

Global Scaling Theorie

Kompendium

Copyright © 2009 Global Scaling Research Institute in memoriam Leonhard Euler
München, Germany

Ein Naturphänomen

Scaling bedeutet logarithmische Skaleninvarianz. Scaling ist eine grundlegende Eigenschaft fraktaler Strukturen und Prozesse. Die Global Scaling Theorie erklärt, warum Strukturen und Prozesse der Natur fraktal sind und worin die Ursache der logarithmischen Skaleninvarianz besteht.

1982 – 1989 entwickelte Hartmut Müller die Grundlagen der Global Scaling Theorie. Für seine wissenschaftliche Leistung verlieh ihm die Interakademische Vereinigung in Moskau 2004 ihre höchste Auszeichnung, den Vernadski-Stern Ersten Grades.

Historischer Exkurs

Scaling in der Physik

1967 / 68 entdeckten die Physiker Richard P. Feynman und James Bjorken das Phänomen der logarithmischen Skaleninvarianz (Scaling) in der Hochenergiephysik, genauer in den Häufigkeitsverteilungen der Baryonenresonanzen in Abhängigkeit von ihrer Ruhemasse.
Feynman R. P. Very High-Energy Collisions of Hadrons, Phys. Rev. Lett. 23 (1969), 1415
Bjorken J. D. Phys. Rev. D179 (1969) 1547

1967 entdeckte der russische Physiker Simon E. Shnoll prozessunabhängiges Scaling der Feinstruktur von Histogrammen physikalischer und chemischer Prozesse, unter anderem im radioaktiven Zerfall und im thermischen Rauschen.
Shnoll S. E., Oscillatory processes in biological and chemical systems, Moscow, Nauka, 1967
Shnoll S. E., Kolombet V. A., Pozharski E. V., Zenchenko T. A., Zvereva I. M., Konradov A. A., Realization of discrete states during fluctuations in macroscopic processes, Physics Uspekhi 41 (10) 1025 - 1035 (1998)

1982 – 84 entdeckte Hartmut Müller Scaling in den Häufigkeitsverteilungen diverser Teilchen, Kerne und Atome in Abhängigkeit von ihren Massen sowie in den Häufigkeitsverteilungen der Asteroiden, Monde, Planeten und Sterne in Abhängigkeit von ihren Orbitalelementen, Größen und Massen.
Müller H. Scaling in the distributions of physical properties of stable systems as global law of evolution. Second Soviet Biophysical Congress, vol. 2, Moskow / Pushchino, 1982 (russ.)
Müller H., Evolution of matter and the distribution of properties of stable systems, VINITI, 3808-84, 1984 (russ.)

Scaling in der Seismologie

In den 50er Jahren zeigten Beno Gutenberg und Charles Richter, dass ein logarithmisch skaleninvariantes Verhältnis besteht zwischen der Energie (magnitude) und der Häufigkeit von Erdbeben pro Region und Zeitraum.

Gutenberg B., Richter C. F., Seismicity of the Earth and Associated Phenomena, 2nd ed. Princeton, N.J.: Princeton University Press, 1954

Scaling in der Biologie

1981 veröffentlichte Leonid L. Chislenko seine Arbeit zur logarithmischen Skaleninvarianz in den Häufigkeitsverteilungen der biologischen Arten in Abhängigkeit von den Körpergrößen und –massen der Organismen. Chislenko konnte nachweisen, dass sich Abschnitte erhöhter Artenpräsenz auf der logarithmischen Geraden der Körpergrößen in gleichen Abständen (ca. 0,5 Einheiten des Zehnerlogarithmus) wiederholen.

Chislenko L. L., The structure of the fauna and flora in connection with the sizes of the organisms, Moskow University Press, 1981 (russ.)

1984 konnte Knut Schmidt-Nielsen logarithmische Skaleninvarianz im Aufbau der Organismen und in Stoffwechselprozessen nachweisen.

Schmidt-Nielsen K., Scaling. Why is the animal size so important? Cambridge University Press, 1984.

1981 entdeckten Alexey Zhirmunsky und Viktor Kuzmin prozessunabhängige logarithmische Skaleninvarianz der Entwicklungsetappen in der Embryogenese, Morphogenese, Ontogenese und in der Erdgeschichte.

Zhirmunsky A. V., Kuzmin V. I., Critical scaling levels in the development of biological systems, Moskow, Nauka, 1982 (russ.)

Scaling in der Neurophysiologie

Wir leben in einer logarithmischen Welt. Alle unsere Sinne nehmen den Logarithmus eines Signals wahr, nicht die lineare Intensität des Signals selbst. Deshalb messen wir die Lautstärke in Dezibel, also in logarithmischen Einheiten. Töne, deren Frequenzen sich um das Doppelte, Vier- oder Achtfache unterscheiden, nehmen wir als a , a' oder a'' , als gleiche Töne wahr. Diese Eigenschaft unseres Gehörs ermöglicht es uns, Harmonie von Disharmonie zu unterscheiden. Die harmonische Tonfolge $1/2$ (Oktave), $2/3$ (Quinte), $3/4$ (Quarte), $4/5$ (Terz) u.s.w. ist logarithmisch-hyperbolisch skaleninvariant.

Logarithmisch geeicht ist auch unser Tastsinn. Angenommen, man hält in der linken Hand 100 Gramm und in der rechten 200 Gramm. Gibt man nun links 10 Gramm hinzu, muss man rechts 20 Gramm auflegen, um den gleichen Gewichtszuwachs zu verspüren. Diese Tatsache ist in der Sinnesphysiologie als Weber-Fechner-Gesetz bekannt (Ernst Heinrich Weber, 1795 – 1878, Gustav Theodor Fechner, 1801 – 1887): Die Stärke einer Sinnesempfindung ist proportional dem Logarithmus der Reizstärke. Das Weber-Fechner-Gesetz trifft auch für unseren Geruchssinn und unser Sehvermögen zu. Die Netzhaut meldet nur den Logarithmus, nicht die Anzahl der auftreffenden Photonen. Deshalb können wir nicht nur bei Sonnenschein, sondern auch nachts sehen. Die Anzahl der auftreffenden Photonen ändert sich dabei um das Milliardenfache, der Logarithmus hingegen nur um das Zwanzigfache ($\ln 1000.000.000 \approx 20,72$).

Logarithmisch geeicht ist unser Sehvermögen nicht nur in Hinsicht auf die Wahrnehmung der Intensität des Lichtes, sondern auch in Hinsicht auf die Wellenlänge des Lichtes, die wir als Farbe wahrnehmen.

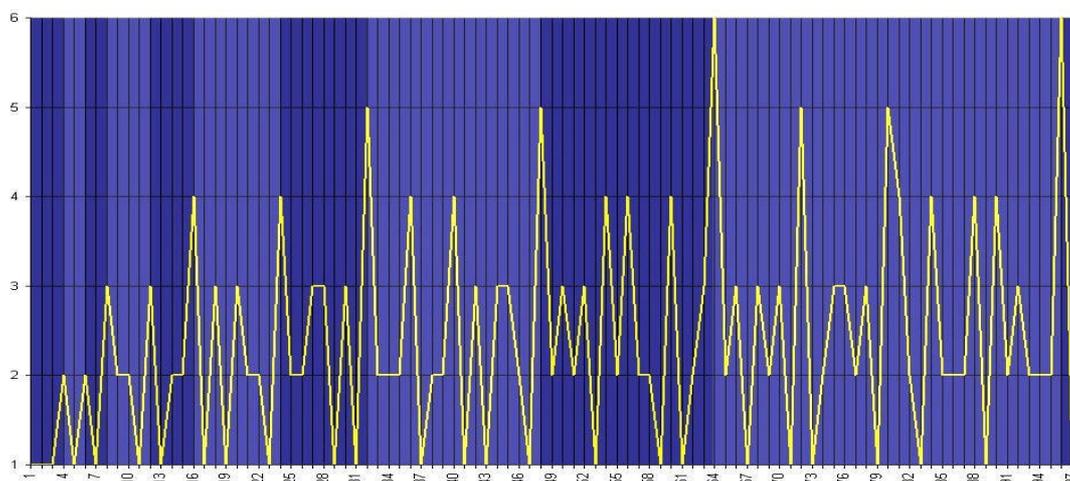
Unsere Fähigkeit, lineare Entfernungen zu schätzen, basiert auf der Möglichkeit, Größen von Objekten zu vergleichen und so relative Maßstäbe zu ermitteln. Das heißt, ohne die Möglichkeit, Größen in der Perspektive zu vergleichen, sind Entfernungsschätzungen nicht möglich. Die lineare Perspektive setzt ein konstantes Größenverhältnis voraus, das durch einen Vergrößerungs- oder Verkleinerungsfaktor definiert ist. Dieser Faktor wird in der Perspektive mehrmals mit sich selbst multipliziert. So entsteht eine Exponentialfunktion, deren Argument ein Logarithmus ist.

Die Funktion unserer Sinnesorgane beruht auf akustischen oder elektromagnetischen Schwingungsprozessen. Die logarithmisch skaleninvariante Wahrnehmung der Welt ist eine Folge des logarithmisch skaleninvarianten Aufbaus der Welt.

Scaling in der Mathematik

Alle natürlichen Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, ... sind aus Primzahlen konstruierbar. Primzahlen sind natürliche Zahlen, die sich nur durch die Zahl 1 und durch sich selbst ohne Rest teilen lassen, also die Zahlen 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ... Diese Zahlen sind quasi die Elementarteilchen des Zahlenkontinuums. Die Verteilung der Primzahlen unter den natürlichen Zahlen ist derart unregelmäßig, dass man bislang keine Formel finden konnte, die diese Verteilung vollständig beschreibt. Allerdings sind Primzahlen immer seltener gesät, je weiter man sich auf der Zahlengeraden bewegt. Das bemerkte bereits Carl Friedrich Gauß (1795). Er entdeckte, dass sich die Menge $p(n)$ der Primzahlen bis zur Zahl n annähernd nach der einfachen Formel $p(n) \cong n / \ln n$ berechnen lässt. Je größer n , desto präziser wird dieses Gesetz erfüllt. Das bedeutet, die Verteilung der Menge der Primzahlen unter den natürlichen Zahlen ist logarithmisch skaleninvariant.

Nichtprimzahlen sind eineindeutig als Primfaktorprodukte darstellbar. Man könnte auch sagen, Nichtprimzahlen sind Primzahl-Cluster. Damit ist gemeint, dass Nichtprimzahlen aus mehreren Primzahlen zusammengesetzt sind. In dieser Interpretation erhält man eine Primfaktor-Dichteverteilung auf der Zahlengeraden. Die folgende Grafik soll den logarithmisch fraktalen Charakter der Verteilung der Primfaktor-Dichte veranschaulichen. Das Diagramm zeigt die Anzahl der Primfaktoren (vertikale Achse) für natürliche Zahlen (horizontale Achse):



Vergleicht man die Verteilungsmuster, zum Beispiel in den heller markierten Bereichen, kann man eine Wiederholung des Musters erkennen, von rechts nach links quasi mit immer geringerer Auflösung. Je weiter man sich auf der Zahlengeraden nach rechts bewegt, desto mehr entfaltet sich das logarithmische Fraktal der Menge der Primfaktoren.

