési függvényt eredményez, míg a közbülső irreguláris zónán az egyenes szegmensekhez érintőlegesen csatlakozó ívek adódnak [1].

Az A_v ponttal jellemzett kapcsolódásba való belépést megelőző, illetve az E_v ponttal jellemzett, kapcsolódásból való kilépést követő tartományon irreguláris kapcsolódás jön létre, amely a 3.1. szerint tárgyalható. Hibamentes fogazat esetén minden profilpár érintkezési függvénye azonos, így azok alaposztásonként következő sorozata a kerékpár legördülését jellemzi. A 7a. ábrán a 6. ábra szerinti, $\delta_k(\varphi_1)$, $k=j-1, j, j+1$ érintkezési függvények sorozatát ábrázoltuk, kiegészítve az irreguláris zónák ívelt szegmenseivel.

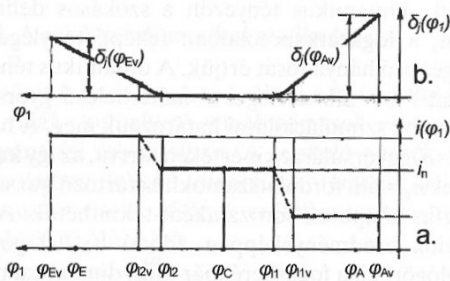
Terhelésmentes legördítés esetén a hajtott kerék helyzetét azon kapcsolódási helyzetben lévő profilpár határozza meg, amelyik a névleges helyzethez képesti legkisebb eltérést (jelen esetben visszamaradást) adja, így a (7b. ábra):

$$\delta(\varphi_1) = \min_{j=1..k} [\delta_j(\varphi_1)] \quad (12)$$

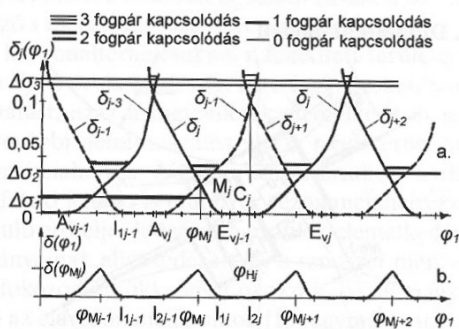
a fogaskerékpár érintkezési függvénye megegyezik a kapcsolóvonalon az úthosszban kifejezett kinematikai hibagörbével.



5. ábra. Lenyesett fogazat kapcsolódása



6. ábra. Áttétel (a) és érintkezési (b) függvény lenyesett fogazatra



7. ábra. Profilpár érintkezési függvények (a), kerékpár érintkezési függvénye (b)

Terhelés alatti legördítést feltételezve olyan módon, hogy $\Delta\sigma = r_{b1} \cdot \varphi_1 - r_{b2} \cdot \varphi_2 = \text{áll} > 0$, nyomon követhető a kapcsolódás alakulása. A $\Delta\sigma_1 < \delta_j(\varphi_{Mj})$ esetén váltakozva nulla vagy egy, $\Delta\sigma_2 > \delta_j(\varphi_{Mj})$ esetén egy vagy kettő, míg $\Delta\sigma_3 > \delta_j(\varphi_{Mj})$ esetén kettő vagy három fogpár van kapcsolatban (7a. ábra).

A 7. ábra szemléletesen tükrözi azt, hogy lenyesett fogazatnál, különösen hosszú lenyesés esetén a kapcsolódási viszonyok erőteljesen függenek a terheléstől. Normál fogazat esetén ez a hatás lényegesen mérsékeltebb. Fogazathibák esetén azonban normál fogazatra is erőteljes terhelésfüggés érvényesül [12, 13].

A valóságos kapcsolódási viszonyok globális jellemzésére a kapcsolószám fogalmának általánosításaként értelmezhető terhelésfüggő, $\varepsilon_t(\Delta\sigma)$ tényleges kapcsolószám alkalmazható.

3.3. A tényleges kapcsolószám

Legyen a j -edik profilpár $\delta_j(\varphi_1)$ érintkezési függvényének értelmezési tartománya (a hajtókerék azon elfordulási szög tartománya, ahol az adott profilpár kapcsolódási pozícióban van) $\varphi_{1j1} < \varphi_1 < \varphi_{1jS}$, és vezessük be az alábbi indikátorfüggvényt:

$$I_j(\varphi_1; \Delta\sigma) = \begin{cases} 1 & \text{ha } \Delta\sigma > \delta_j(\varphi_1) \\ 0 & \text{ha } \Delta\sigma \leq \delta_j(\varphi_1) \end{cases} \quad (13)$$

Ekkor bármely Φ szögtartományon a

$$\varepsilon_t(\Delta\sigma) = \left[\sum_{j=1}^n I_j(\varphi_1) d\varphi_1 \right] (\Phi^{-1}) \geq 0, \quad (14)$$

ahol n a kapcsolódásban résztvevő profilpárok száma, megadja a legördülés folyamán a kapcsolódásban résztvevő profilpárok átlagos számát.

