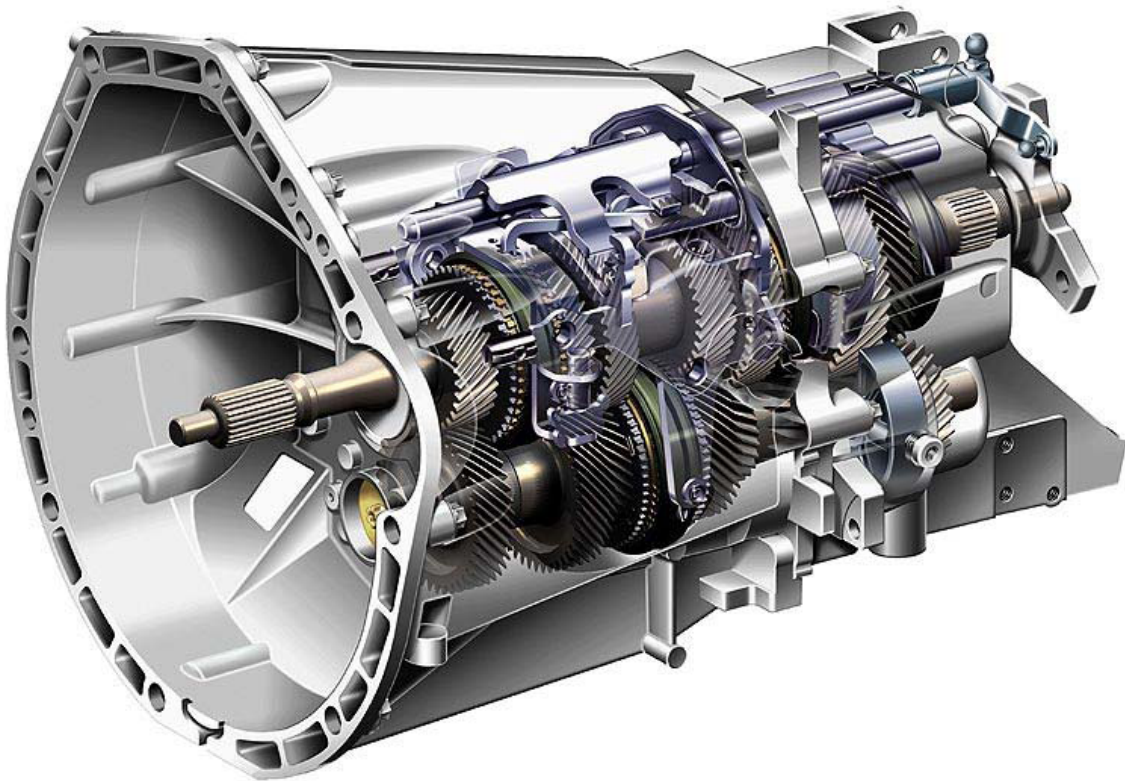


ELEMENTOS DE MÁQUINAS



Antonio Javier Nieto Quijorna

**Área de Ingeniería Mecánica
Universidad de Castilla-La Mancha**
Enero 2007



CONTENIDOS

1. Tribología

- 1.1 Lubricación
- 1.2 Fricción
- 1.3 Desgaste

2. Ejes, árboles y elementos de fijación

- 2.1 Cuñas
- 2.2 Volantes
- 2.3 Velocidad crítica de ejes giratorios

3. Engranajes

- 3.1 Clasificación
- 3.2 Geometría de engranajes
- 3.3 Distancia central, paso diametral y paso circular
- 3.4 Cabeza, raíz y holgura
- 3.5 Línea de acción, ángulo de presión y evolvente del engranaje
- 3.6 Razón de contacto
- 3.7 Espesor del diente, juego e interferencia
- 3.8 Esfuerzos flexionantes en engranajes
- 3.9 Esfuerzos de contacto en engranajes
- 3.10 Engranajes helicoidales

4. Rodamientos

- 4.1 Clasificación
- 4.2 Vida útil del diseño
- 4.3 Carga estática equivalente
- 4.4 Carga variable

5. Cojinetes

- 5.1 Parámetros de cojinetes
- 5.2 Diseño de cojinetes lubricados en el límite
- 5.3 Diseño de cojinetes hidrodinámicos de película completa
- 5.4 Cojinetes hidrostáticos
- 5.5 Rendimiento hidrostático de los cojinetes

6. Correas

- 6.1 Tipos de correas
- 6.2 Potencia transmitida
- 6.3 Deslizamiento
- 6.4 Ley exponencial de tensión
- 6.5 Tensión centrífuga
- 6.6 Longitud de la correa

7. Cadenas

- 7.1 Relación de transmisión
- 7.2 Incremento de la cuerda
- 7.3 Longitud de la cadena
- 7.4 Potencia nominal

8. Frenos

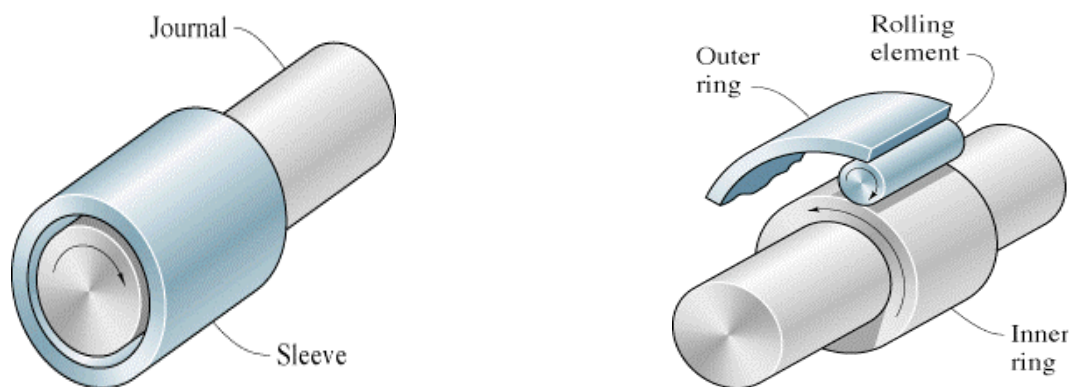
- 8.1 Freno de tambor
- 8.2 Par de frenado
- 8.3 Equilibrio de la zapata
- 8.4 Freno de disco
- 8.5 Freno de banda

TRIBOLOGÍA

La tribología se define como el estudio de la lubricación, la fricción y el desgaste de partes móviles o estacionarias. Éstas tienen una función importante en la vida de los elementos de máquinas. Muy pocos elementos de máquinas no dependen de las consideraciones tribológicas. En este capítulo se tratan los diferentes regímenes de lubricación, los parámetros de superficie y de película, la viscosidad de los lubricantes, la deformación debida a carga concentrada, la fricción y el desgaste.

Superficies concordantes y no concordantes

Las superficies concordantes se ajustan bastante bien una con otra con un alto grado de conformidad geométrica, de manera que la carga se transfiere a un área relativamente grande. Un ejemplo de superficies concordantes son los cojinetes. No obstante, muchos elementos de máquinas lubricados por una película fluida tienen superficies que no concuerdan entre sí. Entonces un área pequeña de lubricación debe soportar todo el peso de la carga. El área de lubricación de una conjunción no concordante es comúnmente tres órdenes de magnitud menor que la de una superficie concordante. Algunos ejemplos de superficies no concordantes son el acoplamiento de los dientes de un engranaje, levas y los rodamientos.

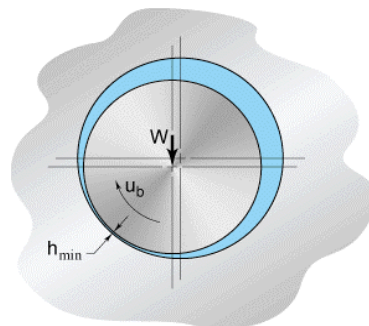


Lubricación

A continuación se analizan las características de los cuatro regímenes de lubricación que se presentan en los elementos de máquinas.

Lubricación hidrodinámica

La lubricación hidrodinámica (HL por sus siglas en inglés) se caracteriza por estar presente en superficies concordantes con una lubricación por película fluida. Una presión positiva se desarrolla en un cojinete lubricado hidrodinámicamente, porque las superficies del cojinete convergen, y su movimiento relativo y la viscosidad del fluido separan las superficies. La existencia de dicha presión positiva implica que se soporta la aplicación de una carga normal. Por lo general, la magnitud de la presión que se desarrolla nunca supera los 5 MPa, y no es lo suficientemente grande para causar una deformación elástica significativa en las superficies. El espesor mínimo de la película es función de la carga normal que se aplica W , de la velocidad u_b de la viscosidad absoluta del lubricante η_0 y de la geometría R_x y R_y . El espesor mínimo de película excede normalmente $1 \mu\text{m}$.



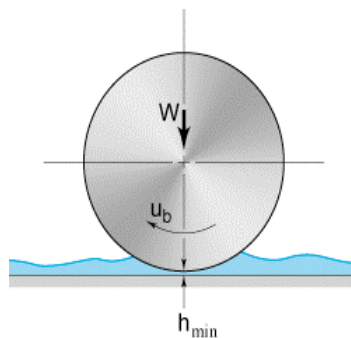
Conformal surfaces
 $p_{\text{max}} \approx 5 \text{ MPa}$
 $h_{\text{min}} = f(W, u_b, \eta_0, R_x, R_y) > 1 \mu\text{m}$
No elastic effect

En general, en la lubricación hidrodinámica las películas son gruesas, de manera que se previene que las superficies sólidas opuestas entre en contacto. Con frecuencia a esta condición se le denomina la forma ideal de lubricación, porque proporciona fricción baja y resistencia alta al desgaste.

Lubricación elastohidrodinámica

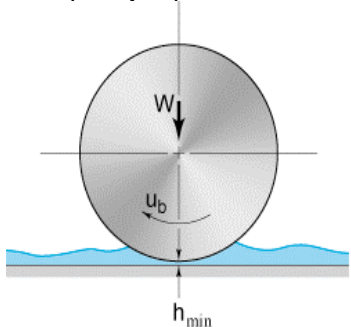
La lubricación elastohidrodinámica (EHL por sus siglas en inglés) es una forma de lubricación hidrodinámica, cuya deformación elástica de las superficies lubricadas resulta significativa. Normalmente la lubricación elastohidrodinámica se asocia con superficies no concordantes y con la lubricación por película fluida. Existen dos formas de EHL.

La *EHL dura*, se relaciona con materiales de módulo de elasticidad alto, como los metales. En la figura se proporcionan las características de las conjunciones duras lubricadas elastohidrodinámicamente. El espesor mínimo de la película es una función de los mismos parámetros de la lubricación hidrodinámica con las adiciones del módulo de elasticidad efectivo E' y del coeficiente presión-viscosidad ξ . Es común que la presión máxima esté entre 0.5 y 4 GPa y el espesor mínimo de la película excede $0.1 \mu\text{m}$. Las deformaciones elásticas de los elementos de máquinas no concordantes debidas a cargas normales son dos órdenes de magnitud mayores que el espesor mínimo de la película. Entre las aplicaciones de ingeniería en las cuales es importante la lubricación elastohidrodinámica para materiales de módulos de elasticidad alto, se incluyen los engranajes, los cojinetes de elementos rodantes o rodamientos y las levas.



Nonconformal surfaces
 High-elastic-modulus material (e.g., steel)
 $p_{\max} \approx 0.5 \text{ to } 4 \text{ GPa}$
 $h_{\min} = f(W, u_b, \eta_0, R_x, R_y, E', \xi) > 0.1 \mu$
 Elastic and viscous effects both important

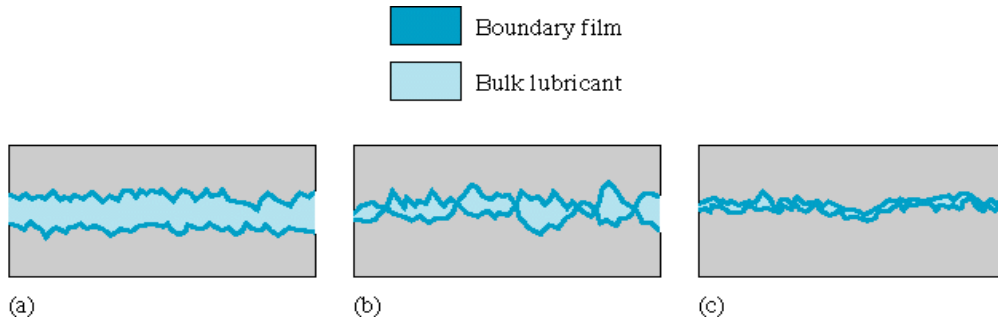
La *EHL suave*, se relaciona con los materiales de módulos de elasticidad bajos, como el caucho. En la figura se muestran las características de materiales de EHL suave. En ésta las distorsiones elásticas son grandes, aun con cargas ligeras. Para una EHL suave la presión máxima es de 0.5 y 4 MPa (comúnmente 1 MPa) en contraste con 0.5 a 4 GPa para la EHL dura. Esta presión baja tiene un efecto insignificante sobre la variación de la viscosidad en la conjunción. El espesor mínimo de la película es una función de los mismos parámetros que en la lubricación hidrodinámica, con la adición del módulo de elasticidad efectivo. Para la EHL suave el espesor mínimo de la película en general es $1 \mu\text{m}$. Entre las aplicaciones de la ingeniería para materiales de módulos de elasticidad bajos en las cuales resulta importante la lubricación elastohidrodinámica se incluyen las llantas por ejemplo.



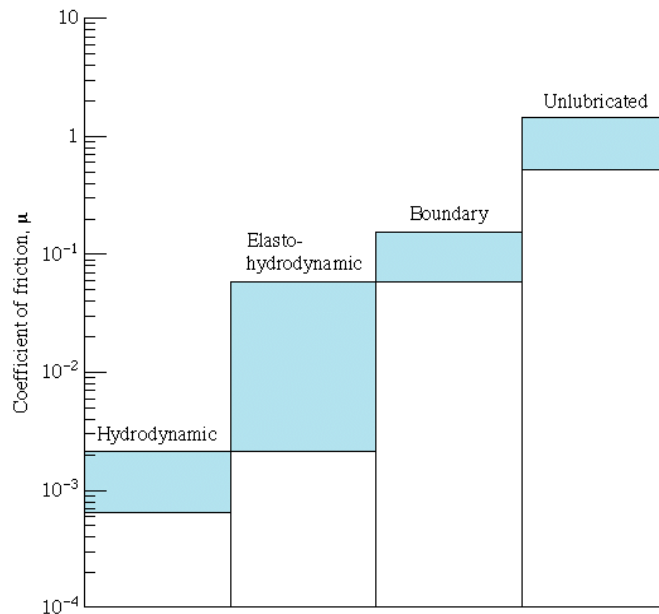
Nonconformal surfaces (e.g., nitrile rubber)
 $p_{\max} \approx 0.5 \text{ to } 4 \text{ MPa}$
 $h_{\min} = f(W, u_b, \eta_0, R_x, R_y, E') \approx 1 \mu\text{m}$
 Elastic effects predominate

Lubricación marginal

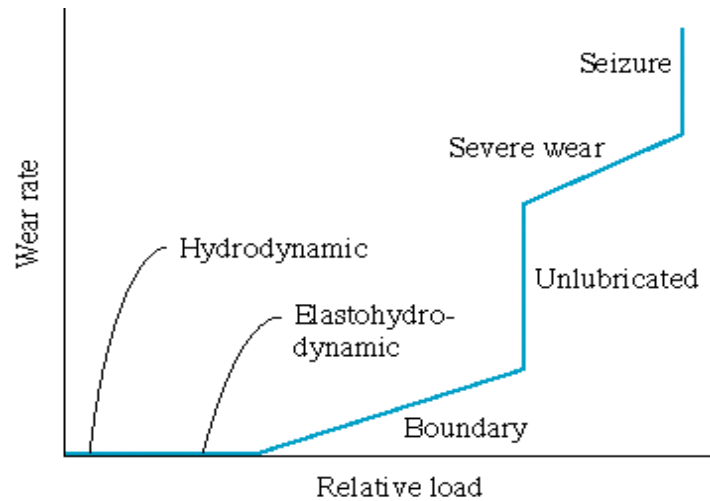
En la lubricación marginal, los sólidos no están separados por el lubricante, y los efectos de la película fluida son insignificantes existiendo un contacto entre asperezas importante. El mecanismo de lubricación por contacto se rige por las propiedades físicas y químicas de las películas delgadas de superficie de proporciones moleculares. Las propiedades de los sólidos y la película del lubricante en las interfaces comunes determinan las características de la fricción. El espesor de las películas de superficie varía de 1 a 10 nm, dependiendo del tamaño molecular. En la figura se indica el comportamiento del coeficiente de fricción en los diferentes regímenes de lubricación. El coeficiente de fricción medio se incrementa hasta un total de tres órdenes de magnitud al pasar del régimen hidrodinámico, al elastohidrodinámico al marginal y al no lubricado.



La figura muestra la tasa de desgaste e los diferentes regímenes de lubricación determinada por la carga de operación. En los regímenes hidrodinámicos y elastohidrodinámicos existe poco o ningún desgaste pero no hay contacto de asperezas. En el régimen de lubricación marginal, el grado de interacción de asperezas y la tasa de desgaste se incrementa a medida que la carga aumenta. La transición de lubricación marginal a una condición no lubricada se distingue por un cambio drástico en la tasa de desgaste.



A medida que se incrementa la carga relativa en el régimen no lubricada, la tasa de desgaste se incrementa hasta que aparecen estrías o cuando ocurre el agarrotamiento y el elemento de máquina ya no opera adecuadamente. La mayoría de los elementos de máquinas no operan por mucho tiempo sin lubricación en sus superficies. La lubricación marginal se utiliza en los elementos de máquinas con cargas pesadas y bajas velocidades de operación, donde es difícil obtener una lubricación por película fluida. Los mecanismos como las bisagras de las puertas operan en condiciones de lubricación marginal. En otras aplicaciones para las cuales el bajo costo es de primordial importancia se recomienda la lubricación marginal.

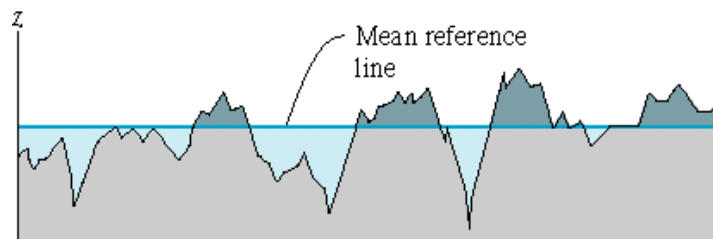


Lubricación parcial

Si las presiones en los elementos de máquinas lubricados elastohidrodinámicamente resultan demasiado altas o las velocidades de operación son demasiado bajas, la película del lubricante se dispersa; habrá algún contacto entre las asperezas, y entonces ocurrirá la lubricación parcial, a veces denominada lubricación mixta. El comportamiento de la conjunción en un régimen de lubricación parcial se rige por una combinación de efectos marginales y de película fluida. El espesor promedio de la película en una conjunción de lubricación parcial es menor que $1 \mu\text{m}$ y mayor que $0.01 \mu\text{m}$. El régimen de la lubricación para superficies concordantes va directamente de la lubricación hidrodinámica a la parcial.

Parámetros de superficie

Eventualmente el diseño de elementos de máquinas es un problema de dos superficies en contacto o separadas por una película fluida delgada. En cualquier caso la textura de la superficie es importante para asegurar una larga vida del componente. En la figura se ha aumentado en 1000 veces en la dirección vertical y 20 veces en la dirección horizontal de manera que la relación entre la dirección vertical a la horizontal es 50:1. Dicha gráfica representa un perfil de superficie generada por un rugosímetro de aguja.



El perfil de la superficie muestra la variación de la altura de la superficie en relación con una línea media de referencia. La línea media de referencia, se basa en la selección de la línea media como el centroide del perfil. De esta forma, las áreas arriba y debajo de esta línea son iguales, de manera que el promedio de z_i es cero. Se pueden calcular dos parámetros de superficie diferentes:

1. Línea central promedio o promedio aritmético de la aspereza de la superficie, denotado por R_a .

$$R_a = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |z_i|$$

donde z_i es la altura desde la línea de referencia y N es el número de mediciones de altura realizado.

2. Raíz cuadrática media (rms) de la aspereza de la superficie, denotado por R_q

$$R_q = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |z_i|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$$

En la tabla se proporcionan los valores normales del promedio aritmético de varios procesos de fabricación y varios componentes. Obsérvese que a medida que se aplican procesos de más precisión, los valores de R_a disminuyen significativamente.

	Arithmetic average, R_a	
	μm	μin
Processes		
Sand casting; hot rolling	12.5-25	500-1000
Sawing	3.2-25	128-1000
Planing and shaping	0.8-25	32-1000
Forging	3.2-12.5	128-500
Drilling	1.6-6.3	64-250
Milling	0.8-6.3	32-250
Boring; turning	0.4-6.3	16-250
Broaching; reaming; cold rolling; drawing	0.8-3.2	32-128
Die casting	0.8-1.6	32-64
Grinding, coarse	0.4-1.6	16-64
Grinding, fine	0.1-0.4	4-16
Honing	0.03-0.4	1.2-16
Polishing	0.02-0.2	0.8-8
Lapping	0.005-0.1	0.2-4
Components		
Gears	0.25-10	10-400
Plain bearings - journal (runner)	0.12-0.5	5-20
Plain bearings - bearing (pad)	0.25-0.12	10-50
Rolling bearings - rolling elements	0.015-0.12	0.6-5
Rolling bearings - tracks	0.1-0.3	4-12

Parámetros de película

Cuando los elementos de máquinas se diseñan adecuadamente y se lubrican por medio de una película fluida, como en el caso de los rodamientos, de los engranes, de los cojinetes hidrodinámicos, las superficies lubricadas se encuentran completamente separadas por una película lubricante. De manera inversa, cuando la película no es suficientemente gruesa para proporcionar una separación completa entre las asperezas existentes en la zona de contacto, la vida de los cojinetes se afecta de manera adversa por los altos esfuerzos cortantes que resulta del contacto directo entre metales. En esta sección se introduce un *parámetro de película* y se describe su rango de valores para los cuatro regímenes de lubricación. La relación entre el parámetro de película adimensional Λ y el espesor mínimo de película h_{\min} es

$$\Lambda = \frac{h_{\min}}{\left(R_{qa}^2 + R_{qb}^2\right)^{\frac{1}{2}}}$$

donde R_{qa} es la aspereza superficial rms de la superficie a y R_{qb} es la aspereza superficial rms de la superficie b. El parámetro de película sirve para definir los cuatro regímenes de lubricación principales. El rango para estos cuatro regímenes es:

1. Lubricación hidrodinámica: $5 \leq \Lambda \leq 100$.
2. Lubricación elastohidrodinámica, $3 \leq \Lambda \leq 10$.
3. Lubricación parcial, $1 \leq \Lambda \leq 5$
4. Lubricación marginal, $\Lambda < 1$

Estos valores son aproximados. Las mayores diferencias en la conformidad geométrica entre las conjunciones lubricadas hidrodinámicamente y las lubricadas elastohidrodinámicamente dificultan que se puedan hacer distinciones claras.

Viscosidad del lubricante

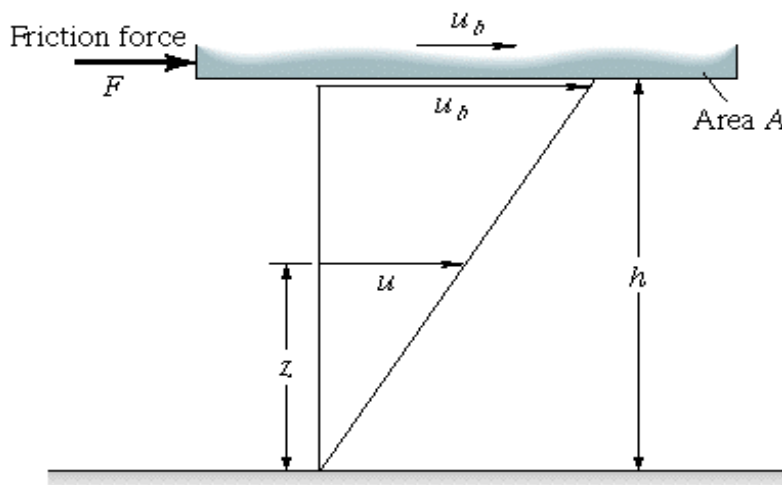
Un lubricante es cualquier sustancia que reduce la fricción y el desgaste, además proporciona una operación uniforme y una vida satisfactoria de los elementos de máquinas. La mayoría de los lubricantes son líquidos como aceites minerales, ésteres sintéticos, fluidos silicónicos y agua, aunque también pueden ser sólidos como el politetrafluorotileno o PTFE, como los usados en los cojinetes secos, grasas, que se usan en cojinetes de elementos rodantes, o gases como el aire usado en cojinetes de gas. Un lubricante, sólido, líquido o gas se interpone entre las superficies sólidas para facilitar su movimiento relativo deslizante o rodante. Además tienen otras propiedades y características secundarias deseables:

1. Se pueden eliminar de entre las partes móviles por medio de una acción hidrodinámica.
2. Tienen una capacidad de disipación térmica relativamente alta par enfriar las partes en contacto.
3. Se pueden mezclar fácilmente con otros productos químicos para obtener una variedad d propiedades, como resistencia a la corrosión.
4. Pueden eliminar capas producidas por el desgaste.

Para que un lubricante resulte efectivo debe ser lo suficientemente viscoso como para mantener una película lubricante en condiciones de operación; pero debe ser tan fluido como para eliminar calor y evitar la pérdida de la potencia debida a un arrastre viscoso. La propiedad más importante de un lubricante, la viscosidad, se estudia a continuación.

Viscosidad absoluta

La viscosidad absoluta o dinámica se define en términos del modelo que muestra la figura, la cual representa dos placas planas paralelas, separadas por una distancia h . La placa superior se mueve con una velocidad u_b mientras la placa inferior permanece estacionaria. Las moléculas de aceite se visualizan como esferas pequeñas que ruedan juntas en capas entre las placas planas. Para mover la placa superior de área A a una velocidad constante u_b a través de la superficie del aceite y para causar que las capas adyacentes fluyan por delante una de otra, se debe aplicar una fuerza tangencial. La capa de aceite más baja no se moverá apenas, mientras que la capa de más arriba se moverá con una velocidad igual a la de la placa superior, y las capas intermedias se moverán con velocidades directamente proporcionales a sus distancias z desde la placa estacionaria. Este tipo de movimiento ordenado en capas paralelas se conoce como flujo laminar o viscoso.



El esfuerzo cortante sobre el aceite que causa un movimiento relativo de las capas es igual a F/A . La razón de deformación por cortante s de una capa en particular se define como la razón de su velocidad a su distancia perpendicular desde la superficie estacionaria z y es constante para cada capa.

$$s = \frac{u}{z} = \frac{u_b}{h}$$

Newton dedujo correctamente que la fuerza que se requiere para mantener una velocidad constante u_b de la superficie superior es proporcional al área y a la razón de deformación por cortante s

$$F = \frac{\eta A u_b}{h}$$

donde η es la viscosidad absoluta en Pa·s. Despejando la viscosidad absoluta de la ecuación anterior se tiene:

$$\eta = \frac{F/A}{u_b/h} = \text{Esfuerzo cortante} / \text{Razón de deformación por cortante}$$

La unidad de la viscosidad absoluta es N·s/m².

Viscosidad cinemática

En muchas situaciones es conveniente emplear la *viscosidad cinemática* en vez de la absoluta. La viscosidad cinemática η_k se define como:

$$\eta_k = \frac{\eta}{\rho} = \text{viscosidad absoluta} / \text{densidad}$$

La unidad de la viscosidad cinemática es m²/s.

Efectos viscosidad-presión

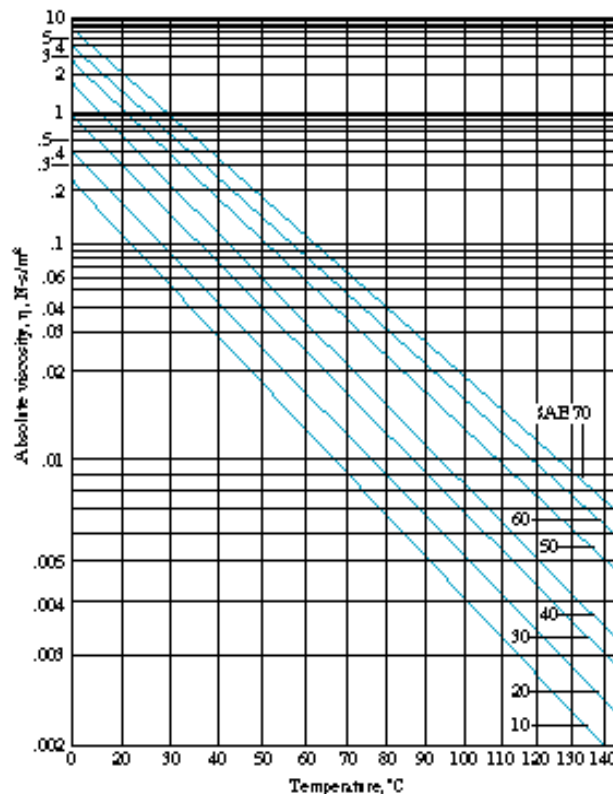
En 1893 Barus propuso la fórmula siguiente para la dependencia isotérmica viscosidad-presión de los líquidos:

$$\ln \frac{\eta}{\eta_0} = \xi p$$

donde η_0 es la viscosidad absoluta a p=0 y a temperatura constante, ξ es el coeficiente presión-viscosidad del lubricante dependiente de la temperatura (m²/N) y p es la presión.