Die logarithmische Skaleninvarianz der Verteilung der Primzahlen ist eine fundamentale Eigenschaft des Zahlenkontinuums. Zudem ist es die einzigste nichttriviale Aussage, die für alle Primzahlen zutrifft.

Logarithmische Skaleninvarianz der Primfaktor-Dichteverteilung bedeutet, dass man von einer stehenden Dichtewelle im Zahlenkontinuum sprechen kann. Die Primfaktoren 2 und 3 erzeugen die Grundschwingung, jüngere Primfaktoren erzeugen das Obertonspektrum.

Scaling in der Technik

1987 entdeckte Hartmut Müller Scaling als Entwicklungstendenz technischer Systeme hinsichtlich ihrer funktionsrelevanten physikalischen Eigenschaften.

Müller H., The General Theory of Stability and evolutional trends of technology. // Evolutional trends of technology and CAD applications. Volgograd Institute of Technology, 1987

Müller H., Superstability as evolutional law of technology. // Orders of technology and their applications, Volgograd-Sofia, 1989

Vom Modell zur Theorie

Schwingungen sind die energetisch effizienteste Art der Bewegung. Deshalb schwingt alle Materie - nicht nur jedes Atom, sondern auch das Sonnensystem und unsere Galaxie, das Licht ist eine sich ausbreitende Schwingung und selbstverständlich schwingen auch die Zellen und Organe in unserem Körper.

Aufgrund ihrer energetischen Effizienz determinieren Schwingungsprozesse den Aufbau der Materie in allen Größenordnungen – von den Atomen bis zu den Galaxien.

In seinem bedeutendsten Werk „Weltharmonik“ begründete Johannes Kepler die harmonikale Grundlagenforschung. Aufbauend auf der antiken musikalischen Weltharmonie der Pythagoreer entwickelte Kepler eine harmonikale Kosmologie.

Die Global Scaling Forschung setzt diese Tradition fort.

Die Melodie der Schöpfung

Scaling entsteht sehr einfach – infolge von Eigenschwingungsprozessen. Eigenschwingungen sind Schwingungen der Materie, die bereits bei sehr geringer Energiezufuhr entstehen.

Im Unterschied zu erzwungenen Schwingungen, verlaufen Eigenschwingungen also auf energetisch niedrigstmöglichem Niveau. Sie sind deshalb verlustarm und erfüllen das Energieerhaltungsgesetz.

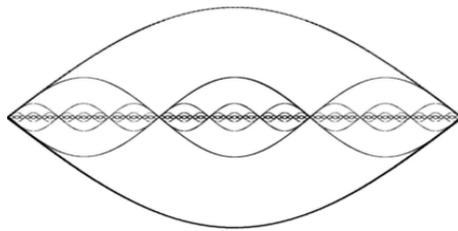
Die Energie einer Schwingung ist sowohl von ihrer Amplitude (Intensität) als auch von ihrer Frequenz (Ereignisse pro Zeiteinheit) abhängig.

Infolgedessen gilt für Eigenschwingungen: Je höher die Frequenz, desto geringer die Amplitude. Für Eigenschwingungen sind sowohl das Produkt aus Frequenz und Wellenlänge, als auch das Produkt aus Frequenz und Amplitude Erhaltungsgrößen. Sie limitieren die Geschwindigkeit der Ausbreitung von Schwingungen in Medien bzw. die Geschwindigkeit der Auslenkung (Pulsation).

In einem homogenen Medium können stehende Wellen nur dann entstehen, wenn das Medium in der Ausbreitungsrichtung der Welle begrenzt ist und wenn die Ausdehnung des Mediums gleich einem ganzzahligen Vielfachen der halben Wellenlänge ist. Als Folge kann man für jede ausreichend niedrige Frequenz f_0 die Frequenz f_1 einer höheren Mode finden, wobei $n = f_1 / f_0$ ganzzahlig ist. Die Frequenzen dieser Moden generieren Exponentialreihen:

$$f_{n,k} = f_0 \cdot n^k \quad (1)$$

Die folgende Grafik illustriert die Situation für $n = 3$ und $k = 0, 1, 2, \dots$ für transversale Schwingungen:



Deshalb kann das komplette Spektrum der Resonanzfrequenzen dargestellt werden als Menge logarithmisch fraktaler Spektren (1) mit natürlichen $n = 1, 2, 3, \dots$. In dieser Vorstellung kann die Erzeugung des kompletten Spektrums der Resonanzfrequenzen als arithmetische Aufgabe verstanden werden, die auf das fundamentale Theorem der Arithmetik reduziert werden kann, dass jede natürliche Zahl $n > 1$ als einzigartiges Produkt von Primfaktoren darstellbar ist.

In unserem Beispiel ist die Schwingungsperiode der 1. Mode dreimal länger als die Periode der 2. Mode, neunmal länger als die Periode der 3. Mode und 27mal länger als die Periode der 4. Mode. Daraus folgt der logarithmisch fraktale (sich in allen Skalen wiederholende) Aufbau des Schwingungsbildes. In diesem Zusammenhang spricht man von Skaleninvarianz (engl. Scaling). Scaling ist in der Natur weit verbreitet – von den Elementarteilchen bis zu den Galaxien. In diesem Zusammenhang spricht man von Global Scaling.

Eigenschwingungen der Materie erzeugen logarithmisch fraktale Spektren der Frequenzen, Wellenlängen, Amplituden und ein logarithmisch fraktales Netz von Schwingungsknoten im Raum.

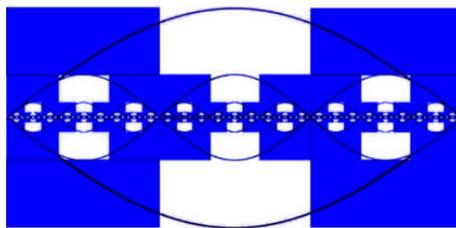
In realen Medien werden Grundton, Ober- oder Untertöne gleichzeitig erzeugt. Dadurch entstehen Konsonanzen bzw. Dissonanzen. Nicht nur unser Gehör ist in der Lage Konsonanz von Dissonanz zu unterscheiden, diese Fähigkeit besitzt alle Materie. Es geht dabei um den energetischen Aufwand der notwendig ist, einen Oberton zu erzeugen. Eine Quinte entsteht am leichtesten (geringster energetischer Aufwand pro Schwingungsperiode), weil lediglich eine Frequenzverdopplung und –verdreifung notwendig ist, um einen Oberton im Abstand von $3/2$ der Grundfrequenz zu erzeugen. Etwas mehr Energie ist notwendig, um eine Quarte $4/3$ zu erzeugen, weil sie zusätzlich eine Vervierfachung der Grundfrequenz erfordert. Noch mehr Energie ist zur Erzeugung der großen Terz $6/5$ gleicher Amplitude notwendig u.s.w.

Die musikalischen Intervalle spielen also im Spektrum der Eigenschwingungsmoden eine energetische Schlüsselrolle. In der Tat ist dieses Spektrum so aufgebaut, wie das Spektrum einer Melodie.

Eigenschwingungen der Materie sind der wahrscheinlich wichtigste strukturbildende Faktor im Universum. Aus diesem Grund findet man überall in der Natur fraktale Proportionen. Die logarithmisch fraktale Verteilung der Materie im Universum ist eine Folge von Eigenschwingungsprozessen in kosmischen räumlichen und zeitlichen Maßstäben. In diesem Zusammenhang spricht man von der „Melodie der Schöpfung“.

Logarithmischer Strukturwechsel

Schwingungsbäuche verdrängen Materie, so dass sie sich in den Schwingungsknoten konzentriert. So entsteht im eigenschwingenden Medium eine logarithmisch fraktale Verteilung der Materiedichte. Die folgende Grafik veranschaulicht diesen Sachverhalt an einem Beispiel:



In diesem Beispiel erzeugt das logarithmisch skaleninvariante Spektrum einer Eigenschwingung eine Materiedichteverteilung, die Cantor-Fraktalen entspricht.
Georg Cantor. Über unendliche lineare Punktmannigfaltigkeiten. Math. Annalen, 1883

In der Kompressionsphase beim Übergang von einem Wellenbauch zu einem Knoten entsteht eine Fusionstendenz, in der Dekompressionsphase beim Übergang von einem Knoten zu einem Wellenbauch - eine Zerfallstendenz. Dieser Wechsel von Kompression und Dekompression verursacht einen logarithmisch-periodischen Strukturwechsel im schwingenden Medium. Komprimierte und dekomprimierte Bereiche wechseln nach einem logarithmisch fraktalen Muster.

Einen logarithmisch-periodischen Strukturwechsel kann man in allen Maßstäben des Universums beobachten – von den Atomen bis zu den Galaxien.

Bedingt durch den globalen logarithmisch-periodischen Wechsel von Kompression und Dekompression, wiederholen sich im Universum auch wesentliche strukturelle Merkmale, ungeachtet dessen, dass es sich um Strukturen völlig verschiedener Maßstäbe handelt.

Komprimierte Atomkerne mit einer Dichte im Bereich von 10^{14} g/cm³ bilden größere dekomprimierte Atome, deren Dichte zum Beispiel für Metalle zwischen 0,5 und 20 g/cm³ liegt. Kleine Moleküle sind in der Regel komprimierter als Makromoleküle. Komprimierte Zellkerne (und andere Zellorganellen) bilden relativ dekomprimierte Zellen. Organismen bilden (relativ dekomprimierte) Populationen. Himmelskörper (Monde, Planeten und Sterne) bilden dekomprimierte Sonnensysteme. Komprimierte Kugelsternhaufen werden im größeren Maßstab von dekomprimierten Galaxien abgelöst, die wiederum relativ komprimierte Galaxienhaufen bilden. Wir haben großes Glück, dass Galaxienhaufen zu den komprimierten

Strukturen im Universum gehören. Nur diesem Umstand ist es zu verdanken, dass wir von der Existenz anderer Galaxien überhaupt etwas wissen. Wäre die Materie im Universum nicht logarithmisch skaleninvariant, sondern linear verteilt, wäre der Abstand zwischen den Galaxien verhältnismäßig genau so groß wie der Abstand zwischen den Sternen in unserer Galaxie und wir hätten keine Chance, jemals etwas von der Existenz anderer Galaxien zu erfahren. Scaling ist also ein globales Phänomen, quasi der Bauplan des Universums.