Speciálisan, hibamentes normál fogazat terhelésmentes kapcsolódása esetén, $\Phi = \gamma_{1b}$ szögre a (14) egyenlet felhasználásával (8. ábra):

$$\varepsilon_t = \frac{2(\varphi_{Ej-1} - \varphi_{Aj}) + (\varphi_{Aj+1} - \varphi_{Ej-1})}{\gamma_{1b}} \quad (15)$$

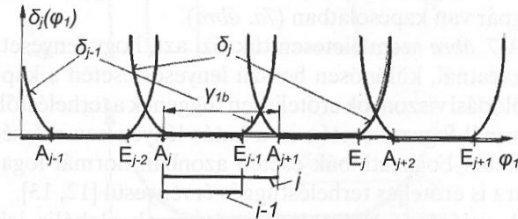
A (15) egyenletben a számlálót és a nevezőt is r_{b1} -gyel szorozva, az ε_t kapcsolószám kapcsolóvonalon történő geometriai értelmezését kapjuk.

3.4. Az általános gerjesztő függvény

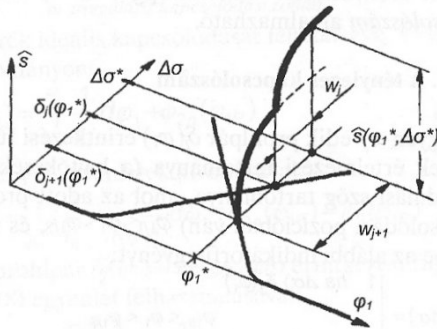
Terhelés alatti kapcsolódás esetén a fogaskereknek belső gerjesztő hatását a kinematikai gerjesztő hatásokon felül a fogazatmerektség változásai valamint a tényleges kapcsolószám változása is befolyásolja. A két hatás szoros kölcsönhatásban jelentkezik. Integrált kezelésük az alábbi definíció szerinti, $\hat{s}(\varphi_1; \Delta\sigma)$, kétváltozós redukált merevségi függvény [8,9] alapján lehetséges:

$$\hat{s}(\varphi_1; \Delta\sigma) = \begin{cases} 0, & \text{ha } \Delta\sigma \leq \delta(\varphi_1) \\ \frac{\sum_j F_{Nj}}{\Delta\sigma} = \frac{\sum_j \bar{s}_j(\varphi_1) w_j}{\Delta\sigma} = \sum_j \bar{s}_j(\varphi_1) \left(1 - \frac{\delta_j(\varphi_1)}{\Delta\sigma} \right) & \text{ha } \Delta\sigma > \delta(\varphi_1) \end{cases} \quad (16)$$

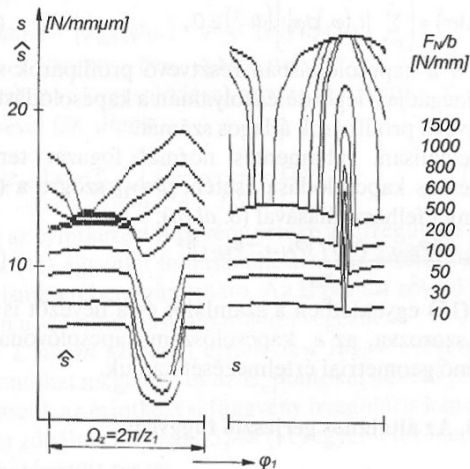
Nemlineáris egy-fogpár rugó karakterisztika esetén [3] (16) egyenlet formailag bonyolultabb, mivel az egy-fogpár kapcsolatban fellépő erő nem egyszerűen egy $F_{Nj} = \bar{s}_j(\varphi_1)w_j$ alakú kifejezés eredményeként adódik.



8. ábra. A tényleges kapcsolószám hibamentes normál fogazat terhelés-mentes kapcsolódása esetén



9. ábra. A redukált merevségi függvény származtatása



10. ábra. Lenyesett fogaskerékpár redukált merevségi és kapcsolódási merevségi függvénye

A redukált merevségi függvény származtatását (9. ábra) egy olyan szögállás esetére mutatjuk be, amelynél a profilpárok a lenyesett részen kapcsolódnak, jelentős kinematikai gerjesztő hatás mellett.

A 10. ábra bal oldalán a redukált merevségi függvény egy periódusa látható egy 53/65 fogszámú, hosszú lenyeséssel készült fogaskerékpár állandó vonalterheléssel melletti legördítése esetére, különböző vonalterheléseknél, nemlineáris egy-fogpár rugó jellegű görbe esetén. A görbék jól mutatják a gerjesztő hatás

terhelésfüggvényében való erőteljes váltakozását. A vonalterhelés értékének 500...600 N/mm-es tartományában a gerjesztő függvény váltakozása mérsékelt, ami ennek megfelelően mérsékelt gerjesztő hatást eredményez, 1. 4. fejezet.

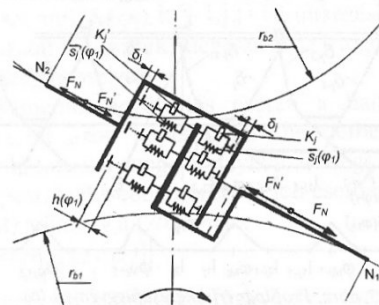
A 10. ábra jobb oldalán az $s(\varphi_1; \Delta\sigma) \neq \hat{s}(\varphi_1; \Delta\sigma)$ terhelésfüggő, kapcsolódási rugómerevség-függvény látható. Ez egyszerűen az egyfogpár-rugó merevségek összege, a tényleges kapcsolószám alakulásának megfelelően. Megjegyezzük, hogy a fogaskerék-számításban használt c_j kapcsolódási rugómerevség [2] az $s(\varphi_1; \Delta\sigma)$ függvény integrálátlaga ideális fogazat ideális kapcsolódása esetén. Ez utóbbi azt jelenti, hogy az irreguláris kapcsolódási zóna, és a kapcsolószám terhelésfüggő váltakozása nem kerül figyelembevételre.