Efectos viscosidad-temperatura

La viscosidad de los aceites minerales y sintéticos disminuye con el incremento de la temperatura. Por lo tanto, la temperatura en la cual se mide la viscosidad se debe registrar con cada viscosidad que se reporte. En la figura se muestra cómo la viscosidad absoluta varía con la temperatura.



Fricción

La fricción se considera como la fuerza que resiste el movimiento relativo entre las superficies en contacto. En la figura se indican las dos principales clases de fricción, por deslizamiento y por rodamiento. La fricción por rodamiento implica a las superficies no concordantes, mientras que las superficies correspondientes al deslizamiento son concordantes. Sin embargo, en la mayoría de los contactos por rodamiento reexperimenta un poco de deslizamiento. En los contactos rodantes y en los deslizantes se necesita una fuerza tangencial F en la dirección del movimiento, para mover al cuerpo superior sobre el inferior estacionario. La razón entre la fuerza tangencial y la carga normal aplicada W se conoce como el coeficiente de fricción:

$$\mu = \frac{F}{W}$$

La fricción por rodamiento es mucho más pequeña, al menos un orden de magnitud, que la fricción por deslizamiento. El rango completo de la fricción por rodamiento y por deslizamiento a de 0.001 en los rodamientos con carga ligera, a más de 10 para metales limpios que se deslizan entre sí en el vacío.

Fricción baja

La fricción baja es deseable en una gran variedad de situaciones, como por ejemplo:

- En las turbinas y en los generadores de las estaciones de potencia eléctrica o hidroeléctrica, en las cuales se usan cojinetes hidrodinámicos lubricados con aceite.
- En los giroscopios, que giran a velocidades muy altas y en los cuales se usan cojinetes hidrodinámicos lubricados con gas.

La fricción se reduce con materiales especiales de fricción baja, lubricando la superficie o usando diseños ingeniosos que conviertan el deslizamiento en rodamiento. Reducir el desgaste y el calor que se produce por la fricción probablemente constituye el factor más importante para prolongar la vida de un elemento de máquina.

Fricción alta

En algunas situaciones se desea una fricción alta controlada, por ejemplo:

- En los frenos.
- En la interacción entre un zapato y el piso.
- En la interacción entre un neumático y la superficie de una carretera.
- En la interacción entre un clavo y la madera en la cual se clava.
- El agarre entre una tuerca y un tornillo.

Leyes de la fricción seca

Las tres leyes de la fricción se enuncian simplemente como sigue:

1. La fuerza de fricción es proporcional a la carga normal.
2. La fuerza de fricción no depende del área aparente de los sólidos en contacto, es decir, es independiente del tamaño de los cuerpos de los sólidos.
3. La fuerza de fricción es independiente de la velocidad de deslizamiento.

Estas leyes son aplicables a la mayoría de las condiciones de deslizamiento en ausencia de lubricante. En la actualidad las dos primeras leyes se satisfacen para los metales, pero se violan cuando los materiales sólidos están en contacto con polímeros. Usualmente la fuerza de fricción que se necesita para iniciar el deslizamiento es mayor que la necesaria para mantenerlo. Así, el coeficiente de fricción al deslizamiento μ es mayor que el coeficiente de fricción dinámica μ_d . Sin embargo, una vez que se establece el deslizamiento, con frecuencia μ_d es casi independiente de la velocidad de deslizamiento.

Fricción por deslizamiento de metales

El enfoque realizado por autores como Bowden y Tabor se basa en el reconocimiento de que las superficies en contacto se tocan únicamente en los puntos de la interacción de las asperezas, y de que los altos esfuerzos que se inducen en áreas pequeñas conducirían fácilmente a una deformación plástica local. La penetración de una aspereza en la superficie opuesta se compara a un ensayo de dureza en miniatura y el esfuerzo medio normal σ sobre las áreas reales del contacto de asperezas A_r se representa para todos los

intentos por la dureza H del material más suave. De igual forma, si τ representa el esfuerzo cortante de las uniones de las asperezas, la carga normal aplicada W , la fuerza de fricción F y el coeficiente de fricción μ se expresan como:

$$\mu = \frac{F}{W} = \frac{A_r \tau}{A_r H} = \frac{\tau}{H}$$

Las limitaciones son aparentes cuando se reconoce que para los metales $\tau \approx 0.5S_y$ y $H \approx 3S_y$, donde S_y es el esfuerzo de la fluencia a la tensión. De esta forma, todos los metales limpios deben tener un coeficiente universal de fricción de 1/6.

Otro enfoque de la fricción es que se requiere una fuerza para mover las asperezas duras por o sobre otra superficie, y que el movimiento de microcortado representa el proceso de fricción. La idea es que si la suma de las áreas proyectadas de las asperezas marcadas perpendiculares a la dirección del deslizamiento es A_0 y si el esfuerzo medio que resiste la deformación plástica del material más suave que se corta es igual a la dureza, la fuerza de fricción F se puede expresar como:

$$F = A_0 H$$

La carga normal aplicada W transmitida sobre un número de asperezas se formula como:

$$W = AH$$

donde A es el área de contacto. El coeficiente de fricción es:

$$\mu = \frac{F}{W} = \frac{A_0}{A}$$

El coeficiente de fricción total es una función de ambos coeficientes de fricción.

Fricción por deslizamiento de polímeros y plásticos

El coeficiente de fricción es más bajo para elementos de máquinas hechos de polímeros, como polietileno, plexiglás, poliestireno y naylon, que para los elaborados de metales. Para cobre limpio sobre acero en aire el coeficiente de fricción es 1, pero para la mayoría de los plásticos comúnmente es 0.4. Una diferencia importante entre el comportamiento frente a la fricción de los polímeros y el de los metales es el efecto de la carga y la geometría. La geometría se refiere a la forma de las superficies, si son planas o curvas y si son curvas cuánto aguda es la curvatura. Con los metales el área de contacto real se determina sólo por la forma. Con los polímeros se produce de otra forma. Estos materiales se deforman viscoelásticamente, lo cual implica que la deformación depende de la carga normal aplicada W , de la geometría y del tiempo de carga. Para un tiempo de carga fijo y una geometría también fija, el área de contacto real no es proporcional a la carga como lo es con los metales, es proporcional a W^n donde n es menor que 1 y aproximadamente 3/4. La relación entre fuerza de fricción y carga normal es:

$$F \propto W \quad \text{para metales}$$

$$F \propto W^{3/4} \quad \text{para polímeros}$$

Fricción por deslizamiento del caucho

El caucho es un ejemplo extremo de material que se deforma elásticamente. Sin importar la magnitud que el caucho se distorsiona, regresará a su forma original cuando la fuerza de redondeamiento se elimina, siempre y cuando el caucho no se rasgue o se corte. En contraste, los polímeros se deforman de manera elástica y fluyen viscosamente, y los metales se deforman elásticamente sobre un rango limitado y después fluyen de manera plástica. Así con frecuencia la fricción del caucho se desvía considerablemente de las leyes de la fricción. La fricción depende en mucho de la carga y de la geometría de las superficies de caucho. Para el caucho la relación entre la fuerza de fricción y la carga normal aplicada es:

$$F \propto W^{2/3}$$

Desgaste

Desde hace mucho tiempo se ha reconocido al desgaste como el proceso más importante y usualmente perjudicial en los elementos de máquinas, sin embargo, los estudios del fenómeno del desgaste comenzaron relativamente en tiempos recientes. El orden histórico de los estudios tribológicos ha sido: fricción, lubricación y desgaste. En un sentido más general, prácticamente todo lo hecho por el hombre se desgasta, sin embargo las acciones fundamentales que rigen al proceso aún son difíciles de determinar. Inicialmente, en la cronología tribológica, la atención fue puesta en la fricción ya que rige por completo la capacidad de funcionamiento de los elementos de máquinas. Después se exploró la función de los lubricantes para controlar la fricción del desgaste en algunos elementos de máquinas, con poca atención para el detallado mecanismo de desgaste. De hecho, aun es cierto que en la actualidad un ingeniero está mejor capacitado para diseñar un elemento de máquina que soporta cargas conocidas que para especificar la vida de un elemento de máquina, principalmente debido a la falta de la comprensión del desgaste.

El desgaste se puede considerar como la pérdida progresiva de la sustancia de la superficie de operación en un cuerpo, que ocurre como resultado de los efectos de la carga y del movimiento relativo en la superficie. El desgaste se clasifica de acuerdo con la naturaleza física del proceso subyacente, como la abrasión, la adhesión y la fatiga.

Desgaste por adhesión

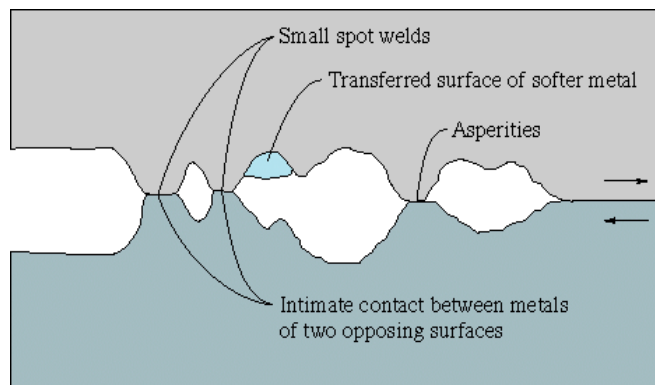
En la figura se muestra el mecanismo del desgaste por adhesión, en el que el material se transfiere de una superficie a otra por medio de una soldadura por presión. El desgaste por adhesión es el tipo más común y el menos previsible. En la figura se puede observar que cuando las asperezas en movimiento pasa, con frecuencia la soldadura microscópica se rompe y se elimina el material de la superficie que tiene la menor resistencia a la fluencia. El volumen del material que se elimina por desgaste v es directamente proporcional a la distancia de deslizamiento L y a la carga normal aplicada W , y es inversamente proporcional a la dureza H del más suave de los dos materiales:

$$v = \frac{WL}{H}$$

No obstante, hay muchas excepciones para esta fórmula. Después de que se introduce un coeficiente adimensional de desgaste por adhesión k_1 , la ecuación se transforma en:

$$v = \frac{k_1WL}{3H}$$

El coeficiente adimensional de desgaste por adhesión es una medida de la probabilidad de que cualquier interacción entre la asperezas de las dos superficies en contacto producirá una partícula de desgaste, debida a cualquiera de los mecanismos de desgaste. De esta forma, si k_1 es 1, cada conjunción de contacto superficial producirá un fragmento de desgaste; si $k_1=0.1$, un décimo de los contactos entre las superficies producirá un fragmento de desgaste. Algunos estudios han demostrado que para superficies sin lubricación, el valor más bajo de k_1 se obtiene para el polietileno que se desliza sobre el acero. En la tabla se indican algunos valores comunes de k_1 , para varios metales en contacto.



Desgaste por abrasión

El desgaste por abrasión se origina cuando dos superficies que actúan de forma recíproca se encuentran en contacto físico directo y una es significativamente más dura que la otra. Bajo una carga normal las asperezas de la superficie más dura penetran la superficie más suave, lo cual produce deformación plástica e implica una deformación permanente. Las leyes de desgaste se enuncian como sigue:

1. El desgaste se incrementa con la distancia de deslizamiento.
2. El desgaste se incrementa con la carga normal aplicada.
3. El desgaste disminuye a medida que se incrementa la dureza de la superficie de deslizamiento.

Desgaste por fatiga

Para contactos no concordantes de los elementos de máquinas, como rodamientos, engranajes, levas, etc., una forma prevalente de falla es el desgaste por fatiga. En estas situaciones la eliminación del material ocurre por la variación cíclica de la carga. El desgaste por fatiga se causa por la propagación del daño subsuperficial debido a cargas cíclicas. A medida que la carga cíclica continúa, se forman fallas o grietas debajo de la superficie. Eventualmente, las fallas se agrupan y se acerca a la superficie. Entonces el material superficial se descompone fácilmente, degradando la superficie del componente y liberando los contaminantes corpusculares que el endurecimiento por deformación produce.

El desgaste por fatiga ocurre en elementos de máquinas no concordantes aún en situaciones de buena lubricación. Las cargas cíclicas en la superficie no concordantes causan en el material sólido esfuerzos extremadamente elevados, aunque quizá las superficies nunca tengan contacto directo, debido a la carga y a su naturaleza no concordante. Después de varios millones de estos encuentros las asperezas se fatigarán y una pieza de material se desprenderá de la superficie.

Un grupo de elementos de máquinas no concordantes aparentemente idénticos en condiciones idénticas de carga, velocidad, lubricación y entornos pueden presentar una amplia variación en los tiempos de falla. Por tal razón el proceso de desgaste por fatiga se debe tratar estadísticamente. Es decir, es normal que la vida a fatiga de un cojinete redefina en términos de su capacidad estadística para sobrevivir durante un cierto periodo, o por el desgaste permisible antes de que el componente ya no funcione adecuadamente. El único requisito para la falla por fatiga es que el material de la superficie esté sometido a una carga. En los otros mecanismos de desgaste no sólo se requiere la aplicación de una carga, sino también la existencia de un contacto físico entre las superficies. Si las superficies se separan por una película lubricante, el desgaste por adhesión y abrasión virtualmente se elimina, pero aun puede ocurrir el desgaste por fatiga.

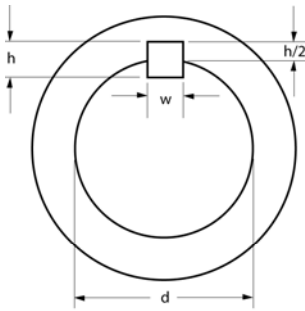
EJES, ÁRBOLES Y ELEMENTOS DE FIJACIÓN

Introducción

Un eje es un miembro rotatorio o estacionario, el cual usualmente tiene una sección transversal circular mucho más pequeña en el diámetro que en su longitud y tiene montados elementos transmisores de potencia, tales como engranajes, levas, poleas, volantes, etc. La carga sobre el eje puede ser de varias combinaciones de flexión, torsión, axial, etc. Este capítulo sobre ejes se antepone a los capítulos sobre los varios elementos de máquinas que se colocan sobre un eje principalmente porque dichos elementos imponen una fuerza que se puede considerar en general y que es igualmente aplicable para cualquier elemento de máquina que represente.

Cuñas

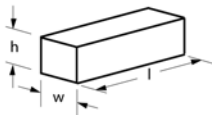
Una variedad de elementos de transmisión de potencia, tales como engranes, poleas y levas, se montan sobre ejes giratorios. A la porción del miembro montado en contacto con el eje se le denomina masa. En esta sección se analiza un procedimiento de colocación de la masa al eje. Existe una gran variedad de *cuñas*, pero aquí se analiza el tipo más simple: la cuña plana. El objetivo principal de una cuña consiste en prevenir el movimiento entre el eje y el elemento de máquina conectado a través del cual se transmite el par de torsión. El propósito de usar una cuña es transmitir el par de torsión completo.



Una cuña también tiene la función de un sistema de seguridad. La mayoría de las máquinas tienen una velocidad de operación y un par de torsión que definen el tamaño requerido de la cuña. Sin embargo, en el caso de un incremento drástico en las condiciones de carga, la cuña fallará por cortante antes de que falle el eje o el elemento de máquina. Como las cuñas son baratas, además de que se pueden reemplazar rápidamente, los diseñadores las usan para proteger los componentes de la maquinaria más caros.

Las cuñas fallan principalmente por corte o por compresión, ambos casos se consideran aquí:

1. Falla debida al corte de la cuña:



$$P = \frac{T}{d/2} = \frac{2T}{d}$$

El área de corte de la cuña es $A_s = wl$. El esfuerzo cortante de diseño es:

$$\tau_{diseño} = \frac{P}{A_s} = \frac{2T}{dwl}$$

Es importante notar que el lado derecho de la ecuación anterior es independiente de la altura h . Para evitar la falla debida al cortante:

$$\tau_{diseño} \leq \frac{\tau_{perm}}{n_s} = \frac{\text{Esfuerzo de fluencia en cortante}}{\text{Factor de seguridad}}$$

Hay que recordar que $\tau_{perm} = 0.40S_y$, siendo S_y el esfuerzo de fluencia.

2. La falla debida al esfuerzo de compresión o de apoyo de la cuña: la compresión o área de apoyo es:

$$A_c = \frac{lh}{2}$$

El esfuerzo de compresión o esfuerzo de apoyo de diseño es:

$$\sigma_{diseño} = \frac{P}{A_c} = \frac{2T}{dlh/2} = \frac{4T}{dlh}$$

Es importante notar que el lado derecho de la ecuación es independiente del ancho w . Es posible evitar las fallas debidas al esfuerzo de compresión o esfuerzo en el apoyo si:

$$\sigma_{\text{diseño}} \leq \frac{\sigma_{\text{perm}}}{n_s} = \frac{\text{Esfuerzo de fluencia en compresion}}{\text{Factor de seguridad}}$$

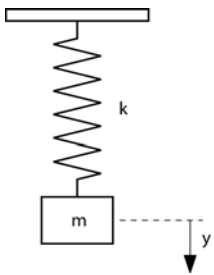
Hay que recordar que $\sigma_{\text{perm}} = 0.90S_y$

Velocidad crítica de ejes giratorios

Todos los ejes giratorios se flexionan durante el movimiento de rotación. La magnitud de la deflexión depende de la rigidez del eje y de sus soportes, de la masa total del eje y sus partes acopladas y de la cantidad de amortiguación del sistema. La *velocidad crítica* de un eje rotatorio, algunas veces denominada *frecuencia natural*, es la velocidad a la cual dicho eje rotatorio se vuelve dinámicamente inestable y es probable que se desarrollen grandes vibraciones. Para cualquier eje existe un número infinito de velocidades críticas, pero generalmente sólo la más baja (primera) y ocasionalmente la segunda son de interés para los diseñadores. Usualmente las otras resultan tan altas que están fuera del rango de operación de la velocidad del eje. En esta sección se estudian dos métodos aproximados para encontrar la primera velocidad crítica de un sistema dado, una atribuida a Rayleigh y la otra a Dunkerley.

Sistema de masa individual

La primera velocidad crítica (o frecuencia natural más baja) se obtiene observando la razón de intercambio entre las energías cinética y potencial del sistema durante su movimiento cíclico. Una masa individual sobre un eje se puede representar por la simple masa del resorte que se muestra en la figura. La línea punteada indica la posición de equilibrio estático.



La energía potencial del sistema es:

$$U = \int_0^{\delta} (mg + k\delta) d\delta - mg\delta$$

donde m es la masa, g la aceleración de la gravedad, k la constante de rigidez del resorte y δ la deflexión. Integrando se obtiene:

$$U = \frac{1}{2}k\delta^2$$

La energía cinética del sistema es la siguiente:

$$K = \frac{1}{2}m\left(\dot{\delta}\right)^2$$

De esta forma, la energía mecánica total es la suma de las energías potencial y cinética y es constante en cualquier tiempo.

$$\frac{d}{dt}(U + K) = 0$$

Sustituyendo las ecuaciones anteriores se obtiene:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}k\delta^2 + \frac{1}{2}m\left(\dot{\delta}\right)^2\right] = k\delta\dot{\delta} + m\dot{\delta}\ddot{\delta} = 0$$

$$\ddot{\delta} + \omega^2\delta = 0$$

siendo la solución de la ecuación diferencial:

$$\delta = A\text{sen}(\omega t + \phi)$$

donde ω es la raíz cuadrada de la razón entre la rigidez y la masa. Se debe observar que para la deflexión estática, si la rigidez es la razón entre el peso de la masa suspendida y la deflexión, y la masa es la razón entre ese peso y la gravedad, entonces:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{W/y}{W/g}} = \sqrt{\frac{g}{\delta}}$$

Sistema de masa múltiple

La energía cinética para n masas es:

$$K = \frac{1}{2} m_1 (\dot{\delta}_1)^2 + \frac{1}{2} m_2 (\dot{\delta}_2)^2 + \dots + \frac{1}{2} m_n (\dot{\delta}_n)^2$$

Si la deflexión se representa por la ecuación del apartado anterior:

$$y_{\max} = A$$

$$\dot{y}_{\max} = A\omega = y_{\max}\omega$$

Se puede representar la energía cinética total como:

$$K_{\max} = \frac{\omega^2}{2} \left[m_1 (\delta_{1,\max})^2 + m_2 (\delta_{2,\max})^2 + \dots + m_n (\delta_{n,\max})^2 \right]$$

La energía potencial para n masas es:

$$U = \frac{1}{2} k_1 \delta_1^2 + \frac{1}{2} k_2 \delta_2^2 + \dots + \frac{1}{2} k_n \delta_n^2$$

La energía potencial máxima es:

$$U_{\max} = \frac{1}{2} k_1 (\delta_{1,\max})^2 + \frac{1}{2} k_2 (\delta_{2,\max})^2 + \dots + \frac{1}{2} k_n (\delta_{n,\max})^2$$

En el método de Rayleigh se supone que $K_{\max} = U_{\max}$, es decir:

$$\frac{1}{2} \omega^2 \sum_{i=1}^n m_i (\delta_{i,\max})^2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n k_i (\delta_{i,\max})^2$$

$$\omega^2 = \frac{\sum_{i=1}^n k_i (\delta_{i,\max})^2}{\sum_{i=1}^n m_i (\delta_{i,\max})^2}$$

Tomando la rigidez y la masa para cada una de las masas del apartado anterior se obtiene la velocidad crítica primera para un sistema de masa múltiple cuando se utiliza el *método de Rayleigh*:

$$\omega_{cr} = \sqrt{\frac{g \sum_{i=1}^n W_i \delta_{i,\max}}{\sum_{i=1}^n W_i \delta_{i,\max}^2}}$$

La *ecuación de Dunkerley* es otra aproximación a la primera velocidad crítica de un sistema de masa múltiple. Está dado como

$$\frac{1}{\omega_{cr}^2} = \frac{1}{\omega_1^2} + \frac{1}{\omega_2^2} + \dots + \frac{1}{\omega_n^2}$$

donde

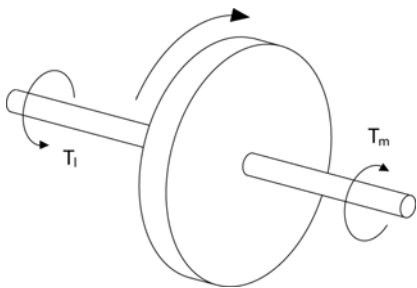
- ω_1 = velocidad crítica si sólo existe la masa 1
- ω_2 = velocidad crítica si sólo existe la masa 2
- ω_3 = velocidad crítica si sólo existe la masa 3

siendo cada una de las velocidades críticas la raíz cuadrada de la razón entre la aceleración de la gravedad y la deflexión de cada masa.

La principal diferencia entre las ecuaciones de *Rayleigh* y de *Dunkerley* está en las deflexiones. En la ecuación de *Rayleigh* para la deflexión en una localización específica de una masa, se tuvieron en cuenta las deflexiones debidas a todas las masas que actúan sobre el sistema; en la ecuación de *Dunkerley*, la deflexión sólo se debe a la masa individual que se evalúa.

Volantes

Grandes variaciones en la aceleración de un mecanismo puede causar grandes oscilaciones en el par de torsión. El par de torsión pico puede ser tan alto como para que se requiera un motor demasiado grande. Sin embargo, el par de torsión promedio a lo largo del ciclo, debido principalmente a pérdidas y trabajo realizado externamente, con frecuencia puede resultar mucho más bajo que el par de torsión pico. Para suavizar los cambios de velocidad y estabilizar el flujo de ida y vuelta de la energía del equipo de rotación, con frecuencia se coloca un *volante* sobre un eje.



Por tanto, el uso de un volante permitirá que ocurra lo siguiente:

1. Una reducción de la amplitud de la fluctuación de la velocidad.
2. Una reducción del par de torsión máximo requerido.
3. Un almacenamiento y liberación de energía cuando se necesite durante un ciclo.

En la figura se muestra un volante con un par de torsión medio de accionamiento T_m , y un par de torsión de carga T_l . Un motor proporciona un par de torsión T_m , el cual debe resultar tan constante como sea posible. El par de torsión de carga varía considerablemente dependiendo de las aplicaciones.

Dinámica

La energía cinética de un sistema rotatorio como el mostrado en la anterior figura es:

$$K = I_m \frac{\omega^2}{2}$$

siendo I_m el momento de inercia de la masa y ω la velocidad angular. La aplicación de la segunda ley de Newton a un volante es:

$$T_l - T_m = I_m \frac{d\omega}{dt}$$

El par de torsión motor de diseño debe equivaler al par de torsión promedio. La anterior expresión se puede escribir como:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{d\omega}{d\phi} \frac{d\phi}{dt} = \frac{d\phi}{d\phi} \frac{d\omega}{d\phi} = \omega \frac{d\omega}{d\phi}$$

$$T_l - T_{prom} = I_m \omega \frac{d\omega}{d\phi}$$

$$(T_l - T_{prom}) d\phi = I_m \omega d\omega$$

Esta ecuación se puede expresar en términos de una integral definida como:

$$\int_{\phi_{\omega_{\min}}}^{\phi_{\omega_{\max}}} (T_l - T_{prom}) d\phi = \int_{\omega_{\min}}^{\omega_{\max}} I_m \omega d\omega = \frac{I_m}{2} (\omega_{\max}^2 - \omega_{\min}^2)$$

El lado izquierdo de la ecuación representa el cambio en energía cinética entre las velocidades máxima y mínima del eje y es igual al área bajo el diagrama de par de torsión-ángulo entre esos valores extremos de velocidad. El lado derecho de la ecuación describe el cambio de energía almacenada en el volante. La única forma de extraer energía del volante es desacelerándolo. Adicionar energía lo acelerará. Lo mejor que se puede hacer es minimizar la variación de la velocidad ($\omega_{\max} - \omega_{\min}$) proporcionando un volante con un momento de inercia de la masa suficientemente grande.

Tamaño del volante

Es necesario determinar el tamaño de un volante que se requiere para absorber la energía con un cambio aceptable en la velocidad. Al cambio en la velocidad del eje durante un ciclo de operación se le denomina *velocidad de fluctuación* ω_f y se expresa como:

$$\omega_f = \omega_{\max} - \omega_{\min}$$

El coeficiente de fluctuación es:

$$C_f = \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{\omega_{prom}} = \frac{2(\omega_{\max} - \omega_{\min})}{\omega_{\max} + \omega_{\min}}$$

Cuanto menor sea el coeficiente de fluctuación, mayor será el diámetro del volante. Un volante de gran tamaño tendrá un mayor costo y sumará más peso al sistema. El lado derecho de la ecuación que describe la energía cinética del volante se puede escribir como:

$$K = \frac{I_m}{2} (\omega_{\max} + \omega_{\min}) (\omega_{\max} - \omega_{\min})$$

$$K = I_m \omega_{prom}^2 C_f$$

$$I_m = \frac{K}{C_f \omega_{prom}^2}$$

El procedimiento de diseño para dimensionar un volante es:

1. Se representa gráficamente el par de torsión de carga T_l contra θ para un ciclo.
2. Se determina $T_{l,prom}$ a lo largo de un ciclo.
3. Se encuentran las localizaciones $\theta_{\omega_{\max}}$ y $\theta_{\omega_{\min}}$.
4. Se determina la energía cinética por integración de la curva del par de torsión.
5. Se establece ω_{prom} .
6. Se determina I_m por medio de la ecuación anterior.
7. Se encuentran las dimensiones del volante.

ENGRANAJES

Introducción

Un engranaje se puede considerar como una rueda dentada que cuando se acopla con otra rueda dentada de diámetro más pequeño (piñón), transmitirá rotación de un eje a otro. La función principal de un engrane es transferir potencia de un eje a otro, manteniendo una razón definida entre las velocidades rotacionales de los ejes. Los dientes de un engrane impulsor empujan los dientes del engrane impulsado, ejerciendo una componente de la fuerza perpendicular al radio del engrane. De este modo se transmite un par de torsión y como el engrane gira, se transmite potencia. Los engranes son los transmisores de par de torsión más fuertes y resistentes. Su eficiencia de transmisión de potencia puede ser tan alta como de 98%. Por otra parte, usualmente los engranajes son más costosos que otros transmisores de par de torsión, tales como los de transmisión por cadena y banda. Los engranajes están altamente estandarizados en cuanto a forma de los dientes y tamaño.

Clasificación

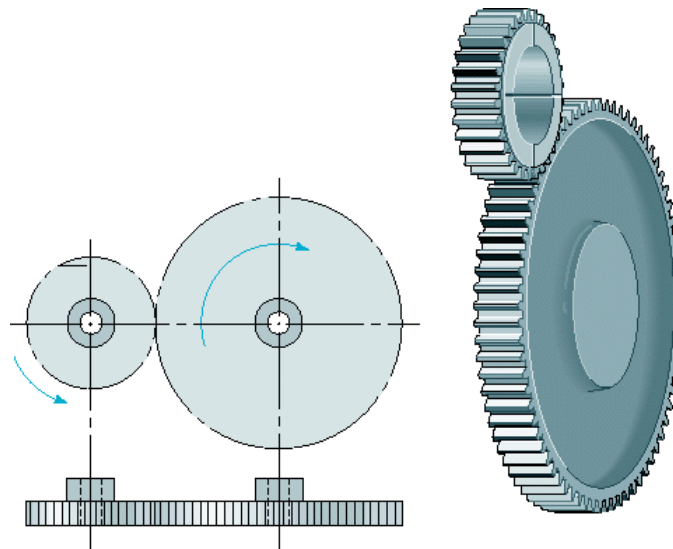
Los engranajes se dividen en tres clases fundamentalmente: *engranajes de eje paralelo*, *engranajes de ejes no paralelos coplanares* y *engranajes de ejes no paralelos y no coplanares*. A continuación, se hace una descripción de cada una de las clases.