Kettenbruch als Weltformel

In seinen Arbeiten „Über Kettenbrüche“ (1737) und „Über die Schwingungen einer Saite“ (1748) formulierte Leonhard Euler Aufgaben, deren Lösung die Mathematik noch 200 Jahre beschäftigen sollte. Euler untersuchte Eigenschwingungen eines mit Perlen besetzten masselosen elastischen Fadens. Im Zusammenhang mit dieser Aufgabe entwickelte d'Alembert seine Integrationsmethode für ein System linearer Differentialgleichungen. Daniel Bernoulli stellte seinen bekannten Satz auf, dass die Lösung des Problems der frei schwingenden Saite als trigonometrische Reihe darstellbar ist, was zwischen Euler, d'Alembert und Bernoulli eine Diskussion veranlasste, die sich über einige Jahrzehnte erstreckte. Später zeigte Lagrange korrekter, wie man durch Grenzübergang von der Lösung des Problems der Schwingungen einer Perlenschnur zur Lösung des Problems der Schwingungen einer homogenen Saite kommt. Vollkommen löste diese Aufgabenstellung erst J. B. Fourier 1822.

Schier unüberwindbare Probleme entstanden indes immer noch mit Perlen unterschiedlicher Masse und unregelmäßiger Verteilung. Diese Aufgabe führt zu Funktionen mit Lücken. Nach einem Brief von Charles Hermite vom 20. Mai 1893, der dazu aufrief, „die beklagenswerte Plage der Funktionen ohne Ableitungen in Angst und Schrecken abzuweisen“, untersuchte T. Stieltjes Funktionen mit Unstetigkeiten und fand eine Integrationsmethode solcher Funktionen, die zu Kettenbrüchen führte.

Indes erkannte bereits Euler, dass komplizierte schwingende Systeme auch solche Lösungen (Integrale) enthalten können, die selbst nicht überall differenzierbar sind, und hinterließ der mathematisch begabten Nachwelt ein analytisches „Monster“ - die so genannten nichtanalytischen Funktionen (dieser Begriff wurde von ihm selbst gewählt). Nichtanalytische Funktionen sorgten bis ins 20. Jahrhundert für reichlich Beschäftigung, auch nachdem die durch sie heraufbeschworene Identitätskrise der Mathematik bereits überwunden schien.

Die Krise begann, als Emil Heinrich du Bois Reymond 1875 zum ersten Mal über eine von Weierstrass konstruierte stetige, aber nichtdifferenzierbare Funktion berichtete, und dauerte etwa bis 1925. Ihre Hauptakteure waren Cantor, Peano, Lebesgue und Hausdorff. Als Ergebnis wurde ein neuer Zweig der Mathematik geboren - die fraktale Geometrie.

Fraktal kommt vom lateinischen fractus und bedeutet soviel wie „in Stücke zerbrochen“ und „irregulär“. Fraktale sind also ausgesprochen lückenhafte, tückische mathematische Objekte. Die Mathematik des 19. Jahrhunderts hielt diese Objekte für Ausnahmeerscheinungen und betrachtete daher reguläre, stetige und glatte Strukturen bzw. versuchte, fraktale Erscheinungen auf solche Strukturen zurückzuführen.

Die Theorie der fraktalen Mengen ermöglichte es, „nichtanalytische“ faltige, körnige oder lückenhafte Formen qualitativ streng zu untersuchen. Als bald stellte sich auch heraus, dass fraktale Strukturen gar nicht mal so selten sind. In der Natur entdeckte man mehr fraktale

Objekte als bislang vermutet. Mehr noch, plötzlich schien es so, als sei das Universum von Natur aus fraktal.

Besonders Arbeiten von Mandelbrot versetzten die Geometrie endlich in die Lage, fraktale Objekte mathematisch korrekt zu beschreiben: lückenhafte Kristallgitter, die Brownsche Bewegung der Gasmoleküle, verschlungene polymere Riesenmoleküle, irreguläre Sternenhaufen, Zirkuswolken, die Saturnringe, die Verteilung der Mondkrater, Turbulenzen in Flüssigkeiten, bizarre Küstenlinien, schlängelnde Flussläufe, faltige Gebirgszüge, verzweigte Wachstumsformen verschiedenster Pflanzenarten, Flächeninhalte von Inseln und Seen, Gesteinsformationen, geologische Ablagerungen, die räumliche Verteilung von Rohstoffvorkommen und und und.

Entscheidend für eine exakte Behandlung fraktaler Objekte war die Einführung reeller, u.a. auch irrationaler Dimensionen, im Unterschied zu den ganzzahligen Dimensionen der Euklidischen Geometrie. Betrachten wir ein Beispiel: Ein verschwindend kleines Sandkorn hat in der Euklidischen Geometrie die Dimension 0. Eine Linie - die Dimension 1. Aber welche Dimension hat eine Linie aneinandergereihter Sandkörner? Die euklidische Sichtweise kennt nur Grenzfälle: Entweder begibt man sich weit weg - bis man keine Sandkörner mehr erkennen kann und ordnet dem Objekt die Dimension 1 zu, oder man erkennt die Sandkörner als Objekte der Dimension 0, und weil bekanntlich $0+0+\dots+0=0$ ist, wird der Sandkornreihe ebenfalls die Dimension 0 zugeordnet. Dass dabei das Wesentliche verloren geht, ist offensichtlich.

Der erste Schritt einer strengen Analyse dieser Situation wurde von Cantor in seinem Brief vom 20. Juni 1877 an Dedekind unternommen, der nächste von Peano 1890. Die Mathematiker erkannten, dass ein genaues Verständnis von fraktalen Strukturen nicht dadurch erreicht werden kann, dass man die Dimension als Anzahl der Koordinaten definiert. Hausdorff definierte deshalb 1919 den Begriff der Dimension neu. Die fraktale (gebrochene) Dimension D ergänzt die topologische (ganzzahlige) Dimension durch logarithmische Werte. Die fraktale Dimension einer Sandkornreihe aus N Sandkörnern der relativen (im Vergleich zur Gesamtlänge der Reihe) Größe $1/k$ ist $D = \log(N) / \log(k)$. Angenommen, die Reihe aus 100 Sandkörnern ist 100 mm lang und ein Sandkorn ist 1 mm groß. Dann ist $D = \log(100) / \log(100) = 1$. Besteht jedoch die Reihe nur aus 50 Sandkörnern, so ist $D = \log(50) / \log(100) = 0,849485$. Die fraktale Dimension D ist also ein Maß für die Lückenhaftigkeit eines Objektes. Je größer die Lücken, desto weiter entfernt ist D von ganzzahligen Werten.

Die Anwendung der Hausdorff-Dimension in der Geometrie ermöglichte es nun, nicht nur völlig unregelmäßige reale Objekte mathematisch exakt zu behandeln, sondern vermittelte zugleich das Rezept zur Erschaffung selbstgemachter fraktaler Kreationen. Die Herstellung verschiedener Mandelbrot- und Julia-Mengen am Computer entwickelte sich zum mathematischen Volkssport. Die Mandelbrot-Menge wurde zum Gegenstand bis heute nicht abgeschlossener theoretischer Untersuchungen. Wichtig ist sie aber über die Mathematik hinaus erst dadurch geworden, dass an ihr Zusammenhänge sichtbar werden, die bei Naturvorgängen in den verschiedensten Fachgebieten untersucht werden.

Die fraktale Sandkornreihe erinnert indes stark an Eulers Perlenschnur. Beide Objekte sind fraktal. Die Leningrader Mathematiker F. R. Gantmacher und M. G. Krein betrachteten 1950 die Auslenkungslinie einer schwingenden Saite mit Perlen als gebrochenen Streckenzug. Eben dieser Ansatz ermöglichte ihnen eine fraktale Sichtweise des Problems, ohne dass sie sich dessen bewusst waren (Mandelbrots Klassiker „Les objets fractals“ erschien 1975, seine ersten Arbeiten aus den 50ern fielen in den Fachbereich Linguistik). Erst die fraktale

Sichtweise brachte sie in die Lage, das 200 Jahre alte Eulersche Problem der schwingenden Perlenschnur für Perlen unterschiedlicher Masse und unregelmäßiger Verteilung vollständig (auch für den allgemeinsten Fall) zu lösen.

In ihrer Arbeit „Oszillationsmatrizen, Oszillationskerne und kleine Schwingungen mechanischer Systeme“ (Leningrad 1950, Berlin 1960) zeigen Gantmacher und Krein, dass Stieltjes-Kettenbrüche Lösungen der Euler-Lagrangeschen Bewegungsgleichungen für eigenschwingende Kettensysteme sind. Diese Kettenbrüche erzeugen fraktale Spektren.

Im selben Jahr erscheint das umfassende Werk von Oskar Perron „Die Lehre von den Kettenbrüchen“ (1950). Das Thema bearbeitet auch N. I. Achieser in seiner Arbeit „Das klassische Momentenproblem und einige mit ihm verbundene Fragen der Analyse“ (Moskau 1961). Terskich verallgemeinert die (inhaltlich fraktale) Kettenbruch-Methode auf die Analyse eigenschwingender verzweigter Kettensysteme (Terskich V. P. Die Kettenbruch-Methode. Leningrad 1955). Khintchine erschließt die Bedeutung von Kettenbrüchen in der Arithmetik und Algebra (Khintchine A. J. Continued fractions. University of Chicago Press, Chicago 1964). Weitere Arbeiten von Thiele, Markov, Khintchine, Murphy, O'Donohoe, Chovansky, Wall, Bodnar, Kučminskaja, Skorobogat'ko u.a. verhalfen der Kettenbruch-Methode zum endgültigen Durchbruch und ermöglichten bis 1981 die Entwicklung effizienter Algorithmen der Addition und Multiplikation von Kettenbrüchen.

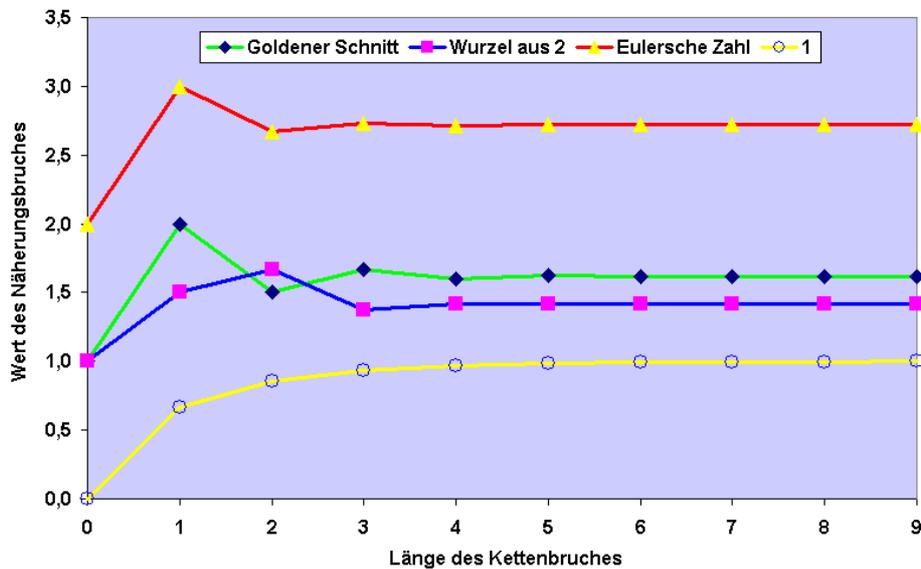
Jede reelle Zahl – und damit auch jeder Messwert – ist eindeutig als normierter Kettenbruch (alle Teilzähler sind gleich 1) darstellbar. Endliche normierte Kettenbrüche liefern rationale Zahlen, unendliche Kettenbrüche liefern irrationale Zahlen.

