

Hadley-Zelle

Anne Dallmeyer

Meteorologisches Seminar
SS2006

ABSTRACT

Die Hadley-Zirkulation wird phänomenologisch beschrieben. Einfache mathematische Erfassungen werden anhand des Held und Hou - Modells für ein nahezu reibungsfreies Fluid skizziert und eine mögliche Lösung dargestellt. Zu deren Verifikation findet ein Vergleich mit numerischen Lösungen unter der Annahme verschiedener Viskositäten statt. Probleme und ihre Auswirkungen in komplizierteren Modellen werden gezeigt.

1. Einleitung

Die Hadley-Zirkulation ist eine planetarische, thermisch bedingte Vertikalzirkulation zwischen dem Subtropen-Hochdruckgürtel und der äquatorialen Tiefdruckrinne. In Beobachtungen ist sie recht gut zu erfassen, zeigen doch Wolkenkonvektion, Lage des Subtropenjets oder die permanent wehenden Passatwinde stets die Ausdehnung der Zelle an. Die mathematische Beschreibung ist jedoch weitaus komplizierter, sodass Modelle und Theorien entwickelt wurden, die oft mit sehr einfachen Gleichungen und vielen Einschränkungen auskommen müssen. Erstaunlicherweise führen diese Modelle qualitativ trotzdem meist zu sehr guten Ergebnissen.

In dieser Ausarbeitung wird die Hadley-Zirkulation zunächst rein phänomenologisch beschrieben (Kapitel 2.). Im Kapitel 3 folgt die Darstellung einfacher theoretischer Modelle. Hierbei wird vor allem auf das Modell von Held und Hou eingegangen (3.1). Nach der Auflistung der verwendeten Annahmen und Gleichungen werden mögliche Lösungswege skizziert, wobei kurz auf das Hide'sche Theorem eingegangen wird. Anschließend an einen Vergleich mit numerischen Lösungen und die Diskussion möglicher Probleme folgt ein Ausblick auf realistischere Modelle (3.2). Im Kapitel 4 werden die Ergebnisse zusammengefasst.

2. Phänomenologische Beschreibung

Die mit der geographischen Breite variable Strahlungsbilanz bewirkt ein permanentes Temperaturgefälle zwischen den äquatorialen und den polaren Gebieten der Erde. Zum Ausgleich muss ein meridionaler Energietransport stattfinden, der sowohl über die Ozeane als auch über die Atmosphäre erfolgt. Beobachtungen zeigen, dass diese thermisch angeregte Zirkulation jedoch nicht von den Tropen bis zu den Polen reicht, sondern nur bis ca. 30° geographischer Breite realisiert ist. Diese Strömung wird Passatzirkulation oder auch Hadley-Zirkulation genannt und in einfachen, idealisierten Beschreibungen als eine geschlossene Zelle angesehen.

Im Bereich des Subtropen-Hochdruckgürtels sinkt trockene Luft ab (absteigender Ast der Hadley-Zelle) und fließt bodennah in den sogenannten Passatwinden zum Äquator. Dabei

nimmt sie vor allem über den Ozeanen große Mengen an thermischer Energie in Form von fühlbarer und latenter Wärme auf. Im Bereich der äquatorialen Tiefdruckrinne (ITC) wird sie durch Konvergenz zum Aufsteigen gezwungen, was schnell zu Sättigung und anschließender Kondensation führt. Folglich ist der aufsteigende Ast der Hadley-Zelle durch starke Quellbewölkung und ergiebige konvektive Niederschläge geprägt (tropische Regenzone). Die Energie wird über die Konvektion in die polwärts gerichteten Höhenströme (Antipassate) eingeführt. Der mit ihnen vollzogene Energietransfer erfolgt sowohl über einen Wärme- als auch über einen Drehimpulstransport, denn aus der Äquaturnähe stammende Luftpakete haben infolge des größeren Abstandes zur Rotationsachse einen stärkeren Drehimpuls als die Luft der Höheren Breiten. Auf dem Weg zu den Polen kühlt die Luft ab und sinkt.

