



Impedanz, Admittanz und Reaktanz

Der komplexe Widerstand

Seite
1 von 1

© 2002, 2003 Prof. Dr.-Ing. T. Harriehausen

Version 2
12.10.2003

Betrachtet wird nachfolgend ein **beliebiger passiver Zweipol** mit den im **Verbraucherzählpfeilsystem (VZS)** eingetragenen Klemmengrößen \underline{U} und \underline{I} .

Die Impedanz

Die **Impedanz** \underline{Z} (auch „**komplexer Widerstand**“) eines Zweipols ist definiert als $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$.

Mit der Darstellung der Klemmengrößen als **rotierende Effektivwertzeiger**

$$\underline{U}(t) = U \cdot e^{j(\omega t + \varphi_{0u})} \quad \text{und} \quad \underline{I}(t) = I \cdot e^{j(\omega t + \varphi_{0i})}$$

$$\text{folgt } \underline{Z} = Z \cdot e^{j\varphi_Z} = \frac{U \cdot e^{j(\omega t + \varphi_{0u})}}{I \cdot e^{j(\omega t + \varphi_{0i})}} = \frac{U}{I} \cdot e^{j(\varphi_{0u} - \varphi_{0i})} = \frac{U}{I} \cdot e^{j\varphi}$$

Die Impedanz ist eine **nicht zeitabhängige Größe**, die durch einen **tatsächlich stillstehenden Zeiger** repräsentiert werden kann. Sie fasst die beiden Kenngrößen eines linearen, zeitinvarianten passiven Zweipols, den **reellen Scheinwiderstand** Z und die **reelle Phasenverschiebung** φ , zu einer **komplexen Kenngröße** zusammen. Im allgemeinen ist \underline{Z} eine Funktion der Kreisfrequenz ω .

$$\text{Es gilt } Z = |\underline{Z}| = \frac{U}{I} \geq 0 \quad \text{und} \quad \varphi_Z = \arg(\underline{Z}) = \varphi \quad \text{mit} \quad -\pi/2 \leq \varphi_Z \leq \pi/2$$

Die Admittanz

Die **Admittanz** \underline{Y} (auch „**komplexer Leitwert**“) eines Zweipols ist der Kehrwert seiner Impedanz. Die Admittanz ist also ebenfalls eine **nicht zeitabhängige, komplexe Größe**, die ebenfalls durch einen **tatsächlich stillstehenden Zeiger** repräsentiert werden kann.

$$\underline{Y} = Y \cdot e^{j\varphi_Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{1}{Z \cdot e^{j\varphi_Z}} = \frac{1}{Z} \cdot e^{-j\varphi_Z}$$

$$\text{Also gilt } Y = |\underline{Y}| = \frac{1}{Z} = \frac{I}{U} \geq 0 \quad \text{und} \quad \varphi_Y = \arg(\underline{Y}) = -\varphi_Z = -\varphi \quad \text{mit} \quad -\pi/2 \leq \varphi_Y \leq \pi/2$$

Impedanz- und Admittanz-Zeiger dürfen nicht innerhalb eines Zeigerbildes gemischt werden!

Die Reaktanz

Die **Reaktanz** X (auch „**Blindwiderstand**“) eines Zweipols¹ **ist der Imaginärteil seiner Impedanz**. Die Reaktanz ist also eine **reelle Größe**, die **auch negative Werte annehmen kann**. Allgemein gilt $\underline{Z} = R + jX$, also $X = \text{Im}(\underline{Z}) = Z \cdot \sin \varphi_Z$.

$$\text{Weiterhin gilt } Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2} \quad \text{und} \quad \varphi_Z = \varphi = \arctan \frac{X}{R}$$

Beispiel

Betrachtet wird eine RC-Reihenschaltung. Für sie gilt:

$$\underline{Z}(\omega) = R + \frac{1}{j\omega C} = R - j \frac{1}{\omega C}, \quad \text{also } X(\omega) = -\frac{1}{\omega C}; \quad Z(\omega) = \sqrt{R^2 + \left(-\frac{1}{\omega C}\right)^2} = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}$$

$$\underline{Y}(\omega) = \frac{1}{\underline{Z}(\omega)} = \frac{1}{R - j \frac{1}{\omega C}} = \frac{R}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} + j \frac{\frac{1}{\omega C}}{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}, \quad Y(\omega) = \frac{1}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

¹ Den Realteil $R = \text{Re}(\underline{Z}) = Z \cos \varphi_Z$ der Impedanz \underline{Z} nennt man „Resistanz“ oder auch „**Wirkwiderstand**“.