A 10. ábrán jól nyomon követhető a kapcsolószám erőteljes növekedése a terhelés növekedésével. A görbék alakulása azt is mutatja, hogy a fogazatkapcsolat a terhelés függvényében keményedő rugalmas kapcsolatot jelent, aminek fő okozója a tényleges kapcsolószám növekedése. Járulékos hatása a nemlineáris egyfogpár-rugó karakterisztika is, amely szintén keményedő [2]. Ez utóbbi hatás elsősorban a kis vonalterhelések tartományában jelentős.

A DINAMIKAI RENDSZER ÉS ALAPVETŐ JELLEMZŐI

A dinamikai rendszer általános viselkedését a fogkapcsolatban fellépő V_Σ dinamikus tényezővel jellemezzük. Dinamikus tényezőt a szokásos definíció szerint, a fogazatkapcsolatban fellépő tényleges és névleges erő hányadosát értjük. A dinamikus tényező értékeit $F_N/b = \text{áll.}$ névleges vonalterhelésű gyorsítási folyamatok szimulációjával határozzuk meg. A hajtókerék szöggyorsulását kis értéken tartva, az így kapott értékek $n_1 = \text{áll.}$ fordulatszámokhoz tartozó quasi-stacionárius állapotok sorozataként tekinthetők. A szimulációk eredményeképpen adódó $V_\Sigma(n_1)$ görbék burkológörbéi, a fogaskerékpár mint dinamikai rendszer adott vonalnyomáshoz tartozó rezonanciagörbék tekinthetők.

4.1. Dinamikai modell



11. ábra. A dinamikai modell

A fogazat lengésekre való befolyásának minél tisztább megjelenítésére a dinamikai modellben abszolút merev tengelyeket és csapágyazást tételeztünk fel, a be- és kihajtó nyomatéktételeket a névleges vonalnyomásnak megfelelő, állandó értéken tartva. Így a fogazatkapcsolat az egyetlen rugalmas elem a rendszerben, amely egyben a (belső) gerjesztő hatást is adja.

A vizsgált dinamikai rendszer így két forgó tömegeből, és az azokat összekötő, a fogazatkapcsolatot helyettesítő rugórendszerből áll (11. ábra). A fogazatkapcsolatot helyettesítő rugórendszerben a fogpárok egyenként, párhuzamosan kapcsolt rugó és sebességgel egyenesen arányos csillapítású csillapító elemmel szerepelnek. Ez a modellezés lehetővé teszi a fogpárok egyedi hibáinak, valamint a kapcsolódási viszonyoknak a tényleges kapcsolódásnak megfelelő, fogpáronkénti figyelembevételét. A vesszős tagok a toló oldali kapcsolódásnak felelnek meg (11. ábra).

A dinamikai rendszer differenciál-egyenlete:

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 + \left\{ \sum_{j=1}^n K_j (\Delta\sigma - \dot{\delta}_j(\varphi_1)) \right\} r_{b1} + r_{b1} \dot{s}(\varphi_1; \Delta\sigma) \Delta\sigma = T_1 \quad (17)$$

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 + \left\{ \sum_{j=1}^n K_j (\Delta\sigma - \dot{\delta}_j(\varphi_1)) \right\} r_{b2} + r_{b2} \dot{s}(\varphi_1; \Delta\sigma) \Delta\sigma = -T_2$$

A (17) rheo-nemlineáris differenciálegyenlet rendszerben [10] a belső gerjesztést az $\dot{s}(\varphi_1; \Delta\sigma)$ redukált merevségi függvény képviseli, tartalmazva mind a kinematikai, mind a dinamikai jellegű gerjesztő komponenseket. A kapcsolódási viszonyok erőteljes terhelésfüggése és az egy-fogpár rugó karakterisztika nemlineáris volta következtében a rendszer viselkedése jelentős terhelésfüggést mutat (12. ábra).

4.2. A rendszer dinamikai viselkedése

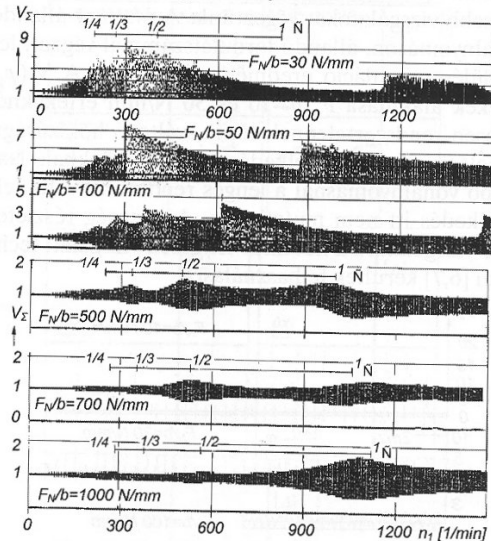
A sötét tartományok (12. ábra) a $V_{\Sigma}(n_1)$ függvényt ábrázolják, különböző vonalnyomások esetére, lassú gyorsítási folyamatban. A burkoló görbék a fogkapcsolatban fellépő dinamikus tényezőt jelentik. A rendszer viselkedésének erőteljes terhelésfüggése szembeötlő. A bejelölt

$$\tilde{N}(F_N/b) = \frac{\omega_1}{\omega_s(F_N/b)} \quad (18)$$

dimenziótlán frekvenciahányados értékek terhelésfüggők, mivel a rendszer ω_s sajátfrekvenciáját meghatározó s merevségi függvény terhelésfüggő.