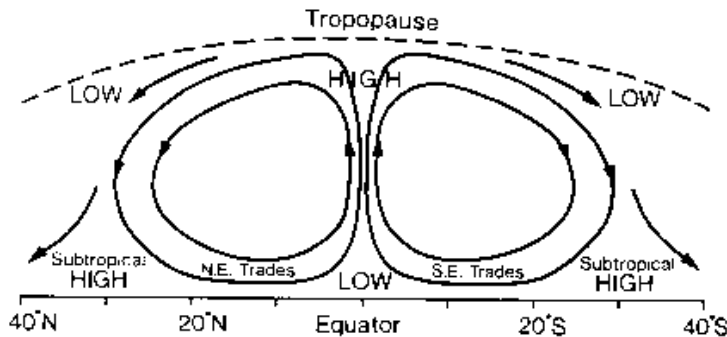


Abb.1:
Schematische
Darstellung der
Hadley-Zelle

Für die Begrenzung der Hadley-Zelle ist die Corioliskraft verantwortlich. Sie lenkt die zunächst meridional gerichteten Antipassate mit wachsender Entfernung vom Äquator zunehmend wirksamer ab, bis diese im Bereich von 30° geographischer Breite zu einer zonal gerichteten Westströmung werden. Die äquatorwärts wehenden Passate erfahren gleichermaßen eine Rechts-Ablenkung, sodass sie aus östlicher Richtung zum Äquator strömen.

Ein großer Teil des meridionalen Temperaturgefälles wird innerhalb der Hadley-Zelle weitgehend abgebaut. Durch ihre Begrenzung erfolgt dieser Ausgleich jedoch nicht über die gesamte Hemisphäre, wodurch sich der Temperaturgegensatz der anschließenden Zonen auf einen relativ schmalen und dadurch stark baroklinen Bereich verdichtet. In dieser Zone findet der weitere meridionale Energietransport durch horizontale zyklonale und antizyklonale Wirbel statt, die durch die Instabilitäten der oberen Westwindströmung ausgelöst werden.

Die hier beschriebene Darstellung der Hadley-Zelle skizziert nur grob die Druck-, Temperatur- und Windverhältnisse als Folge der geometrischen Verteilung der Einstrahlungsverhältnisse.

3. Entwicklung einfacher Modelle

Bei den nachfolgenden Modellen wird von einer rein symmetrischen Zirkulation ausgegangen. Atmosphärische Felder sind eigentlich weit entfernt von der zonalen Symmetrie, zumal die Einstrahlung durch den Jahresgang der Sonne hemisphärenasymmetrisch erfolgt. Es ist trotzdem sinnvoll, eine zonal gemittelte Zirkulation zu betrachten, denn dadurch können signifikante Bewegungen, wie z.B. die Passatwinde, sehr gut beschrieben werden. Erste Erklärungsversuche stammten von Hadley (1735), dessen Theorie in anschließenden Modellen (z.B. von Ferrel (1856), Thompson (1857) oder Schneider/Lindzen (1977)) stets verbessert, mit neuen Ideen bestückt und weiterentwickelt wurde. Im Folgenden beschränke ich mich aber auf die Erklärung des Modells von Held und Hou (1980), da es trotz recht einfacher Prinzipien zu sehr bemerkenswerten Ergebnissen führt.

3.1 Das Modell von Held und Hou (1980)

Held und Hou analysierten die Struktur einiger symmetrischer Zirkulationen in einem stabil geschichteten, differentiell geheizten, rotierenden Boussinesq-Fluid. Sie entwickelten ein Modell, das sowohl die meridionale Ausdehnung der Hadley-Zelle und damit die Lage des Subtropenjets als auch den gesamten polwärts gerichteten Wärmefluss abschätzen kann. Auch die Verteilung der Ost- bzw. Westwinde an der Oberfläche können dargestellt werden.

Im Modell ist die Troposphäre im Wesentlichen in zwei Schichten unterteilt: die bodennahe steht unter Reibungseinfluss, die höhere ist reibungsfrei. Es basiert hauptsächlich auf dem Prinzip der Drehimpulserhaltung und der Erhaltung der potentiellen Temperatur.