Engranajes de eje paralelo

Los engranes de eje paralelo son el tipo de engranaje más simple y común. Conectan ejes paralelos y pueden transferir grandes cantidades de potencia con alta eficiencia. En esta clasificación, los engranajes rectos y helicoidales son los dos principales tipos.

Engranajes rectos

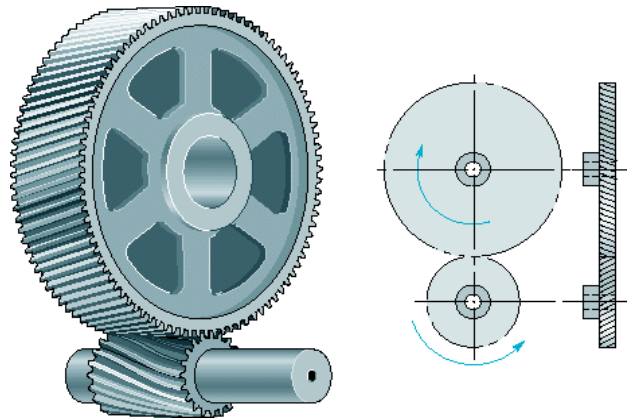
Los engranajes rectos son los más simples y el tipo más común. En la figura se muestra este tipo de engranajes.



Engranajes helicoidales

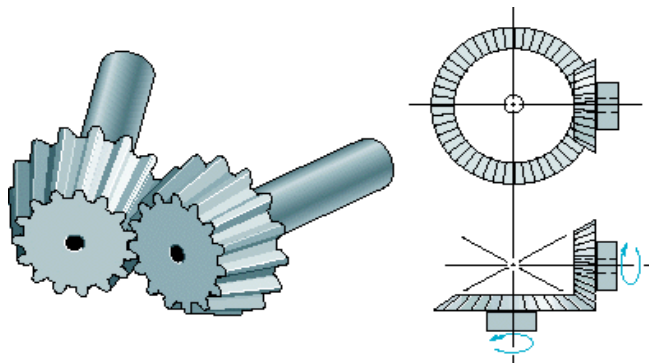
En la figura se muestra una transmisión por engranaje helicoidal, con los dientes de engranes cortados en una espiral que se envuelve alrededor de un cilindro. Los dientes helicoidales entran a la zona de acoplamiento progresivamente y, por lo tanto, tienen una acción más suave que los dientes de los engranajes rectos. Además, los engranajes helicoidales tienden a ser menos ruidosos. Otra ventaja de éstos es que la carga que se transmite puede ser un poco más grande, lo cual implica que la vida de los engranajes helicoidales sea más larga para la misma carga. Un engranaje helicoidal más pequeño puede transmitir la misma carga que un engranaje recto más grande.

Una desventaja frente a los engranajes rectos es que producen un empuje lateral adicional a lo largo del eje, el cual no se presenta en los engranajes rectos. Este empuje lateral puede requerir de un componente adicional, tal como un collar de empuje, rodamientos de bolas, etc. Otra desventaja es que los engranajes helicoidales tienen una eficiencia ligeramente más baja que los engranajes rectos. La eficiencia depende de la carga normal total en los dientes, que es más alta para los engranajes rectos. Aunque la capacidad de soporte de carga total es mayor para los engranajes helicoidales, la carga se distribuye normal y axialmente, mientras que en un engrane recto toda la carga se distribuye normalmente.



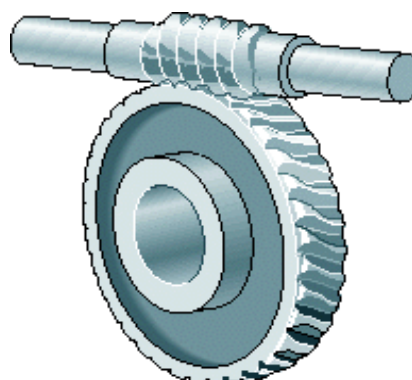
Engranajes no paralelos coplanares

Los engranajes cónicos, Zerol y espirales, se encuentran en la clase coplanar no paralela. La característica común de esta clase es la reexpedición de la potencia alrededor de una esquina, como se podría requerir, por ejemplo, cuando se conecta un motor montado horizontalmente al eje del rotor montado verticalmente en un helicóptero. En la figura se muestra un engranaje cónico con dientes rectos. Obsérvese que los ejes son coplanares aunque no paralelos.



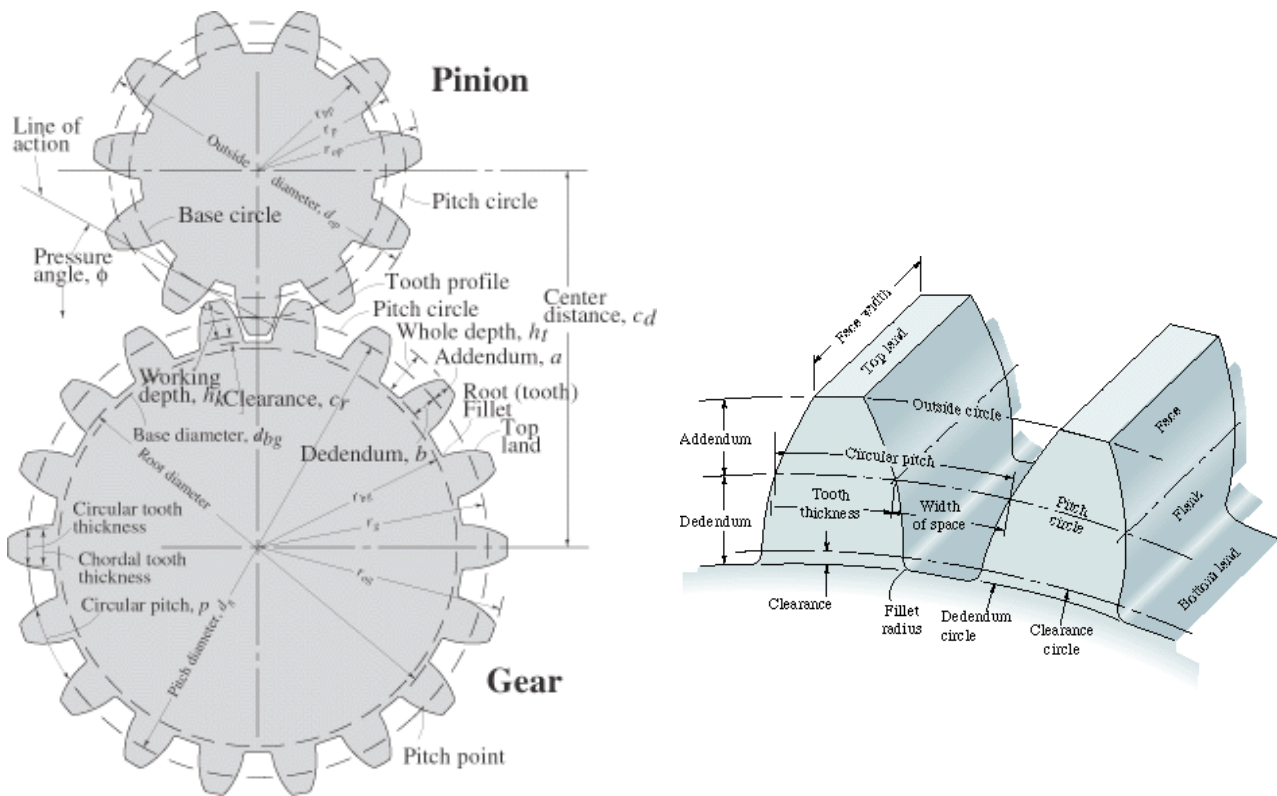
Engranajes no paralelos no coplanares

Los engranajes no paralelos no coplanares son más complejos en cuanto a geometría y fabricación que cualquier otro engranaje. Como resultado, estos engranajes son más caros que cualquier otro. En la figura se muestra esta clase de engranajes con una transmisión por tornillo sin fin con dientes cilíndricos. Estos engranajes proporcionan relaciones de reducción considerablemente más altas que los conjuntos de engranajes anteriores, pero su capacidad de soporte de carga es baja, su presión de contacto es alta y la tasa de desgaste es alta también. Así, solo se recomiendan para aplicaciones con carga ligera.



Geometría de engranajes

En las figuras se muestran la geometría básica de un engranaje recto y los dientes de un engranaje con la nomenclatura que se va a emplear. La geometría de los dientes de un engranaje permite que una normal a los perfiles de los dientes en sus puntos de contacto pase por un punto fijo en la línea de centros denominada *punto de paso*. La altura de la cabeza a es la distancia desde la cresta hasta el círculo de paso, y la altura de la raíz b es la distancia radial desde el fondo hasta el círculo de paso. La *holgura* es la cantidad por la cual la altura de la raíz excede la altura de la cabeza. La holgura es necesaria para prevenir que el extremo del diente de un engranaje cabalgue sobre el fondo del engranaje de acoplamiento.



Distancia central, paso circular y paso diametral

En la figura, los círculos de paso del engranaje y el piñón hacen contacto en el punto de paso. La distancia central entre los ejes de rotación de los engranajes giratorios se expresa como:

$$c_d = (d_p + d_g) / 2$$

donde d_p es el diámetro de paso del piñón y d_g es el diámetro de paso del engranaje. El *paso circular* p_c es la distancia medida sobre el círculo de paso de un punto en un diente a un punto correspondiente en el diente adyacente. Se puede expresar como:

$$p_c = \text{Ancho total del engranaje} + \text{ancho del espaciamento} = \frac{\pi d}{N} = \frac{\pi d_p}{N_p} = \frac{\pi d_g}{N_g}$$

donde N_p es el número de dientes en el piñón y N_g es el número de dientes en el engranaje. De este modo se puede expresar la *relación de engrane* como:

$$g_r = \frac{d_g}{d_p} = \left(\frac{p_c N_g}{\pi} \right) \left(\frac{\pi}{p_c N_p} \right) = \frac{N_g}{N_p}$$

Si se sustituyen las ecuaciones se obtiene la distancia central como:

$$c_d = \frac{p_c}{2\pi} (N_p + N_g) = \frac{p_c N_p}{2\pi} \left(1 + \frac{N_g}{N_p} \right) = \frac{p_c N_p}{2\pi} (1 + g_r)$$

El *paso diametral* p_d es el número de dientes en el engrane por diámetro de paso. La expresión para el paso diametral es:

$$p_d = \frac{N_p}{d_p} = \frac{N_g}{d_g}$$

Cuanto más pequeño sea el diente, mayor será el paso diametral. Los engranajes con pasos diametrales pequeños y medianos, se utilizan en aplicaciones de transmisión potencia. Los engranajes con pasos diametrales grandes se utilizan en instrumentos y sistemas de control. Comparando las ecuaciones anteriores se produce lo siguiente:

$$p_c = \pi / p_d$$

De esta forma, el paso circular es inversamente proporcional al paso diametral. El *módulo* m es la razón del diámetro de paso entre el número de dientes y se expresa en milímetros:

$$m = \frac{d_g}{N_g} = \frac{d_p}{N_p}$$

También se puede obtener lo siguiente:

$$p_c = \pi m$$

$$m = 1 / p_d$$

Cabeza, raíz y holgura

Anteriormente se definió el parámetro cabeza, raíz y holgura, con lo que se puede expresar lo siguiente:

$$c = b - a$$

es decir, la holgura es igual a la diferencia entre la altura de la raíz y la cabeza. Otros parámetros que pueden ser definidos son los siguientes:

Diámetro exterior:	$d_0 = d + 2a$
Diámetro de la raíz:	$d_r = d - 2b$
Profundidad total:	$h_t = a + b$
Profundidad de trabajo:	$h_k = a + a = 2a$

Línea de acción, ángulo de presión y evolvente del engranaje

El propósito de acoplar los dientes de los engranajes es proporcionar un movimiento relativo instantáneo y constante entre los engranajes acoplados. Para lograr esta acción de los dientes, la normal común de las curvas de los dos dientes de los engranajes acoplados debe pasar por un punto común, denominado punto de paso, sobre los círculos de paso. En la figura se muestran los círculos de paso y de base para el piñón y el engranaje. En la figura también se observan la línea de acción, la línea recta de a a b , y el ángulo de presión ϕ . El ángulo de presión es el ángulo entre la línea de centros y una línea perpendicular a la línea de acción y que pasa por el centro del engrane o del piñón.

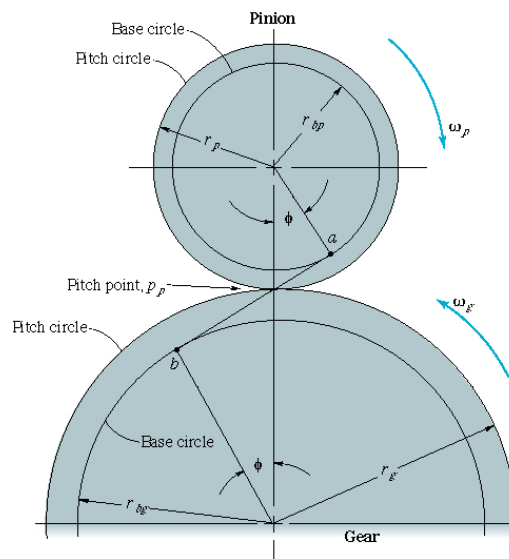
En la figura, obsérvese que el círculo de base es:

$$r_b = r \cos \phi$$

y además

$$r_{bp} = r_p \cos \phi$$

$$r_{bg} = r_g \cos \phi$$

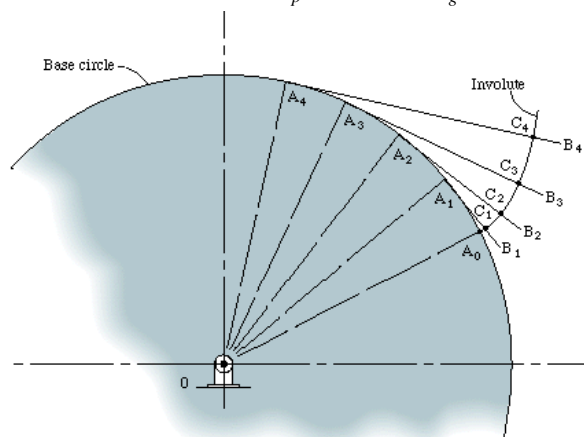


La forma de los dientes del engranaje se obtiene de la curva evolvente que se muestra en la figura siguiente. El procedimiento siguiente sirve para construir dicha curva:

1. Se divide el círculo de base en un número de distancias iguales, de esta forma se determinan los puntos A_0, A_1, A_2, \dots
2. Iniciando en A_1 , se construye la línea recta A_1B_1 , perpendicular a OA_1 y en la misma forma iniciando en A_2 y A_3 .
3. A lo largo de A_1B_1 , se traza la distancia A_1A_0 , estableciendo de esta forma C_1 . A lo largo de A_2B_2 , se traza el doble de la distancia A_1A_0 , estableciendo C_2 , etcétera.
4. Se establece la curva evolvente usando los puntos $A_0, C_1, C_2, C_3, \dots$. Los engranajes hechos a partir de la curva evolvente tienen al menos un par de dientes en contacto uno con otro.

El paso base p_b es la distancia desde un punto sobre un diente hasta el punto correspondiente sobre el diente adyacente medida alrededor del círculo base. Se define como:

$$p_b = p_c \cos \phi = \frac{\pi d}{N} \cos \phi = \frac{\pi d_p}{N_p} \cos \phi = \frac{\pi d_g}{N_g} \cos \phi$$



Cinemática

Para engranajes acoplados, el movimiento rotacional y la potencia deben ser transmitidos desde el engranaje impulsor hasta el engranaje impulsado con un movimiento positivo suave y uniforme, y con poca pérdida de potencia debida a la fricción. En la ley fundamental de los engranajes se estipula que la normal común para el perfil de los dientes en el punto de contacto siempre debe pasar a través de un punto fijo, denominado punto de paso, con el objetivo de mantener una razón constante de la velocidad de los dientes en los dos engranajes de acoplamiento. Como la velocidad en el punto de paso debe ser la misma para el engrane que para el piñón

$$r_p \omega_p = r_g \omega_g$$

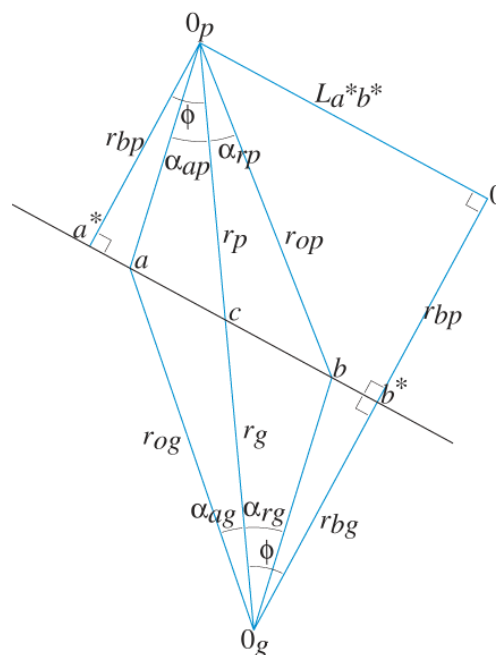
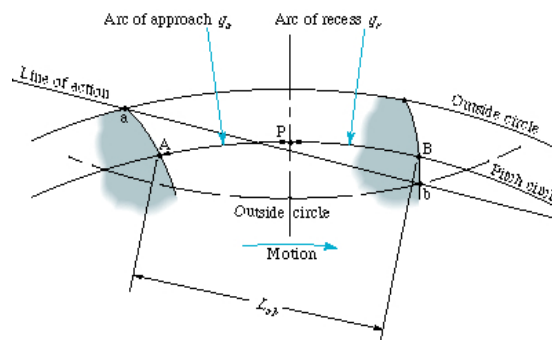
Expresando esta ecuación con ayuda de las anteriores se obtiene lo siguiente:

$$g_r = \frac{d_g}{d_p} = \frac{\omega_p}{\omega_g} = \frac{N_g}{N_p}$$

En esta ecuación se supone que no hay deslizamiento entre el piñón de acoplamiento y el engrane.

Razón de contacto

Para asegurar una acción de los dientes suave y continua, cuando un par de dientes termina de hacer contacto, otro par de dientes sucesivos ya debe haber entrado en contacto. Se desea tener tanta superposición como sea posible. En la figura se ilustran los parámetros importantes para definir la razón de contacto, la cual es una medida de esta acción de superposición. La razón de contacto es un cociente de la longitud de la línea de acción al paso pase.



Las relaciones que se pueden obtener de las figuras anteriores son las siguientes:

$$r_{op}^2 = r_{bp}^2 + L_{ab}^2 = r_{bp}^2 + (L_{ac} + L_{cb})^2$$

$$\text{sen}\phi = \frac{L_{cb}}{r_g}$$

$$r_{og}^2 = r_{bg}^2 + (L_{ac} + r_g \text{sen}\phi)^2$$

$$L_{ac} = \sqrt{r_{og}^2 - r_{bg}^2} - r_g \text{sen}\phi$$

$$r_{op}^2 = r_{bg}^2 + L_{ab}^2 = r_{bp}^2 + (L_{ac} + L_{cb})^2$$

$$\text{sen}\phi = L_{ac} / r_p$$

$$r_{op}^2 = r_{bp}^2 + (r_p \text{sen}\phi + L_{cb})^2$$

$$L_{cb} = \sqrt{r_{op}^2 - r_{bp}^2} - r_p \text{sen}\phi$$

$$L_{ab} = \sqrt{r_{op}^2 - r_{bp}^2} + \sqrt{r_{og}^2 - r_{bg}^2} - c_d \text{sen}\phi$$

Con lo cual, la razón de contacto queda:

$$C_r = \frac{L_{ab}}{p_c \cos \phi} = \frac{1}{p_c \cos \phi} \left[\sqrt{r_{op}^2 - r_{bp}^2} + \sqrt{r_{og}^2 - r_{bg}^2} \right] - \frac{c_d \tan \phi}{p_c}$$

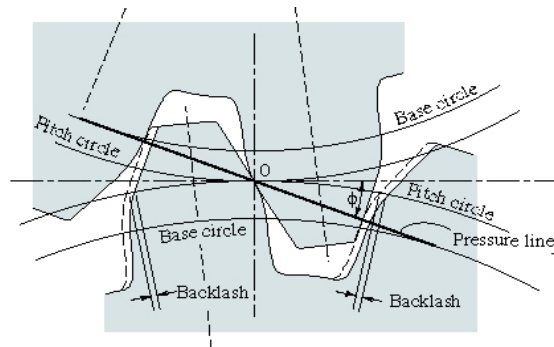
Es recomendable mantener una razón de contacto de 1.2 o mayor. En ninguna circunstancia la razón de contacto debe ser menos que 1.1. Una razón de contacto entre 1 y 2 significa que parte del tiempo los dos pares de dientes están en contacto y durante el tiempo restante un par está en contacto. Una razón de contacto entre 2 y 3 significa que parte del tiempo los dos o tres pares de dientes siempre están en contacto.

Espesor del diente, juego e interferencia

El espesor circular de los dientes t_h es la longitud de arco, medida sobre el círculo de paso, desde una lado del diente hasta el otro. En teoría, el espesor circular de los dientes es la mitad del paso circular:

$$t_h = \frac{p_c}{2} = \frac{\pi}{2p_d}$$

Para un acoplamiento perfecto del piñón y del engrane el espesor de los dientes medido sobre el círculo de paso debe ser exactamente igual a la mitad del paso circular. Debido a inexactitudes inevitables es necesario cortar los dientes ligeramente más delgados para proporcionar un poco de holgura, de manera que los engranajes no se atasquen, sino que se acoplen suavemente uno a otro. A esta holgura medida sobre el círculo de paso se le denomina *juego*. En la figura se muestran el juego en engranajes de acoplamiento.

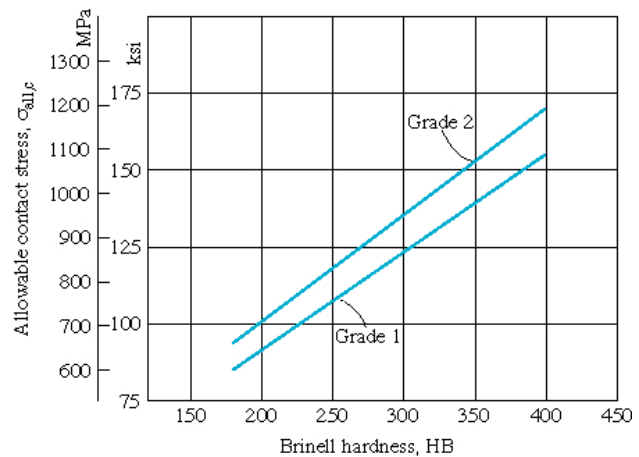
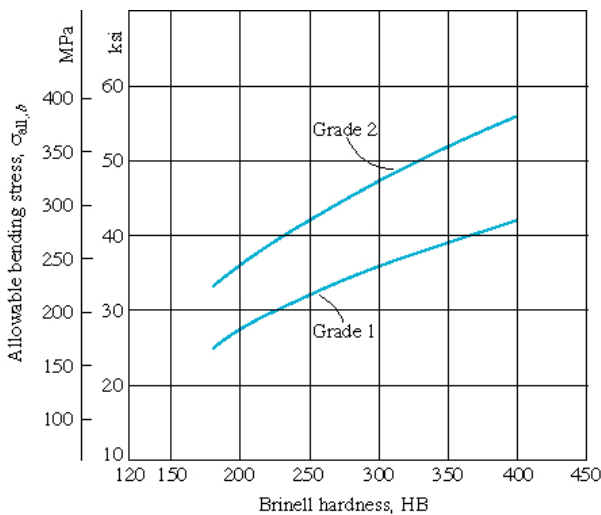


Para obtener la cantidad de juego que se desee, es necesario disminuir el espesor de los dientes dado en la ecuación anterior. Esta disminución debe ser mayor que el juego deseado debido a errores en la manufactura y ensamble. Cuando se conoce el juego b_l y el espesor teórico circular real del diente t_h el espesor circular real del diente es:

$$t_{ha} = t_h - b_f$$

Materiales de engranajes y esfuerzos permisibles

La variedad de los materiales usados en los engranajes es extensa y depende de la aplicación del engranaje. El punto del esfuerzo flexionante de tensión más alto en un diente de engranaje se encuentra en la raíz del diente, donde la curva evolvente se flexiona con el filete. Se presentan un conjunto de esfuerzos flexionantes permisibles para dos grados de acero endurecido para varias durezas Brinell. Los grados difieren en el grado de control de la microestructura, la composición de la aleación, la limpieza, el tratamiento térmico previo, las pruebas no destructivas realizadas, los valores de dureza del núcleo, etc. Los materiales de grado 2 son más controlados que los de grado 1.



Una segunda forma independiente de falla de engranajes es causada por el picado y descascaramiento de las superficies de los dientes, usualmente cerca de la línea de paso, donde los esfuerzos de contacto son extremadamente altos. El contacto no concordante del diente del engranaje de acoplamiento produce altos esfuerzos de contacto y la falla eventual debida a la fatiga causada por la variación cíclica de los esfuerzos. También se presentan esfuerzos de contacto permisibles en varias durezas Brinell para dos grados de aceros. Hay que recordar que el factor de seguridad se expresa como:

$$n_s = \frac{\sigma_{perm}}{\sigma_{max}}$$

Cargas que actúan sobre el diente de un engranaje

Los engranajes transfieren potencia por medio de los dientes impulsores ejerciendo una carga sobre el diente impulsado; mientras que la carga de reacción actúa nuevamente sobre el diente del engranaje impulsor. La figura muestra las cargas que actúan sobre el diente de un engranaje individual. Las cargas tangencial W_t , radial W_r y normal W se muestran junto con el ángulo de presión y el círculo de paso. La carga tangencial W_t , o fuerza transmitida, se obtiene de la siguiente forma:

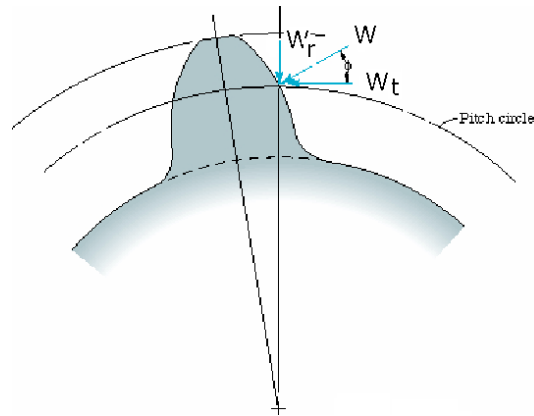
$$W_t = \frac{P}{dN_a}$$

donde P es la potencia transmitida, d es el diámetro de paso y N_a es la velocidad rotacional del engranaje. La carga normal W y la carga radial W_r se pueden calcular como se muestra a continuación:

$$W = W_t / \cos \phi$$

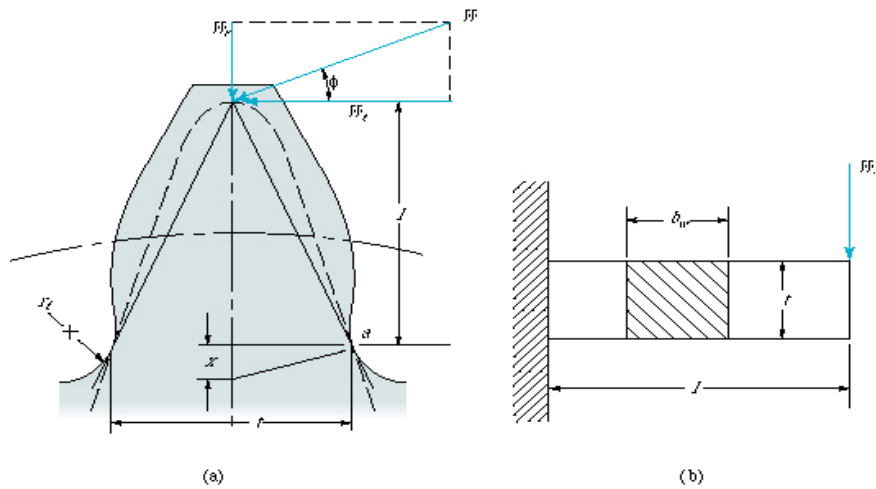
$$W_r = W_t \tan \phi$$

La carga normal sirve para determinar el esfuerzo de contacto, dimensiones de contacto y espesor de la película de lubricación elastohidrodinámica.