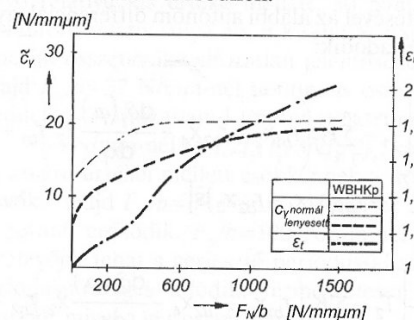
A kis vonalterheléseknél a feketített terület alulról a $V_{\Sigma}=0$ érték határolja. Ez a fogkapcsolatban zéró erőhatást, azaz a fogfelületek elemelkedését jelenti. Ez további nemlinearitást visz a rendszerbe, amit a rezonanciahelyek lágyuló rugó-karakterisztikának megfelelő jellege is mutat. A rezonanciahelyeken kialakuló erőteljes lengések a profilok elemelkedési tartományainak növekedését, így a rendszer merevségének fokozódó csökkenését okozzák. Ezzel magyarázható az előrezonanciapontok [10] egymásra tolódása, és azoknak a névleges merevség által meghatározott helyeknél kisebb fordulatszámokon való fellépése. Az

$F_N/b=50$ N/mm vonalnyomáshoz tartozó rezonancia-görbe nem gyorsítási, hanem lassítási folyamat szimulálásával lett meghatározva. Jól nyomon követhető itt a fő rezonancia helyek kisebb fordulatszám tartományok felé való eltolódása, ami a lágyuló rugó-karakterisztikájú rendszerek jellemzője. Növekvő vonalnyomással ez a hatás csökken, és a főrezonancia helyek is közelítenek a névleges elhelyezkedésükhöz.



12. ábra. $V_{\Sigma}(n_1)$ rezonanciagörbék, állandó névleges vonalnyomás esetén

Figyelemre méltó a dinamikai hatások jelentős csökkenése a nagyobb vonalterhelés tartományokban. A lenyeséshez tartozó számított vonalnyomás $F_N/b = 500 \dots 700$ N/mm tartományában mind az $\tilde{N}=1/2$, mind az $\tilde{N}=1$ fő rezonanciapontban is mérsékeltek a dinamikai hatások. Megfigyelhető ezenfelül a rezonancia helyek szabályos elhelyezkedése is. Nagyobb vonalnyomásoknál az $\tilde{N}=1/2$ rezonanciahely gyakorlatilag eltűnik, míg a fő rezonanciahelyen a dinamikus hatások erősödnek.



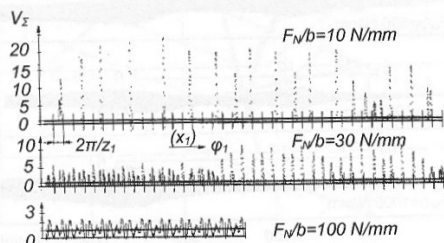
13. ábra. A tényleges kapcsolószám és a kapcsolódási rugómerevség lenyesett és normál fogazatra

A 13. ábrán a tényleges kapcsolószám és a c_p kapcsolódási rugómerevség alakulását ábrázoltuk a vizsgált fogazatra. Összehasonlításképpen bejelöltük a vizsgált lenyesett fogazat normál fogazatú változatá-

nak paramétereit is. Mindkét esetben nemlineáris, kis terheléseknél kisebb merevségű egyfopár rugó karakterisztikát alkalmaztunk.

KAOTIKUS LENGÉSEK

A dinamikai rendszer kis vonalterhelések esetén tapasztalt szokatlan viselkedésének felderítésére részletesebb vizsgálatokat végeztünk. A 14. ábra állandó vonalnyomáson, állandó fordulatszámú végzett legördülés szimuláció eredményeit mutatja. A $V_{\dot{\varphi}_1}$ értékek alakulása $F_N/b=10$ és 30 N/mm értékeknél teljesen rendszertelennek tűnik, változó hosszúságú terhelésmentes (elemelkedés) tartományokkal. Nagyobb vonalnyomásnál a lengés rendezetté válik, elemelkedés itt nem mutatkozik. A jelenség részletesebb vizsgálatára a kaotikus lengések vizsgálati technikái [6,7] kerültek felhasználásra.



14. ábra. $V_{\dot{\varphi}_1}$ dinamikus tényező állandó fordulatszámú, különböző névleges vonalnyomású esetén

Mivel a kaotikus lengések kimutatása elméleti úton csak kivételes, egyszerű esetekben lehetséges [6], a vizsgálatokat állandó bemenő paraméterek melletti folyamatos legördülés-szimulációval nyert lengési folyamatok egyes paramétereinek elemzésével végeztük.