Die folgende Grafik zeigt Kettenbrüche einiger prominenter irrationaler Zahlen:

Der denkbar einfachste Kettenbruch generiert die Proportion des Goldenen Schnitts. Alle seine Elemente sind gleich 1. Vermutlich ist deshalb der Goldene Schnitt in der Natur so weit verbreitet. Die Näherungsbrüche $\{1, 1/2, 2/3, 3/5, 5/8, 8/13, 13/21, 21/34, \dots\}$ erzeugen die Reihe der Fibonacci-Zahlen. Eine ganz besondere Struktur besitzt der Kettenbruch der Eulerschen Zahl $e = 2,71828 \dots$. Dieser Kettenbruch enthält die Folge aller natürlichen Zahlen.

Die Näherungsbrüche für e werden aus reziproken musikalischen Intervallen (Prime $1/1$, Oktave $1/2$, Quinte $2/3$, Quarte $3/4$, große Terz $4/5$, kleine Terz $5/6$, ...) gebildet. Die Zahl 1 – und damit auch jede andere ganze Zahl – kann als alternierender Kettenbruch dargestellt werden.

In ihrer Kettenbruch-Darstellung ist jede Zahl ein Schwingungsattraktor. Khinchine konnte beweisen, dass Näherungsbrüche bestmögliche Approximationen irrationaler Zahlen liefern, weil sie sich dem Eigenwert des Kettenbruches schnellstmöglich nähern. Die folgende Grafik veranschaulicht beide Sachverhalte:



Das Spektrum der Vakuumresonanzen

Das physikalische Vakuum repräsentiert den energetisch niedrigstmöglichen Zustand der Materie. Das bedeutet aber, dass im Vakuum nur Eigenschwingungen möglich sind.

Die Plancksche Formel

$$\Delta E = h \Delta f \quad (1)$$

(h ist das Plancksche Wirkungsquantum) bringt zum Ausdruck, dass die Energie der Eigenschwingung eines Vakuumszillators frequenzabhängig und gequantelt ist. Energie kann also nur in bestimmten Portionen absorbiert oder emittiert werden. Das bedeutet auch, dass blaues Licht energiereicher ist als rotes.

Basierend auf der Kettenbruchmethode suchen wir das Frequenzspektrum der Eigenschwingungen eines Kettensystems ähnlicher Quantenzillatoren in der Form:

$$f = f_0 \exp(S) \quad (2)$$

f ist eine Eigenfrequenz des Kettensystems, f_0 ist die Eigenfrequenz eines isolierten Quantenzillators, S ist ein Kettenbruch mit ganzzahligen Elementen:

$$S = \frac{n_0}{z} + \frac{z}{n_1 + \frac{z}{n_2 + \dots + \frac{z}{n_i}}} \quad (3)$$

Die Teilzähler z , das freie Glied n_0 und alle Teilnenner n_1, n_2, \dots, n_i sind ganze Zahlen. Wir folgen der Definition eines Kettensystems von Terskich, in dem eine Wechselwirkung zwischen den Elementen nur in deren Bewegungsrichtung stattfindet.

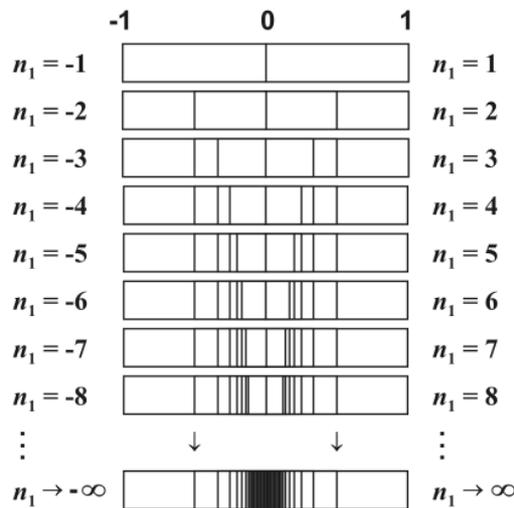
In diesem Zusammenhang verstehen wir unter dem Begriff „Spektrum“ eine diskrete Verteilung oder Menge von Eigenschwingungsfrequenzen. Die Spektren (2) sind nicht nur logarithmisch invariant, sondern auch fraktal, weil die diskrete hyperbolische Verteilung von Eigenfrequenzen sich selbst auf jeder Spektral-Schicht $i = 1, 2, \dots$ wiederholt.

Jeder Kettenbruch (3) mit Teilzählern $z \neq 1$ kann mit Hilfe der Eulerschen äquivalenten Transformation in einen Kettenbruch mit $z = 1$ transformiert werden. Mit Hilfe der Lagrange Transformation kann jeder Kettenbruch mit ganzen (auch negativen) Teilnennern als wertgleicher Kettenbruch mit natürlichen Teilnennern dargestellt werden. Diese Kettenbrüche sind stets konvergent. Wir untersuchen Spektren (2), die von konvergenten Kettenbrüchen (3) generiert werden.

Jeder unendliche Kettenbruch ist irrational, und jede irrationale Zahl kann exakt auf eine Weise als unendlicher Kettenbruch dargestellt werden. Die Kettenbruchdarstellung einer irrationalen Zahl ist sinnvoll, weil die Näherungsbrüche bestmögliche Approximationen der irrationalen Zahl darstellen. Diese Eigenschaft ist fundamental und trifft nicht auf die Dezimaldarstellung der irrationalen Zahl zu. Die Näherungsbrüche sind rational und generieren ein diskretes Spektrum. Deshalb untersuchen wir Kettenbrüche (3) mit endlicher Anzahl von Teilnennern. In der logarithmischen Darstellung kann so jede Eigenfrequenz als endlicher Satz ganzer Zahlen z, n_0, n_1, \dots, n_k notiert werden:

$$\ln(f/f_0) = \frac{n_0}{z} + \frac{z}{n_1 + \frac{z}{n_2 + \dots + \frac{z}{n_k}}} = [z, n_0; n_1, n_2, \dots, n_k] \tag{4}$$

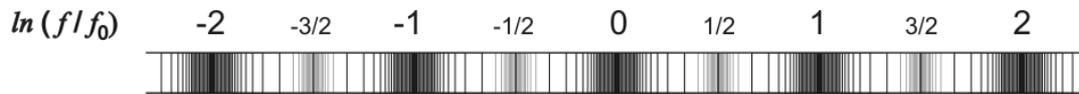
Die folgende Grafik veranschaulicht die Erzeugung eines solchen fraktalen Spektrums für $z = 1$ der ersten Schicht $i = k = 1$ für $|n_1| = 1, 2, 3, \dots$ und $n_0 = 0$ (logarithmische Darstellung):



Die Teilnenner n_1 durchlaufen positive und negative ganze Zahlen. Die maximale Spektraldichte wird automatisch im Abstand von einer logarithmischen Einheit erreicht, wo $n_0 = 0, 1, 2, \dots$ und $|n_1| \rightarrow \infty$. Die nächste Grafik zeigt den Aufbau des Spektrums der ersten Schicht $i = k = 1$ für $|n_1| = 1, 2, 3, \dots$ und $|n_0| = 0, 1, 2, \dots$ (logarithmische Darstellung):



Je mehr Schichten $i = 1, 2, 3, \dots$ berechnet werden, desto mehr spektrale Details werden sichtbar. In Ergänzung zur ersten Schicht, zeigt die nächste Grafik die zweite spektrale Schicht $i = k = 2$ für $|n_2| = 1, 2, 3, \dots$ und $|n_1| = 2$ (logarithmische Darstellung):



In jeder Spektralschicht i kann man Bereiche relativ niedriger Spektraldichte (Lücken) und Bereiche relativ hoher Spektraldichte (Knoten) selektieren. Die höchste Spektraldichte entspricht den Knoten der obersten Schicht $i = 0$, wo $|n_1| \rightarrow \infty$. Das nächstniedrigere Niveau der Spektraldichte befindet sich in der Schicht $i = 1$, wo $|n_2| \rightarrow \infty$, und so weiter. Die größten Spektrallücken sind zwischen den Bereichen der Spektralknoten der Schicht n_0 . In den Schichten $i = 1, 2, 3, \dots$ sind die Lücken entsprechend schmaler.

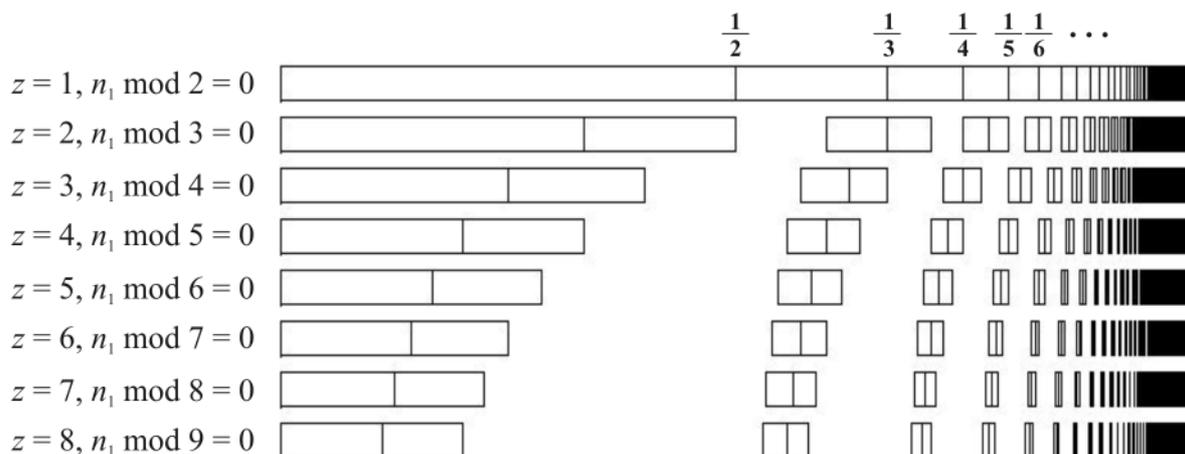
1795 entdeckte Carl Friedrich Gauß die logarithmische Skaleninvarianz der Verteilung der Primzahlen. Gauß bewies, dass sich die Menge $p(n)$ der Primzahlen bis zur Zahl n dem Gesetz $p(n) \cong n / \ln n$ folgt. Das Gleichheitszeichen ist korrekt für den Grenzfall $n \rightarrow \infty$. Die logarithmische Skaleninvarianz ihrer Verteilung ist die einzige nichttriviale Eigenschaft aller Primzahlen.