Esfuerzos flexionantes en el diente de un engranaje

La falla de engranajes puede ocurrir por la rotura de los dientes, lo cual tiene lugar cuando el esfuerzo de diseño debido a la flexión es mayor que el esfuerzo permisible. En la figura se muestra un diente real con las fuerzas y dimensiones utilizadas para la determinación de la resistencia del diente a la flexión. También se presenta una viga en voladizo simulando las fuerzas y dimensiones que actúan sobre un diente de un engranaje.



Obsérvese que las componentes de la carga mostradas en la figura anterior se han desplazado hasta la punta del diente. El uso de la flexión de una viga en voladizo para simular los esfuerzos que actúan sobre un diente de un engranaje sólo es aproximada, ya que las situaciones presentes en una viga larga y uniforme delgada, cargada con momentos en los extremos, son muy diferentes de las que se encuentran en un diente de un engranaje. Aun así, este enfoque ha tenido aceptación universal y la ecuación resultante se denomina *ecuación de Lewis*. De la ecuación del esfuerzo flexionante se escribe como:

$$\sigma_t = Mc / I$$

a partir de triángulos similares

$$\tan \alpha = \frac{x}{t/2} = \frac{t/2}{l}$$

$$l = t^2 / 4x$$

Para una sección rectangular con base b_w y altura t , el momento de inercia del área es:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{b_w t^3}{12}$$

Si $M=W_t l$ y $c=t/2$, la ecuación que expresa la tensión se convierte en:

$$\sigma_t = \frac{W_t l (t/2)}{b_w t^3 / 12} = \frac{6W_t l}{b_w t^2}$$

donde b_w es el ancho de la cara del engranaje. Sustituyendo ecuaciones:

$$\sigma_t = \frac{3W_t}{2b_w x} = \frac{3W_t p_d}{2b_w p_d x} = \frac{W_t p_d}{b_w Y}$$

La ecuación anterior se conoce como la ecuación de Lewis donde p_d es el paso diametral e Y es el *factor de forma de Lewis* expresado como:

$$Y = \frac{2xp_d}{3}$$

En la ecuación de Lewis sólo se considera la carga estática y no se toma en cuenta la dinámica de dientes acoplados. En la tabla se proporcionan los factores de forma de Lewis para varios números de dientes, suponiendo un ángulo de presión de 20°. El factor de forma de Lewis es adimensional y es independiente del tamaño del diente.

Number of Teeth	Lewis form Factor	Number of Teeth	Lewis form factor
10	0.176	34	0.325
11	0.192	36	0.329
12	0.210	38	0.332
13	0.223	40	0.336
14	0.236	45	0.340
15	0.245	50	0.346
16	0.256	55	0.352
17	0.264	60	0.355
18	0.270	65	0.358
19	0.277	70	0.360
20	0.283	75	0.361
22	0.292	80	0.363
24	0.302	90	0.366
26	0.308	100	0.368
28	0.314	150	0.375
30	0.318	200	0.378
32	0.322	300	0.382

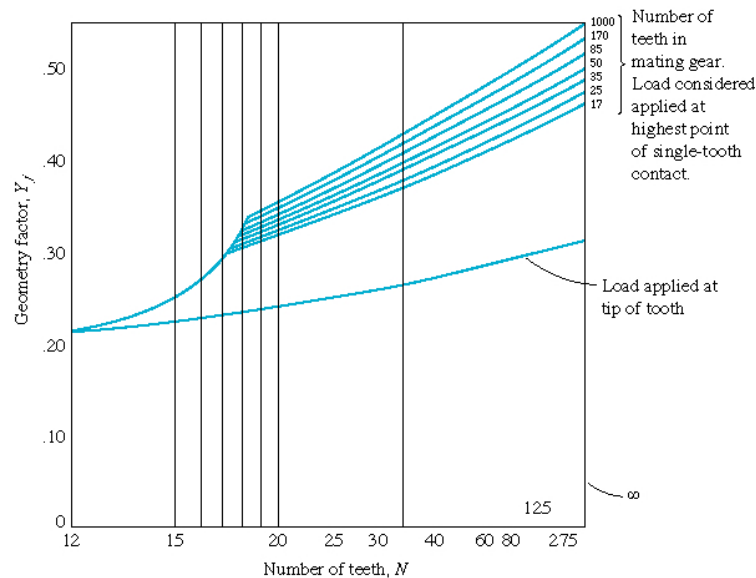
La ecuación de Lewis no toma en cuenta la concentración de esfuerzo K_c que existe en el filete del diente. Introduciendo un factor geométrico Y_j , donde $Y_j = Y/K_c$, la ecuación de Lewis cambia a

$$\sigma_t = \frac{W_t p_d}{b_w Y_j}$$

La ecuación anterior recibe el nombre de ecuación de Lewis modificada. En la figura se dan los valores de los factores geométricos Y_j para un engrane recto con un ángulo de presión de 20°. Otras modificaciones para la ecuación recomendadas para diseños prácticos, para tomar en cuenta la variedad de condiciones que se pueden encontrar en servicio se muestran a continuación:

$$\sigma_t = \frac{W_t P_d K_a K_s K_m}{b_w Y_j K_v}$$

donde K_a es el factor de aplicación, K_s es el factor de tamaño, K_m es el factor de distribución de carga y K_v es el factor dinámico.



Factor de aplicación

En el factor de aplicación K_a se toma en cuenta que la probabilidad de variaciones en la carga, vibraciones, impacto, cambios de velocidad y otras condiciones de aplicación específica pueden resultar en cargas pico más grandes que la carga W_t que se aplica al diente del engranaje durante la operación. Se usará la tabla siguiente, donde el factor de aplicación es función de la potencia de accionamiento y de la máquina accionada. El factor de aplicación varía desde 1, en condiciones de operación perfectamente suave a valores alrededor de 3 para condiciones de funcionamiento más irregulares.

Driven Machines				
Power Source	Uniform	Light shock	Moderate shock	Heavy shock
	Application factor, K_a			
Uniform	1.00	1.25	1.50	1.75
Light shock	1.20	1.40	1.75	2.25
Moderate shock	1.30	1.70	2.00	2.75

La clasificación de la irregularidad de las máquinas accionadas son:

1. Uniforme: generador de operación continua.
2. Impacto ligero: ventiladores y bombas centrífugas de baja velocidad, agitadores de líquidos, generadores de operación variable, bandas transportadoras cargadas uniformemente, bombas giratorias de desplazamiento positivo.
3. Impacto moderado: bombas centrífugas de alta velocidad, compresores, bandas transportadoras de servicio pesado, dispositivos de accionamiento de máquinas herramientas, maquinaria textil, moladoras de carne, sierras.
4. Impacto pesado: trituradoras de roca, dispositivos de accionamiento de prensas troqueladoras, trituradoras de madera, etc.

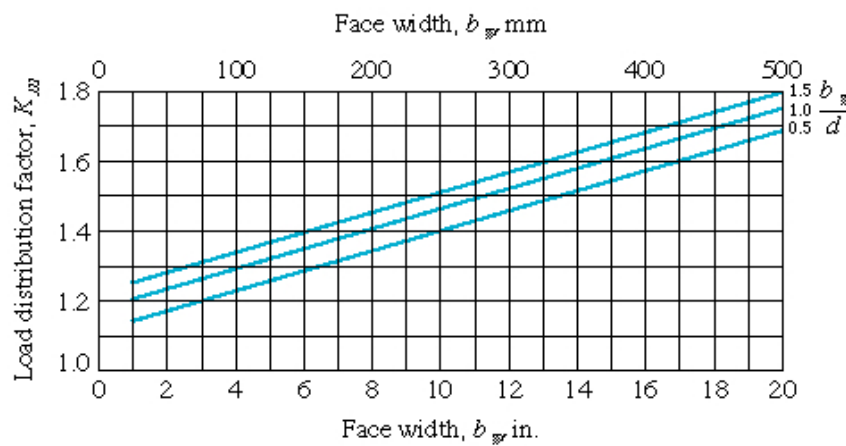
Factor de tamaño

El factor de tamaño K_s es 1 para la mayoría de los engranajes. Sin embargo, hay autores que recomiendan el valor de 1 para módulos de 5 o menores. Para el resto de dientes más grandes se recomienda los valores que aparecen en la tabla.

Módulo m mm	Factor de tamaño, K_s
≤ 5	1.00
5	1.05
8	1.15
12	1.25
20	1.40

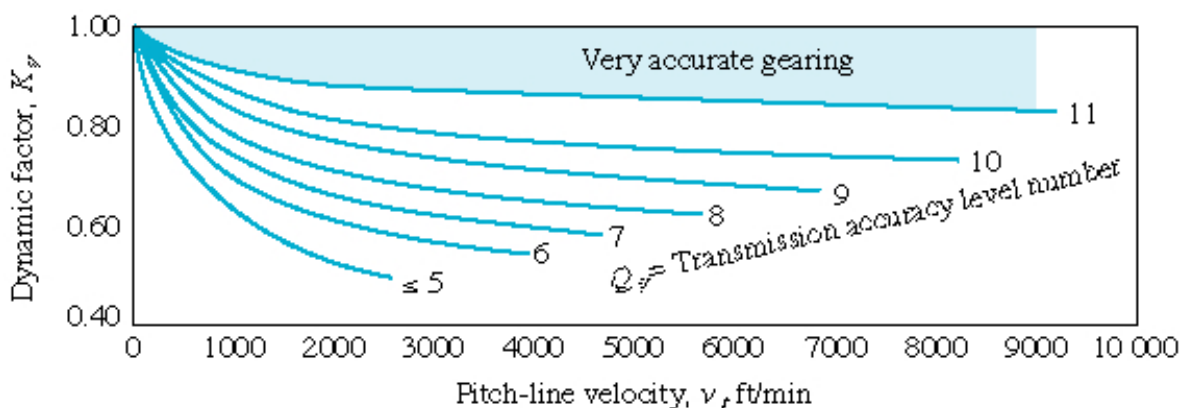
Factor de distribución de carga

El valor del factor de distribución de carga K_m se basa en muchas variables en el diseño de engranajes, haciéndolo el factor más difícil de determinar. En la figura se proporcionan los valores del factor de distribución como función del ancho de la cara b_w y la razón del ancho de cara con el diámetro de paso b_w/d .



Factor dinámico

En el factor dinámico K_v se toma en cuenta el hecho de que la carga es más alta que la carga que se transmite. El valor de K_v depende de la precisión del perfil del diente, de las propiedades elásticas del diente y de la velocidad con la que el diente entra en contacto. En la figura se proporcionan los factores dinámicos para la velocidad en la línea de paso y los números del nivel de precisión de la transmisión. Los engranajes que tienen un número de nivel de precisión de la transmisión Q_v de 5, 6 o 7 son engranajes en aplicaciones comunes de diseño de máquinas, que están hechos por medio de fresado o conformado con un diseño y fabricación de medio a bueno. Si los dientes tienen un acabado maquinado o cepillado para mejorar la precisión del perfil, se deberá usar un número de nivel de precisión de la transmisión de 8, 9, 10 u 11. Si los dientes se cortan mediante conformado por fresado, los engranajes que tienen factores más bajos que los que se determinan por medio de la curva $Q_v \leq 5$ no se deberán usar para una velocidad en la línea de paso mayor de 2500 pies/min.



La velocidad de la línea de paso v_t , es la velocidad lineal de un punto sobre el círculo de paso del engranaje. La expresión para la velocidad en la línea de paso es:

$$v_t = \frac{\pi d_p N_{ap}}{12} = \frac{\pi d_g N_{ag}}{12}$$

donde v_t es la velocidad en la línea de paso en pies/min, N_{ap} es la velocidad rotacional del piñón en rpm, N_{ag} es la velocidad rotacional del engrane en rpm, d_p es el diámetro de paso del piñón en pulgadas y d_g es el diámetro de paso del engranaje en pulgadas.

Esfuerzos de contacto en engranajes

Además de considerar el esfuerzo flexionante crítico en el diseño de engranajes, también es necesario hacer la revisión por falla causada por los esfuerzos de contacto demasiado grandes. Estos esfuerzos pueden causar picaduras, estrías y ralladuras en las superficies. El picado es la eliminación de partes pequeñas del material de la superficie de un engranaje debido a la fatiga. El picado es causado por un esfuerzo superficial excesivo provocado por cargas normales altas, por una temperatura local alta debida a altas velocidades de rozamiento, o por un lubricante inadecuado. Las estrías pueden ser causadas por fallo del lubricante, materiales incompatibles y sobrecarga. La ralladura es la destrucción de la superficie incluyendo flujo plástico del material más arañazos superpuestos y raspaduras causadas por partículas metálicas sueltas que actúan como un abrasivo entre los dientes.

El esfuerzo de contacto que resulta en el diente del engranaje de acoplamiento es alto debido a las superficies no concordantes. El esfuerzo de contacto se calcula usando el análisis de esfuerzo de contacto hertziano. Para el caso de los dientes de un engranaje se basa en el análisis de dos cilindros con carga axial. Los radios de los cilindros son los radios de curvatura de las curvas evolventes de los dientes acoplados en el punto de contacto. La carga sobre los dientes es la carga normal. La presión hertziana máxima en el contacto se puede escribir como:

$$p_H = E' \left(\frac{W'}{2\pi} \right)^{\frac{1}{2}}$$

donde

$$E' = \text{módulo de elasticidad efectivo} = \frac{2}{\frac{1-\nu_a^2}{E_a} + \frac{1-\nu_b^2}{E_b}}$$

W' = carga adimensional = $w'/E'R_x$

w' = carga por unidad de ancho = P_z/b_w

$$\frac{1}{R_x} = \left(\frac{1}{r_p} + \frac{1}{r_g} \right) \text{sen}\phi = \left(\frac{1}{d_p} + \frac{1}{d_g} \right) \frac{2}{\text{sen}\phi}$$

El parámetro R_x es el radio efectivo, y para engranes es una función del radio de paso del piñón y del engrane, así como también del ángulo de presión. El contacto que se produce entre los engranajes rectos de acoplamiento es rectangular, con un semiancho hertziano b^* y la longitud del contacto es el ancho de la cara b_w . Así como se utilizaron factores de modificación para describir el esfuerzo flexionante que actúa sobre los engranajes de acoplamiento, también existen factores de modificación cuando se trata de esfuerzos de contacto. De esta forma, el esfuerzo de contacto tiene la siguiente forma:

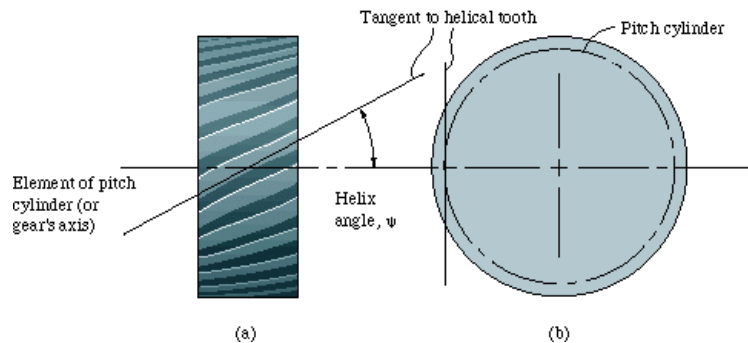
$$\sigma_c = E' \left(\frac{W' K_a K_s K_m}{2\pi K_v} \right)^{\frac{1}{2}} = p_H \left(\frac{K_a K_s K_m}{K_v} \right)^{\frac{1}{2}}$$

Engranajes helicoidales

En los engranajes helicoidales la resistencia de los dientes mejora en relación con los engranajes rectos debido a la vuelta de contacto helicoidal alargada en el soporte de la base del diente. Para los engranajes helicoidales, la razón de contacto es mayor debido a la superposición axial del diente. Por lo tanto, los engranajes helicoidales tienden a mostrar una capacidad de soporte de carga mayor que los engranajes rectos del mismo tamaño. Por otro lado, los engranajes rectos tienen una eficiencia un poco más alta.

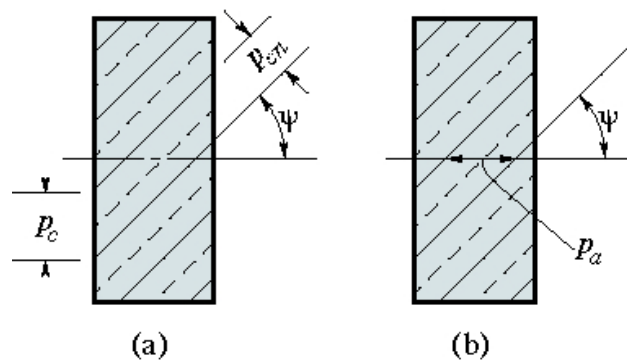
Relaciones de engranajes helicoidales

Todas las relaciones que rigen a los engranajes rectos se aplican a los helicoidales con algunas modificaciones que consideran la torsión axial de los dientes causadas por el ángulo de la hélice. El ángulo de la hélice varía desde la base del diente hasta el radio exterior. El ángulo de la hélice ψ se define como el ángulo entre el eje del engranaje y la tangente al diente helicoidal en la intersección del cilindro de paso y el perfil del diente.



Pasos de engranajes helicoidales

Los engranajes helicoidales tienen dos pasos relacionados: uno en el plano de rotación, y el otro en un plano normal al diente. Para los engranajes rectos los pasos sólo se describieron en términos del plano de rotación.



En la figura se representan los pasos circular y axial de los engranajes helicoidales, los cuales están relacionados por el paso circular normal

$$p_{cn} = p_c \cos \psi$$

El paso diametral normal es

$$p_{dn} = \frac{P_d}{\cos \psi}$$

El paso axial de un engrane helicoidal es la distancia entre los puntos correspondientes sobre los dientes adyacentes, medida en forma paralela al eje del engrane. Se define como:

$$p_a = p_c \cot \psi = \frac{p_{cn}}{\sen \psi}$$

Número equivalente de dientes y ángulo de presión

El número de dientes para engranajes helicoidales equivalentes al que se determinó para engranajes rectos está dado como

$$N_n = \frac{N}{\cos^3 \psi}$$

Para engranajes helicoidales existe un ángulo de presión normal, así como también el ángulo de presión usual en el plano de rotación, y se relaciona con el ángulo de la hélice como.

$$\tan \phi = \frac{\tan \phi}{\cos \psi}$$

Proporciones de los dientes helicoidales

Las proporciones de los dientes helicoidales siguen los mismos estándares que los de los engranes rectos. La cabeza, la raíz, la profundidad completa y la holgura son exactamente las mismas. El diámetro de paso se proporciona por medio de la misma expresión que se usó para los rectos, pero si se involucra el paso normal, es función del ángulo de la hélice.

$$d = \frac{N}{P_d} = \frac{N}{P_{dn} \cos \psi}$$

La distancia central, es igual a

$$c_d = \frac{d_p + d_g}{2 \cos \psi} = \frac{N_p + N_g}{2 P_{dn} \cos \psi}$$

La razón de contacto de los engranes helicoidales se mejora por la superposición axial de los dientes. La razón de contacto total es la suma de las razones de contacto circunferencial calculada de lamisca manera que se hizo para los engranajes rectos, y sumada a la razón de contacto axial:

$$C_{rt} = C_r + C_{ra}$$

donde
$$C_{ra} = \frac{b_w}{P_a} = \frac{b_w \tan \psi}{P_c} = \frac{b_w \operatorname{sen} \psi}{P_{cn}}$$

C_r = razón de contacto circunferencial

b_w = ancho de la cara

Cargas y esfuerzos

La carga de empuje W_t es la misma para engranajes rectos o helicoidales. Hay que recordar que la carga de empuje es la fuerza que transmite potencia del engranaje impulsor al engranaje impulsado y actúa perpendicular al eje que soporta el engranaje. La carga axial en un engranaje helicoidal es:

$$W_a = W_t \tan \psi$$

Obsérvese que la carga axial aumenta cuando el ángulo de la hélice se incrementa. Los ángulos de la hélice varían comúnmente entre 15 y 45°. La carga radial es la fuerza que actúa hacia el centro del engrane. La acción de la dirección de la fuerza es empujar los dos engranes en direcciones opuestas para apartarlos. La carga radial es:

$$W_r = W_t \tan \phi$$

La carga normal es:

$$W = \frac{W_t}{\cos \phi_n \cos \psi}$$

Los esfuerzos flexionante y de contacto son los mismos que para los engranajes rectos.

RODAMIENTOS

Introducción

El propósito de un cojinete es el de proporcionar una posición relativa y libertad de rotación, además de transmitir una carga entre dos estructuras, usualmente un eje y una carcasa. La forma básica y el concepto de un cojinete de elementos rodantes son simples. Si se van a transmitir cargas entre superficies en movimiento relativo en una máquina, la acción se facilita más efectivamente si se interponen elementos rodantes entre los miembros en deslizamiento. De esta forma la resistencia de fricción que se opone al deslizamiento se reemplaza en gran medida por la resistencia mucho más pequeña que se asocia con el rodamiento.

Tipos de rodamientos

Los cojinetes de bolas y de rodillos están a disposición del ingeniero en una gran variedad de diseños y tamaños. Los cojinetes de elementos rodantes son un ensamble de varias partes: pista interior, pista exterior, conjunto de bolas o rodillos, y una jaula o separador. La jaula o separador mantiene un espaciado uniforme de los elementos rodantes. Aunque los cojinetes de elementos rodantes funcionarían correctamente sin un lubricante y en algunas ocasiones operan de esa forma, con frecuencia resulta ventajoso aplicar una película lubricante para prolongar su vida.

Clasificación

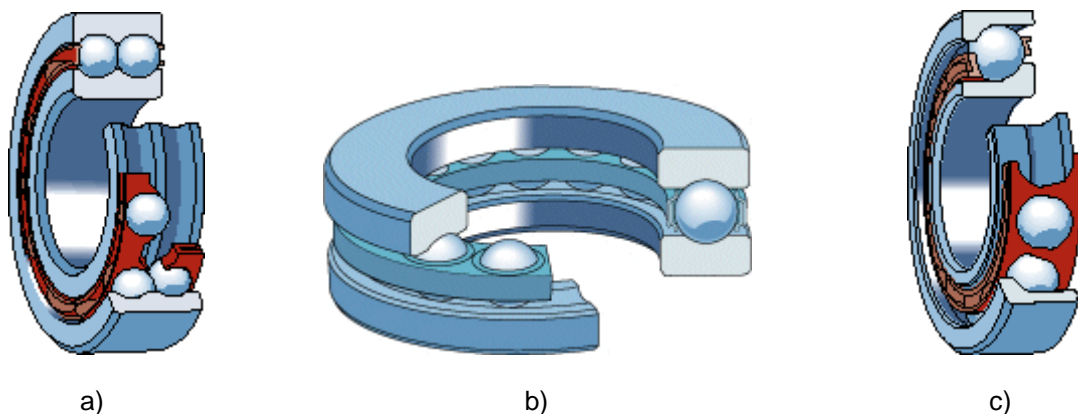
Los rodamientos se pueden clasificar en función de:

La geometría de los elementos rodantes: bolas, rodillos cilíndricos, rodillos esféricos, rodillos cónicos, agujas, etc.

Las cargas a las que están sometidos los rodamientos: axial, radial, lineal o combinada.

Rodamientos de bolas

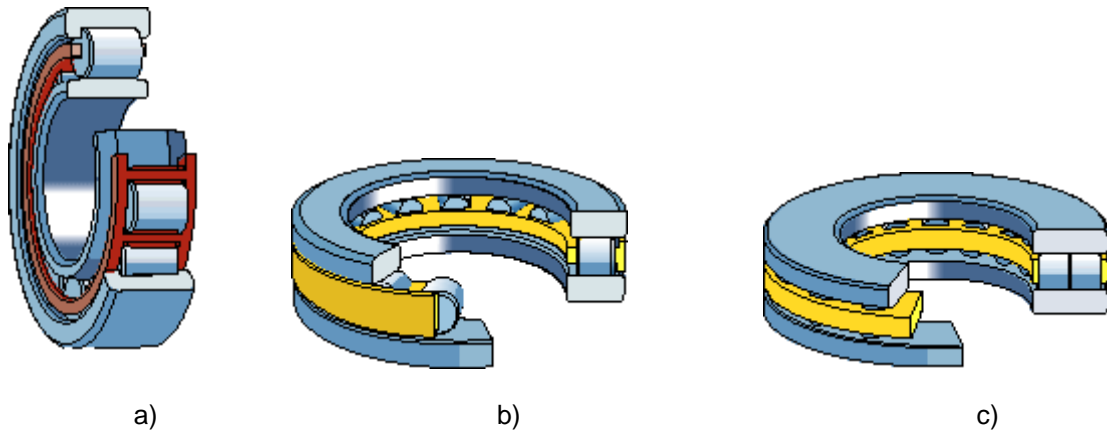
Los rodamientos de bolas se usan más que cualquier otro tipo de elementos rodantes. Para una aplicación en que la carga es principalmente radial, se puede elegir uno de este tipo de rodamientos. La carga de empuje se aplicará en un lado de la pista de rodamientos interna mediante un hombro en el eje. La carga pasará a lo largo del lado de la ranura a través de la bola, hacia el lado opuesto del anillo de bolas y después a la carcasa. El radio de la bola es un poco más pequeño que el radio de la ranura para permitir el rodamiento libre de las bolas. En teoría, el contacto entre una bola y la pista de rodamientos se da en un punto, sin embargo, en realidad es un área circular pequeña debido a la deformación de las piezas. Como la carga es soportada en un área pequeña, se presentan tensiones debidas al contacto muy altas a nivel local. Para incrementar la capacidad de un cojinete de hilera única, se debe utilizar un cojinete que tenga mayor número de bolas o bolas más grandes que funcionen en pistas de rodamientos más grandes. Un tipo especial dentro del rodamiento de bolas es el rodamiento de bolas de *contacto angular*, en el que un lado de cada pista de rodamientos es más alto para permitir su adaptación a cargas de empuje más considerables. Este tipo de rodamientos se emplea comúnmente cuando la sollicitación de cargas es combinación de componentes axial y radial. Los ángulos de empuje más comunes varían entre 15° y 40° .



Rodamientos a bolas. a) radial de dos hileras, b) axial y c) de contacto angular

Rodamientos de rodillos cilíndricos

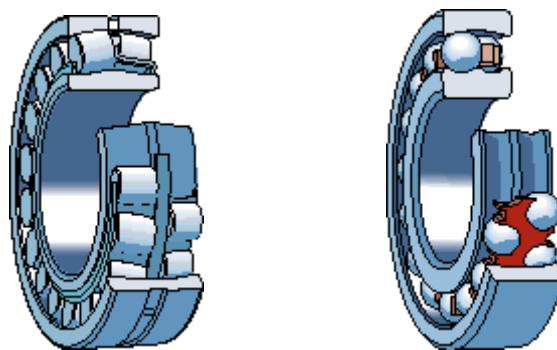
Sustituir las bolas esféricas por rodillos cilíndricos con los cambios correspondientes en el diseño de los collares de bolas, proporciona una mayor capacidad de carga radial. El patrón de contacto entre un rodamiento y su collar es, en teoría, una línea y adopta forma rectangular conforme las piezas se deforman bajo el efecto de una carga. Los niveles de tensión debida al contacto son más bajos que los que corresponden a cojinetes de bola de un tamaño equivalente, lo que permite que cojinetes más pequeños soporten una carga particular o que un cojinete de un tamaño específico soporte una carga mayor. La capacidad para soportar carga de empuje es pobre. Los rodamientos de rodillos cilíndricos suelen ser muy anchos, lo cual les confiere escasa capacidad para adaptarse a la desalineación angular.



Rodamientos a rodillos cilíndricos. a) radial, b) axial y c) axial de dos hileras

Rodamientos de autoalineados

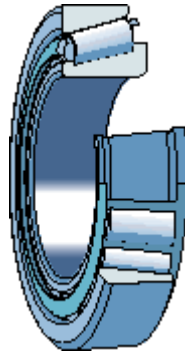
El rodamiento de rodillos de barril es una forma de rodamiento autoalineado, se denomina así porque existe rotación relativa real de la pista de rodamientos externa en relación a los rodamientos y la pista de rodamientos interna cuando se presenta desalineación angular. Esto proporciona excelente especificación de la capacidad de desalineación en tanto se conservan las mismas especificaciones de capacidad de carga radial. Otro tipo de rodamientos autoalineados son los *rodamientos de bolas a rótula*, los cuales poseen dos hileras de bolas con un camino de rodadura esférico común en el aro exterior. Esta última característica confiere al rodamiento la propiedad del autoalineamiento lo que permite desviaciones angulares del eje con relación al soporte.



Rodamiento a rodillos de barril radial y de bolas a rótula

Rodamientos de rodillos cónicos

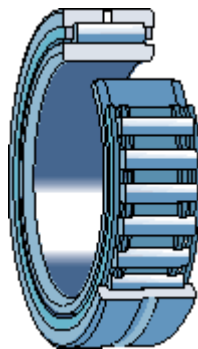
Este tipo de rodamientos están diseñados para soportar cargas de empuje sustanciales con cargas radiales altas, lo cual da por resultado excelentes especificaciones en ambos. Se utilizan con frecuencia en rodamientos de rueda para vehículos y en maquinaria de trabajo pesado a la que le son inherentes cargas de empuje altas.



Rodamiento de rodillos cónicos.

Rodamientos de agujas

Este tipo de rodamientos son en realidad rodamientos de rodillos cilíndricos, pero el diámetro es mucho menos. Al igual que en otros rodamientos de rodillos cilíndricos, la capacidad de empuje y desalineación es pobre.