A rendszer vizsgálatához vezessük be az $x_1 = \varphi_1, x_2 = \dot{\varphi}_1, x_3 = \varphi_2, x_4 = \dot{\varphi}_2$ változókat. Figyelembe véve azt, hogy a parametrikus gerjesztő függvény $x_1 = \varphi_1$ szögben mért alapperiódusa $\Omega_2 = 2\pi/z_1$, a (17) egyenlet átalakításával és a $\Delta\sigma = r_{b1}x_1 - r_{b2}x_3$ behelyettesítésével az alábbi autonóm differenciálegyenlet rendszer adódik:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2 \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{J_1} \left[T_1 - \sum_{j=1}^n K_j \left(r_{b1}x_2 - r_{b2}x_4 - \frac{d\delta_j(\varphi_1)}{dx_1} x_2 \right) r_{b1} + \right. \\ &\quad \left. + r_{b1}(r_{b1}x_1 - r_{b2}x_3) \hat{s} \right] \end{aligned} \quad (19)$$

$$x_3 = x_4$$

$$\dot{x}_4 = \frac{1}{J_2} \left[T_2 - \sum_{j=1}^n K_j \left(r_{b1}x_2 - r_{b2}x_4 - \frac{d\delta_j(\varphi_1)}{dx_1} x_2 \right) r_{b2} + \right. \\ \left. + r_{b2}(r_{b1}x_1 - r_{b2}x_3) \hat{s} \right]$$

$$\hat{s} = C_0(\Delta\sigma) + \sum_{k=1}^{\infty} C_k(\Delta\sigma) \cos(z_1 k x_1 + \nu_k) \quad \text{ha } \Delta\sigma > 0, \quad (20)$$

$$\hat{s} = 0, \quad \text{ha } -h < \Delta\sigma < 0$$

$$\hat{s} = \hat{s}(\Delta\sigma; x_1) \quad \text{ha } \Delta\sigma < -h.$$

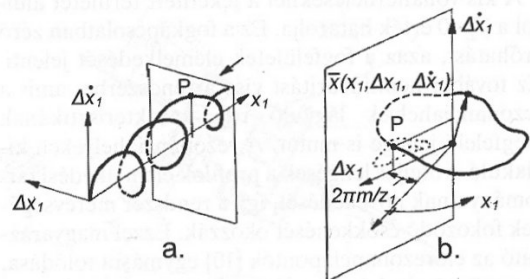
Az \hat{s} gerjesztő függvény Fourier-összegként való előállításában (20) k a rendszám, míg C_0 és C_k a Fourier-összetevek.

A kaotikus viselkedést a hajtókerék lengéseinek vizsgálatával, valamint a fogkapcsolatban fellépő erőhatás statisztikai elemzésével jellemezzük.

Tekintettel arra, hogy a (19) egyenletrendszer megoldása zárt analitikus formában nem adható meg, a dinamikai rendszer hosszú távú viselkedését az egyenletrendszer iterációs megoldásával elemezzük. Állandó névleges fordulatszámú és állandó névleges vonalterheléssel történő legördülést generálunk, és vizsgáljuk a hajtókerék szögelfordulásának $\Delta x_1(t) = x_1(t) - x_{1n}(t)$, és szögsebességének $\Delta \dot{x}_1(t) = \dot{x}_1(t) - \dot{x}_{1n}(t)$ lengőösszetevejét (aforgástmintegy megállítjuk) a $t_0 = 0, x_1(t_0) = 0, \dot{x}_1(t_0) = \dot{x}_{10} = \text{áll. kezdeti értékekkel}$.

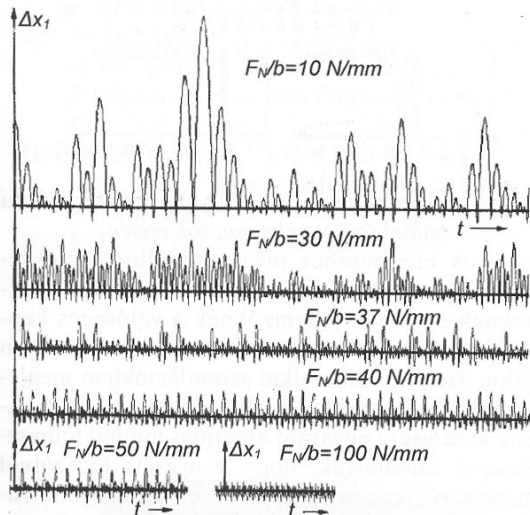
A hosszú távú viselkedés jellemzésére a Poincaré-térképet [6] használjuk, amelyet a következő megfontolással kapunk. Az \hat{s} gerjesztő függvény $k=1$ -hez tartozó alapharmonikusára $z_1 x_1 = 2\pi$, így az $x_1 = m2\pi/z_1, m = 1, 2, \dots, n$ pontok a gerjesztő függvény egy periódusának felelnek meg. A lengő rendszer normális periodikus válasza esetén mind a Δx_1 elfordulás-ingadozás, mind a $\Delta \dot{x}_1(t)$ szögsebesség ingadozásértékek $m\Omega_2 = m2\pi/z_1$ periódusúak. Tekintsük az $x_1; \Delta x_1; \Delta \dot{x}_1$ háromdimenziós térben az $\mathbf{X} = \mathbf{X}(x_1; \Delta x_1; \Delta \dot{x}_1)$ vektor végpontja által leírt pályagörbét (15a. ábra). Ennek a $(\Delta x_1; \Delta \dot{x}_1)$ fázisírókon való vetülete a mozgás fázisgörbéjét adja, míg az alapperiódusnak megfelelő távolságokban elhelyezett, az x_1 tengelyre merőleges síkokkal való P metszéspontjainak elhelyezkedése minden esetben azonos. Szemléletesebb ábrázolást kapunk, ha az $\mathbf{X} = \mathbf{X}(x_1; \Delta x_1; \Delta \dot{x}_1)$ vektort forgó vektorként ábrázoljuk, az x_1 tengelyt egy $r = 1/z_1$ sugarú, $\Delta \dot{x}_1$ tengellyel egybeeső tengelyű hengerpalástra hajlítjuk, (15b. ábra). Ekkor egy tetszőleges szög alatt elhelyezett, a henger tengelyét tartalmazó rögzített sík és a forgó vektor végpontja által leírt attraktor [6,7] döféspontjai a Poincaré-térképet adják. A gerjesztő periódussal megegyező periódusú rendszer válasz esetén a metszéspont minden m -re egyetlen pont, míg más esetekben különböző ponthalmazok alakulnak ki.