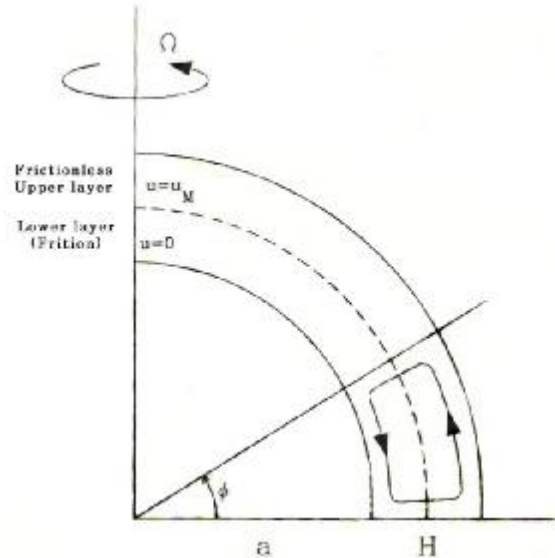


Abb.2: Schematische Darstellung des Held- und Hou- Modells

3.1.1 Voraussetzungen/Annahmen

Wesentliche Voraussetzung für die Modellberechnungen ist die Beschränkung auf ein nahezu reibungsfreies Fluid, sodass die Drehimpulserhaltung gewährleistet ist. Barokline wie auch barotrope Instabilitäten werden unterdrückt. Dazu nehmen Held und Hou die Strahlungseinflüsse und die Bodenbedingungen beide als achsensymmetrisch, also unabhängig vom Längengrad, an. Sämtliche Flüsse dürfen den Äquator nicht kreuzen. Außerdem gehen die diabatische Wärmezufuhr und die Reibungskräfte nur stark idealisiert in das Modell mit ein.

Der meridionale Fluss wird durch die Strahlung angetrieben. Als interne Mischungsprozesse im kleinskaligen Bereich werden nur ein linearer vertikaler Wärme- und Impulsaustausch angenommen, wobei die Diffusivität als konstant vorausgesetzt wird.

3.1.2 Gleichungen

Bewegungsgleichungen (stationär):

$$0 = -\mathbf{\bar{v}} \cdot (\mathbf{v}u) + fv + \frac{uv \tan \alpha}{a} + \frac{\partial}{\partial z} \left(n \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$0 = -\mathbf{\bar{v}} \cdot (\mathbf{v}v) - fu + \frac{u^2 \tan \alpha}{a} - \frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial \alpha} + \frac{\partial}{\partial z} \left(n \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$0 = -\mathbf{\bar{v}} \cdot (\mathbf{v}\Theta) - \frac{(\Theta - \Theta_E)}{t} + \frac{\partial}{\partial z} \left(n \frac{\partial \Theta}{\partial z} \right)$$

Kontinuitätsgleichung: $0 = -\mathbf{\bar{v}} \cdot \mathbf{v}$

Hydrostatische Grundgleichung: $\frac{\partial \Phi}{\partial z} = g \frac{\Theta}{\Theta_0}$

Θ_E ist gegeben durch:
$$\frac{\Theta_E(q, z)}{\Theta_0} = 1 - \frac{2}{3} \Delta_H P_2(\sin q) + \Delta_V \left(\frac{z}{H} - \frac{1}{2} \right)$$

Hinzu kommen die Randbedingungen:

An der oberen Grenzschicht ($z=H$) existieren keine Scherspannungen:

$$w = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{\partial v}{\partial z} = \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0$$

Am Boden ($z=0$) sind die Spannungen proportional zum Oberflächenwind:

$$w = 0, \quad \frac{\partial \Theta}{\partial z} = 0, \quad n \frac{\partial u}{\partial z} = C u, \quad n \frac{\partial v}{\partial z} = C v$$

mit:

t : Strahlungs- 'damping-time' (konstant)

\mathbf{v}
 $\mathbf{v} = (v, w)$ Geschwindigkeit

$\nabla = \left(\frac{1}{a \cos q} \cdot \frac{\partial \cos q}{\partial q}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$, (Gradient in der meridional-vertikalen Ebene)

Θ : potentielle Temperatur, (Θ_0 : globaler Durchschnitt der Gleichgewichtstemperatur (Θ_E))

n : Viskosität

C : Reibungskoeffizient (konstant)

Δ_H, Δ_V : dimensionslose Konstanten,

(verkörpern die Änderung der pot. Temperatur, horizontal: H und vertikal: V)

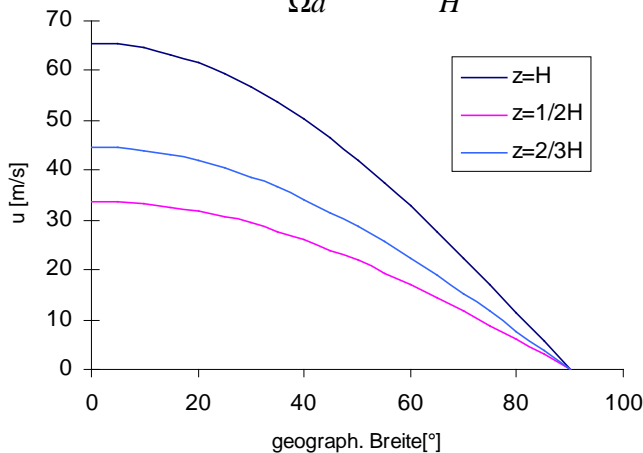
P_2 : zweites Legendre-Polynom

Mit der Fixierung von Θ_E auf eine feste Funktion und der Bedingung, dass $\Delta_V > 0$, umgeht man die feuchte Atmosphäre und erhält ein statisch stabiles Strahlungsgleichgewicht.