Rodamiento de agujas radial

Comparación entre tipos de rodamientos

Tipo de rodamiento	Capacidad de carga radial	Capacidad de carga axial o de empuje	Capacidad de desalineación
Bola de hilera única	Buena	Aceptable	Aceptable
Bola de doble hilera	Excelente	Buena	Aceptable
Contacto angular	Buena	Excelente	Pobre
Rodamiento cilíndrico	Excelente	Pobre	Aceptable
Rodamiento de aguja	Excelente	Pobre	Pobre
Rodamiento esférico	Excelente	Aceptable/Buena	Excelente
Rodamiento cónico	Excelente	Excelente	Pobre

Vida útil del diseño

En este apartado se pretende señalar la relación entre la carga y la vida útil. Aunque los rodamientos se fabrican en acero resistentes, tienen una vida útil limitada y en algún momento presentarán fallas por fatiga debido a la considerable tensión por contacto a la que se les somete. Sin embargo, como es obvio, cuanto más ligera sea la carga más prolongada será su vida útil y viceversa. La relación entre carga, P, y vida útil L, para cojinetes de contacto giratorio se puede establecer en los términos siguientes:

$$\frac{L_2}{L_1} = \left(\frac{P_1}{P_2} \right)^k$$

donde $k=3$ para rodamientos de bolas y $k=3.33$ para el resto. A partir de la expresión anterior, se demuestra que si la vida útil especificada es un millón de revoluciones, la anterior expresión se escribe como

$$\text{Vida útil del diseño} = L_d = (C/P_d)^k (10^6).$$

siendo C la capacidad de base dinámica del rodamiento y P_d la de diseño.

Carga estática equivalente

Una carga P que actúa sobre un rodamiento de elementos rodantes en un ángulo α_p es una carga combinada porque incluye una componente radial y otra axial. La componente radial es $P_r = P \cos \alpha_p$ y la axial es $P_a = P \sin \alpha_p$. Ambas componentes se combinan para formar la carga estática equivalente P_0 , la cual se expresa como

$$P_0 = X P_r + Y P_a$$

donde X e Y son los factores radial y de empuje o axial respectivamente obtenidos de la tabla siguiente.



Tabla 1. Coeficientes X e Y

RODAMIENTOS DE BOLAS						RODAMIENTOS DE RODILLOS																																																																																											
Tipos de rodamientos	$\frac{F_a}{F_r} \leq e$		$\frac{F_a}{F_r} > e$		e	Tipos de rodamientos	$\frac{F_a}{F_r} \leq e$		$\frac{F_a}{F_r} > e$		e																																																																																						
	X	Y	X	Y			X	Y	X	Y																																																																																							
Rodamientos rígidos de bolas Series EL, R, 160, 60, 62, 63, 64 $\frac{F_a}{C_0} = 0,025$ = 0,04 = 0,07 = 0,13 = 0,25 = 0,5	1	0	0,56	2	0,22	Rodamientos de rodillos a rótula 23944-239/670 239/710-239/850 23024 C-23068 CA 23072 CA-230/500 CA 24024 C-24080 CA 24084 CA-240/500 CA 23120 C-23128 C 23130 C-231/500 CA 24122 C-24128 C 24130 C-24172 CA 24176 CA-241/500 CA 22205 C-22207 C 08 C-09 C 10 C-20 C 22 C-44 C 48-64 23218 C-23220 C 22 C-64 CA 21304-21305 06-10 11-19 20-22 22308 C-22310 C 11 C-15 C 16 C-40 C 44-56	1	3,7	5,5	0,18	4	0,67	6	0,17	2,9	0,67	4,4	0,23	3,3	0,67	4,9	0,21	2,3	0,67	3,5	0,29	2,4	0,67	3,6	0,28	2,4	0,67	3,6	0,28	2,3	0,67	3,5	0,29	1,9	2,9	0,35	1,8	0,67	2,7	0,37	1,9	2,9	0,35	2,1	3,1	0,32	2,5	3,7	0,27	2,9	0,67	4,4	0,23	2,6	3,9	0,26	2,4	3,6	0,28	2,2	3,3	0,31	2	0,67	3	0,34	2,8	4,2	0,24	3,2	4,8	0,21	3,4	0,67	5	0,2	3,7	5,5	0,18	1,8	2,7	0,37	1,9	2,9	0,35	2	0,67	3	0,34	1,9	2,9	0,35
Rodamientos de bolas a rótula 125, 126, 127, 108, 129 1200-1203 04-05 06-07 08-09 10-12 13-22 24-30 2200-2204 05-07 08-09 10-13 14-20 21-22 1300-1303 04-05 06-09 10-22 2301 2302-2304 05-10 11-18	1	1,8	0,65	2,8	0,34	Rodamientos de rodillos técnicos 30203-30204 05-08 09-22 24-30 32206-32208 09-22 24-30 30302-30303 04-07 08-24 31305-31318 32303 32304-32307 08-24	1	0	0,4	1,75	0,34	1,6	0,37	1,45	0,41	1,35	0,44	1,6	0,37	1,45	0,41	1,35	0,44	2,1	0,28	1,95	0,31	1,75	0,34	0,73	0,82	2,1	0,28	1,95	0,31	1,75	0,34																																																												
Rodamientos de bolas con contacto angular Series 72 B, 73 B Series 72 BG, 73 BG Un par de rodamientos en montaje en el mismo sentido Un par de rodamientos en montaje O o X Series 32 A, 33 A	1	0	0,35	0,57	1,14	1	0	0,35	0,57	1,14	1	0,55	0,57	0,93	1,14	1	0,73	0,62	1,17	0,86																																																																													

Factor radial X_0 y factor de empuje Y_0 para cojinetes radiales estáticamente cargados

Carga variable

Los procedimientos de diseño y análisis que se han utilizado hasta ahora suponen que el rodamiento operará con una sola carga de diseño en el transcurso de su vida útil. Utilizando los datos que publican los fabricantes en los catálogos, es posible hacer proyecciones muy precisas acerca de la vida útil del cojinete bajo tales condiciones. Si las cargas varían según transcurre el tiempo, habrá que modificar los procedimientos.

Uno de los procedimientos que los fabricantes recomiendan recibe el nombre de regla de Palmaren-Miner. La base de la regla de Miner consiste en que si un rodamiento en particular es sometido a una serie de cargas de magnitudes diferentes a lo largo de lapsos cuya duración se conoce, a la larga, cada carga contribuye a la falla del rodamiento en proporción a la relación de la carga con la vida útil que se espera cumpla el rodamiento si se le somete a la acción de esa carga. Un método similar, introduce el concepto de *carga media efectiva*, F_m :

$$F_m = \left(\frac{\sum_i (F_i)^p N_i}{N} \right)^{1/p}$$

donde F = carga individual entre una serie de cargas i

N_i = número de revoluciones a las que opera F_i

N = número total de revoluciones durante un ciclo completo

p = exponente de la relación carga/vida útil; $p=3$ para cojinetes de bolas y $p=10/3$ para rodillos.

Como alternativa, si el cojinete gira a velocidad constante, y debido a que el número de revoluciones es proporcional al tiempo de operación, N_i puede ser el número de minutos de operación a F_i y N es la suma del número de minutos que comprende el ciclo total. Es decir:

$$N = N_1 + N_2 + \dots + N_n$$

Así, la vida útil total esperada, en millones de revoluciones del rodamiento será:

$$L = \left(\frac{C}{F_m} \right)^p$$

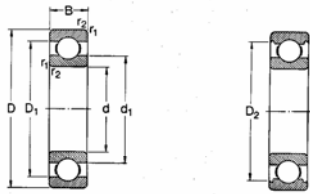
En caso de que la velocidad de giro sea constante y la carga varía de forma continua:

$$F_m = \frac{F_{\min} + 2F_{\max}}{3}$$

El siguiente anexo recoge algunos de los rodamientos más usados con las principales características útiles para el diseño.

ANEXO: RODAMIENTOS

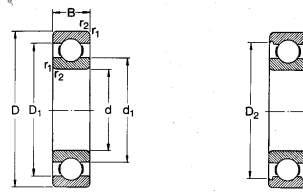
Rodamientos rígidos de una hilera de bolas d 2,5-12 mm



Sin ranuras en el aro exterior / Con ranuras en el aro exterior

Dimensiones principales			Capacidad de carga estát.		Carga límite de fatiga F_u	Velocidad nominal		Masa	Designación
d	D	B	C	C_0		Lubricación con grasa	Lubricación con aceite		
mm			N	N		r/min	kg		
2,5	8	2,8	319	106	4	67 000	80 000	0,0007	60/2,5
3	10	4	488	146	6	60 000	70 000	0,0015	623
4	9	2,5	540	180	7	63 000	75 000	0,0007	618/4
	12	4	806	280	12	53 000	63 000	0,0022	604
	13	5	975	325	14	48 000	56 000	0,0031	624
	16	5	1 110	380	16	43 000	50 000	0,0054	634
5	11	3	637	255	11	53 000	63 000	0,0012	618/5
	16	5	1 110	380	16	43 000	50 000	0,0050	625
	19	6	1 720	620	26	36 000	43 000	0,0090	635
6	13	3,5	884	345	15	48 000	56 000	0,0020	618/6
	19	6	1 720	620	26	36 000	43 000	0,0084	626
7	14	3,5	956	400	17	45 000	53 000	0,0022	618/7
	19	6	1 720	620	26	38 000	45 000	0,0075	607
	22	7	3 250	1 370	57	32 000	38 000	0,013	627
8	16	4	1 330	570	24	40 000	48 000	0,0030	618/8
	22	7	3 250	1 370	57	38 000	43 000	0,012	608
9	17	4	1 430	640	27	38 000	45 000	0,0034	618/9
	24	7	3 710	1 660	71	32 000	38 000	0,014	609
	26	8	4 620	1 960	83	28 000	34 000	0,020	629
10	19	5	1 380	585	25	38 000	43 000	0,0055	61800
	22	6	1 950	750	32	34 000	40 000	0,010	61900
	26	8	4 620	1 960	83	30 000	36 000	0,019	6000
	29	8	4 620	1 960	83	28 000	34 000	0,022	16100
	30	9	5 070	2 360	100	24 000	30 000	0,032	6200
	35	11	8 060	3 400	143	20 000	26 000	0,053	6300
12	21	5	1 430	670	28	32 000	38 000	0,0063	61801
	24	6	2 250	960	43	30 000	36 000	0,011	61901
	28	8	5 070	2 360	100	26 000	32 000	0,022	6001
	30	8	5 070	2 360	100	26 000	32 000	0,023	16101
	32	10	6 890	3 100	132	22 000	28 000	0,037	6201
	37	12	9 750	4 150	176	19 000	24 000	0,060	6301

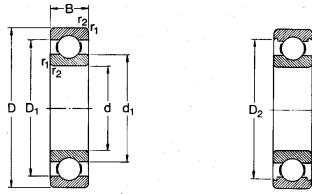
Rodamientos rígidos de una hilera de bolas d 15-30 mm



Sin ranuras en el aro exterior / Con ranuras en el aro exterior

Dimensiones principales			Capacidad de carga estát.		Carga límite de fatiga F_u	Velocidad nominal		Masa	Designación
d	D	B	C	C_0		Lubricación con grasa	Lubricación con aceite		
mm			N	N		r/min	kg		
15	24	5	1 560	600	34	28 000	34 000	0,0074	61802
	28	7	4 030	2 040	85	24 000	30 000	0,016	61902
	32	8	5 580	2 650	120	22 000	28 000	0,025	16002
	38	9	5 580	2 850	120	22 000	28 000	0,030	6002
	35	11	7 800	3 750	160	19 000	24 000	0,045	6202
	42	13	11 400	5 400	228	17 000	20 000	0,082	6302
17	26	5	1 680	930	39	24 000	30 000	0,0082	61803
	30	7	4 360	2 320	98	22 000	28 000	0,018	61903
	35	8	6 050	3 250	137	19 000	24 000	0,032	16003
	35	10	6 050	3 250	137	19 000	24 000	0,039	6003
	40	12	9 560	4 750	200	17 000	20 000	0,065	6203
	47	14	13 500	6 550	275	16 000	19 000	0,12	6303
	62	17	22 900	10 800	455	12 000	15 000	0,27	6403
20	32	7	2 700	1 500	63	19 000	24 000	0,018	61804
	37	9	6 370	3 650	156	18 000	22 000	0,036	61904
	42	8	6 390	3 050	173	17 000	20 000	0,050	16004
	42	12	9 360	5 000	212	17 000	20 000	0,069	6004
	47	14	12 700	6 550	280	15 000	18 000	0,11	6204
	52	15	15 900	7 800	335	13 000	16 000	0,14	6304
	72	19	30 700	15 000	640	10 000	13 000	0,40	6404
25	37	7	4 360	2 600	125	17 000	20 000	0,022	61806
	42	9	6 630	4 000	176	16 000	19 000	0,045	61906
	47	8	7 610	4 750	212	14 000	17 000	0,060	16006
	47	12	11 200	6 550	275	15 000	18 000	0,080	6006
	52	15	14 000	7 800	335	12 000	15 000	0,13	6206
	62	17	22 500	11 600	490	11 000	14 000	0,23	6306
	80	21	35 600	19 300	815	9 000	11 000	0,53	6406
30	42	7	4 490	2 900	146	15 000	18 000	0,027	61808
	47	9	7 280	4 550	212	14 000	17 000	0,051	61908
	55	9	11 200	7 350	310	12 000	15 000	0,085	16008
	55	13	13 300	8 300	355	12 000	15 000	0,12	6008
	62	16	18 500	11 200	475	10 000	13 000	0,20	6208
	72	19	28 100	16 000	670	9 000	11 000	0,35	6308
	90	23	43 600	23 600	1 000	8 500	10 000	0,74	6408

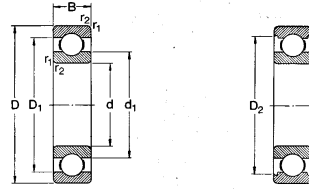
Rodamientos rígidos de una hilera de bolas d 35-55 mm



Sin ranuras en el aro exterior / Con ranuras en el aro exterior

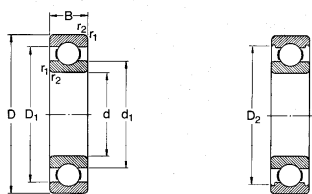
Dimensiones principales			Capacidad de carga estát.		Carga límite de fatiga F_u	Velocidad nominal		Masa	Designación
d	D	B	C	C_0		Lubricación con grasa	Lubricación con aceite		
mm			N	N		r/min	kg		
35	47	7	4 750	3 200	166	13 000	16 000	0,030	61807
	55	10	9 560	6 200	290	11 000	14 000	0,080	61907
	62	9	12 400	8 150	375	10 000	13 000	0,11	16007
	62	14	15 900	10 200	440	10 000	13 000	0,16	6007
	72	17	25 500	15 300	855	9 000	11 000	0,29	6207
	80	11	33 200	19 000	815	8 500	10 000	0,46	6307
	100	25	55 300	31 000	1 290	7 000	8 500	0,95	6407
40	52	7	4 940	3 450	186	11 000	14 000	0,034	61808
	62	12	13 800	9 300	425	10 000	13 000	0,12	61908
	68	9	13 300	9 150	440	9 500	12 000	0,13	16008
	68	15	18 800	11 600	490	9 500	12 000	0,19	6008
	80	18	30 700	19 000	800	8 500	10 000	0,37	6208
	90	23	41 000	24 000	1 020	7 500	9 000	0,63	6308
	110	27	63 700	36 500	1 530	6 700	8 000	1,25	6408
45	58	7	6 050	4 300	228	9 500	12 000	0,040	61809
	68	12	14 000	9 800	465	9 000	11 000	0,14	61909
	75	10	15 600	10 800	520	9 000	11 000	0,17	16009
	75	16	20 800	14 600	640	9 000	11 000	0,25	6009
	85	19	33 200	21 600	915	7 500	9 000	0,41	6209
	100	25	52 700	31 500	1 340	6 700	8 000	0,83	6309
	120	29	76 100	45 000	1 900	6 000	7 000	1,55	6409
50	65	7	6 240	4 750	250	9 000	11 000	0,052	61810
	72	12	14 600	10 400	500	8 500	10 000	0,14	61910
	80	10	16 300	11 400	560	8 500	10 000	0,18	16010
	80	16	21 600	16 000	710	8 500	10 000	0,26	6010
	90	20	35 100	23 200	980	7 000	8 500	0,46	6210
	110	27	61 800	38 000	1 600	6 300	7 500	1,05	6310
	130	31	87 100	52 000	2 200	5 300	6 300	1,90	6410
55	72	9	8 940	6 800	380	8 500	10 000	0,083	61811
	80	13	15 900	11 400	560	8 000	9 500	0,19	61911
	90	11	19 500	14 000	695	7 500	9 000	0,26	16011
	90	18	28 100	21 200	900	7 500	9 000	0,39	6011
	100	21	43 600	28 000	1 250	6 300	7 500	0,61	6211
	120	29	71 500	45 000	1 900	5 600	6 700	1,35	6311
	140	33	99 500	62 000	2 600	5 000	6 000	2,30	6411

Rodamientos rígidos de una hilera de bolas d 60-80 mm



Sin ranuras en el aro exterior / Con ranuras en el aro exterior

Rodamientos rígidos de una hilera de bolas d 85-105 mm

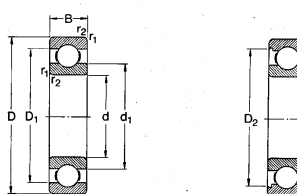


Sin ranuras en el aro exterior

Con ranuras en el aro exterior

Dimensiones principales			Capacidad de carga dinám.	Carga límite de fatiga	Velocidad nominal	Masa	Designación	
d	D	B	C	P_0	Lubricación con grasa	r/min	kg	
mm			N	N	r/min	kg	-	
85	110	13	19 500	16 600	880	5 300 6 300	0,27	61817
	120	18	31 900	30 000	1 250	5 300 6 300	0,55	61917
	130	14	33 800	33 500	1 370	5 000 6 000	0,63	16017
	130	22	49 400	43 000	1 760	5 000 6 000	0,88	6017
	150	28	83 200	64 000	2 500	4 300 5 000	1,80	6217
	160	41	133 000	96 500	3 550	3 600 4 300	4,25	6317
	210	52	174 000	137 000	4 750	3 200 3 800	9,50	6417
90	115	13	19 500	17 000	915	5 300 6 300	0,28	61818
	125	18	33 200	31 500	1 230	5 000 6 000	0,59	61918
	140	16	41 600	39 000	1 560	4 800 5 600	0,85	16018
	140	24	58 500	50 000	1 960	4 800 5 600	1,15	6018
	160	30	95 600	73 500	2 800	3 800 4 500	2,15	6218
	190	43	143 000	108 000	3 850	3 400 4 000	4,90	6318
	225	54	186 000	150 000	5 000	3 000 3 600	11,5	6418
95	120	13	19 900	17 600	930	5 000 6 000	0,30	61819
	130	18	33 800	33 500	1 430	4 800 5 600	0,61	61919
	145	16	42 300	41 500	1 630	4 500 5 300	0,89	16019
	145	24	60 500	54 000	2 080	4 500 5 300	1,20	6019
	170	32	108 000	81 500	3 000	3 600 4 300	2,60	6219
	200	45	153 000	116 000	4 150	3 200 3 800	5,65	6319
100	125	13	19 900	18 300	950	4 800 5 600	0,31	61820
	140	20	42 300	41 500	1 630	4 500 5 300	0,83	61920
	150	16	44 200	44 000	1 700	4 300 5 000	0,91	16020
	150	24	60 500	54 000	2 040	4 300 5 000	1,25	6020
	180	34	124 000	93 000	3 350	3 400 4 000	3,15	6220
	215	47	174 000	140 000	4 750	3 000 3 600	7,00	6320
105	130	13	20 800	19 600	1 000	4 500 5 300	0,32	61821
	145	20	44 200	44 000	1 700	4 300 5 000	0,87	61921
	160	18	52 000	51 000	1 860	4 000 4 800	1,20	16021
	160	26	72 800	65 500	2 400	4 000 4 800	1,60	6021
	190	36	133 000	104 000	3 650	3 200 3 800	3,70	6221
	225	49	182 000	153 000	5 100	2 800 3 400	8,25	6321

Rodamientos rígidos de una hilera de bolas d 110-160 mm

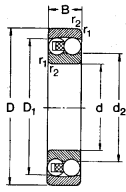


Sin ranuras en el aro exterior

Con ranuras en el aro exterior

Dimensiones principales			Capacidad de carga dinám.	Carga límite de fatiga	Velocidad nominal	Masa	Designación	
d	D	B	C	P_0	Lubricación con grasa	r/min	kg	
mm			N	N	r/min	kg	-	
110	140	16	28 100	26 000	1 250	4 300 5 000	0,60	61822
	150	20	43 600	45 000	1 660	4 000 4 800	0,90	61922
	170	19	57 200	57 000	2 040	3 800 4 500	1,45	16022
	170	28	81 900	73 500	2 400	3 800 4 500	1,98	6022
	200	38	143 000	118 000	4 000	3 000 3 600	4,35	6222
	240	50	203 000	160 000	5 700	2 800 3 200	9,55	6322
120	150	16	29 100	28 000	1 290	3 800 4 500	0,65	61824
	165	22	55 300	57 000	2 040	3 600 4 300	1,20	61924
	180	19	60 500	64 000	2 200	3 400 4 000	1,60	16024
	180	28	85 200	80 000	2 750	3 400 4 000	2,05	6024
	215	40	146 000	118 000	3 900	2 800 3 400	5,15	6224
	260	55	208 000	166 000	5 700	2 400 3 000	14,5	6324
130	165	18	37 700	43 000	1 660	3 600 4 300	0,93	61826
	180	24	65 000	67 000	2 280	3 400 4 000	1,60	61926
	200	22	79 300	81 500	2 700	3 200 3 800	2,35	16026
	200	33	106 000	100 000	3 350	3 200 3 800	3,15	6026
	230	40	156 000	132 000	4 150	2 600 3 200	5,80	6226
	280	58	229 000	216 000	6 300	2 200 2 800	18,0	6326
140	175	18	39 000	46 500	1 660	3 400 4 000	0,99	61828
	190	24	66 300	72 000	2 280	3 200 3 800	1,70	61928
	210	22	80 000	86 500	2 700	3 000 3 600	2,50	16028
	210	33	111 000	108 000	3 350	3 000 3 600	3,35	6028
	250	42	165 000	150 000	4 150	2 400 3 000	7,45	6228
	300	62	251 000	245 000	7 100	2 000 2 600	22,0	6328
150	190	20	48 800	61 000	1 960	3 000 3 600	1,40	61830
	210	28	88 400	93 000	2 900	2 800 3 400	3,05	61930
	225	24	92 300	98 000	3 050	2 600 3 200	3,15	16030
	225	35	125 000	125 000	3 900	2 600 3 200	4,80	6030
	270	45	174 000	166 000	4 900	2 000 2 600	9,40	6230
	320	65	276 000	285 000	7 800	1 800 2 400	26,0	6330
160	200	20	49 400	64 000	2 000	2 800 3 400	1,45	61832
	220	28	92 300	98 000	3 050	2 600 3 200	3,25	61932
	240	25	99 500	108 000	3 250	2 400 3 000	3,70	16032
	240	38	143 000	143 000	4 300	2 400 3 000	5,90	6032
	290	48	186 000	186 000	5 300	1 900 2 400	14,5	6232
	340	68	276 000	285 000	7 650	1 800 2 200	29,0	6332

Rodamientos de bolas a rótula
d 5-25 mm

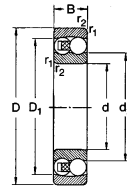


Agujero cilíndrico

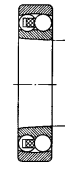


Agujero cónico
conicidad 1:12 en diámetro

Rodamientos de bolas a rótula
d 30-55 mm



Agujero cilíndrico



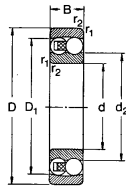
Agujero cónico
conicidad 1:12 en diámetro

Dimensiones principales		Capacidad de carga estát.	Carga límite de fatiga	Velocidad nominal	Masa	Designaciones			
d	D B	C	C ₀	r/min	kg	Rodamientos con agujero cilíndrico			
5	19 6	2 510	480	25	32 000	38 000	0,009	135	-
6	19 6	2 510	480	25	32 000	38 000	0,009	126	-
7	22 7	2 650	560	29	30 000	36 000	0,014	127	-
8	22 7	2 650	560	29	30 000	36 000	0,014	106	-
9	26 8	3 900	815	43	26 000	32 000	0,022	129	-
10	30 9	5 530	1 180	61	24 000	30 000	0,034	1200 E	-
	30 14	8 060	1 730	90	32 000	38 000	0,047	2200 E	-
12	32 10	6 240	1 430	72	22 000	28 000	0,040	1201 E	-
	35 14	8 520	1 900	98	20 000	26 000	0,053	2201 E	-
	37 12	9 360	2 160	112	18 000	22 000	0,067	1301 E	-
	37 17	11 700	2 700	140	17 000	20 000	0,095	2301	-
15	35 11	7 410	1 760	90	19 000	24 000	0,049	1202 E	-
	35 14	8 710	2 040	104	18 000	22 000	0,060	2202 E	-
	42 13	10 800	2 600	134	17 000	20 000	0,084	1302 E	-
	42 17	11 900	2 900	150	15 000	18 000	0,11	2302	-
17	40 12	8 840	2 200	114	18 000	22 000	0,073	1303 E	-
	40 16	10 600	2 550	132	17 000	20 000	0,088	2203 E	-
	47 14	12 700	3 400	176	14 000	17 000	0,13	1303 E	-
	47 19	14 600	3 550	183	13 000	16 000	0,16	2303	-
20	47 14	12 700	3 400	176	15 000	18 000	0,12	1204 E	1204 EK
	47 18	16 800	4 500	230	14 000	17 000	0,14	2204 E	-
	52 15	14 300	4 000	204	12 000	15 000	0,16	1304 E	1304 EK
	52 21	18 200	4 750	240	11 000	14 000	0,21	2304	-
25	52 15	14 300	4 000	204	13 000	16 000	0,14	1205 E	1205 EK
	52 18	16 800	4 400	228	11 000	14 000	0,16	2205 E	2205 EK
	62 17	19 000	5 400	280	9 500	12 000	0,25	1305 E	1305 EK
	62 24	24 200	6 550	340	8 500	12 000	0,34	2305	2305 K

Dimensiones principales		Capacidad de carga estát.	Carga límite de fatiga	Velocidad nominal	Masa	Designaciones			
d	D B ¹⁾	C	C ₀	r/min	kg	Rodamientos con agujero cilíndrico			
30	62 20	15 600	4 650	240	10 000	13 000	0,22	1206 E	1206 EK
	72 19	22 500	6 800	355	9 500	12 000	0,26	2206 E	2206 EK
	72 27	31 200	8 800	450	9 000	11 000	0,39	1306 E	1306 EK
	80 26	38 200	10 500	550	8 500	10 000	0,50	2306	2306 K
35	72 17	19 000	5 000	305	9 000	11 000	0,32	1207 E	1207 EK
	72 23	26 500	7 000	400	8 500	10 000	0,40	2207 E	2207 EK
	80 21	33 700	8 500	430	7 500	9 000	0,51	1307 E	1307 EK
	80 31	39 700	11 200	585	7 000	8 500	0,68	2307 E	2307 EK
	100 30	62 400	18 000	830	6 000	7 500	1,20	1408	-
40	80 18	19 900	5 650	355	9 500	10 000	0,42	1208 E	1208 EK
	80 23	27 500	7 500	450	9 000	10 000	0,51	2208 E	2208 EK
	90 23	33 800	9 000	500	8 000	9 000	0,72	1308 E	1308 EK
	90 33	41 000	10 500	550	7 500	8 500	0,93	2308 E	2308 EK
	110 33	75 100	18 000	830	6 000	7 500	1,70	1409	-
45	85 19	22 900	6 400	400	7 500	8 000	0,47	1209 E	1209 EK
	85 23	32 500	8 500	510	7 000	8 000	0,59	2209 E	2209 EK
	100 25	39 000	10 000	550	6 000	7 000	0,96	1309 E	1309 EK
	100 36	48 000	11 500	600	5 500	6 500	1,25	2309 E	2309 EK
	120 36	80 400	20 000	1 000	5 000	6 000	2,15	1410	-
50	90 20	26 500	7 500	475	7 000	8 500	0,53	1210 E	1210 EK
	90 23	33 800	9 500	500	6 500	7 500	0,60	2210 E	2210 EK
	110 27	43 600	11 200	570	5 500	6 500	0,70	1310 E	1310 EK
	110 40	52 000	13 000	630	5 000	6 000	0,85	2310	2310 K
	130 37	101 000	25 000	1 200	4 500	5 500	2,65	1411	-
55	100 21	27 600	7 800	540	6 000	7 500	0,71	1211 E	1211 EK
	100 25	38 000	10 000	600	5 500	6 500	0,81	2211 E	2211 EK
	120 29	50 700	12 000	660	5 000	6 000	1,00	1311 E	1311 EK
	120 43	61 000	14 000	720	4 500	5 500	1,20	2311	2311 K
	140 40	111 000	25 000	1 200	4 000	5 000	3,25	1412	-

¹⁾ En los rodamientos 1406 a 1411, inclusive, las bolas sobresalen de las caras laterales, ver tabla en página 260