A 16. ábrán $n_1 = 300$ /perc fordulatszám esetére áb-



15. ábra. A pályagörbe (a) és a Poincaré-térkép (b) értelmezése

rázoltuk a Δx_1 szögelfordulás ingadozás értékeit különböző vonalnyomások esetére, a hajtókerék négy teljes körülfordulásán. Különösen kis vonalnyomásoknál mind a mozgás periódusában, mind az amplitúdó értékekben jelentős, szabálytalan ingadozások figyelhetők meg. Ez a profilok jelentős mértékű elemelkedésére utal.

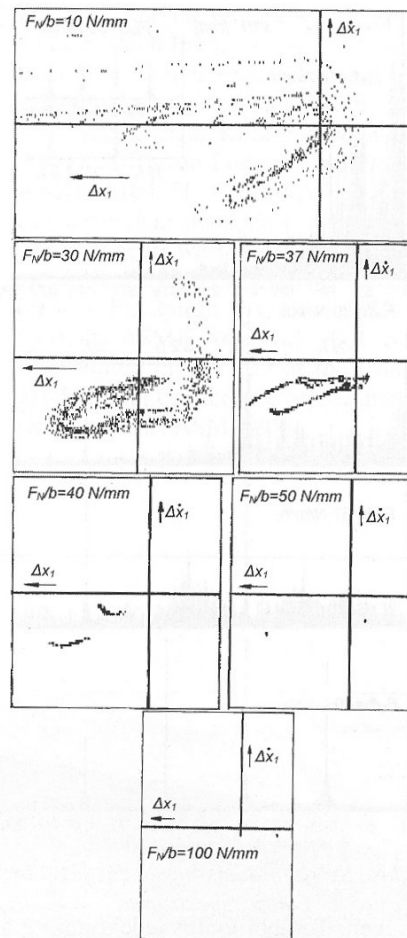


16. ábra. Hajtókerék szögelfordulás-ingadozás folyamatai

Nagyobb vonalnyomásoknál a mozgás egyre inkább rendezetté válik; $F_N/b=50$ és 100 N/mm névleges vonalnyomásnál szabályos, periodikus rendszer válasz mutatkozik.

A 17. ábrán a különböző vonalnyomásokhoz tartozó Poincaré-térképek láthatók, a hajtókerék 40 körülfordulására, ami a gerjesztő függvény ~ 2000 periódusának felel meg. $F_N/b=10$ és 30 N/mm vonalnyomásértékeknél vonalas szerkezetű attraktor figyelhető meg, a pontok nagy tartományon való szóródásával. Ez egyértelműen kaotikus lengés kialakulását jelenti. $F_N/b=37$ N/mm értéknél az attraktor egy zárt görbére való ráhúzódnak irányába változik, ami a mozgás prekaotikus jellegére utal. A vonalnyomás kis megváltozása, $F_N/b=40$ N/mm, már egy másodrendű, szubharmonikus rendszer válasz körüli prekaotikus jellegűt mutat, ami $F_N/b=50$ N/mm értéknél határozott, szubharmonikus rendszer válasza lesz, két ponttal a térképen. $F_N/b=100$ N/mm-nél szabályos periodikus lengés alakul ki, egyetlen ponttal a Poincaré térképen. Mind az egyes terhelésekhez tartozó térképek, mind azok sorozata a vonalnyomás (kontroll paraméter) függvényében egyértelműen arra utal, hogy a vonalnyomás csökkentésével a lengés „szétesik”, és kaotikus lengés alakul ki.

Jól nyomon követhető ez a Δx_1 válaszfüggvények Fourier analízisével, amelyek szintén a kaotikus lengések kialakulásának jellegzetességeit mutatják (18. ábra). A harmonikus összetevők k rendszáma mellett a jobb tájékozódás végett bejelöltük az f_z fogfrekvencia

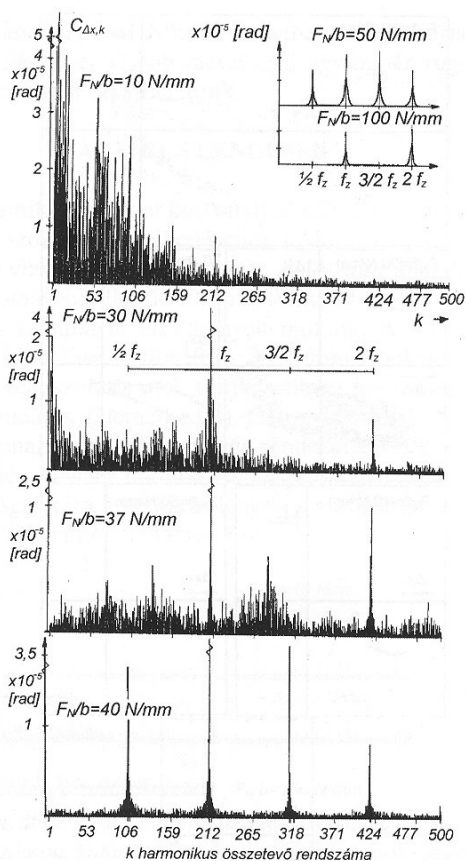


17. ábra. Poincaré-térképek $n_1 = 300$ /perc névleges fordulatszám esetén

cia és annak néhány nevezetes többszöröséhez tartozó értékeket is.