Das freie Glied n_0 und alle Teilnenner $n_1, n_2, n_3, \dots, n_k$ sind ganze Zahlen und deshalb können sie als eindeutige Primfaktorprodukte dargestellt werden. Basierend auf dieser Darstellung unterscheiden wir Spektralklassen in Abhängigkeit von der Prim-Teilbarkeit der Teilnenner. Generell untersuchen wir Kettenbrüche, die die Markovsche Konvergenzbedingung erfüllen:

$$|n_i| \geq |z_i| + 1 \tag{5}$$

Kettnbrüche (3) mit $z = 1$ auf geraden Teilennern generieren keine leeren Spektrallücken, weil der alternierende Kettenbruch $[1, 0; +2, -2, +2, -2, \dots]$ gegen 1 strebt und der Kettenbruch $[1, 0; -2, +2, -2, +2, \dots]$ gegen -1 strebt.

Durch 3 teilbare Teilnenner mit $z = 2$ bilden die Klasse von Kettenbrüchen (3), die das Spektrum (4) mit den engsten leeren Lücken bilden. Die folgende Grafik zeigt Fragmente von Spektren, die von Kettenbrüchen (3) mit durch 2, 3, 4, ... teilbaren Teilennern und den entsprechenden Teilzählern $z = 1, 2, 3, \dots$ der ersten Spektralschicht $i = 1$ für $n_0 = 0$ generiert wurden (logarithmische Darstellung):

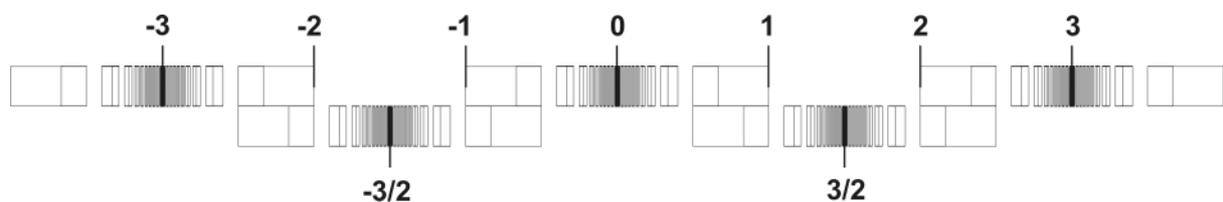


Die Grafik (oben) zeigt die Spektralknoten der ersten Schicht $i = 1$ und auch die Grenzen der Knotenbereiche, damit die Spektrallücken klar zu sehen sind. Die Grenzen der Spektrallücken werden von den folgenden alternierenden Kettenbrüchen definiert ($z \geq 1$):

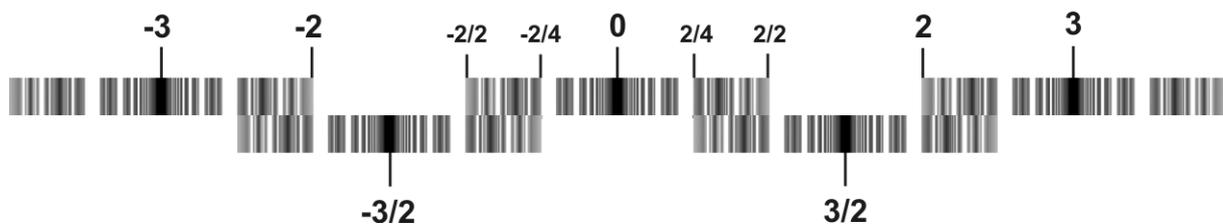
$$-1 = \frac{z}{-z-1 + \frac{z}{z+1 + \frac{z}{-z-1 + \dots}}} \qquad 1 = \frac{z}{z+1 + \frac{z}{-z-1 + \frac{z}{z+1 + \dots}}} \qquad (6)$$

Detaillierter werden wir uns mit dem zweiten Spektrum beschäftigen, welches der Kettenbruch (3) mit durch 3 teilbaren Teilennern und den entsprechenden Teilzählern $z = 2$ generiert. Dieses Spektrum ist besonders interessant, weil mit $z = 2$ und $n_i \bmod 3 = 0$ die Produktion von leeren Spektrallücken beginnt. Vermutlich korrespondieren diese Lückenbereiche mit fundamentalen Eigenschaften von Schwingungsprozessen.

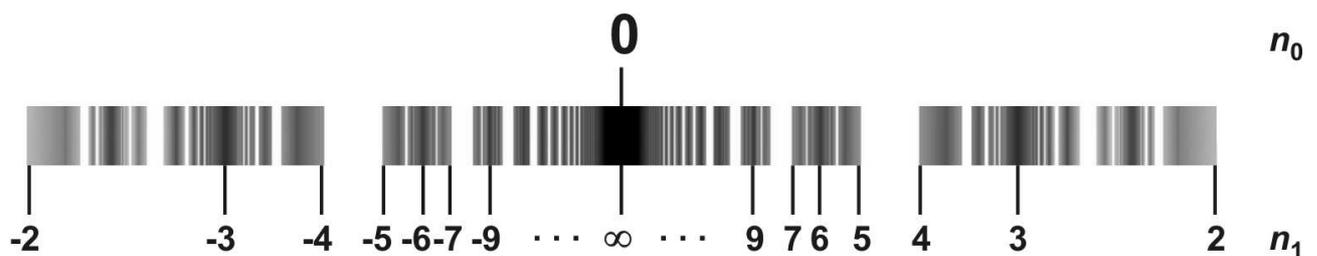
Die Teilnenner n_1 durchlaufen positive und negative ganze Zahlen. Die maximale Spektraldichte wird automatisch im Abstand von $3/2$ logarithmischen Einheiten erreicht, wobei $n_0 = 3j$, ($j = 0, 1, 2, \dots$) und $|n_1| \rightarrow \infty$. Die folgende Grafik zeigt das Spektrum der ersten Schicht $i = k = 1$ für $|n_1| = 3, 6, 9, \dots$ und $|n_0| = 0, 3, 6, \dots$ (logarithmische Darstellung):



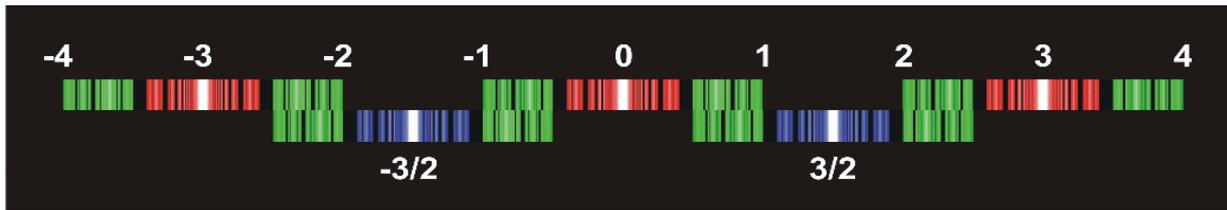
Der alternierende Kettenbruch $[2, 0; +3, -3, +3, -3, \dots]$ strebt gegen 1, der alternierende Kettenbruch $[2, 0; -3, +3, -3, +3, \dots]$ strebt gegen -1 . Als Folge sind die Spektralbereiche zwischen $|n_1| = 3 - 1$ und $|n_1| = 3 + 1$ doppelt besetzt. Je mehr Schichten $i = 1, 2, 3, \dots$ berechnet werden, desto mehr spektrale Details werden sichtbar:



Durch 3 teilbare freie Glieder $|n_0| = 3j$, ($j = 0, 1, 2, \dots$) des Kettenbruchs (3) markieren spektrale Hauptknoten, durch 3 teilbare Teilnenner $|n_{i>0}| = 3j$, ($j = 1, 2, \dots$) markieren spektrale Subknoten. Alle anderen Teilnenner $|n_i| \neq 3j$ markieren Grenzen spektraler Lücken:



Die folgende Grafik zeigt die Überlappungsbereiche des Spektrums in grüner Farbe, wobei die Kernbereiche der spektralen Hauptknoten rot bzw. blau befärbt sind:



Lokale Besonderheiten fraktaler skaleninvarianter Spektren und korrespondierende Eigenschaften von Schwingungsprozessen

In den Spektralbereichen wo die Spektraldichte ein lokales Maximum erreicht, sind Resonanzfrequenzen maximal dicht verteilt, so dass in der Nähe eines Spektralknotens fast jede Frequenz eine Resonanzfrequenz ist. Die energetische Effizienz (Wirkungsgrad) resonanter Schwingungen ist sehr hoch. Wenn also die Frequenz eines Schwingungsprozesses in unmittelbarer Nähe eines spektralen Knotens des Spektrums (6) liegt, sollte der Wirkungsgrad des Prozesses relativ hoch sein. Höchstmögliche energetische Effizienz ist im Bereich der Hauptknoten der Schicht $i = 0$ zu erwarten. Andererseits, wenn die Frequenz eines Schwingungsprozesses in einer spektralen Lücke des Spektrums (6) liegt, sollte die energetische Effizienz des Prozesses entsprechend geringer sein. Im Zentrum eines Spektralknotens schaltet die spektrale Kompression um auf Dekompression. Deshalb steigt die Wahrscheinlichkeit des Tendenzwechsels, wenn Schwingungsprozesse in die Nähe eines Spektralknotens kommen.

Müller H. Fractal Scaling Models of Resonant Oscillations in Chain Systems of Harmonic Oscillators. Progress in Physics, April 2009, Vol. 2

Das Spektrum der Protonenresonanzen

Ob Atom, Sonnensystem oder Milchstrasse – gewöhnliche Materie besteht zu über 99 Prozent ihres Volumens aus Vakuum (teilchenfreie physikalische Felder), so ungewöhnlich das auch klingen mag. Elementarteilchen, aus denen Materie besteht, sind Vakuumresonanzen, also Schwingungsknoten, Attraktoren, Singularitäten des Vakuums.

Vakuumresonanz ist einer der wichtigsten Mechanismen, die den harmonischen Aufbau der Materie in allen Maßstäben regelt – von den subatomaren Teilchen bis zu den Galaxien. Da es sich um harmonische Schwingungen handelt, spricht man auch von der Melodie der Schöpfung.

Vakuumresonanzen haben gewöhnlich eine Lebensdauer von einigen Piko- bis Nanosekunden. Allerdings kennt die Teilchenphysik auch einige wenige außergewöhnlich stabile Vakuumresonanzen, zum Beispiel das Proton und das Elektron. Ihre Lebensdauer übersteigt alles Vorstellbare. Aufwendige Experimente belegen, dass ein Proton länger als Einhunderttausend Milliarden Milliarden Milliarden (10^{32}) Jahre lebt. Wie lang ein Proton wirklich leben kann, weiss niemand. Noch kein Wissenschaftler konnte je den Zerfall eines Protons beobachten. Extrem lange leben auch Elektronen ($> 10^{22}$ Jahre).

