



Algorithmen und Datenstrukturen 1
186.089 VO 3.0
Vorlesungsprüfung
09. März 2007

Machen Sie die folgenden Angaben bitte in deutlicher Blockschrift:

Nachname: Vorname:

Matrikelnummer: Studienkennzahl:

Anzahl abgegebener Zusatzblätter:

Legen Sie während des Tests Ihren Studentenausweis vor sich auf das Pult.

Sie können die Lösungen entweder direkt auf die Angabeblätter oder auf Zusatzblätter schreiben, die Sie auf Wunsch von der Aufsicht erhalten können. Es ist nicht zulässig, eventuell mitgebrachtes eigenes Papier zu verwenden.

Die Verwendung von Taschenrechner, Mobiltelefonen, Skripten, Büchern, Mitschriften, Ausarbeitungen oder vergleichbaren Hilfsmitteln ist unzulässig.

	A1:	A2:	A3:	A4:	A5:	Summe:
Erreichbare Punkte:	10	10	10	10	10	50
Erreichte Punkte:	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>	<input type="text"/>

Viel Erfolg!

Aufgabe 1.A: $\Omega/O/\Theta$ -Notation

(10 Punkte)

Abschätzungen spielen in der Analyse von Algorithmen eine entscheidende Rolle.

a) (2 Punkte)

Schreiben Sie einen möglichst kurzen Pseudocode für einen Algorithmus, der folgende Eigenschaften erfüllt:

- in $\Theta(n \log n)$
- mit mindestens zwei *hintereinander* geschalteten Schleifen

b) (6 Punkte)

Gegeben sei die folgende Funktion:

$$f(n) = \begin{cases} \frac{n \cdot 7^n}{2} + \sqrt[7]{n} - \log_7 n, & \text{wenn } n \text{ gerade} \\ \log_7 n + \frac{1}{\sqrt[7]{n}} + \frac{n}{7^n}, & \text{sonst} \end{cases}$$

Kreuzen Sie in der folgenden Tabelle die zutreffenden Felder an:

$f(n)$ ist	$O(\cdot)$	$\Omega(\cdot)$	$\Theta(\cdot)$	keines
$\log_7 n$				
$n \cdot 7^n$				
$\frac{1}{\sqrt[7]{n}}$				

Jede Zeile wird nur dann gewertet, wenn sie vollständig richtig ist.

c) (2 Punkte)

Welche Laufzeiten in Θ -Notation haben die folgenden Algorithmen abhängig von n ?

(i) $p = n + 10;$
solange $p > 0$ {
 $k = n^2 - p;$
 $p = p - 1;$
}

(ii) $m = n;$
wiederhole
für $i = 1, \dots, 15$ {
 $p = p + i;$
}
 $m = \lfloor m/2 \rfloor;$
bis $m \leq 0$

Aufgabe 2.A: Sortieren

(10 Punkte)

In der Vorlesung wurde das Verfahren *einfaches Bucket-Sort* vorgestellt.

a) (2 Punkte)

Welche Voraussetzungen muss die Eingabefolge erfüllen, damit man *einfaches Bucket-Sort* effizient einsetzen kann?

b) (2 Punkte)

Wie ist die Laufzeit dieses Algorithmus? Begründen Sie Ihre Antwort!

c) (6 Punkte)

Schreiben Sie den Pseudocode für diesen Sortieralgorithmus unter Verwendung folgender Eingabeparameter:

n = Anzahl der zu sortierenden Zahlen (nur Schlüssel) im Bereich von $1 \dots m$

$A[n]$: Eingabe-Array

Achten Sie darauf, alle Datenstrukturen, die Sie verwenden, auch korrekt zu initialisieren.

Aufgabe 3.A: Hashtabellen**(10 Punkte)**

a) (7 Punkte)

Skizzieren Sie eine Hashtabelle mit $m = 11$ Feldern und tragen Sie mittels **Quadratischem Sondieren** folgende Werte in der gegebenen Reihenfolge ein:

$$\langle 5, 19, 1, 11, 25, 16, 12 \rangle$$

Die Hashfunktionen lauten:

$$\begin{aligned} h(k, i) &= (h'(k) + 4i + 3i^2) \bmod m \\ h'(k) &= (2k + 3) \bmod m \end{aligned}$$

b) (3 Punkte)

Erklären Sie das Hashverfahren *Double Hashing mit Verbesserung nach Brent*?