3.1.3 Lösung

Ist $n = 0$ hat die Bewegungsgleichung eine exakte Lösung. Man erhält eine Strömung ohne meridionale Zirkulation ($v = w = 0$), Temperaturen im Strahlungsgleichgewicht ($\Theta = \Theta_E$) und einen ausgeglichenen zonalen Wind u_E , der folgende Gleichung erfüllt:

$$\frac{u_E}{\Omega a} = \left[\left(1 + 2 \frac{Rz}{H} \right)^{1/2} - 1 \right] \cos q \quad \text{mit} \quad R = \frac{gH\Delta_H}{\Omega^2 a^2}$$



Dieses Ergebnis führt jedoch zu sehr starken Westwinden am Äquator, was der Realität widerspricht (siehe Abb.5). Man muss also versuchen, Lösungen für kleine n zu finden, was mit den oben genannten Gleichungen allein nicht möglich ist.

Abb.3: zonale Windgeschwindigkeit für $n = 0$ in Abhängigkeit zur geographischen Breite

Abhilfe leistet das sogenannte Hide'sche Theorem. Laut Hide (1969) kann der Drehimpuls unter oben genannten Randbedingungen kein Maximum im Inneren des Fluides haben, sondern nur an einem Punkt an der unteren Begrenzung des Fluides (wo $u \leq 0$). Nur dann können durch die Oberflächenspannung Ostwinde hervorgerufen und der diffusive Verlust westwärts gerichteten Impulses in das Medium hinein ausgeglichen werden. Folglich muss für das gesamte Fluid gelten:

$$\text{Der Drehimpuls } M \leq \Omega a^2, \text{ und } u \leq u_M = \Omega a \sin^2 q / \cos q$$

Hierbei ist u_M der Wert, bei dem exakt gilt: $M = \Omega a^2$. Setzt man $u_E = u_M$ und löst die obige Gleichung nach θ auf, erhält man die geographische Breite (θ_H), bei der die Hadley-Zelle endet. In der Nähe des Äquators ist $R = 1$, woraus folgt: $q_H \approx R^{1/2}$

Setzt man die realistischen Werte

$$g = 9,81 \frac{m}{s}, \quad H = 1,5 \cdot 10^4 m, \quad \Omega = \frac{2p}{8,64 \cdot 10^4 s}, \quad a = 6,4 \cdot 10^6 m \text{ und } \Delta_H : \frac{1}{3} \text{ ein, erhält}$$

man für die Hadley-Zelle eine Ausdehnung von $\theta_H = 30^\circ$, was erstaunlich gut mit dem beobachteten Wert übereinstimmt.

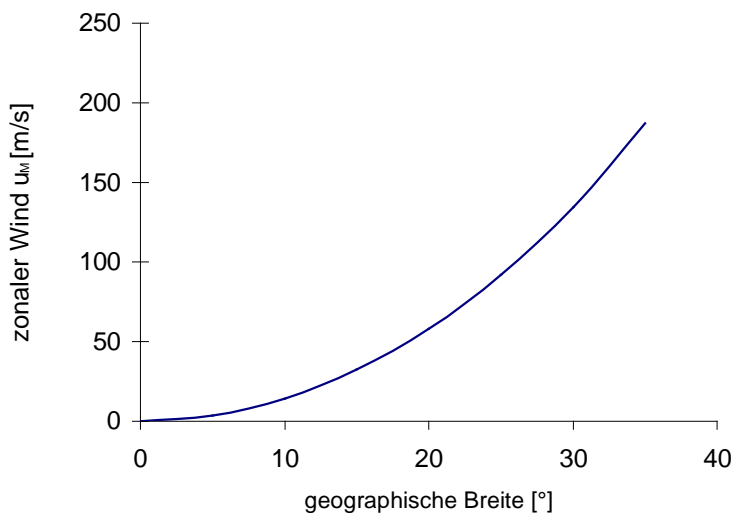


Abb.4: durch den Drehimpuls vorgegebene zonale Windgeschwindigkeit u_M in Abhängigkeit zur geographischen Breite