Die außergewöhnlich hohe Lebensdauer des Protons und des Elektrons ist die Ursache dafür, dass gewöhnliche Materie aus Atomen besteht. Atome enthalten stets gleichviel Protonen und

Elektronen. Allerdings ist jedes Proton etwa 1836 mal schwerer als jedes Elektron im Atom. Deshalb stammt die Atommasse zu über 99 Prozent von den Protonen bzw. ihren angeregten Zuständen, den Neutronen. Aus diesem Grund bestimmen Protonenresonanzen den Verlauf aller Prozesse und den Aufbau aller Strukturen im Universum.

Gegenstand der Global Scaling Theorie ist das Spektrum der Eigenschwingungen von Kettensystemen, die aus Protonen bestehen. Als Spektrum von Eigenschwingungsprozessen ist es fraktal, das bedeutet lückenhaft, sich selbst ähnlich und logarithmisch skaleninvariant.

Die Global Scaling Theorie sieht in der logarithmischen Skaleninvarianz des Spektrums der Protonenresonanzen die Ursache des Global Scaling Phänomens - der logarithmischen Skaleninvarianz im Aufbau der Materie.

Basierend auf (4), kann das logarithmierte Spektrum der Protonenresonanzen durch folgenden Kettenbruch beschrieben werden:

$$\ln(f/f_p) = \varphi + N_0 + \frac{2}{N_1 + \frac{2}{N_2 + \dots + \frac{2}{N_k}}} = [N_0 + \varphi; N_1, N_2, \dots] \quad (7)$$

$f_p = 1,425486... \times 10^{24}$ Hz ist die Eigenfrequenz des Protons, f ist die Frequenz einer Protonenresonanz, der Phasenwinkel kann im Eigenschwingungsmodus nur die Werte $\varphi = \{0; 3/2\}$ annehmen, N_0 und die Teilnenner N_1, \dots sind ganze Zahlen (Quantenzahlen). Teilnenner, deren Werte ganzzahlige Vielfache von 3 sind, entsprechen Knoten im Spektrum. Alle anderen (ganzzahligen) Werte entsprechen Lückenrändern. Das Spektrum der Protonenresonanzen (7) ist das Fundamentale Fraktal der Global Scaling Theorie.

Die Global Scaling Theorie basiert auf der Quantenmetrologie des Protons. Die Werte der fundamentalen physikalischen Konstanten (Ruhemasse m_p des Protons, Plancksche Konstante h , Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c , Boltzmannsche Konstante k , elektrische Elementarladung e) und die transzendenten Zahlen $e = 2,71828...$ und $\pi = 3,14159...$ sind die einzigen physikalischen Eichparameter der Theorie.

Die Quantenmetrologie des Protons

Ruhemasse	m_p	$1,672621... \cdot 10^{-27}$ kg
Eigenwellenlänge	$\lambda_p = h / 2\pi m_p$	$2,103089... \cdot 10^{-16}$ m
Eigenfrequenz	$f_p = c / \lambda_p$	$1,425486... \cdot 10^{24}$ Hz
Eigenschwingungsperiode	$\tau_p = 1 / f_p$	$7,01515... \cdot 10^{-25}$ s
Innere Energie	$E_p = m_p c^2$	$9,38272... \cdot 10^8$ eV
Gleichgewichtstemperatur	$T_p = m_p c^2 / k$	$1,08881... \cdot 10^{13}$ K
Elektrische Ladung	e_p	$1,6021764... \cdot 10^{-19}$ C

Das Fundamentale Fraktal beschreibt also nicht nur das Spektrum der Protonenresonanz-Frequenzen, sondern auch das Protonenresonanz-Periodenspektrum, -Energiespektrum, -Massespektrum, -Geschwindigkeitsspektrum, -Temperaturspektrum, -Druckspektrum, -Ladungsmengenspektrum u.s.w.

Die physikalischen Eigenschaften des Protons definieren die Eichmaße der Global Scaling Theorie, die in der Global Scaling Analyse von Messdaten verwendet werden:

Physikalische Messgröße	Formel	Eichmaß
Masse	m_p	1,67262171 $1,67262145 \cdot 10^{-27}$ kg
Geschwindigkeit	c	$2,99792458 \cdot 10^8$ m/s
Ladungsmenge	e	1,602176525 $1,602176399 \cdot 10^{-19}$ C
Wellenlänge	$\lambda_p = h / 2\pi m_p$	2,1030892566 $2,1030889200 \cdot 10^{-16}$ m
Frequenz	$f_p = c / \lambda_p$	1,42548636502 $1,42548613694 \cdot 10^{24}$ Hz
Zeit	$\tau_p = 1 / f_p$	7,01515064992 $7,01514952749 \cdot 10^{-25}$ s
Energie	$E_p = m_p c^2$	1,50327742 $1,50327719 \cdot 10^{-10}$ J
Temperatur	$T_p = m_p c^2 / k$	1,08882027571 $1,08881639695 \cdot 10^{13}$ K
Kraft	$F_p = m_p c^2 / \lambda$	7,14794990157 $7,14794764678 \cdot 10^5$ N
Druck	$P_p = F_p / \lambda_p^2$	1,61609255388 $1,61609152693 \cdot 10^{37}$ N/m ²
Elektrische Stromstärke	$I_p = e f_p$	2,2838807907 $2,2838802457 \cdot 10^5$ A
Elektrische Spannung	$U_p = E_p / e$	9,3827210591 $9,3827188627 \cdot 10^8$ V
Ohmscher Widerstand	$R_p = U_p / I_p$	4,1082368818 $4,1082349398 \cdot 10^3$ Ω
Elektrische Kapazität	$C_p = e / U_p$	1,7075823633 $1,7075818293 \cdot 10^{-28}$ F

Global Scaling Methoden der Forschung und Entwicklung

Global Scaling Analyse

Die Global Scaling Analyse beginnt mit der Lokalisierung reproduzierbarer Messwerte im entsprechend geeichten Protonenresonanzspektrum. Rechnerisch besteht diese erste Etappe der Global Scaling Analyse aus folgenden Schritten:

1. Man dividiert den Messwert durch das entsprechende Protonen-Eichmaß.
Beispiel: GS-Analyse der Wellenlänge $\lambda = 540$ nm:

$$\lambda / \lambda_p = 540 \cdot 10^{-9} \text{ m} / 2,103089... \cdot 10^{-16} \text{ m} = 2,56765... \cdot 10^9$$

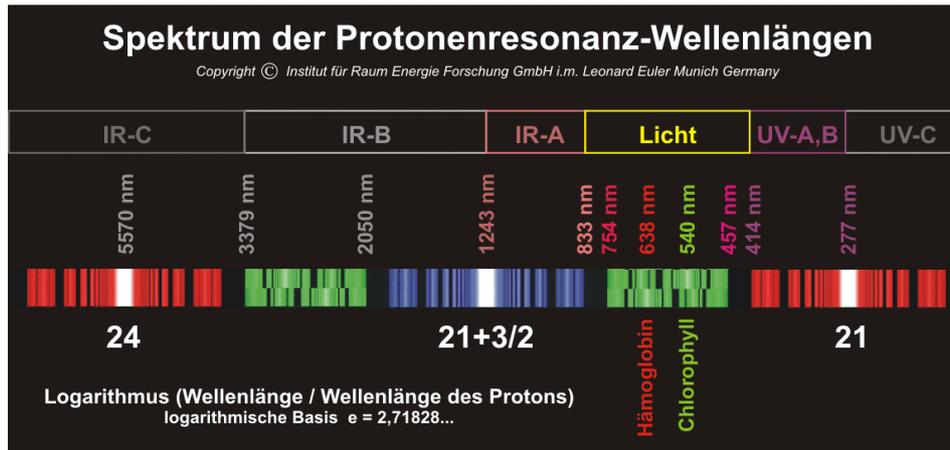
2. Man logarithmiert das Ergebnis zur Basis $e = 2,71828...$:

$$\ln (2,56765... \cdot 10^9) = 21,666...$$

3. Man zerlegt den Logarithmus in einen Global Scaling Kettenbruch:

$$21,666... = 0 + 21 + 2/3 = [21+0; 3]$$

Der Phasenwinkel φ und die Quantenzahlen N_0, N_1, \dots geben Auskunft über die Platzierung des Messwertes im Fundamentalen Fraktal. In unserem Beispiel ist $\varphi = 0$, $N_0 = 21$ und $N_1 = 3$. Das bedeutet, die Wellenlänge 540 nm befindet sich in der Nähe des Subknotens 3 des Knotenbereiches 21 im Spektrum der Protonenresonanz-Wellenlängen. Die Wellenlänge 540 nm ist demnach mit hoher Wahrscheinlichkeit eine Protonensubresonanz-Wellenlänge. Die folgende Grafik veranschaulicht diese Platzierung:



Das sichtbare Licht belegt den Grünen Bereich (Bereich hoher Komplexität des Prozessverlaufs und hoher Beeinflussbarkeit / Sensibilität) zwischen den Protonenresonanzen $[24+3/2]$ und $[21]$. Das Reflexionsmaximum für eukariotische Zellen bei 1250 nm und das Absorptionsmaximum für prokariotische Zellen bei 280 nm sind also mit hoher Wahrscheinlichkeit Protonenresonanz-Wellenlängen.

Die Platzierung von reproduzierbaren Messwerten im Fundamental Fraktal gibt Aufschluss über den Zustand eines Systems oder das Stadium eines Prozesses. Liegen die prozessrelevanten Messwerte in einer Lücke des Fundamental Fraktals, so befindet sich der Prozess mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht im Protonenresonanzmodus und durchläuft mit hoher Wahrscheinlichkeit eine laminare Phase.

Liegen die prozessrelevanten Messwerte in der Nähe eines Knotens (Ort hoher Spektraldichte) im Fundamental Fraktal, so befindet sich der Prozess mit hoher Wahrscheinlichkeit im Protonenresonanzmodus und durchläuft mit hoher Wahrscheinlichkeit eine turbulente Phase. Verweilen die prozessrelevanten Messwerte in der Nähe eines Knotens, so befindet sich der Prozess mit hoher Wahrscheinlichkeit in einer relativ frühen Phase seiner Entwicklung. Stabilisieren sich die prozessrelevanten Messwerte am Rand eines Knotenbereiches bzw. am Rand einer Lücke im Fundamental Fraktal, so befindet sich der Prozess mit hoher Wahrscheinlichkeit in einer relativ späten Phase seiner Entwicklung.