Rodamientos de bolas a rótula
d 60-90 mm

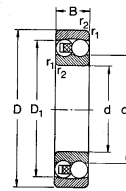


Agujero cilíndrico



Agujero cónico
conicidad 1:12 en diámetro

Rodamientos de bolas a rótula
d 95-130 mm



Agujero cilíndrico



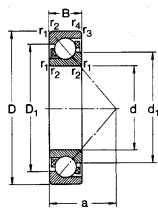
Agujero cónico
conicidad 1:12 en diámetro

Dimensiones principales		Capacidad de carga estát.	Carga límite de fatiga	Velocidad nominal	Masa	Designaciones			
d	D B ¹⁾	C	C ₀	r/min	kg	Rodamientos con agujero cilíndrico			
60	110 22	31 200	12 200	620	5 600	6 700	0,90	1212 E	1212 EK
	110 28	48 800	17 000	880	5 300	6 300	1,10	2212 E	2212 EK
	130 31	58 500	22 000	1 120	4 500	5 300	1,95	1312 E	1312 EK
	130 48	87 100	28 500	1 480	4 500	5 300	2,60	2312	2312 K
	150 42	125 000	41 500	2 160	3 800	4 500	3,56	1412	-
65	120 23	35 100	14 000	720	5 300	6 300	1,15	1213 E	1213 EK
	120 31	57 200	20 000	1 020	5 000	6 000	1,45	2213 E	2213 EK
	140 33	65 000	25 500	1 250	4 300	5 000	2,45	1313 E	1313 EK
	140 48	95 500	32 500	1 660	4 000	4 800	3,25	2313	2313 K
70	125 24	34 500	13 700	710	5 000	6 000	1,25	1214	-
	125 31	44 200	17 000	980	4 800	5 800	1,50	2214	-
	150 35	74 100	27 500	1 340	4 000	4 800	3,00	1314	-
	150 51	111 000	37 500	1 860	3 800	4 500	3,90	2314	-
75	130 25	39 000	15 600	800	4 800	5 600	1,35	1215	1215 K
	130 31	44 200	18 000	900	4 500	5 300	1,60	2215	2215 K
	160 37	79 300	30 000	1 430	3 600	4 500	3,55	1315	1315 K
	160 55	124 000	43 000	2 040	3 400	4 000	4,70	2315	2315 K
80	140 26	39 700	17 000	830	4 500	5 300	1,65	1216	1216 K
	140 33	65 000	25 500	1 250	4 000	4 800	2,00	2216 E	2216 EK
	170 39	89 400	33 500	1 500	3 600	4 300	4,20	1316	1316 K
	170 58	135 000	49 000	2 240	3 200	3 800	6,10	2316	2316 K
85	150 28	48 800	20 800	980	4 000	4 800	2,05	1217	1217 K
	150 36	59 500	23 600	1 120	3 800	4 500	2,50	2217	2217 K
	180 41	97 500	38 000	1 700	3 400	4 000	5,00	1317	1317 K
	180 60	140 000	51 000	2 280	3 000	3 600	7,05	2317	2317 K
90	160 30	57 200	23 600	1 080	3 800	4 500	2,50	1218	1218 K
	160 40	70 200	28 500	1 320	3 600	4 300	3,40	2218	2218 K
	190 43	117 000	44 000	1 880	3 200	3 800	5,60	1318	1318 K
	190 64	155 000	57 000	2 500	2 800	3 400	8,45	2318	2318 K

¹⁾ En los rodamientos 1318 (K) y 1412, las bolas sobresalen de las caras laterales, ver tabla en página 260

¹⁾ En los rodamientos 1224 (K), 1226 y 1319 (K) a 1322 (K), inclusive, las bolas sobresalen de las caras laterales, ver tabla en página 260

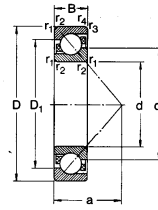
Rodamientos de una hilera de bolas con contacto angular
d 10-65 mm



Dimensiones principales			Capacidad de carga		Carga límite de fatiga P_u	Velocidad nominal		Masa	Designación
d	D	B	C	C_0		grasa	aceite		
mm			N	N	N	r/min	kg		
10	30	9	7 020	3 350	140	19 000	20 000	0,030	7200 BE
12	32	10	7 610	3 800	160	18 000	26 000	0,036	7201 BE
37	12	10	10 600	5 000	208	17 000	24 000	0,060	7301 BE
15	35	11	8 840	4 800	204	17 000	24 000	0,045	7202 BE
42	13	13	13 000	6 700	280	15 000	20 000	0,080	7302 BE
17	40	12	11 100	6 100	260	15 000	20 000	0,065	7203 BE
47	14	15	15 900	8 300	355	13 000	18 000	0,11	7303 BE
20	47	14	14 000	8 300	355	12 000	17 000	0,11	7204 BE
52	15	15	19 000	10 400	440	11 000	16 000	0,14	7304 BE
25	52	15	15 600	10 200	430	10 000	15 000	0,13	7205 BE
62	17	26	26 000	15 600	655	9 000	13 000	0,23	7305 BE
30	62	16	23 800	15 600	655	8 500	12 000	0,20	7206 BE
72	19	34	34 500	21 200	900	8 000	11 000	0,34	7306 BE
35	72	17	30 700	20 800	880	8 000	11 000	0,28	7207 BE
80	21	39	39 000	24 500	1 040	7 500	10 000	0,45	7307 BE
40	80	18	36 400	26 000	1 100	7 000	9 500	0,37	7208 RF
90	23	49	49 400	33 500	1 400	6 700	9 000	0,63	7308 BE
45	85	19	37 700	28 000	1 200	6 700	9 000	0,42	7209 BE
100	25	60	60 500	41 500	1 730	6 000	8 000	0,85	7309 BE
50	90	20	39 000	30 500	1 290	6 000	8 000	0,47	7210 BE
110	27	74	74 100	51 000	2 200	5 300	7 000	1,10	7310 BE
55	100	21	48 800	38 000	1 630	5 600	7 500	0,62	7211 BE
120	29	85	85 200	60 000	2 550	4 800	6 300	1,40	7311 BE
60	110	22	57 200	45 500	1 930	5 000	6 700	0,80	7212 BE
130	31	95	95 600	69 500	3 000	4 500	6 000	1,75	7312 BE
65	120	23	66 300	54 000	2 280	4 500	6 000	1,00	7213 BE
140	33	108	108 000	80 000	3 350	4 300	5 600	2,15	7313 BE

294

Rodamientos de una hilera de bolas con contacto angular
d 70-160 mm

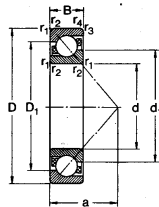


Dimensiones principales			Capacidad de carga		Carga límite de fatiga P_u	Velocidad nominal		Masa	Designación
d	D	B	C	C_0		grasa	aceite		
mm			N	N	N	r/min	kg		
70	125	24	71 500	60 000	2 500	4 900	5 000	1,10	7214 BE
	150	35	119 000	90 000	3 650	3 800	5 000	2,65	7314 BE
75	130	25	72 800	64 000	2 650	4 300	5 600	1,20	7215 BE
	160	37	133 000	106 000	4 150	3 600	4 800	3,20	7315 BE
80	140	26	83 200	73 500	3 000	3 800	5 000	1,45	7216 BE
	170	39	143 000	118 000	4 500	3 400	4 500	3,80	7316 BE
85	150	28	95 600	83 000	3 250	3 600	4 800	1,85	7217 BE
	180	41	153 000	132 000	4 900	3 200	4 300	4,45	7317 BE
90	160	30	108 000	96 500	3 650	3 400	4 500	2,30	7218 BE
	190	43	185 000	146 000	5 200	3 000	4 000	5,20	7318 BE
95	170	32	124 000	108 000	4 000	3 200	4 300	2,70	7219 BE
	200	45	178 000	163 000	5 600	2 800	3 800	6,05	7319 BE
100	180	34	135 000	122 000	4 400	3 000	4 000	3,30	7220 BE
	215	47	203 000	190 000	6 400	2 600	3 600	7,50	7320 BE
105	190	36	148 000	137 000	4 800	2 800	3 800	3,95	7221 BE
	225	49	212 000	208 000	6 950	2 400	3 400	8,55	7321 BE
110	200	38	163 000	153 000	5 200	2 600	3 600	4,60	7222 BE
	240	50	225 000	224 000	7 200	2 200	3 200	10,0	7322 BE
120	215	40	165 000	163 000	5 300	2 200	3 200	6,10	7224 B
	260	55	238 000	250 000	7 650	1 900	2 800	14,5	7324 B
130	230	40	186 000	193 000	6 100	1 900	2 800	6,95	7226 B
	280	58	251 000	270 000	8 000	1 800	2 600	17,5	7326 B
140	250	42	182 000	196 000	5 850	1 800	2 600	8,85	7228 B
	300	62	276 000	310 000	8 800	1 700	2 400	21,5	7328 BCB
150	270	45	195 000	224 000	6 550	1 700	2 400	11,5	7230 BCB
	320	65	302 000	365 000	10 200	1 600	2 200	26,0	7330 BCB
160	290	48	199 000	236 000	6 700	1 600	2 200	14,0	7232 BCB

SKF 296

SKF

Rodamientos de una hilera de bolas con contacto angular
d 170-240 mm

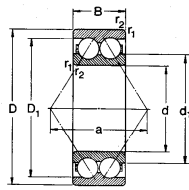


Dimensiones principales			Capacidad de carga		Carga límite de fatiga P_u	Velocidad nominal		Masa	Designación
d	D	B	C	C_0		grasa	aceite		
mm			N	N	N	r/min	kg		
170	310	52	221 000	270 000	7 350	1 800	2 200	17,5	7234 BCB
	360	72	358 000	455 000	12 000	1 400	1 900	36,0	7334 BCB
180	320	52	251 000	320 000	8 500	1 500	2 000	18,0	7236 BCB
	380	75	371 000	490 000	12 500	1 300	1 800	42,0	7336 BCB
190	340	55	276 000	355 000	9 150	1 400	1 900	22,0	7238 BCB
	400	78	410 000	560 000	13 700	1 200	1 700	48,5	7338 BCB
220	400	65	319 000	465 000	11 200	1 100	1 600	37,0	7244 BCB
240	440	72	364 000	540 000	12 500	1 000	1 500	49,0	7248 BCB

298

SKF

Rodamientos de dos hileras de bolas con contacto angular
d 10-60 mm



Diseño A hasta rodamientos 3207 y 3305 incl.



Diseño A rodamientos grandes



Diseño E

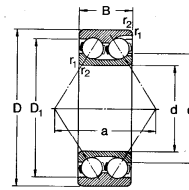


Diseño original (sin sujiro)

Dimensiones principales		Capacidad de carga dinám.		Carga límite de fatiga	Velocidad nominal	Masa	Designación		
d	D	B	C	C_0	Lubricación con grasa	r/min	kg		
10	30	14	7 410	4 300	180	16 000	22 000	0,051	3200 A
12	32	15,9	10 100	5 600	240	15 000	20 000	0,058	3201 A
15	35	15,9	11 200	6 800	285	12 000	17 000	0,066	3202 A
	42	19	15 100	9 150	390	10 000	15 000	0,13	3302 A
17	40	17,5	14 000	8 650	365	10 000	15 000	0,096	3303 A
	47	22,2	21 200	12 500	530	9 500	14 000	0,18	3303 A
20	47	20,6	18 600	12 000	500	9 000	13 000	0,16	3204 A
	52	22,2	22 100	14 300	610	8 500	12 000	0,22	3304 A
25	52	20,6	20 300	14 000	600	8 000	11 000	0,18	3205 A
	62	25,4	31 200	20 800	880	7 500	10 000	0,35	3305 A
30	62	23,8	28 100	20 000	850	7 000	9 500	0,29	3206 A
	72	30,2	41 000	28 500	1 200	6 300	8 500	0,53	3306 A
	72	30,2	45 700	42 500	1 800	6 300	9 500	0,59	3306 E
35	72	27	37 100	27 500	1 180	6 000	8 000	0,44	3207 A
	80	34,9	48 800	34 000	1 480	5 600	7 500	0,73	3307 A
	80	34,9	53 900	51 000	2 160	5 600	7 500	0,79	3307 E
40	80	30,2	44 900	33 500	1 430	5 600	7 500	0,58	3208 A
	80	30,2	48 400	48 000	2 040	5 600	7 500	0,64	3208 E
	90	36,5	59 200	43 000	1 830	5 000	6 700	0,95	3308 A
	90	36,5	66 000	64 000	2 750	5 000	6 700	1,05	3308 E
45	85	30,2	47 500	38 000	1 600	5 000	6 700	0,63	3209 A
	85	30,2	50 100	53 000	2 240	5 000	6 700	0,68	3209 E
	100	39,7	72 100	73 500	3 100	4 500	6 000	1,40	3309
50	90	30,2	47 500	39 000	1 630	4 800	6 300	0,66	3210 A
	90	30,2	52 800	58 500	2 450	4 800	6 300	0,74	3210 E
	110	44,4	88 000	96 500	4 050	4 000	5 300	1,95	3310
55	100	33,3	57 200	67 000	2 850	4 300	5 600	1,05	3211
	120	49,2	95 200	108 000	4 550	3 800	5 000	2,55	3311
60	110	36,5	72 100	85 000	3 600	3 800	5 000	1,40	3212
	130	54	112 000	127 000	5 400	3 400	4 500	3,25	3312

312

Rodamientos de dos hileras de bolas con contacto angular
d 65-110 mm



Dimensiones principales		Capacidad de carga dinám.		Carga límite de fatiga	Velocidad nominal	Masa	Designación		
d	D	B	C	C_0	Lubricación con grasa	r/min	kg		
65	120	38,1	78 100	95 000	4 050	3 600	4 800	1,75	3213
	140	58,7	128 000	150 000	6 200	3 200	4 300	4,10	3313
70	125	39,7	76 500	98 000	4 150	3 200	4 300	1,90	3214
	150	63,5	147 000	173 000	6 950	2 800	3 800	5,05	3314
75	130	41,3	84 200	110 000	4 550	3 200	4 300	2,10	3215
	160	68,3	157 000	186 000	7 200	2 600	3 600	6,15	3315
80	140	44,4	101 000	134 000	5 400	2 600	3 800	2,65	3216
	170	68,3	176 000	212 000	8 000	2 400	3 400	6,95	3316
85	150	49,2	110 000	146 000	5 700	2 600	3 600	3,40	3217
	180	73	194 000	240 000	8 800	2 200	3 200	8,30	3317
90	160	52,4	128 000	173 000	6 550	2 400	3 400	4,15	3218
	190	73	220 000	285 000	10 200	2 000	3 000	9,25	3318
95	170	55,6	147 000	204 000	7 500	2 200	3 200	5,00	3219
	200	77,8	238 000	315 000	11 000	1 900	2 800	11,0	3319
100	180	60,3	157 000	220 000	7 800	2 000	3 000	6,10	3220
	215	82,6	255 000	355 000	11 800	1 800	2 600	13,5	3320
110	200	69,8	190 000	270 000	9 150	1 900	2 800	8,80	3222
	240	92,1	292 000	425 000	13 700	1 700	2 400	19,0	3322

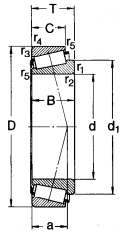
314

SKF

Condiciones	Carga axial del rodamiento
1 $\frac{F_{rI}}{Y_I} \geq \frac{F_{rII}}{Y_{II}}$ $K_a \geq 0$	$F_{aII} = \frac{0,5 F_{rI}}{Y_I}$
2 $\frac{F_{rI}}{Y_I} < \frac{F_{rII}}{Y_{II}}$ $K_a \geq 0,5 \left(\frac{F_{rII}}{Y_{II}} - \frac{F_{rI}}{Y_I} \right)$	$F_{aII} = F_{aI} + K_a$
3 $\frac{F_{rI}}{Y_I} < \frac{F_{rII}}{Y_{II}}$ $K_a \leq 0,5 \left(\frac{F_{rII}}{Y_{II}} - \frac{F_{rI}}{Y_I} \right)$	$F_{aII} = F_{aII} - K_a$ $F_{aII} = \frac{0,5 F_{rII}}{Y_{II}}$

Condiciones para rodamientos cónicos

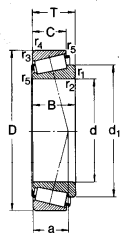
Rodamientos de una hilera de rodillos cónicos
d 15-35 mm



Dimensiones principales			Capacidad de carga dinám. C	Capacidad de carga estát. C ₀	Carga límite de fatiga P ₀	Velocidad nominal r/min	Masa kg	Designación	Serie de Dimensiones ISO 355
d	D	T							
mm			N	N		r/min	kg	-	-
15	42	14,25	22 400	20 000	2 120	9 000	13 000	0,095	30302
17	40	13,25	19 000	18 600	1 860	9 000	13 000	0,075	30203
	47	15,25	28 100	25 000	2 750	8 500	12 000	0,13	30303
	47	20,25	34 700	33 500	3 650	8 000	11 000	0,17	32303
20	42	15	24 200	27 000	2 700	8 500	12 000	0,087	32004 X
	47	15,25	27 500	28 000	3 000	8 000	11 000	0,12	30204
	52	18,25	34 100	32 500	3 600	8 000	11 000	0,17	30304
	52	22,25	44 000	45 500	5 000	7 500	10 000	0,23	32304
22	44	15	25 100	29 000	2 900	8 000	11 000	0,10	320/22 X
	47	17	34 100	36 500	3 900	8 000	11 000	0,14	T3CC 022
25	47	15	27 000	32 500	3 950	8 000	11 000	0,11	32005 X
	52	18,25	30 800	33 500	3 550	7 500	10 000	0,15	30205
	52	19,25	35 800	44 000	4 750	7 000	9 500	0,19	32205 B
	52	22	47 300	56 000	6 000	6 700	9 000	0,23	33205
	62	18,25	44 600	43 000	4 500	6 700	9 000	0,26	30305
	62	18,25	38 000	40 000	4 400	5 600	7 500	0,26	31305
	62	25,25	60 500	63 000	7 100	6 000	8 000	0,36	32305
28	52	16	31 900	38 000	4 000	7 000	9 500	0,15	320/28 X
	58	20,25	41 800	50 000	5 000	6 300	8 500	0,25	322/28 B
30	55	17	35 800	44 000	4 650	6 700	9 000	0,17	32006 X
	62	17,25	40 200	44 000	4 800	6 300	8 500	0,23	30206
	62	21,25	50 100	57 000	6 500	6 300	8 500	0,28	32206
	62	21,25	49 500	58 500	6 550	6 000	8 000	0,30	32206 B
	62	25	64 400	76 500	8 500	5 600	7 500	0,37	33206
	72	20,75	56 100	56 000	6 400	5 600	7 500	0,39	30306
	72	20,75	47 300	48 000	4 900	5 000	6 700	0,39	31306
	72	28,75	76 500	85 000	9 600	5 300	7 000	0,55	32306
32	58	17	36 900	46 500	4 900	6 300	8 500	0,19	320/32 X
35	62	18	42 900	54 000	5 800	6 000	8 000	0,22	32007 X
	72	18,25	51 200	56 000	6 200	5 300	7 000	0,32	32027
	72	24,25	66 000	78 000	8 650	5 300	7 000	0,43	32207
	72	24,25	60 500	75 000	8 300	5 300	7 000	0,44	32207 B
	72	28	84 200	106 000	11 800	4 800	6 300	0,56	33207

526

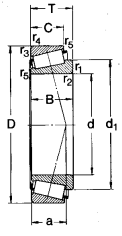
Rodamientos de una hilera de rodillos cónicos
d 35-55 mm



Dimensiones principales			Capacidad de carga dinám. C	Capacidad de carga estát. C ₀	Carga límite de fatiga P ₀	Velocidad nominal r/min	Masa kg	Designación	Serie de Dimensiones ISO 355
d	D	T							
mm			N	N		r/min	kg	-	-
35	80	22,75	72 100	73 500	8 500	5 000	6 700	0,52	30307
(cont.)	80	22,75	61 600	67 000	7 800	4 500	6 000	0,52	31307
	80	32,75	95 200	106 000	12 200	4 800	6 300	0,73	32307
	80	32,75	93 500	114 000	13 200	4 500	6 000	0,80	32307 B
40	68	19	52 800	71 000	7 800	5 300	7 000	0,27	32008 X
	75	26	78 200	104 000	11 600	5 000	6 700	0,51	33108
	80	19,75	61 600	68 000	7 650	4 800	6 300	0,42	30208
	80	24,75	74 800	86 500	9 900	4 800	6 300	0,53	32208
	80	32	105 000	132 000	15 300	4 300	5 600	0,77	33208
	85	33	121 000	150 000	17 300	4 500	6 000	0,90	T2EE 040
	90	25,25	85 800	95 000	11 000	4 500	6 000	0,72	30308
	90	25,25	73 700	81 500	9 650	4 000	5 300	0,72	31308
	90	35,25	117 000	140 000	16 300	4 000	5 300	1,00	32308
	90	35,25	108 000	140 000	16 300	4 000	5 300	1,10	32308 B
45	75	20	58 300	80 000	8 800	4 800	6 300	0,34	32009 X
	80	26	84 200	114 000	12 900	4 500	6 000	0,56	33109
	85	20,75	66 000	76 500	8 650	4 500	6 000	0,48	30209
	85	24,75	80 800	98 000	11 200	4 500	6 000	0,58	32209
	85	24,75	73 700	93 000	11 000	4 300	5 600	0,60	32209 B
	85	32	108 000	143 000	16 300	4 000	5 300	0,82	33209
	85	29	88 700	112 000	12 900	3 600	4 800	0,62	T7FC 045
	95	36	147 000	186 000	21 200	4 000	5 300	1,20	32209 B
	100	27,25	108 000	120 000	14 600	4 000	5 300	0,97	30309
	100	27,25	91 300	102 000	12 500	3 400	4 500	0,95	31309
	100	38,25	140 000	170 000	20 400	3 600	4 800	1,35	32309
	100	38,25	134 000	176 000	20 000	3 600	4 800	1,45	32309 B
50	80	20	60 500	88 000	9 650	4 500	6 000	0,37	32010 X
	80	24	69 300	102 000	11 400	4 500	6 000	0,45	33010
	80	26	85 800	122 000	13 700	4 300	5 600	0,59	33110
	90	21,75	76 500	91 500	10 400	4 300	5 600	0,54	30210
	90	24,75	82 500	100 000	12 500	4 000	5 300	0,65	32210
	90	28	106 000	140 000	16 300	4 000	5 300	0,75	K-JM 205149/K-JM 205110
	90	28	106 000	140 000	16 300	3 700	5 000	0,75	K-JM 205149/K-JM 205110 A
	90	32	114 000	160 000	18 300	3 800	5 000	0,90	33210
	100	36	154 000	200 000	22 800	3 800	5 000	1,30	T2ED 050
	100	36	108 000	137 000	16 000	3 200	4 300	1,20	T7FC 050

528

Rodamientos de una hilera de rodillos cónicos
d 50-65 mm



Dimensiones principales			Capacidad de carga dinám. C	Capacidad de carga estát. C ₀	Carga límite de fatiga P ₀	Velocidad nominal r/min	Masa kg	Designación	Serie de Dimensiones ISO 355
d	D	T							
mm			N	N		r/min	kg	-	-
50	110	29,25	125 000	140 000	17 000	3 800	4 800	1,25	30310
(cont.)	110	29,25	106 000	120 000	14 300	3 200	4 300	1,20	31310
	110	42,25	172 000	212 000	24 500	3 200	4 300	1,80	32310
	110	42,25	161 000	216 000	25 000	3 200	4 300	1,85	32310 B
55	90	23	78 100	112 000	12 500	4 000	5 300	0,56	K-JLM 506849/K-JLM 506810
	90	23	80 900	116 000	13 200	4 000	5 300	0,55	32011 X
	90	27	89 700	137 000	15 300	4 000	5 300	0,67	33011
	95	30	110 000	156 000	18 000	3 800	5 000	0,86	33111
	100	22,75	89 700	106 000	12 200	3 800	5 000	0,70	30211
	100	26,75	106 000	129 000	15 000	3 800	5 000	0,83	32211
	100	26,75	101 000	127 000	15 300	3 600	4 800	0,87	32211 B
	100	36	138 000	190 000	22 000	3 400	4 500	1,20	33211
	110	39	179 000	232 000	26 500	3 400	4 500	1,70	T2ED 055
	115	34	125 000	163 000	19 600	3 000	4 000	1,60	T7FC 055
	120	31,5	142 000	163 000	19 600	3 200	4 300	1,55	30311
	120	31,5	121 000	137 000	17 000	2 800	3 800	1,55	31311
	120	45,5	196 000	253 000	29 000	3 000	4 000	2,30	32311
	120	45,5	180 000	250 000	30 000	2 800	3 800	2,50	32311 B
60	95	23	82 500	122 000	13 700	3 800	5 000	0,59	32012 X
	95	24	84 200	132 000	15 000	3 600	4 800	0,62	K-JLM 508748/K-JLM 508710
	95	27	91 300	143 000	16 000	3 800	5 000	0,71	33012
	100	30	117 000	170 000	19 600	3 600	4 800	0,92	33112
	110	23,75	99 000	114 000	13 400	3 400	4 500	0,88	30212
	110	29,75	125 000	160 000	19 000	3 400	4 500	1,15	32212
	115	39	168 000	226 000	27 000	3 000	4 000	1,60	33212
	115	39	168 000	250 000	27 500	3 000	4 000	1,85	T5ED 060
	115	40	194 000	260 000	30 000	3 200	4 300	1,85	T2EE 060
	125	37	154 000	204 000	24 500	2 600	3 600	2,05	T7FC 060
	130	33,5	188 000	196 000	23 600	3 000	4 000	1,95	30312
	130	33,5	145 000	16					

COJINETES.

Introducción

La historia de la lubricación hidrodinámica comienza con los experimentos clásicos de Tower (1883), quien detectó la existencia de una película por medio de mediciones de la presión dentro del lubricante, y de Petrov (1886), quien llegó a la misma conclusión por medio de mediciones de la fricción. Este trabajo fue seguido muy de cerca por la reconocida investigación analítica de Reynolds (1886), en la que usó una forma reducida de las ecuaciones de Navier-Stokes junto con la ecuación de la continuidad para generar una ecuación diferencial de segundo orden de la presión en la distancia convergente y angosta entre las superficies de los cojinetes. Esta presión permite que una carga se transmita entre las superficies con una fricción muy baja, puesto que las superficies están completamente separadas por una película fluida. En tal situación las propiedades físicas del lubricante, en particular la viscosidad dinámica, rigen el comportamiento en la conjunción.

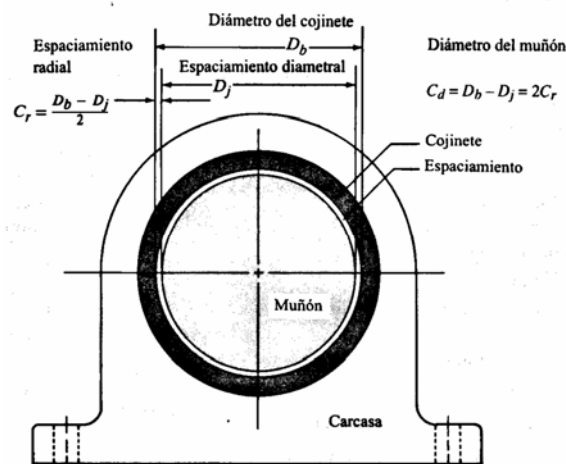
Un sistema de cojinete puede operar con cualquiera de los siguientes tres tipos de lubricación:

Lubricación en el límite: existe contacto real entre las superficies sólidas de las partes móvil y fija del sistema de cojinetes, si bien hay una película de lubricante.

Lubricación por película mixta: un zona de transición entre lubricación en el límite y lubricación por película completa.

Lubricación por película completa: las partes móvil y fija del sistema de cojinetes está separada por una película completa de lubricante que soporta la carga. El término lubricación hidrodinámica se suele utilizar para describir este tipo.

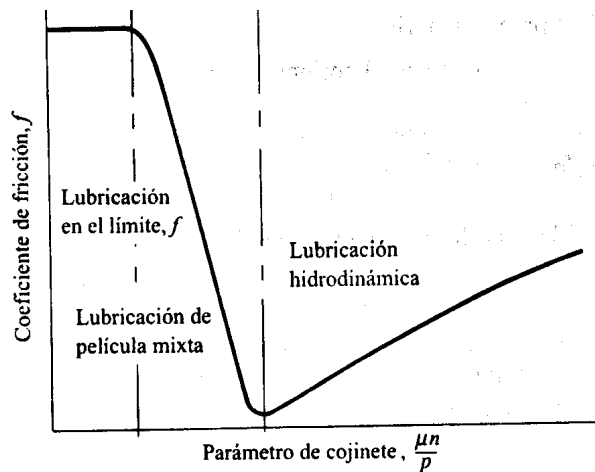
Estos tres tipos de lubricación pueden encontrarse en un cojinete sin presurización externa de éste. Si al cojinete se le abastece de lubricante presurizado, se le denomina *cojinete hidrostático*, que se estudia por separado. No es recomendable correr superficies secas juntas a menos que exista lubricidad inherentemente satisfactoria entre los materiales que se enlazan.