Um eine genauere Lösung zu erhalten und den Wärmefluss zu bestimmen, müssen allerdings noch weitere Einschränkungen vorgenommen werden. Held und Hou fanden heraus, dass die Lösung einigen Prinzipien unterliegt, die ermöglichen, die Hauptmerkmale der Hadley-Zirkulation zu bestimmen:

- Der in der Höhe polwärts fließende Zweig erhält den Drehimpuls. Der Fluss hält aber nur bis zu einer geographischen Breite θ_H an, oberhalb derer der meridionale Fluss gleich Null gesetzt wird.
- Die zonale Strömung ist ausgeglichen.
- Die Oberflächenwinde sind klein im Vergleich zu denen in der Höhe.
- Thermische Diffusion ist nicht so dominant.
- Bei θ_H soll die Temperatur stetig sein ($\Theta(\theta_H) = \Theta_E(\theta_H)$).
- Es entsteht netto keine Erwärmung über die Ausdehnung der Zelle hinweg.

Der Vorteil der letzten beiden Annahmen ist in der Abb. 5 zu sehen. Die Bereiche, in denen Abkühlung stattfindet ($\Theta > \Theta_E$) und die, in denen Erwärmung vorliegt ($\Theta < \Theta_E$), müssen gleich groß sein. Dadurch ergibt sich indirekt die Ausdehnung der Zelle.

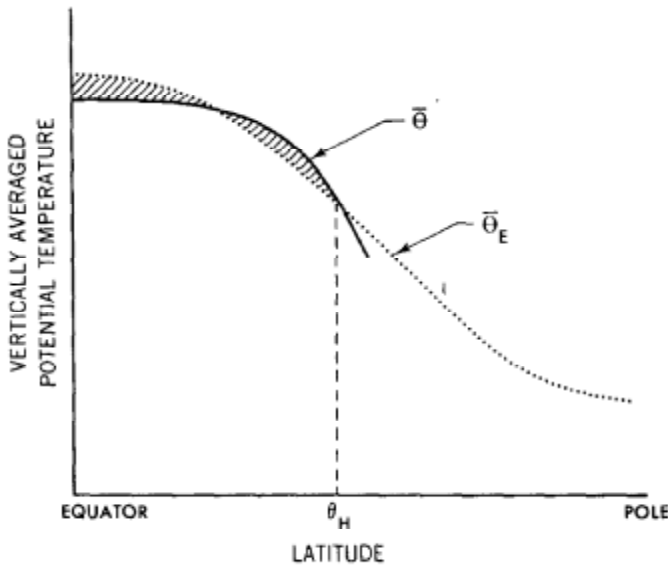


Abb.5: Die vorgegebene Strahlungsgleichgewichtstemperatur und durchschnittliche potentielle Temperatur in Abhängigkeit zur geographischen Breite. Die gestrichelten Bereiche markieren Gebiete mit Abkühlung, bzw. Erwärmung. Sie müssen gleich groß sein.

Unter den oben genannten Bedingungen vereinfachen sich die Gleichungen zu:

$$u(H, q) = \frac{\Omega a \sin^2 q}{\cos q}, \quad u(0,0)=0, \quad fu + \frac{u^2 \tan q}{a} = -\frac{1}{a} \frac{\partial \Phi}{\partial q}$$

Diese werden für $z=0$ und $z=H$ entwickelt, ineinander eingesetzt und integriert. Als Ergebnis erhält man:

$$\frac{\bar{\Theta}(0)}{\Theta_0} = \frac{\bar{\Theta}_E(0)}{\Theta_0} - \frac{5}{18} R \Delta_H, \quad q_H = \left(\frac{5}{3} R\right)^{1/2}, \quad \frac{\bar{\Theta}_E - \bar{\Theta}}{t} = \frac{1}{H} \int_0^H \frac{1}{a \cos q} \frac{\partial}{\partial q} (v \Theta \cos q) dz$$

Im Bereich $q < \left(\frac{3}{7}\right)^{1/2} q_H$ liegen Ostwinde vor, für $\left(\frac{3}{7}\right)^{1/2} q_H < q < q_H$ Westwinde.