Az $F_N/b=10$ N/mm értéknél különösen markáns az f_z -nél kisebb frekvenciához tartozó $C_{\Delta x, k}$ összetevők megjelenése és dominanciája, az f_z -hez tartozó összetevő relatív kis értéke mellett. 30 N/mm-nél az f_z összetevő relatív súlya nő, a kisebb és nagyobb frekvenciájú összetevők változatlan jelentősége mellett, majd $F_N/b=37$ N/mm-nél domináns összetevők emelkednek ki, változatlanul tömött spektrum mellett. $F_N/b=40$ N/mm-nél az $1/2f_z, f_z, 3/2f_z, 2f_z$ komponensek kiugró értékei mellett csökkennek a további összetevők, majd $F_N/b=50$ N/mm esetén ez a tendencia tovább erősödik. $F_N/b=100$ N/mm-nél f_z , és $2f_z$ összetevőjű, tehát a gerjesztő periódussal azonos alapperiódusú lengés adódik, természetesen nem harmonikus, mivel a gerjesztés sem az.

A frekvenciaanalízis eredményei tehát az előző ábrákkal összhangban, egyértelműen mutatják a szabályos periodikus \Rightarrow szubharmonikus \Rightarrow szubharmonikus körüli prekaotikus \Rightarrow prekaotikus \Rightarrow prekaotikus-kaotikus \Rightarrow kaotikus attraktor \Rightarrow növekvő kiterjedésű kaotikus attraktor átmeneteket a kontrollparaméter



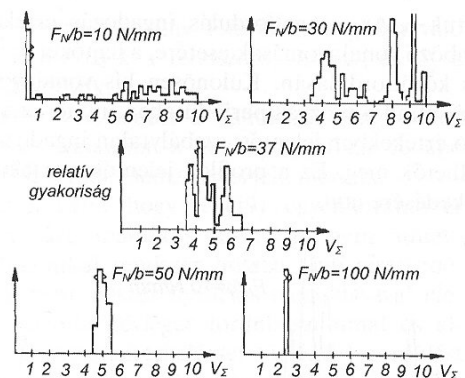
18. ábra. Szögelfordulás-ingadozás függvények Fourier spektrumai

függvényében. További fontos jellegzetesség a kontrollparaméterre való érzékenység. Ezek a jellegzetességek hasonló átmenetekkel, számos mechanikai és nem mechanikai rendszerben is megfigyelhetők [6].

A fogkapcsolatban fellépő erő elemzése hasonló jellegzetességeket mutat, amit a V_{Σ} tényező osztásonkénti legnagyobb értékeinek statisztikai elemzésével vizsgáltunk. A 19. ábrán a fellépő erőhatások gyakoriság függvényei láthatók a kontrollparaméter különböző értékeinél. Kis vonalterhelésnél a V_{Σ} értékek erősen szórnak, egyenletes eloszlásra utaló jelleget mutatva. Növekvő vonalterheléssel kétcsúcsú, majd egycsúcsú eloszlási jelleg jelentkezik, míg $F_N/b = 100$ N/mm értéknél egyetlen érték adódik.

KÖVETKEZTETÉSEK

A fogaskerékes hajtások lengési tulajdonságainak esetenként jelentős terhelésfüggését, a fogprofilok kialakítására (fogazathibák, szándékolt modifikációk...) való erőteljes érzékenységét, különleges lengési állapotok kialakulásának lehetőségét gyakorlati tapasztalatok és kísérleti vizsgálatok is igazolják. E kérdések elméleti úton, a dinamikai rendszer összetett volta következtében, elsősorban szimulációs technikákkal vizsgálhatók. A dinamikai



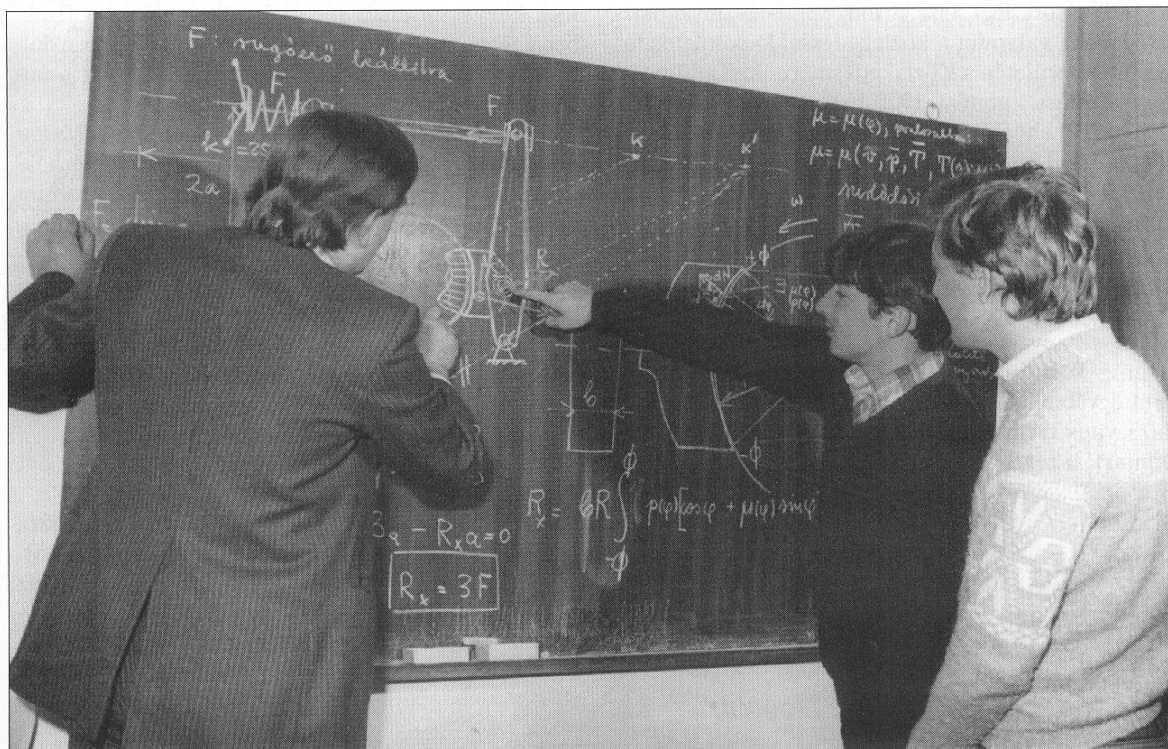
19. ábra. A V_{Σ} dinamikus tényezőgyakoriság függvényei különböző vonalterhelések esetén