Parámetros geométricos de un cojinete

Parámetros de cojinetes, $\mu n/p$

El rendimiento de un cojinete difiere en forma drástica, en función de qué tipo de lubricación se lleva a cabo. Existe un decremento considerable en el coeficiente de fricción cuando la operación cambia de lubricación en el límite a lubricación por película completa. El desgaste disminuye así mismo con la lubricación por película completa. Por tanto es pertinente que se comprendan las condiciones bajo las que se origina uno u otro tipo de lubricación. Generar una lubricación por película completa, la más recomendable de los tipos de lubricación, se prefiere cuando existen cargas ligeras, velocidad relativa alta entre las partes móviles y fijas y lubricantes de alta viscosidad que se abastecen en forma copiosa hacia los cojinetes. La viscosidad del lubricante se indica con μ , la velocidad de giro por medio de n y la carga en el cojinete mediante la presión p . La presión se calcula dividiendo la carga radial que se aplica en el cojinete entre el área proyectada del mismo, es decir el producto de multiplicar la longitud por el diámetro.



Rendimiento del cojinete y tipos de lubricación en relación a parámetros de cojinete $\mu n/p$

El efecto del parámetro de cojinete se puede observar en la figura anterior, donde se muestra el coeficiente de fricción f frente al valor de $\mu n/p$. Con valores bajos de $\mu n/p$ se lleva a cabo *lubricación en el límite* y el coeficiente de fricción es alto entre 0.08 y 0.14. A valores altos de $\mu n/p$ se genera una película *hidrodinámica completa*, y por lo general el valor de f se encuentra en el rango de 0.001 a 0.005. Entre la lubricación en el límite y la de película completa, se genera la *lubricación mixta*, que es una combinación de las dos anteriores. Es muy recomendable evitar la zona de película mixta porque es virtualmente imposible predecir cómo se trabajará el sistema de cojinetes. La curva en esta zona es muy pronunciada, por consiguiente el más mínimo cambio en cualquiera de los tres factores, μ , n o p , provoca un cambio considerable en el coeficiente de fricción lo que origina un rendimiento deficiente de la máquina.

Diseño de cojinete lubricados en el límite

Entre los factores que deben tenerse en cuenta cuando se seleccionan materiales para fabricar cojinetes se incluyen los siguientes:

Coefficiente de fricción, tanto en condiciones estáticas como dinámicas.

Capacidad de carga p : carga radial dividida entre el área proyectada del cojinete.

Velocidad de operación V : la velocidad relativa entre los componentes fijos y móviles.

Temperatura en condiciones de operación

Limitaciones en cuando a desgaste

Susceptibilidad para ser fabricados: maquinado, moldeo, afianzamiento, ensamble.

El *procedimiento de diseño para cojinetes de superficie plana lubricados en el límite* se muestra a continuación. La información especificada suele ser la carga radial en el cojinete F , velocidad de giro n y diámetro nominal mínimo del eje D_{min} . Los pasos a seguir son los siguientes:

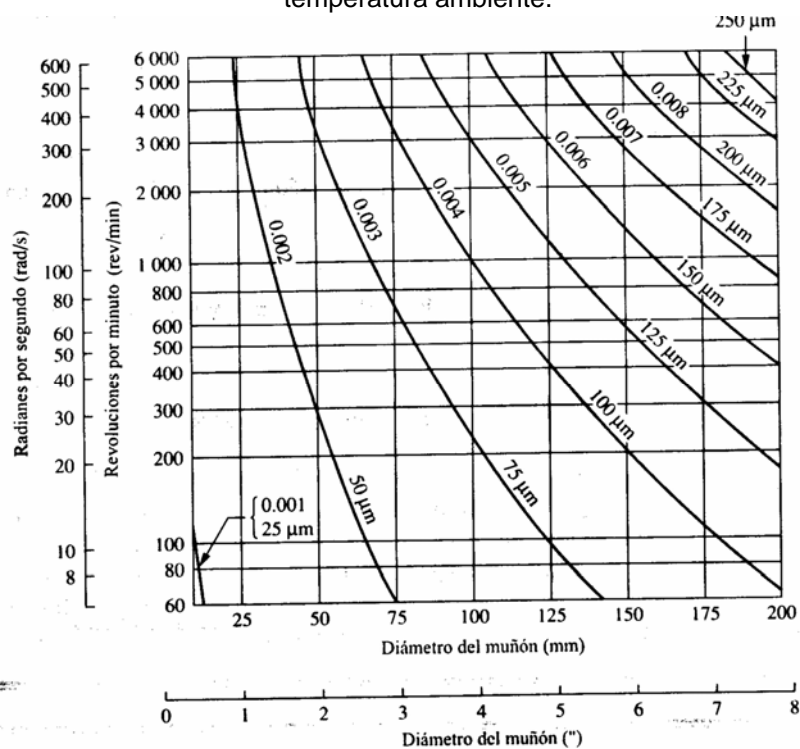
1. Especificar un diámetro de prueba, D , para el muñón y el cojinete.
2. Especificar una relación de longitud del cojinete con diámetro L/D , por lo general en el rango de 0.5 a 2. Para cojinetes porosos o impregnados con aceite se sugiere $L/D=1$, mientras que para cojinetes de grafito y carbono se sugiere $L/D=1.5$.
3. Calcular $L=D(L/D)$ =longitud nominal del cojinete.
4. Especificar un valor conveniente para L .

5. Calcular la presión en el cojinete $p=F/LD$.
6. Calcular la velocidad lineal de la superficie del cojinete $V=\pi Dn/(60000)$ m/s.
7. Calcular pV
8. Multiplicar $2(pV)$ para obtener un valor de diseño que corresponda a pV .
9. Especificar un material de la tabla con un valor especificado de pV igual o mayor que el de diseño.
10. Concluir el diseño del sistema de cojinetes considerando espaciamento diametral, selección de lubricante, suministro de lubricante, especificación de acabado superficial, control térmico y consideración de montaje
11. Espaciamento diametral nominal: muchos factores afectan a las especificaciones finales en cuanto a espaciamento, como la necesidad de precisión, expansión térmica de todas las piezas del sistema de cojinetes, variaciones en la carga, deflexión del eje que se espera. La figura muestra los valores mínimos que se sugieren en cuanto a espaciamento con base en el diámetro del muñón y la velocidad de giro bajo cargas constantes. Estos valores se aplican al espaciamento más pequeño bajo cualquier combinación de tolerancias en las dimensiones del sistema de cojinetes para evitar problemas de calentamiento en los cojinetes y que, a la larga, se traben o se bloqueen. Por tanto el espaciamento de operación será mayor que estos valores como consecuencia de las tolerancias de fabricación.

Material	pV		Factor de desgaste, $K (10^{-10} \text{ pulg}^3 \cdot \text{min} / \text{pies} \cdot \text{lb} \cdot \text{h})$	Coeficiente de fricción*
	psi-fpm	kW/m ²		
Cobre hierro	75 000	2 625	—	—
Plomo-bronce	60 000	2 100	—	—
Bronce	50 000	1 750	—	—
Aluminio	50 000	1 750	—	—
PPS relleno con PTFE y vidrio	30 000	1 050	110	0.17
Tela de PTFE	25 000	875	—	—
Bronce relleno con PTFE	21 000	735	5	0.13
PA relleno con PTFE y vidrio	20 000	700	16	0.26
PTFE relleno con vidrio	18 000	630	7	0.09
PTFE relleno con PPS	15 000	525	1	0.13
Carbono-grafito	15 000	525	—	—
Nylon relleno con vidrio y PTFE	3 000	105	16	—

*Dinámico: coeficiente estático por lo general más bajo.

Parámetros de rendimiento para materiales con que se fabrican cojinetes en lubricación al límite a temperatura ambiente.



Espaciamento diametral mínimo que se sugiere para cojinetes considerando diámetro del muñón y velocidad de giro

Diseño de cojinetes hidrodinámicos de película completa

En los cojinetes *hidrodinámicos de película completa* la carga sobre el cojinete se apoya sobre una película continua de lubricante, casi siempre aceite, por tanto no existe contacto entre el cojinete y el muñón que gira. Es necesario señalar que la lubricación en el límite y la lubricación de película mixta anteceden al establecimiento de lubricación hidrodinámica. Varios parámetros para el diseño de cojinetes para uso industrial común son los siguientes:

- Rugosidad de la superficie.
- Espesor mínimo de la película. El valor límite aceptable del espesor mínimo de la película depende de la rugosidad de la superficie del muñón y del cojinete porque la película debe ser lo suficiente gruesa para eliminar cualquier contacto sólido durante las condiciones de operación que se esperan. Para muñones lijados, se puede recurrir a la relación que se plantea enseguida para estimar el valor de diseño.

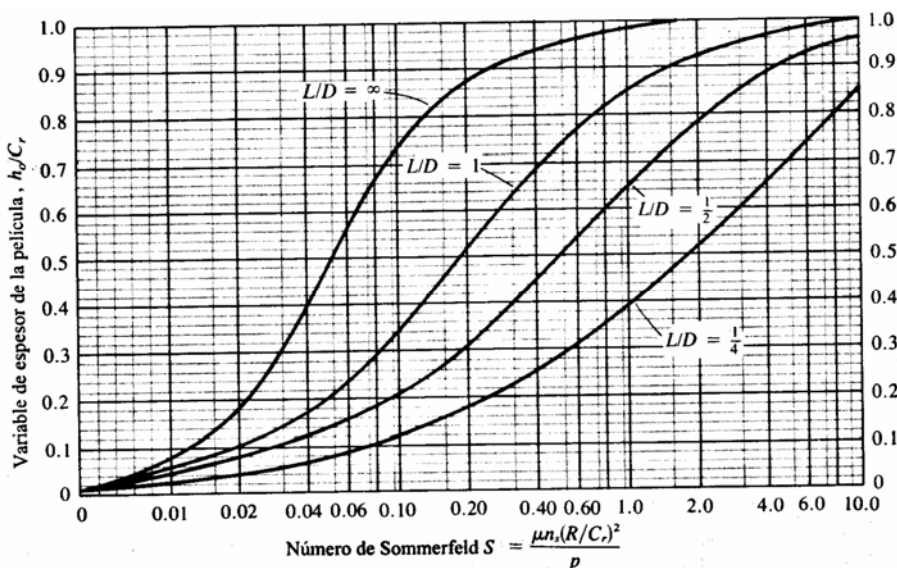
$$h_0 = 0.00025D$$

donde D es el diámetro del cojinete.

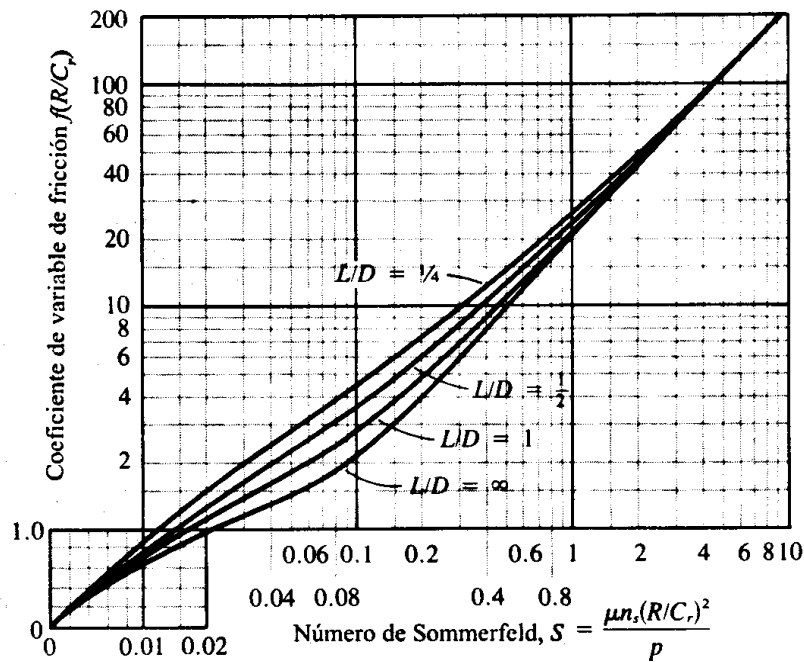
- Espaciamiento diametral. Dicho espaciamiento entre muñón y cojinete depende del diámetro nominal del cojinete, de la precisión de la máquina para la que se diseñe el cojinete, de la velocidad de giro y de la rugosidad de la superficie del muñón. Puede utilizarse el parámetro de hacer un espaciamiento en el rango de 0.001 a 0.002 veces el diámetro del cojinete.
- Relación entre longitud y diámetro del cojinete. El rango típico de la relación entre longitud y diámetro (L/D) para cojinetes hidrodinámicos de película completa de de 0.35 a 1.5.
- Temperatura del lubricante. La viscosidad del lubricante es un parámetro de fundamental importancia en el rendimiento de un cojinete.
- Número de Sommerfeld. El efecto combinado de muchas de las variables que intervienen en la operación de un cojinete bajo lubricación hidrodinámica se caracteriza por el número adimensional S que se conoce como número de Sommerfeld. De hecho a menudo se le asigna el nombre de número característico de cojinete, que se define de la forma siguiente:

$$S = \frac{\mu n_s (R/C_r)^2}{p}$$

Las siguientes figuras muestran la representación entre el número de Sommerfeld y la variable de espesor de la película h_0/C_r y el coeficiente de variable de fricción $f(R/C_r)$ contra el número Sommerfeld.



Variable de espesor de la película frente al número de Sommerfeld.



Coeficiente de variable de fricción frente al número de Sommerfeld.

El procedimiento de diseño se muestra a continuación:

1. Especificar un valor correspondiente al diámetro del muñón, D , para realizar pruebas y el radio, $R=D/2$.
2. Especificar una presión nominal de operación del cojinete, por lo general de entre 1.4-3.4 MPa, donde $p=F/LD$. Despeje L :

$$L=F/pD$$

Después calcular L/D . Tal vez convenga definir de nuevo L/D de manera que sea un valor conveniente de entre 0.25 y 1.5 para utilizar las tablas de diseño disponibles. Por último, especificar el valor real de diseño de L/D y L y calcular $p=F/LD$ real.

3. Consultar la figura que relación el régimen de giro con el diámetro del muñón y especificar el espaciamiento diametral, C_d , con base en los valores correspondientes a D y n . Después calcular $C_r=C_d/2$ y la relación R/C_r .
4. Especificar el acabado superficial que se desea para el muñón y el cojinete.
5. Calcular el espesor mínimo nominal de la película a partir de $h_0=0.00025D$.
6. Calcular h_0/C_r , la relación de espesor de la película.
7. A partir de la figura que relaciona la variable de espesor de película con el número de Sommerfeld, determinar el valor de dicho número para la relación de espesor de la película que se seleccionó y la relación L/D .
8. Calcular la velocidad de giro n_s

$$n_s=n/60 \quad \text{donde } n \text{ se indica en rpm}$$

9. Como se conoce cada factor del número de Sommerfeld excepto la viscosidad del lubricante, μ , despejar la viscosidad mínima que se requiere la cual generará el espesor mínimo de película que se necesita.

$$\mu = \frac{Sp}{n_s (R/C_r)^2}$$

10. A partir de la figura que relaciona el coeficiente de variable de fricción con el número de Sommerfeld, obtener dicha variable de coeficiente de fricción.

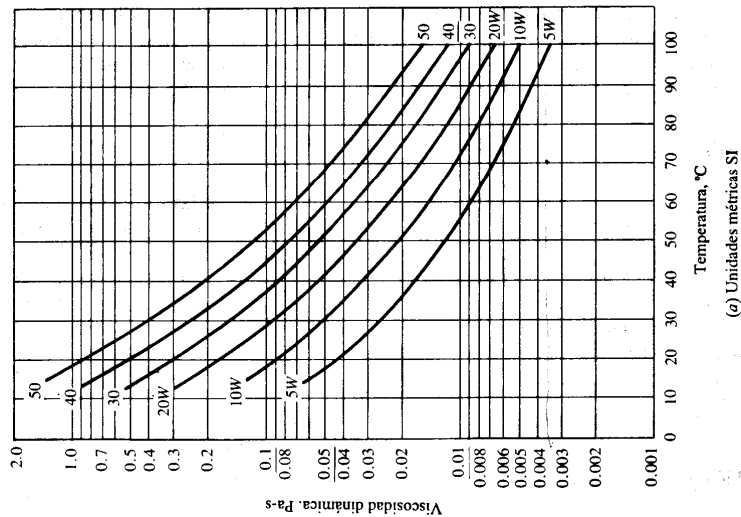
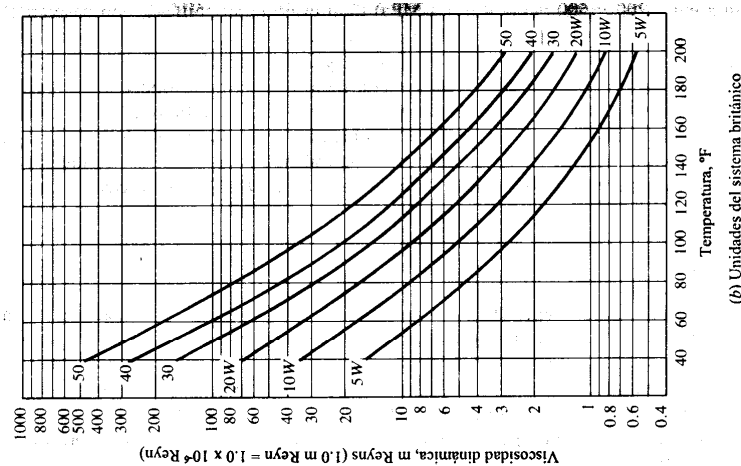
11. Calcular $f = f(R/C_r)/(R/C_r) =$ coeficiente de fricción

12. Calcular el torque de fricción. El producto del coeficiente de fricción y la carga F da la fuerza de fricción en la superficie del muñón; eso, multiplicado por el radio da el torque:

$$T_f = F_f R = fFR$$

13. Calcular la potencia que se disipa en el cojinete, a partir de la relación entre potencia, torque y velocidad que se ha utilizado varias veces.

$$P_f = T_f n / 63000 \text{ hp}$$



Viscosidad contra temperatura para aceites SAE

Cojinetes hidrostáticos

Hay que recordar que la lubricación hidrodinámica es resultado de generar una película presurizada de aceite suficiente para que soporte la carga a la que se somete el cojinete, en tanto la película es generada por el movimiento del propio muñón dentro del cojinete. En algunos tipos de equipos son tales las condiciones que es imposible generar una película hidrodinámica; los dispositivos oscilatorios o máquinas que trabajan muy despacio son algunos ejemplos de lo anterior. Si la carga a la que se somete el cojinete es muy considerable, es probable que sea imposible generar una presión lo suficiente alta para soportar la carga. En este tipo de aplicación, se recomienda utilizar *lubricación*

hidrostática. El lubricante es abastecido hacia el cojinete a alta presión, y la presión que actúa sobre el área del cojinete literalmente levanta la carga del cojinete aun en equipo fijo.

Rendimiento hidrostático de los cojinetes

Son tres los factores que caracterizan el rendimiento de un cojinete hidrostático: su capacidad para soportar carga, el flujo de aceite requerido, y la potencia de bombeo que se necesita, como lo indican los coeficientes adimensionales a_f , q_f y H_f . Las magnitudes de los coeficientes dependen del diseño del cojinete

$$F = a_f A_p p_r$$

$$Q = q_f \frac{F h^3}{A_p \mu}$$

$$P = p_r C = H_f \left(\frac{F}{A_p} \right)^2 \frac{h^3}{\mu}$$

donde F = carga sobre el cojinete en N

C = volumen de cantidad de flujo de aceite en m^3/s

Q = potencia de bombeo en Nm/s

a_f = coeficiente de carga del cojinete, adimensional

q_f = coeficiente de flujo en el cojinete, adimensional

H_f = coeficiente de potencia en el cojinete, adimensional, es igual a q_f/a_f

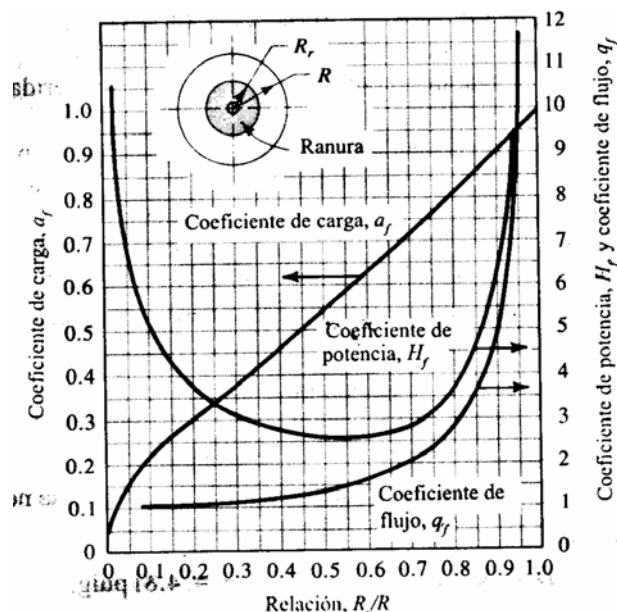
A_p = área del cojinete en m^2

p_r = presión de aceite en la ranura del cojinete en Pa

h = espesor de la película en m

μ = viscosidad dinámica del aceite en Pa·s

La figura siguiente muestra la variación típica de los coeficientes adimensionales como función de la geometría del cojinete para uno circular con una ranura circular. Conforme se incrementa el tamaño de la ranura R_r/R (R_r radio de la ranura, R radio del cojinete), aumenta la capacidad para soportar carga, como lo indica a_f . La cantidad de flujo empieza a ser alta cuando la relación R_r/R es 0.7 y requiere una potencia de bombeo mucho mayor, como lo indica el coeficiente de potencia que se incrementa con rapidez. A relaciones muy bajas de R_r/R el coeficiente de carga disminuye con celeridad. La presión en la ranura tendrá que incrementarse a fin de compensar y levantar la carga. Una presión más alta requiere una mayor potencia de bombeo. Por consiguiente, el coeficiente de potencia es alto ya sea a relaciones muy pequeñas de R_r/R como con relaciones altas.



CORREAS Y CADENAS

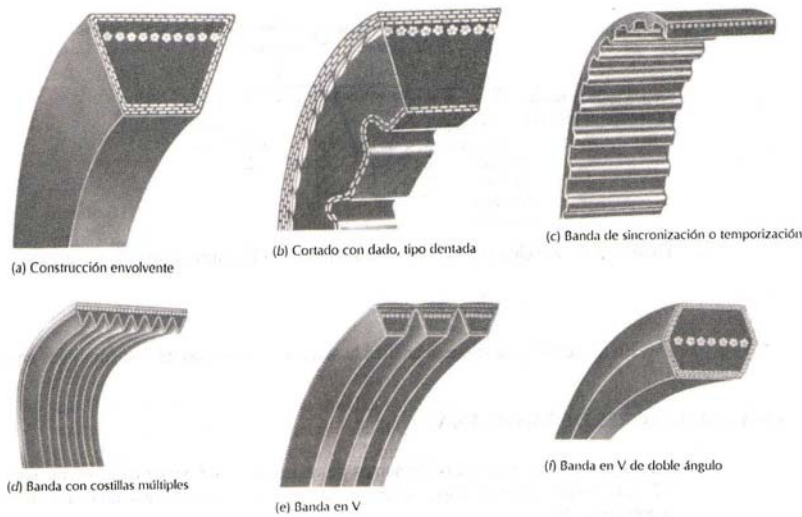
Introducción

Las correas y, como se verá en posteriores capítulos, las cadenas, representan los tipos principales de elementos flexibles para transmitir potencia. A diferencia de los impulsores de engranajes, que requieren de distancias centrales espaciadas en forma, en alguna medida, reducida y precisa, los impulsores de correa y cadena son capaces de transmitir potencia entre ejes que se encuentran muy separadas. Además la distancia central es inherentemente ajustable y no necesita ser tan precisa como para los impulsores de engranajes. En general, los impulsores de cadena se utilizan donde las velocidades de giro son relativamente altas, como en la primera fase de reducción mediante un motor. La velocidad lineal de una correa es, por lo general, de 750-2000 metros por minuto. A velocidades más bajas, la tensión en la correa es demasiado alta. Para velocidades más altas, los efectos dinámicos como las fuerzas centrífugas y la vibración reducen la eficiencia de la correa y su vida útil. Los impulsores de cadena se emplean casi siempre a velocidades más bajas, con los consecuentes torques de mayor magnitud. Los eslabones de cadenas de acero tienen una alta resistencia a esfuerzos de tracción para que sean capaces de soportar las considerables fuerzas que resultan de un torque de alta magnitud. No obstante, a velocidades altas, el ruido, el impacto entre los eslabones de la cadena y los dientes de la rueda dentada así como la dificultad por brindar una lubricación adecuada se convierten en problemas severos. Por tanto, las bandas y las cadenas se complementan entre sí.

Tipos de correas

Una correa es un elemento flexible capaz de transmitir potencia que asienta en forma ajustada sobre un conjunto de poleas o poleas acanaladas. Cuando se utiliza para reducción de velocidad, el caso más común la polea acanalada más pequeña se monta en el eje de alta velocidad, como el eje de un motor eléctrico. La polea de mayor tamaño se monta en la máquina que es impulsada. La correa se diseña de manera que gire alrededor de las dos poleas sin deslizarse. La correa se instala colocándola entre las dos poleas mientras la distancia central entre ellas se reduce. Luego se separan las dos poleas acanaladas colocando la correa con una tensión inicial relativamente alta. Las correas son silenciosas a diferencia de las cadenas. Cuando se montan en grupos de varias correas y se rompe alguna de ellas, se deben sustituir todas porque las deformaciones procedentes de las antiguas hacen que la nueva trabaje a tensiones mayores. Cuando se transmite potencia, la fricción provoca que la banda se adhiera a la polea impulsora, y, a su vez, se incrementa la tensión en un lado al que se denomina "el lado pensionado del impulsor". La fuerza de tracción que se genera en la banda ejerce una fuerza tangencial sobre la polea acanalada que es impulsada, por consecuencia, se aplica un torque al eje que es impulsado. El lado opuesto de la banda aún está en tensión, pero de menos valor. Por tanto se le da el nombre de "lado flojo".

En el mercado se dispone de muchos tipos de correas; *planas*, *dentadas*, en *V*, correas *dobles en V* y correas *múltiples en V*. En la figura siguiente se muestran seis variedades distintas. La *correa plana* es la más simple, casi siempre se fabrica de piel o tela recubierta. La superficie de la polea acanalada también es plana y lisa, por consiguiente la fuerza impulsora está por la fricción entre la banda y la polea. Algunos diseñadores prefieren correas planas para máquinas delicadas porque la banda se deslizará si el torque tiende a incrementarse a un nivel lo suficiente alto para dañar la máquina. Las *correas dentadas*, a las que a veces se les da el nombre de *bandas de temporización o sincronizadas*, se desplazan sobre poleas provistas de ranuras con las que enlazan los dientes en el asiento de la banda. Este es un impulsor más positivo, sólo se ve limitada por la tensión por esfuerzo de tracción que se genera en la banda y la resistencia al esfuerzo de corte de los dientes de la banda. Algunas correas dentadas, se utilizan en poleas acanaladas en *V*. Los dientes le dan mayor flexibilidad y más eficiencia a las correas si se les compara con bandas estándar. Pueden operar con diámetros de polea más reducidos. Sin embargo, el tipo de banda que más se utiliza, sobre todo en impulsores industriales y aplicaciones en vehículos, es la banda en *V* que se ilustra en la figura a). La forma en *V* de la banda se inserta apretadamente en la ranura, ello aumenta la fricción y permite transmitir torques de magnitud considerable antes que se presente deslizamiento. Casi todas las correas tienen cuerdas de alta resistencia colocadas en el diámetro de paso de la sección transversal de la banda para incrementar la resistencia al esfuerzo de tracción de esta última. Las cuerdas, que se fabrican de fibras naturales, hebras sintéticas o acero, se impregnan con un compuesto de hule duro para proporcionar la flexibilidad que se requiere para permitir que la correa pase alrededor de la polea. A menudo se agrega una cubierta exterior de tela para darle una durabilidad satisfactoria de la correa.



Tipos de correas

Potencia transmitida

La figura siguiente muestra un esquema de una correa situada entre dos poleas, donde se muestran las dimensiones, ángulos de contacto y la distancia central de una correa. La correa se monta con una determinada tensión inicial a la que se llamará F_0 . La polea de menor diámetro, normalmente se acopla al eje que gira a mayor velocidad, y se le denomina polea *conductor*. La otra polea recibe el nombre de *conducida*. Cuando comienza el funcionamiento, la tensión crece en el lado conductor y decrece en el conducido aunque no debe decrecer como para destensar la correa.