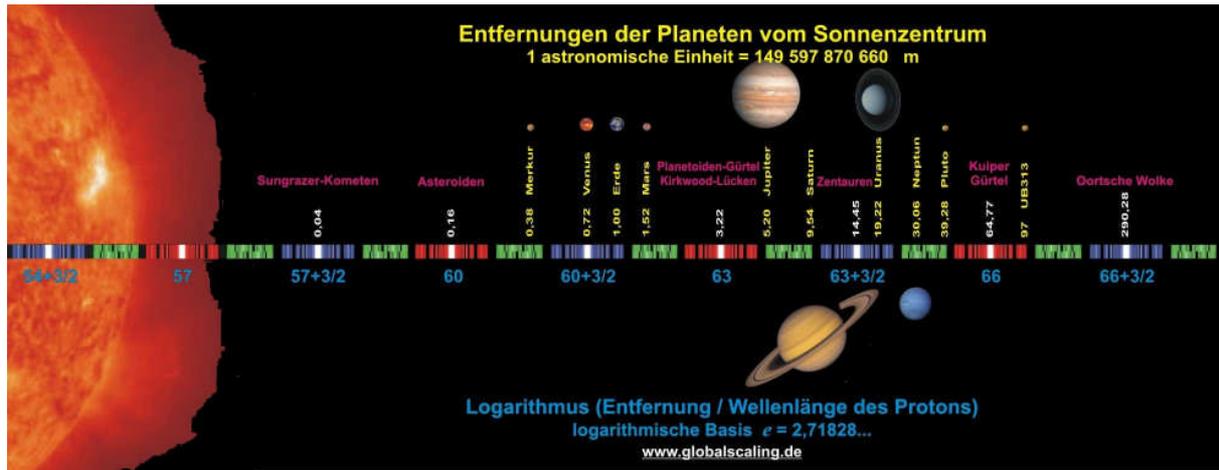
Die zweite Etappe der Global Scaling Analyse beinhaltet deshalb die Bestimmung des Zustandes eines Systems oder des Stadiums eines Prozesses in Abhängigkeit von der Platzierung der reproduzierbaren Messwerte im Fundamental Fraktal. Die folgende Tabelle beschreibt diesen Zusammenhang:

Platzierung der Messwerte im FF	zu erwartende Prozesseigenschaften
Knoten / Subknoten	hohe Eigenresonanzfähigkeit turbulenter Prozessverlauf hohe Fluktuationswahrscheinlichkeit hohe Wahrscheinlichkeit des Tendenzwechsels hohe innere Ereignisdichte hohe energetische Effizienz Materie- und Ereignis-Attraktor geringe Beeinflussbarkeit / geringe Sensibilität junges Entwicklungsstadium
Lücken / Sublücken	niedrige Eigenresonanzfähigkeit laminarer Prozessverlauf geringe Fluktuationswahrscheinlichkeit geringe Wahrscheinlichkeit des Tendenzwechsels geringe innere Ereignisdichte hohe Beeinflussbarkeit / hohe Sensibilität spätes Entwicklungsstadium
Grüne Bereiche	hohe Komplexität des Prozessverlaufs komplexe innere Ereignisstruktur komplexer Verlauf der Fluktuationsintensität laminarer Prozessverlauf mit schwachen Turbulenzen hohe Beeinflussbarkeit / hohe Sensibilität mittleres Entwicklungsstadium
Lückenränder	Beginn der Kompression der Ereignisdichte Ende der Dekompression der Ereignisdichte Beginn / Abbruch einer Ereigniskette Limit einer Entwicklung Evolution Attraktor hohes Entwicklungsstadium

Bewegen sich im Verlaufe eines Prozesses prozessrelevante reproduzierbare Messwerte durch das Fundamentale Fraktal, so ändert sich der Charakter des Prozesses mit hoher Wahrscheinlichkeit. Die folgende Tabelle beschreibt diesen Zusammenhang:

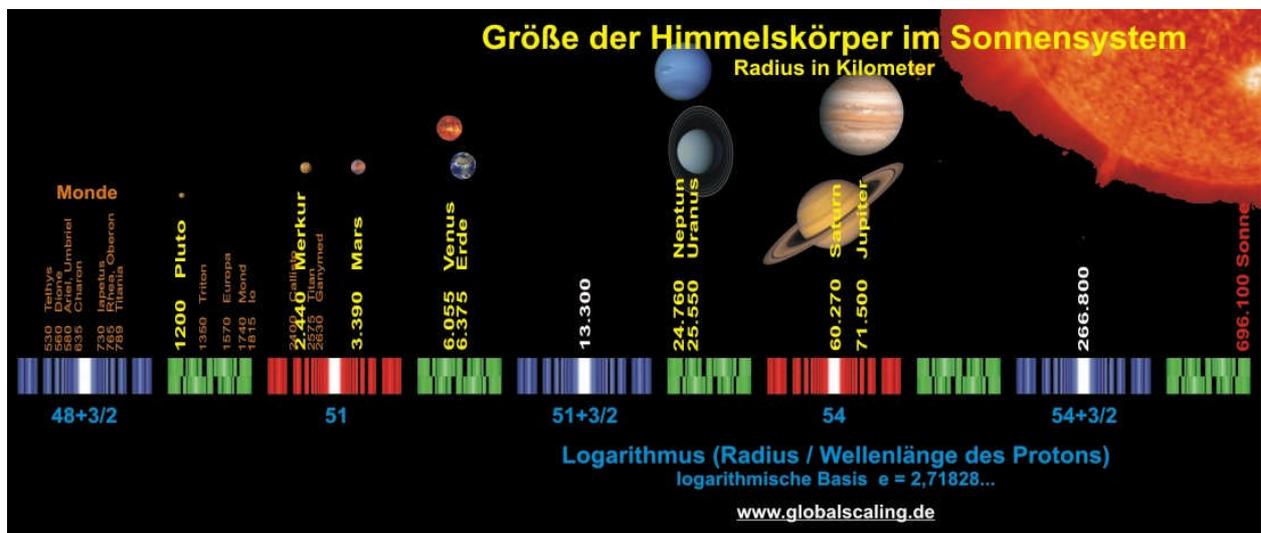
Bewegungsrichtung des Messwertes im FF	zu erwartende Prozesseigenschaften
steigende Spektraldichte (Kompression)	steigende Fluktuationswahrscheinlichkeit steigende Turbulenzwahrscheinlichkeit steigende Wahrscheinlichkeit des Tendenzwechsels steigende energetische Effizienz steigende innere Ereignisdichte steigende Komplexität des Prozessverlaufs steigende Eigenresonanzfähigkeit hohe Fusionswahrscheinlichkeit
fallende Spektraldichte (Dekompression)	fallende Fluktuationswahrscheinlichkeit fallende Turbulenzwahrscheinlichkeit fallende Wahrscheinlichkeit des Tendenzwechsels fallende energetische Effizienz fallende innere Ereignisdichte fallende Komplexität des Prozessverlaufs fallende Eigenresonanzfähigkeit hohe Wahrscheinlichkeit des Materiezerfalls

Analyse-Beispiel: Entfernungen der Planeten vom Sonnenzentrum



Für diese GS-Analyse wird das Protonen-Eichmaß $\lambda_p = 2,103089... \cdot 10^{-16}$ m verwendet. Venus ist der einzige Planet im Sonnensystem, dessen mittlere Entfernung vom Sonnenzentrum in unmittelbarer Nähe eines Knotens im Spektrum der Protonenresonanz-Wellenlängen liegt. Deshalb ist mit einer hohen Fluktuationswahrscheinlichkeit der Orbitalbewegung der Venus zu rechnen, was den extrem ausgeprägten Vulkanismus (über 1600 Vulkane) auf Venus erklären könnte. Zudem ist die Platzierung in der Nähe eines Knotens typisch für ein relativ frühes Stadium der Entwicklung. Das bedeutet, hinsichtlich ihres Orbits repräsentiert die Venus ein relativ junges Stadium, die Erde ein mittleres und Mars bzw. Merkur ein relativ spätes Stadium. Typisch für Asteroiden und Planetoiden ist eine Verteilung in Knotennähe, also in Bereichen hoher Turbulenzwahrscheinlichkeit. Diese Platzierung bedeutet, dass Planetoiden-Gürtel ein relativ junges Stadium der Orbitalevolution repräsentieren und dass ihre Population stark fluktuiert. Der Knoten [63] markiert die Grenze zwischen der Welt der festen Planeten und der Welt der Gasriesen. Insofern ist Pluto mit hoher Wahrscheinlichkeit ein orbitalälteres Objekt des Kuiper-Gürtels. Der Zwergplanet UB313 befindet sich in einem jüngeren Stadium der Orbitalevolution als Pluto. Jupiter und Saturn befinden sich in einem sehr alten Stadium der Orbitalevolution. Uranus repräsentiert ein jüngeres Stadium der Orbitalevolution als Neptun.

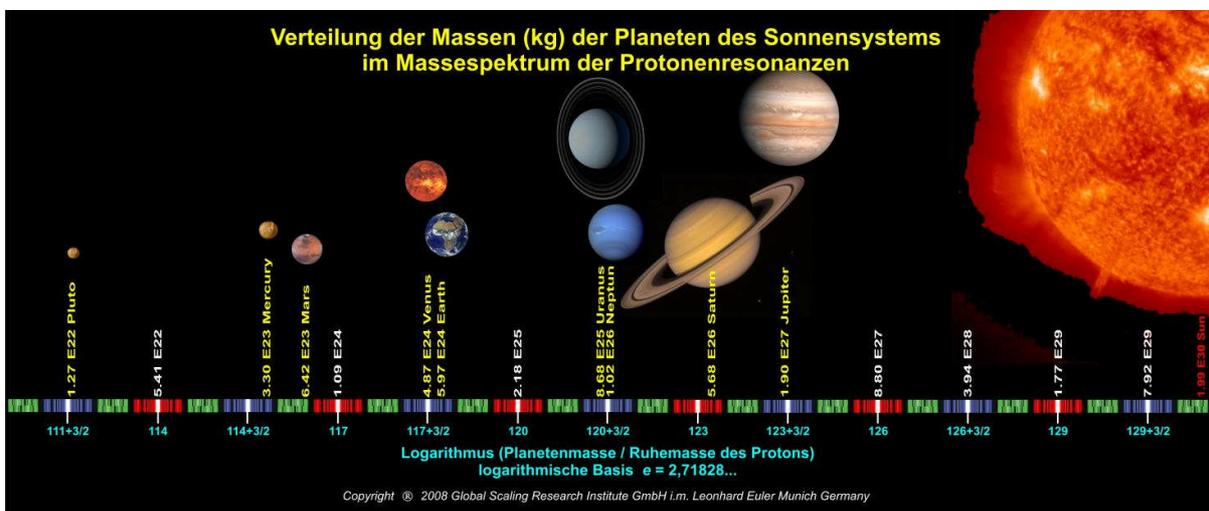
Analyse-Beispiel: Größe der Planeten und Monde des Sonnensystems



Für diese GS-Analyse wird das Protonen-Eichmaß $\lambda_p = 2,103089... \cdot 10^{-16}$ m verwendet. Saturn und Jupiter befinden sich in einem relativ jungen Stadium der Evolution ihrer Größe. Saturn befindet sich knapp rechts neben dem Knoten [54], Jupiter etwas weiter rechts. Daher werden Saturn und Jupiter mit hoher Wahrscheinlichkeit noch wesentlich größer werden. Uranus und Neptun repräsentieren ein wesentlich späteres Stadium der Evolution der Gasriesen als Jupiter und Saturn.