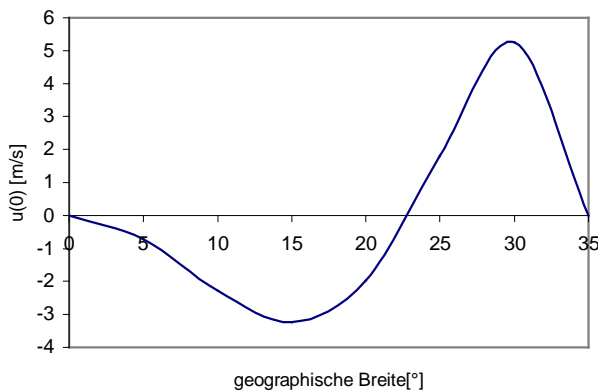


Abb.6: zonale Oberflächenwinde in Abhängigkeit der geographischen Breite

Die symmetrische Lösung führt zu einem Subtropenjet, dessen Lage mit der beobachteten ungefähr übereinstimmt. Seine Intensität fällt allerdings zu stark aus.

Auch die Richtung der Oberflächenwinde wird richtig beschrieben. Das Modell vermag also grob die Geometrie der Zelle darzustellen.

3.1.4 Vergleich mit Numerischen Lösungen der Modellgleichungen

Um die Qualität der einfachen Lösung des Held und Hou - Modells zu überprüfen, werden die Modellgleichungen numerisch integriert und dabei die Viskosität variiert. Für die übrigen Parameter werden konstante Werte eingesetzt. Allgemein lassen sich folgende Aussagen treffen:

Abb.7 zeigt die Stromfunktion und die zonalen Windfelder für verschiedene Viskositäten. Anhand dieser erkennt man die Ausdehnung der Zelle. Mit abnehmendem n nähern sich die numerischen Lösungen der einfachen an.

Je niedriger die Viskosität gewählt wird, desto kompakter und definierter wird die Zelle. Es bildet sich eine klare Grenze aus. Ab $n = 0,5 m^2/s$ wird die numerische Lösung jedoch instabil und man kann keine weiteren Aussagen über die Form der Zirkulation machen.

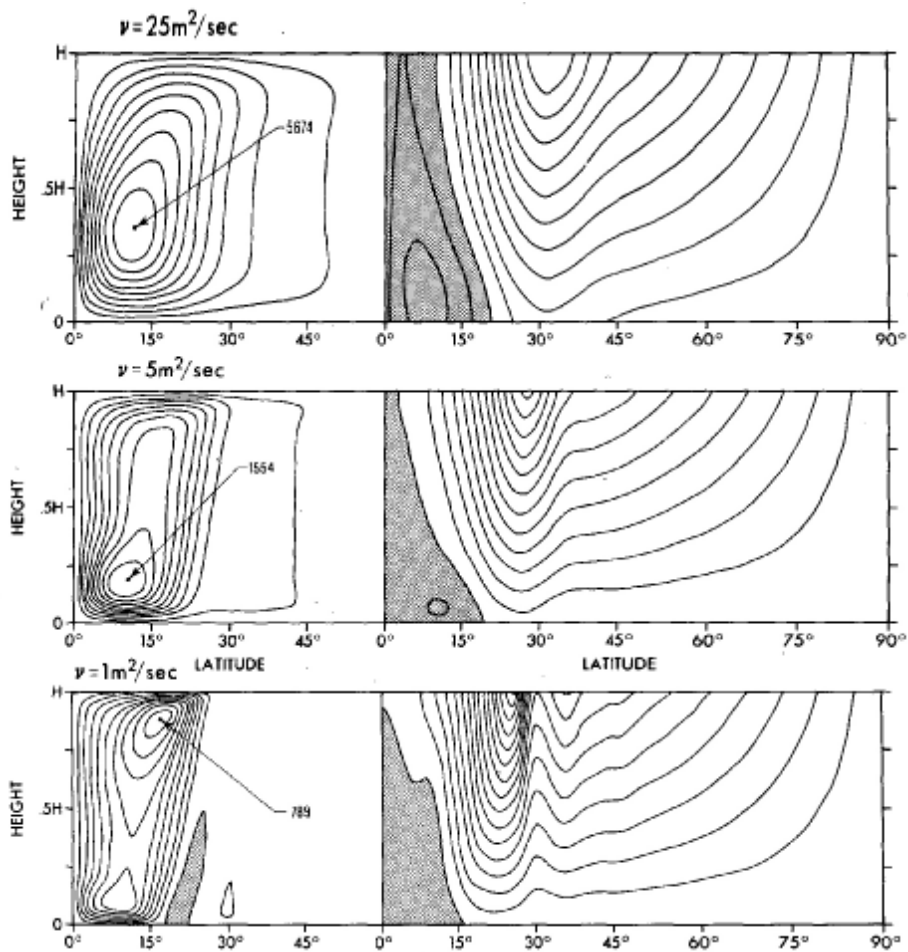


Abb.7:

Meridionale Stromfunktion und zonale Windfelder in Abhängigkeit verschiedener Viskositäten. In den linken Bildern ist ein Linienabstand von $0,1 \psi_{max}$ (durch den Pfeil markiert) gewählt. Im schwarz gekennzeichneten Bereich liegt ein anderer Zirkulationssinn vor (Ferrel-Zelle). Die Intervalle der rechten Bilder betragen $5 m/s$. Hier markieren die geschwärzten Flächen die Zonen mit Ostwinden.