Aufgabe 4.A: Maximale Kreisfreie Menge

(10 Punkte)

In dem unten abgebildeten Graphen soll eine Teilmenge der Kanten gefunden werden, bei der die Summe der Gewichte der enthaltenen Kanten maximal ist unter der Bedingung, dass der durch die Kanten induzierte Teilgraph kreisfrei ist. Die Menge darf also nicht alle Kanten eines Kreises des Graphen enthalten.

a) (3 Punkte)

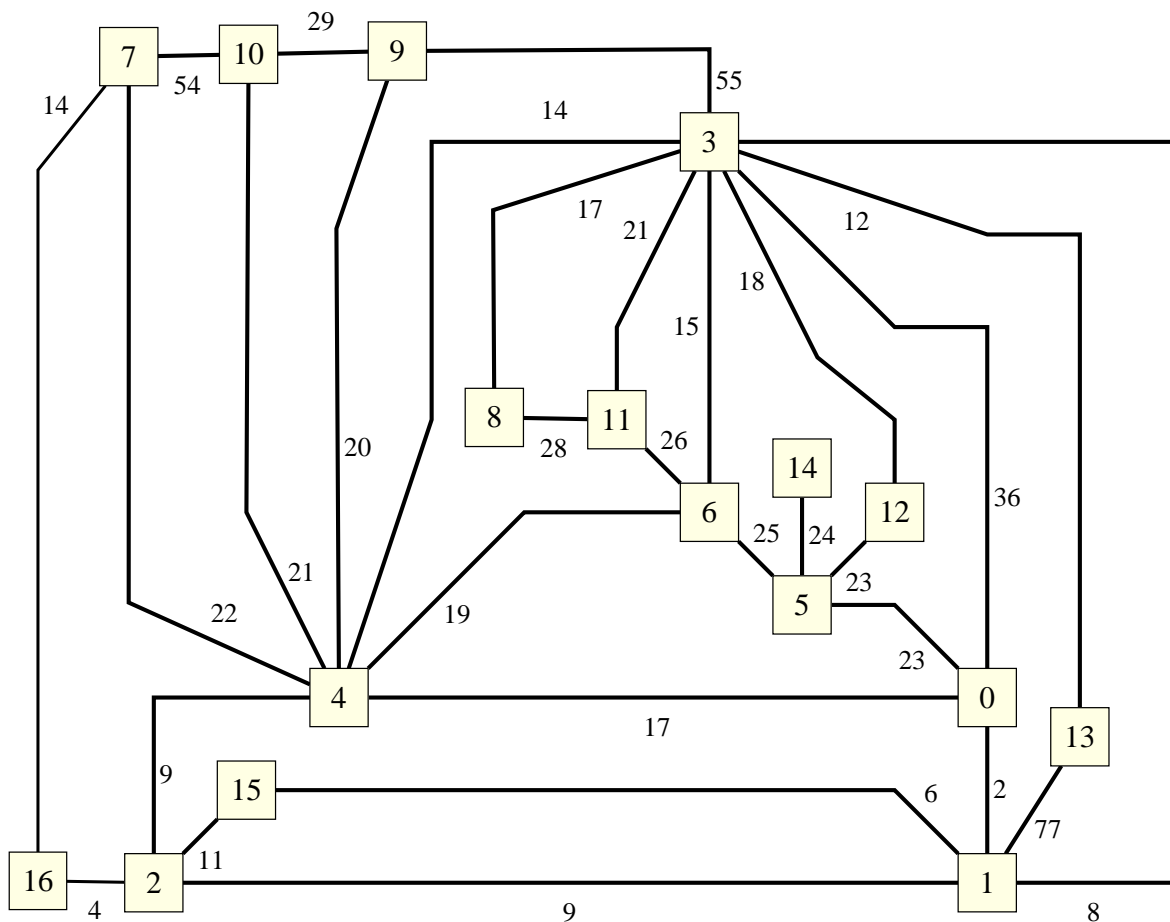
Welchen Algorithmus aus der Vorlesung können Sie auf dieses Problem anwenden? Wie müssen Sie den Algorithmus modifizieren? Beschreiben Sie die Funktionsweise des Algorithmus.

b) (2 Punkte)

Geben Sie die Laufzeit des Algorithmus in Θ -Notation an. Begründen Sie Ihre Behauptung.

c) (5 Punkte)

Führen Sie den Algorithmus anhand des unten abgebildeten Graphen durch. Markieren Sie dabei die Kanten in der Lösungsmenge und nummerieren Sie diese in der Reihenfolge, in der sie gefunden werden.



Aufgabe 5.A: Tries

(10 Punkte)

a) (6 Punkte)

Gegeben sei ein Alphabet $\Sigma = \{ 'o', 'p', 's', 'w', 'z' \}$.

Zeichnen Sie einen Indexed Trie, der folgende Wörter enthält:

$\{ 's', 'zpz', 'ws', 'swz', 'wz', 'zpo', 'sw', 'po' \}$

b) (1 Punkte)

Sie wollen ein spezielles Wörterbuch in einem Trie speichern, sodass der Speicherplatzbedarf möglichst gering ist. Es sollen n Wörter über einem Alphabet mit nahezu n Zeichen gespeichert werden. Würden Sie für diese Aufgabe einen Indexed Trie oder einen Linked Trie verwenden? Begründen Sie Ihre Antwort.

c) (3 Punkte)

In der Vorlesung wurden zwei Verfahren vorgestellt, um den Speicherplatzbedarf eines Indexed Trie zu verringern.

- (1) Benennen Sie die beiden Verfahren und beschreiben Sie sie kurz mit eigenen Worten.
- (2) Sind beide Verfahren gleich gut für dynamische Tries geeignet, d.h. für Tries, deren Inhalt sich nach der Erstellung noch ändert? Begründen Sie Ihre Antwort.