Der Knoten [51+3/2] trennt die Welt der festen Planeten von der Welt der Gasriesen im Sonnensystem. Merkur und Mars repräsentieren ein relativ junges Stadium der Größenevolution, Pluto ein wesentlich älteres. Das trifft auch für unseren Mond zu sowie für den Neptunmond Triton und die Jupitermonde Europa und Io. Die Sonne befindet sich in einem relativ späten Stadium der Evolution ihrer Größe. Mit hoher Wahrscheinlichkeit wird die Sonne größer werden, wobei sich ihr Zustand bis zu einem Radius von maximal [54+3/2; 2] ≈ 725260 km mit hoher Wahrscheinlichkeit nicht wesentlich ändern wird.

Analyse-Beispiel: Massen der Planeten des Sonnensystems



Für diese GS-Analyse wird das Protonen-Eichmaß $m_p = 1,672621... \cdot 10^{-27}$ kg verwendet. Im Vergleich zu dem sie umgebenden kosmischen Raum sind Himmelskörper (Sterne, Planeten, Monde, Asteroiden) komprimierte Materie, die zu über 99 Prozent ihrer Masse aus Nukleonen bestehen. Deshalb ist zu erwarten, dass die Verteilung der Himmelskörper im Massespektrum der Protonenresonanzen nicht zufällig ist. Die Grafik veranschaulicht diese Tatsache.

Die Massen der Planeten Pluto, Merkur, Venus, Erde, Neptun, Uranus, Jupiter und Saturn befinden sich in der Nähe von Hauptknoten im Spektrum der Protonenresonanzen. Dennoch sind einige Besonderheiten zu erkennen: Venus und Jupiter befinden sich direkt in Hauptknoten, andere Himmelskörper dagegen mehr oder weniger weit entfernt. Insbesondere trifft das auf die Lage der Sonne und des Mars zu, die sich in grünen Bereichen etabliert haben.

Die Platzierung der Massen im FF erlaubt es nun, die Dynamik der Schwingungsprozesse im Inneren der Himmelskörper zu bestimmen.

Zum Beispiel, die Schwingungsprozesse im Inneren des Planeten Venus sind mit hoher Wahrscheinlichkeit turbulent, was durch die extremale seismische Aktivität des Planeten zum Ausdruck kommt. Die seismische Aktivität der Erde ist bedeutend geringer, und auf dem Mars ist sie praktisch nicht vorhanden. Die Sonne durchläuft ein relativ ruhiges Stadium der Sternevolution, ihre Masse liegt im laminaren grünen Bereich des Spektrums der Protonenresonanzen. Im Gegenteil, die Schwingungsprozesse im Inneren der Gasgiganten

Analyse-Beispiel: Das Fundamentale Zeitfraktal



Für diese GS-Analyse wird das Protonen-Eichmaß $\tau_p = 7,01515... \cdot 10^{-25}$ s verwendet. Das Spektrum der Protonenresonanz-Perioden ist das Fundamentale Zeitfraktal der Global Scaling Theorie. Knoten im Zeitfraktal markieren mit hoher Wahrscheinlichkeit wichtige Wendepunkte im Verlauf eines jeden Prozesses, unabhängig von seiner Natur.

Im Alter von 7 Tagen nistet sich die befruchtete Eizelle in der Gebärmutter ein, ab dem 33. Tag separiert sich das Gehirn vom Rückenmark, zum 5. Monat bildet sich die Hirnrinde heraus. Gleichfalls finden 7 Tage und 33 Tage nach der Geburt, im Alter von ca. 5 Monaten, 2 Jahren, 8 Jahren und 37 Jahren wesentliche physiologische Veränderungen im Leben eines Menschen oder Tieres statt.

Zudem markieren Knoten bzw. Subknoten im Fundamentale Zeitfraktal statistische Limits der Gerontologie, aber auch prominente Garantiefrieten und Grenzen von Versicherungsleistungen, populäre Wartungsintervalle von Maschinen sowie Maxima in Produktausfall-Verteilungen (Badewannekurven).

Global Scaling Optimierung

Die Global Scaling Optimierung beginnt mit der Global Scaling Analyse. Ausgehend von der aktuellen Platzierung reproduzierbarer prozessrelevanter Messwerte im Fundamentalen Fraktal formuliert der Anwender Empfehlungen hinsichtlich einer besseren Platzierung, um gewünschte Prozesseigenschaften mit hoher Wahrscheinlichkeit zu erzielen.

Global Scaling Prognose

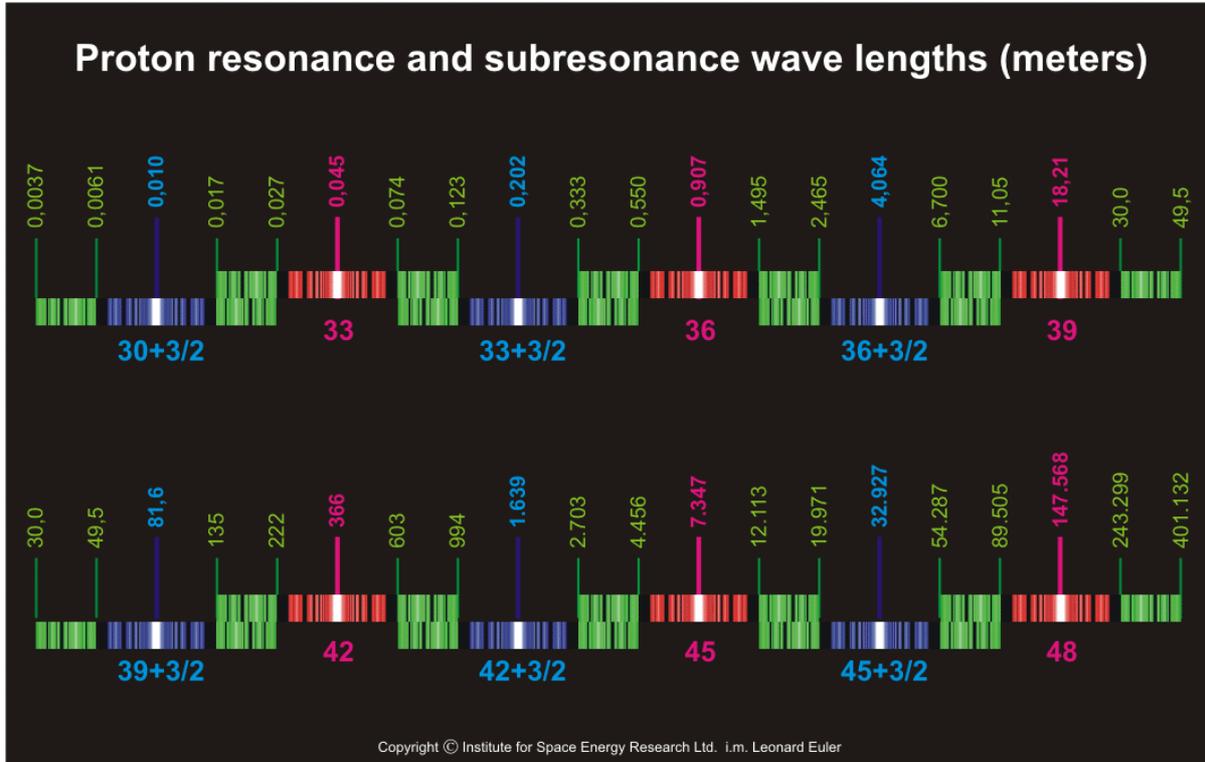
Die Global Scaling Prognose beginnt mit der Global Scaling Analyse. Ausgehend von der aktuellen Platzierung reproduzierbarer prozessrelevanter Messwerte im Fundamentalen Fraktal formuliert der Anwender Aussagen hinsichtlich des mit hoher Wahrscheinlichkeit zu erwartenden Prozessverlaufs.

Die Global Scaling Methoden der Forschung und Entwicklung sind Inhalt der Ausbildung in Global Scaling® am Global Scaling Research Institute GmbH in memoriam Leonhard Euler.

Weitere Informationen zur Ausbildung finden Sie auf der Homepage der Global Scaling Research Institute GmbH im Internet www.globalscaling.de

mitochondrialen Energieproduktion, zur Beschleunigung der Wundheilung und der Zellregeneration. Das *ProtoLight* System wird auch in der Veterinärmedizin erfolgreich angewendet, denn das protonenresonanz-modulierte Licht wirkt auf zellbiologischer Ebene. *ProtoLight*[®] ist ein geschütztes Warenzeichen.

Global Scaling in der Architektur



Die Grafik veranschaulicht das Spektrum der Protonenresonanz Wellenlängen im Bereich von 3,7 Millimeter bis 401,132 Meter.

Protonenresonanzen determinieren das Schwingungsverhalten materieller Konstruktionen, weil Materie zu über 99 Prozent ihrer Masse aus Nukleonen (Protonen und Neutronen) besteht.

Beispiel: Die Stabilität von Konstruktionen

Befinden sich belastungsrelevante Maße einer Konstruktion in der Nähe von Protonenresonanz-Wellenlängen, stellt das eine Gefahr für die Stabilität und Lebensdauer der Konstruktion dar, insbesondere unter periodischer Belastung.

Aus diesem Grund definiert das Spektrum der Protonenresonanz-Wellenlängen ein Spektrum von Grenzwerten für belastungsrelevante Maße einer Konstruktion in Abhängigkeit vom verwendeten Material und der Bautechnologie.

Beispiel: Raum für Menschen

Menschen betreten Gebäude und Räume periodisch. Deshalb generieren ihre Bewegungen Schwingungsprozesse. Die Perioden dieser Schwingungsprozesse liegen zwischen einigen Minuten und Tagen. Die Geschwindigkeiten dieser Bewegungsprozesse werden durch die

Rhythmen der menschlichen Physiologie bestimmt. Diese Rhythmen basieren auf Protonen-Resonanz.

Die zeitlich periodischen Komponenten menschlicher Bewegungsabläufe innerhalb eines Gebäudes oder eines Raumes basieren also ebenfalls auf Protonen-Resonanz. Deshalb ist es möglich, durch Global Scaling Analyse der Gebäude- oder Raummaße grundlegende Eigenschaften solcher Bewegungsabläufe, wie Turbulenz oder Laminarität, zu bestimmen bzw. zu prognostizieren.

Auf diese Weise können Räume konzipiert werden, in denen sich Menschen (oder Tiere) wohlfühlen bzw. Bedingungen vorfinden, die bestimmte Arten von Tätigkeiten unterstützen.