In Abb.8 sind die zonalen Windgeschwindigkeiten am Boden und in der Höhe $z = H$ gegen die geographische Breite aufgetragen. Eine Erhöhung der Viskosität führt zu einem Intensitätsverlust des Subtropenjet. Außerdem verschiebt sich dieser polwärts. Die Ausdehnung und die Stärke der Ost- bzw. Westwinde nimmt zu.

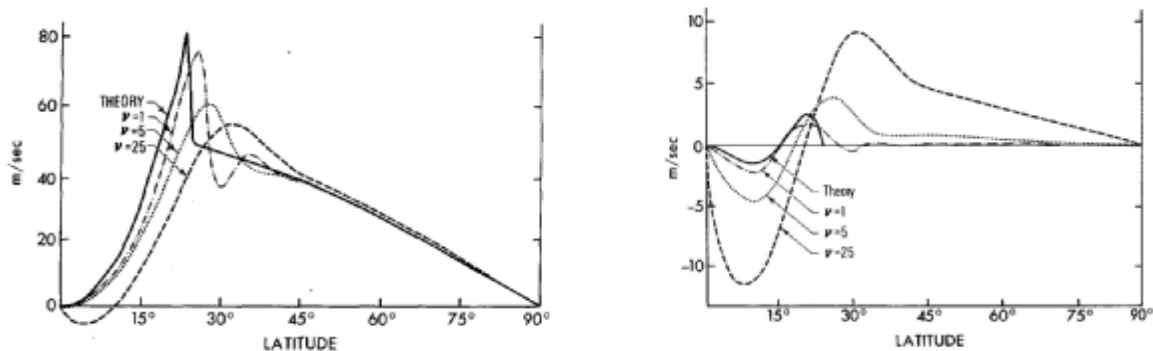


Abb.8: Zonaler Wind in der Höhe $z = H$ (links) und an der Oberfläche (rechts) für verschiedene Viskositäten im Vergleich zur einfachen Lösung ($\nu \rightarrow 0$) des Held - und Hou - Modells

Die numerischen Ergebnisse zeigen, dass die Annahmen, die zu der Lösung im Held und Hou - Modell führen, durchaus qualitativ und in einigen Fällen auch quantitativ angemessen sind.

3.1.5 Probleme und Grenzen des Modells

Durch die unterschiedliche Einstrahlung der Sonne findet die aufsteigende Bewegung nicht unmittelbar am Äquator statt und das Strahlungsgleichgewichtsmaximum verlagert sich. Es entsteht eine schmale, schwache Zelle in der Sommerhemisphäre und eine sehr starke Zelle in der Winterhemisphäre, deren aufsteigender Ast allerdings ebenfalls noch in der Sommerhemisphäre liegt. Die Zirkulation wird also stark asymmetrisch.

Die nicht beachtete, unregelmäßige Verteilung von Land- bzw. Wassermassen verstärken diesen Effekt. Das Modell berücksichtigt nicht den Einfluss von Feuchte und latenter Wärme. Deren Freisetzung dominiert aber die Erwärmung in den Tropen. Die Cumulus-Konvektion ist der effektivste Mechanismus, um Wärme vom Boden wegzutransportieren. Wolken allgemein beeinflussen die Strahlung. Auch beschreiben die hohen Cumulus-Türme die Tropopausenhöhe und damit das Niveau der Antipassate.

Held und Hou vernachlässigen ebenfalls die Reibung im höheren Niveau der Troposphäre. Aufgrund der gewählten Zeitskala für die Zirkulation ist jedoch anzunehmen, dass schon geringe Dissipationen die Strömung stark modifizieren.

Auch die Wärmeeinflüsse der Ozeane werden nicht einbezogen. Ozeane und Atmosphäre tragen aber beide zu einem meridionale Energietransport bei. Ein Ansteigen des ozeanischen Wärmeflusses würde ein Absinken des atmosphärischen Flusses verursachen und umgekehrt.