viszonyok elemzéséhez olyan modellezés szükséges, amely alkalmas a mindenkori fogazatparamétereknek és üzemi jellemzőknek a valóságos kapcsolódási viszonyokra való hatását leírni, és ilyen módon azokat a dinamikai szimulációkban megjeleníteni. A kinematikai és dinamikai gerjesztő hatások kezelésére egyaránt alkalmas modell felhasználásával kimutattuk, hogy le-nyesett fogazatnál a fogaskerék-kapcsolat erőteljesen keményedő rugókarakterisztikájú, ami csökkenő terhelések esetén a rezonanciatartományok kisebb fordulatszámok felé való eltolódását eredményezi. Szimulációs vizsgálatokkal kimutattuk továbbá, hogy hosszú lenyeséssel egy bizonyos terhelési tartományban a dinamikai tulajdonságok jelentősen javíthatók. Ugyanakkor kis terheléseknél erőteljes lengések léphetnek fel, és kaotikus lengési jelenségek is kialakulhatnak. A bemutatott módszer felhasználásával a fogazat-paraméterek, a profil modifikációk, gyártási pontosság stb. hatása a tervezés stádiumában elemezhető, elősegítve az optimális paraméterkombináció kialakítását.

IRODALOMJEGYZÉK

- [1] MÁRIALIGETI, J.: Evolvens fogazatú, fogazathibás fogaskerékpárok lengéseinek nemlineáris modellezése. Kandidátusi értekezés. Budapest. 1990
- [2] NIEMANN, G., WINTER, H.: Machinenelemente, Bd. II. Springer Vlg. Berlin, Heidelberg, New-York. 1985
- [3] WINTER, H., PODLESNIK, B.: Tooth Stiffness Characteristics of Gears. Part 2. Antriebstechnik. Vol. 22. No. 5., pp 51–57. 1983
- [4] MÁRIALIGETI, J.: Simulation Study of the Influence of Involute Tip Relief on Gear Dynamic Behaviour. Periodica Polytechnica Ser. Transp. Eng. Vol. 25. No. 1–2, pp 59–77. 1997
- [5] GERBER, H.: Innere Dynamische Zusatzkräfte bei Stirnradgetrieben. Diss. TU. München. 1984

- [6] MOON, F.: Chaotic Vibrations. Wiley, New York. 1987
- [7] SZÉPFALUSSY, P., TÉL, T.: Véletlenszerű jelenségek nemlineáris rendszerekben. A káosz. Akadémiai Kiadó, Budapest. 1982
- [8] MÁRIALIGETI, J.: Fogazathibás fogaskerékpárok merevségi függvényeinek szimulációs modellje. GÉP XLII.2. pp 59–62. 1990
- [9] MÁRIALIGETI J.: Computer simulation study of the influence of tooth errors on gear dynamic behaviour. Periodica Polytechnica Ser. Transp. Eng. Vol. 23. No. 1–2, pp 89–105. 1995
- [10] KLOTTER, K.: Technische Schwingungslehre, Bd.1. Teil B. Nichtlineare Schwingungen. Springer Vlg. 1980
- [11] VÖRÖS, I.: Gépelemek III. Tankönyvkiadó, Budapest. 1972
- [12] MÁRIALIGETI J., CSEKE J.: Influence of Random Pitch Errors on the Nonlinear Dynamics of Gear Trains. Proceedings of the IUTAM/IFTOMM Symposium held in Riga, Latvia. Eds.: E. Levandelis et. al. Kluwer Academic Publishers Dordrecht/Boston/London. pp 199–209. 1998
- [13] MÁRIALIGETI J., LOVAS L.: Analysis of load dependent dynamic transmission error response of gears with random pitch error, ASME DETC'01 Design Engineering Technical Conferences, Pittsburgh, PA, USA, 9–12 Sept. 2001. Abstracts ASME New-York 2001. p.: 635. Full paper edited on the CD of the Conference, in 18th Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, ASME 2001.



TDK foglalkozás a Közlekedésmérnöki Karon