3.2 Ausblick auf realistischere Modelle

Um die unter 3.1.5 genannten, problematischen Gesichtspunkte zu umgehen, müsste man Reibung in allen Schichten zulassen und auf ein ‚feuchtes‘ Modell übergehen, was recht kompliziert ist. Anzunehmen ist, dass sich die Feuchte vor allem auf die Stärke der Zirkulation auswirkt. Gewöhnlich ist die Strömung in einer feuchten Atmosphäre stärker als in einer trockenen. Da eine intensivere Zirkulation vorhandenen Spannungen weniger Zeit zum Angreifen lässt, nehmen die zonalen Winde zu und die Zelle kontrahiert. Ebenfalls sorgt ein Feuchteeinfluss für eine Konzentration der aufsteigenden Bewegung auf die Umgebung

der ITC und definiert dadurch deren Stärke und Lokalisierung. Erwärmung findet nur noch in diesem Teil der Hadley-Zelle statt, im übrigen kühlt und sinkt die Luft ab.

Die Reibung hat ebenfalls Auswirkung auf die Intensität der Zirkulation. Die zonalen Winde nehmen ab und die Windscherung unter dem Subtropenjet wird geschwächt. Außerdem bildet sich keine scharfe Grenze mehr an der polwärts gerichteten Seite der Zelle aus. An der Ausdehnung der Hadley-Zelle ändert sich jedoch nichts.

4. Zusammenfassung

Die Hadley-Zelle kann grob als achsensymmetrische Zirkulation angesehen werden. Dadurch können einfache Modelle – wie das von Held und Hou – schon mit minimalen Annahmen viele beobachtete Merkmale der meridionalen Flüsse des zonalen Windfeldes reproduzieren und realistische Ergebnisse erzielen. Unter der Voraussetzung eines nahezu reibungsfreien Fluides geben dabei Drehimpulserhaltung und die Erhaltung der potentiellen Temperatur die generelle Form der Zelle vor. Die Bestätigung des Modells liefern numerische Integrationen, die für eine geringe Viskosität mit den Ergebnissen der einfachen Lösung nahezu übereinstimmen.

Lässt man Feuchte- bzw. latente Wärme-Flüsse oder Reibung in allen Schichten zu, verändert sich hauptsächlich die Intensität der Zirkulation. Die Ausdehnung der Zelle bleibt davon aber unberührt.

Die Lokalisierung und Stärke der ITC hängen von dem Aufbau der tropischen Grenzschicht und den Feuchteflüssen am Boden ab.

6 Bild- und Literaturnachweis

Bilder:

Abb.1: Bigg, Dr. G. R., <http://www.uea.ac.uk/~e930/e174/fig/hadcel.gif>

Abb.2: James, I. N., 1994: Introduction to Circulating Atmospheres, Cambridge University Press, S.86

Abb.5: Held, I. M., Hou, A. Y., 1980: Nonlinear axially symmetric circulations in a nearly inviscid atmosphere, Journal of the Atmospheric Sciences, 37, S.519

Abb.7: nach Held, I. M., Hou, A. Y., 1980: Nonlinear axially symmetric circulations in a nearly inviscid atmosphere, Journal of the Atmospheric Sciences, 37, S.524f

Abb.8: Held, I. M., Hou, A. Y., 1980: Nonlinear axially symmetric circulations in a nearly inviscid atmosphere, Journal of the Atmospheric Sciences, 37, S.526, S.527

Quellen:

Ferrel, W., 1856: An essay on the winds and the currents of the ocean, Nashville Journal of Medicine and Surgery 11, 287-301

Hadley, G., 1735: Concerning the cause of the general trade winds, Phil. Trans. 29, 58-62

Held, I. M., Hou, A. Y., 1980: Nonlinear axially symmetric circulations in a nearly inviscid atmosphere, Journal of the Atmospheric Sciences, 37, 515-533

James, I. N., 1994: Introduction to Circulating Atmospheres, Cambridge University Press, 80-100

Lindzen, R. S., 1990: Dynamics in Atmospheric Physics, Cambridge University Press, 100-126

Lindzen, R. S., Schneider, E., 1977: Axially symmetric steady state models of the basic state of instability and climate studies, Part 1, Linearized calculations, J. Atmos. Sci. 34, 253-279

Thompson, J. 1857: Grand currents of atmospheric circulations, British Association Meeting, Dublin

Warnecke, G., 1997: Meteorologie und Umwelt, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, S. 37, S.233-236