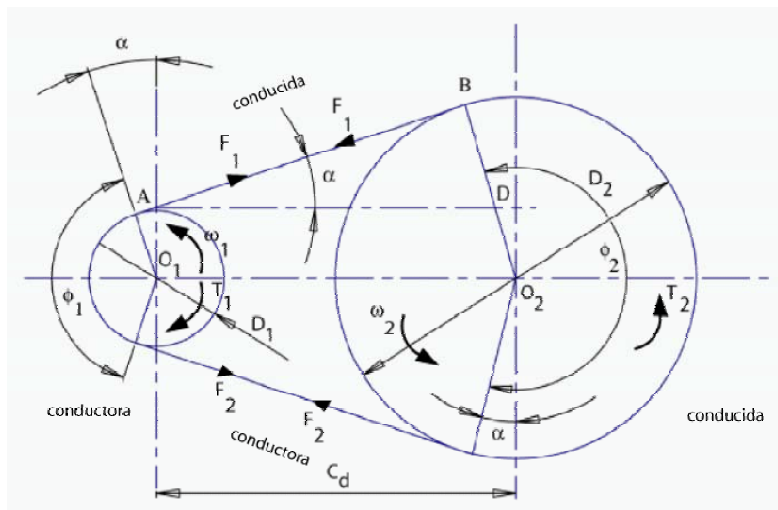
Si la rama conducida se destensa del todo y el material de la correa es perfectamente elástico, entonces, lo que se estira por un lado, se contrae por el otro:

$$\Delta l = \frac{F}{EA} l = \frac{F}{k}$$

$$\frac{(F_1 - F_0)}{EA} l = \frac{(F_0 - F_2)}{EA} l$$

Con lo cual, la fuerza inicial F_0 , es aproximadamente igual a la semisuma de F_1 y F_2 , aunque no es del todo correcto. La potencia transmitida resulta ser:

$$P = (F_1 - F_2) R_1 \omega_1 = T_1 \omega_1 \approx (F_1 - F_2) v$$



Dimensiones, ángulos de contacto y distancia central de una correa.

Deslizamiento

La masa de la polea no puede acumularse en ningún sitio; el flujo de masa ha de ser constante (continuidad). Sean 1 y 2 dos secciones cualesquiera de la correa. La masa que atraviesa la sección 1 es la misma que la que atraviesa la sección 2:

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

La longitud en 1 o en 2 es la de la correa sin tensionar l_0 mas la deformación correspondiente: $l_i = l_0(1 + \varepsilon_i)$ con $i = 1, 2$. El efecto de Poisson hace que el área frontal disminuya: $A_i = A_0(1 - \nu \varepsilon_i)^2$.

La densidad en i será:

$$\rho_i = \frac{m_0}{l_0(1 + \varepsilon_i) A_0(1 - \nu \varepsilon_i)^2} = \frac{\rho_0}{(1 + \varepsilon_i)(1 - \nu \varepsilon_i)^2}$$

Por lo tanto si se reordena la ecuación de continuidad, se obtiene la relación de velocidades entre las dos poleas:

$$\frac{\rho_0}{(1 + \varepsilon_1)(1 - \nu \varepsilon_1)^2} A_0(1 - \nu \varepsilon_1)^2 v_1 = \frac{\rho_0}{(1 + \varepsilon_2)(1 - \nu \varepsilon_2)^2} A_0(1 - \nu \varepsilon_2)^2 v_2$$

$$\frac{v_1}{1 + \varepsilon_1} = \frac{v_2}{1 + \varepsilon_2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1 + \varepsilon_1}{1 + \varepsilon_2} = \frac{1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 - \varepsilon_2}{1 + \varepsilon_2} = 1 + \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{1 + \varepsilon_2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} \approx 1 + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

La relación de velocidades está relacionada con la diferencia de deformaciones. Como se verá más tarde, la zona de deslizamiento entre la correa y la polea está situada en la salida de ambas poleas. Si v_1 y v_2 son las velocidades de salida de las poleas 1 y 2 y la deformación se toma como el cociente entre la fuerza y el producto de módulo de elasticidad y sección ($\varepsilon = F/EA$), la relación de transmisión entre las dos poleas es la siguiente:

$$\omega_1 = \frac{v_1}{R_1}$$

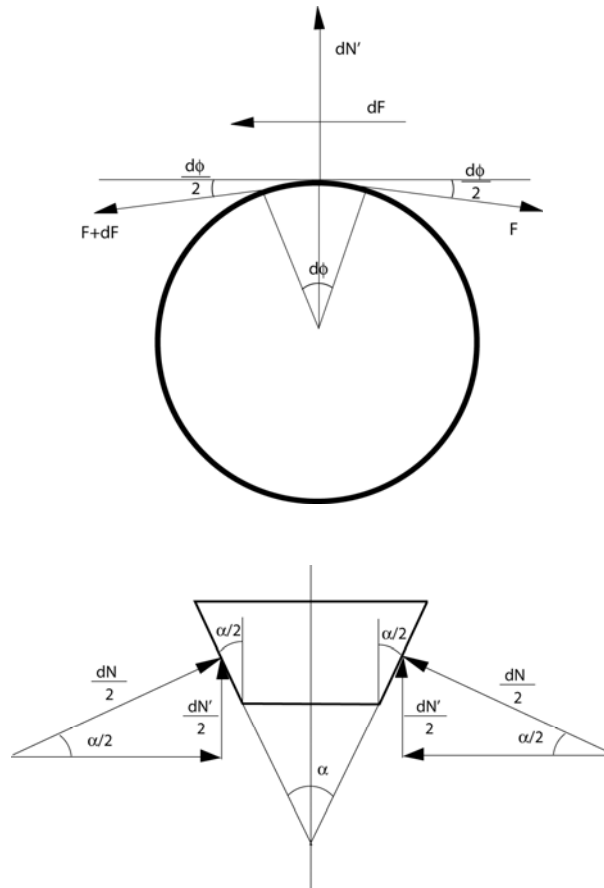
$$\omega_2 = \frac{v_2}{R_2}$$

$$r = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{v_1}{v_2} \frac{R_2}{R_1} = \frac{R_2}{R_1} (1 + \varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

$$r = \frac{R_2}{R_1} \left(1 + \frac{F_1 - F_2}{EA} \right)$$

Ley exponencial de tensión

Sea una polea como la de la figura en la que se representan los esfuerzos presentes en la misma y sea una sección de correa como la que también se muestra en la figura, en la que también se representan los esfuerzos presentes.



Según esta distribución de esfuerzos y ángulos de la correa, se puede definir:

$$\frac{dN'}{2} = \frac{dN}{2} \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}$$

$$dN = \frac{dN'}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}$$

Por otra parte, se tiene la relación entre la fuerza tangencial y normal en la polea:

$$dF = \mu dN = \mu \frac{dN'}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} = \left(\frac{\mu}{\operatorname{sen} \left(\frac{\alpha}{2} \right)} \right) dN'$$

$$dF = \mu' dN'$$

Con lo que μ' se define como coeficiente de rozamiento efectivo de la siguiente manera:

$$\mu' = \frac{\mu}{\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}}$$

Por otra parte, si se plantea el equilibrio de fuerzas verticales:

$$dN' = (F + dF) \frac{d\phi}{2} + F \frac{d\phi}{2}$$

$$dN' = Fd\phi$$

$$dN' = Fd\phi = \frac{dF}{\mu'}$$

$$\frac{dF}{F} = \mu' d\phi$$

$$\int_{F_2}^{F_1} \frac{dF}{F} = \int_0^\gamma \mu' d\phi$$

$$\ln \frac{F_1}{F_2} = \mu' \gamma$$

$$F_1 = F_2 e^{\mu' \gamma}$$

$$\gamma = \frac{1}{\mu'} \ln \frac{F_1}{F_2}$$

Siendo γ el ángulo de deslizamiento.

Tensión centrífuga

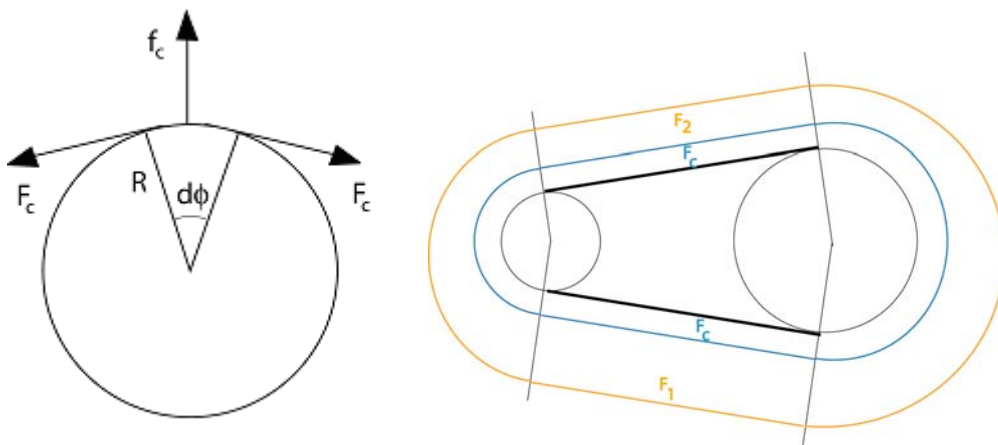
Sea una polea como la de la figura la cual está atravesada por una correa. Por el hecho de estar girando aparece una fuerza centrífuga en la correa con dirección radial a la polea y sentido saliente. Esta tensión motiva la aparición de dos fuerzas F_c sobre la correa de dirección tangente al punto donde aparece la fuerza centrífuga y de sentidos opuestos.

$$df_c = (\rho AR d\phi) \frac{v^2}{R} = \rho Av^2 d\phi$$

$$2F_c \frac{d\phi}{2} = df_c = \rho Av^2 d\phi \quad \text{Equilibrio de fuerzas verticales}$$

Y finalmente la fuerza F_c que se extiende por toda la correa resulta ser:

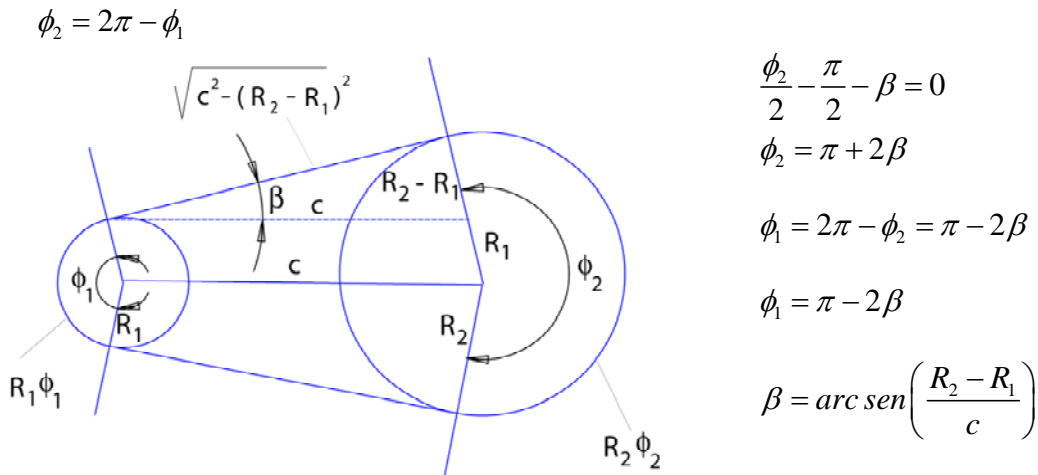
$$F_c = \rho Av^2$$



Esquema de tensiones y distribución de esfuerzos.

Longitud de la correa

Se definen las siguientes relaciones entre ángulos definidos en la figura:



La longitud de la correa queda entonces definida según la siguiente expresión:

$$L = 2\sqrt{c^2 - (R_2 - R_1)^2} + R_2(\pi + 2\beta) + R_1(\pi - 2\beta)$$

Y la distancia entre centros de poleas:

$$c = \sqrt{\left(\frac{L - R_2(\pi + 2\beta) - R_1(\pi - 2\beta)}{2}\right)^2 + (R_2 - R_1)^2}$$

Cadenas

Al igual que las correas, las cadenas se utilizan para transmitir par entre ejes a gran distancia, cuando el uso de engranajes fuese costoso o con poco rendimiento. Con respecto a las correas se pueden señalar las siguientes ventajas e inconvenientes:

Ventajas

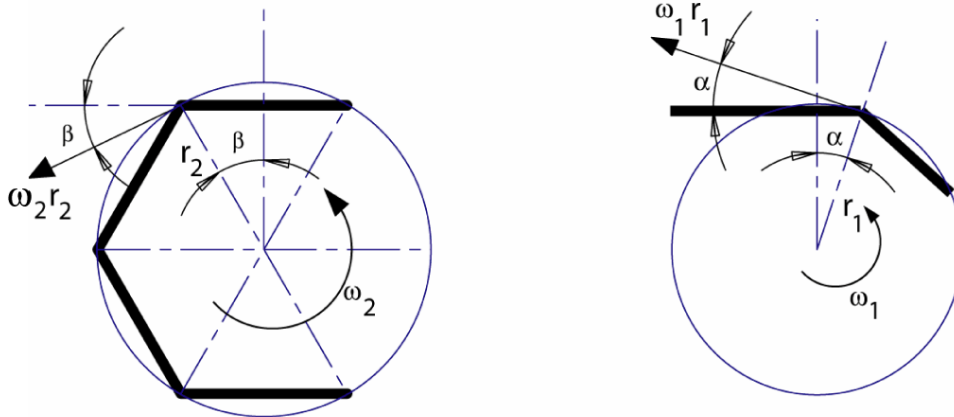
- La relación de transmisión media es constante, es decir, el eje conducido no se ha desfasado a lo largo del tiempo como ocurre con las correas. Esto impedía usarlas como correas de distribución, por ejemplo, lo que obligaba a utilizar cadena o engranajes hasta que se empezaron a utilizar las correas síncronas.
- Soportan mayores cargas.
- Necesitan menor tensión inicial, lo cual reduce las largas sobre los ejes.
- Mejor rendimiento.

Inconvenientes

- Mantenimiento más cuidadoso pues necesitan de lubricación.
- Montajes más preciso.
- Mayor coste.
- Más ruidosas.

Relación de transmisión

En la mayoría de los casos, las cadenas no tienen una relación de transmisión instantánea constante. No obstante, como se ha mencionado, la relación de transmisión media, sí lo es. Esto es debido a que la cadena, al enrollarse sobre el piñón forma un polígono:



La cadena es rígida en su dirección longitudinal, por tanto:

$$\omega_2 r_2 \cos \beta = \omega_1 r_1 \cos \alpha$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{r_1}{r_2} \left(\frac{\cos \alpha}{\cos \beta} \right)$$

Puesto que α y β van variando de manera independiente, la relación de transmisión varía en cada instante. La relación de transmisión es constante ($\alpha = \beta$) cuando el número de dientes de los dos piñones es el mismo y existe una distancia igual a un número entero de eslabones entre los ejes.

Incremento de la cuerda

Un factor importante que afecta a la suavidad de la operación de una transmisión por cadena de rodillos, especialmente a velocidades elevadas, es el incremento de la cuerda, el cual se representa en la figura. Por medio del triángulo rectángulo OCA, se tiene:

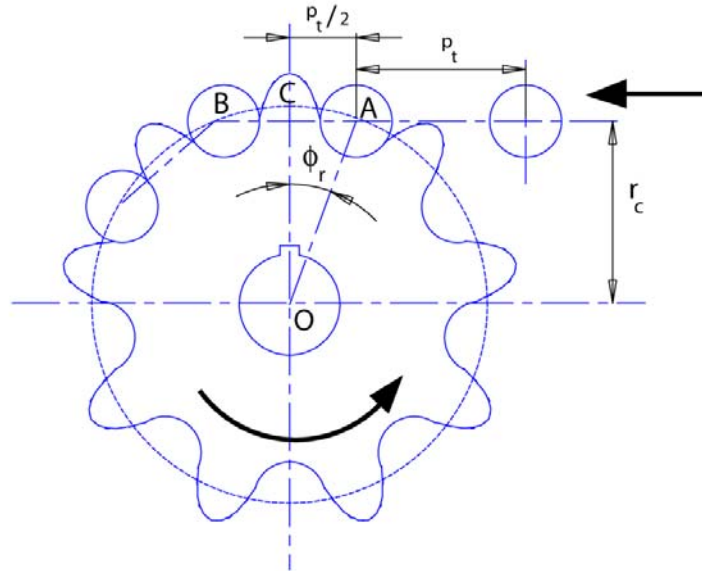
$$r_c = r \cos \phi_r$$

El incremento de la cuerda cuando se usa la ecuación anterior es:

$$\Delta r = r - r_c = r(1 - \cos \phi_r) = r \left[1 - \cos \left(\frac{180}{N} \right) \right]$$

donde N es el número de dientes en la rueda. También obsérvese en el triángulo OCA que:

$$\begin{aligned} \text{sen } \phi_r &= \frac{p_t / 2}{r} \\ p_t &= 2r \text{ sen } \phi_r = D \text{ sen } \phi_r \end{aligned}$$



Longitud de la cadena

El número de eslabones es:

$$\frac{L}{p_t} = \frac{2c_d}{p_t} + \frac{N_1 + N_2}{2} + \frac{(N_2 - N_1)^2}{4\pi^2 \left(\frac{c_d}{p_t}\right)}$$

donde c_d es la distancia central entre ruedas y N_1 y N_2 es el número de dientes en cada rueda. Normalmente se recomienda que c_d/p_t se encuentre entre 30 y 50 pasos. Si la distancia central por paso no se da, el diseñador está en libertad de fijar c_d/p_t y calcular L/p_t como la ecuación anterior. Se deberá elegir el número entero L/p_t mayor más cercano de preferencia par. Con L/p_t como un entero, la distancia central por paso se vuelve:

$$\frac{c_d}{p_t} = A + \sqrt{A^2 - \frac{B^2}{2}}$$

donde $A = \frac{L}{p_t} - \frac{N_1 + N_2}{2}$ y $B = \frac{N_2 - N_1}{2\pi}$

El valor de c_d/p_t obtenido con la ecuación anterior debe disminuir más o menos un 1% para proporcionar holgura en el ramal de la cadena no impulsora. La velocidad de la cadena en pies/minuto es:

$$\mu_1 = \frac{\pi N_{a1} D_1}{12} \quad \text{o} \quad \mu_1 = \frac{N_{a1} p_t N}{12}$$

siendo N_{a1} la velocidad del miembro 1 en rpm.

Potencia nominal

La potencia que se requiere se expresa como

$$h_{pr} = h_p a_1 a_2$$

donde

h_p =potencia transmitida obtenida de la tabla

a_1 =factor de servicio obtenido de la tabla

a_2 =factor de ramales múltiples obtenido de la tabla

Casi siempre las cadenas de rodillos son del tipo ¼ paso, núm. 25, de un solo torón; en la tabla se proporciona la potencia transmitida para este tipo. Los cuatro tipos de lubricación son:

Tipo I: lubricación manual, el aceite se unta periódicamente con una brocha o con aplicador.

Tipo II: lubricación por goteo, el aceite se aplica entre las orillas de las placas articuladas desde un lubricador por goteo.

Tipo III: Baño de aceite o salpicado de aceite, el nivel de aceite se mantiene en la carcasa a una altura predeterminada.

Tipo IV: Corriente de aceite, el aceite se abastece por bomba de circulación dentro de una curva de la cadena o espacio interior.

Núm. de dientes en la rueda catarina pequeña	Velocidad de la rueda catarina pequeña, rpm																			
	100	500	900	1 200	1 600	2 500	3 000	3 500	4 000	4 500	5 000	5 500	6 000	6 500	7 000	7 500	8 000	8 500	9 000	10 000
11	0.054	0.23	0.39	0.50	0.73	0.98	1.15	1.32	1.42	1.19	1.01	0.88	0.77	0.68	0.61	0.55	0.50	0.46	0.42	0.36
12	0.059	0.25	0.43	0.55	0.80	1.07	1.26	1.45	1.62	1.36	1.16	1.00	0.88	0.78	0.70	0.63	0.57	0.52	0.48	0.41
13	0.064	0.27	0.47	0.60	0.87	1.17	1.38	1.58	1.78	1.53	1.30	1.13	0.99	0.88	0.79	0.71	0.64	0.59	0.54	0.46
14	0.070	0.30	0.50	0.65	0.94	1.27	1.49	1.71	1.93	1.71	1.46	1.26	1.11	0.94	0.88	0.79	0.72	0.66	0.60	0.51
15	0.075	0.32	0.54	0.70	1.01	1.36	1.61	1.85	2.06	1.89	1.62	1.40	1.23	1.09	0.98	0.88	0.80	0.73	0.67	0.57
16	0.081	0.34	0.58	0.75	1.09	1.46	1.72	1.88	2.23	2.08	1.78	1.54	1.35	1.20	1.07	0.97	0.88	0.80	0.74	0.63
17	0.086	0.37	0.62	0.81	1.16	1.56	1.84	2.11	2.38	2.28	1.95	1.69	1.48	1.31	1.18	1.06	0.96	0.88	0.81	0.69
18	0.097	0.39	0.66	0.86	1.23	1.66	1.85	2.25	2.53	2.49	2.12	1.84	1.52	1.43	1.28	1.16	1.05	0.96	0.88	0.75
19	0.097	0.41	0.70	0.91	1.31	1.76	2.07	2.38	2.69	2.70	2.30	2.00	1.75	1.55	1.39	1.25	1.14	1.04	0.96	0.81
20	0.103	0.44	0.74	0.96	1.38	1.86	2.19	2.52	2.84	2.91	2.49	2.16	1.89	1.68	1.50	1.35	1.23	1.12	1.03	0.88
21	0.108	0.46	0.78	1.01	1.46	1.96	2.31	2.65	2.99	3.13	2.68	2.32	2.04	1.80	1.61	1.46	1.32	1.21	1.11	0.95
22	0.114	0.48	0.82	1.06	1.53	2.06	2.43	2.79	3.15	3.36	2.87	2.49	2.18	1.93	1.73	1.56	1.42	1.29	1.19	1.01
23	0.119	0.51	0.86	1.12	1.61	2.16	2.55	2.93	3.30	3.59	3.07	2.66	2.33	2.07	1.85	1.67	1.51	1.38	1.27	1.06
24	0.125	0.53	0.90	1.17	1.69	2.26	2.67	3.07	3.46	3.83	3.27	2.83	2.48	2.20	1.97	1.78	1.61	1.47	1.35	1.16
25	0.131	0.56	0.94	1.22	1.76	2.37	2.79	3.20	3.61	4.07	3.48	3.01	2.64	2.34	2.10	1.89	1.72	1.52	1.44	1.23
28	0.148	0.63	1.07	1.38	1.99	2.67	3.15	3.62	4.28	4.54	4.12	3.57	3.13	2.78	2.49	2.24	2.04	1.86	1.71	1.46
30	0.159	0.68	1.15	1.49	2.14	2.88	3.39	3.90	4.40	4.89	4.57	3.96	3.47	3.08	2.76	2.49	2.26	2.06	1.89	1.62
32	0.170	0.73	1.23	1.60	2.30	3.09	3.64	4.18	4.71	5.24	5.03	4.36	3.83	3.39	3.04	2.74	2.49	2.27	2.06	1.78
35	0.188	0.80	1.36	1.76	2.53	3.40	4.31	4.62	5.19	5.78	5.76	4.99	4.38	3.88	3.48	3.13	2.85	2.60	2.38	2.04
40	0.217	0.92	1.57	2.03	2.93	3.93	4.63	5.32	6.00	6.67	7.04	6.10	5.35	4.75	4.25	3.83	3.48	3.17	2.91	2.49
45	0.246	1.05	1.78	2.31	3.32	4.46	5.26	6.04	6.81	7.58	8.33	7.28	6.39	5.66	5.07	4.57	4.15	3.79	3.48	2.97
50	0.276	1.18	1.99	2.58	3.72	5.00	5.89	6.77	7.64	8.49	9.33	8.52	7.48	6.63	5.93	5.35	4.96	4.44	4.07	3.48
55	0.306	1.30	2.21	2.96	4.12	5.54	6.53	7.51	8.46	9.41	10.3	9.83	8.63	7.65	6.85	6.17	5.60	5.12	4.76	4.01
60	0.336	1.43	2.43	3.15	4.53	6.09	7.18	8.25	9.30	10.3	11.3	11.2	9.83	8.72	7.80	7.03	6.38	5.83	5.35	4.57

Potencia transmitida de un solo ramal

Tipo de potencia de entrada			
Tipo de carga impulsada	Máquina de combustión interna con transmisión hidráulica	Motor eléctrico o turbina	Máquina de combustión interna con transmisión mecánica
Uniforme	1.0	1.0	1.2
Impacto moderado	1.2	1.3	1.4
Impacto fuerte	1.4	1.5	1.7

Factores de servicio para cadena de rodillos

Número de torones	Factor de torones múltiples, a_2
2	1.7
3	2.5
4	3.3

Factores de ramales múltiples para cadenas de rodillos

Número de cadena	Paso, p , pulg	Rodillo		Diámetro del pasador, d , pulg	Espesor de la placa de eslabonamiento, a , pulg	Resistencia a la rotura promedio S_u , lbf	Peso por pie, lbf
		Diámetro, pulg	Ancho, pulg				
*25	1/4	0.130	1/8	0.0905	0.030	875	0.084
*35	3/8	0.200	3/16	0.141	0.050	2 100	0.21
*41	1/2	0.306	1/4	0.141	0.050	2 000	0.28
40	1/2	5/16	5/16	0.156	0.060	3 700	0.41
50	5/8	2/5	3/8	0.200	0.080	6 100	0.68
60	3/4	15/32	1/2	0.234	0.094	8 500	1.00
80	1	5/8	5/8	0.312	0.125	14 500	1.69
100	1 1/4	3/4	3/4	0.375	0.156	24 000	2.49
120	1 1/2	7/8	1	0.437	0.187	34 000	3.67
140	1 3/4	1	1	0.500	0.219	46 000	4.93
160	2	1 1/8	1 1/4	0.562	0.250	58 000	6.43
180	2 1/4	1 13/32	1 13/32	0.687	0.281	76 000	8.70
200	2 1/2	1 9/16	1 1/2	0.781	0.312	95 000	10.51
240	3	1 7/8	1 7/8	0.937	0.375	130 000	16.90

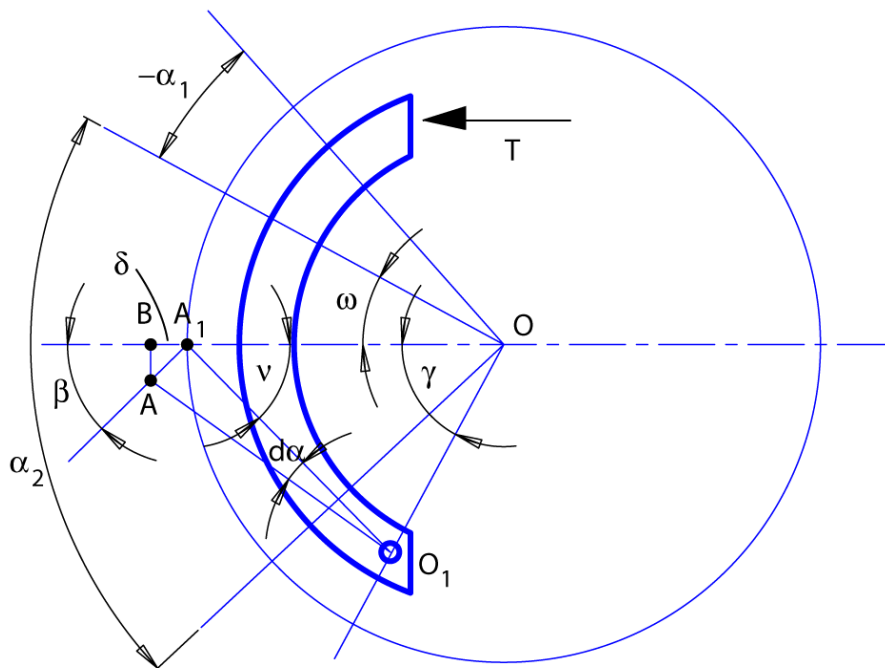
Tamaños estándares y resistencias de cadenas de rodillos.

FRENOS

El freno es un dispositivo que se usa para llevar al reposo un sistema en movimiento, para bajar su velocidad o para controlar su velocidad hasta un cierto valor en condiciones cambiantes. La función del freno consiste en convertir energía mecánica en calor. El diseño de frenos depende de incertidumbres sobre el valor del coeficiente de fricción, el cual se debe usar necesariamente. Entre los tipos de frenos existentes, destacan el freno de *tambor*, de *disco* y de *banda*.

Freno de tambor

Un freno de tambor típico se representa en la figura. La zapata se representa en trazo más grueso y el forro o recubrimiento es la porción de corona circular existente entre los ángulos α_1 y α_2 , que es el material que fricciona con la zapata cuando a esta se le aplica un par de frenado T . En la figura α_1 y α_2 son datos del fabricante. La suma del ángulo ω y γ es un ángulo recto. La línea que delimita α_1 y α_2 representa el punto donde actúa la zapata en el tambor puesto que es perpendicular al segmento OO_1 . Si la zapata llega a A_1 y avanza un diferencial de ángulo $d\alpha$, el punto A_1 llega a A , cuya proyección sobre la horizontal, B , supone un desplazamiento δ sobre dicha horizontal. El segmento AA_1 es perpendicular al O_1A_1 . Los ángulos β y ν son complementarios, es decir, juntos suman 90° . A partir de aquí se puede expresar lo siguiente:



$$\delta = BA_1 = AA_1 \cos \beta = AA_1 \operatorname{sen} \nu$$

$$OO_1 \operatorname{sen} \gamma = O_1A_1 \operatorname{sen} \nu$$

$$\delta = AA_1 \frac{OO_1}{O_1A_1} \operatorname{sen} \gamma = AA_1 \frac{OO_1}{O_1A_1} \cos \omega = O_1A_1 d\alpha \frac{OO_1}{O_1A_1} \cos \omega = (OO_1 d\alpha) \cos \omega$$

Si $\omega=0$ entonces $\delta = \delta_0 = OO_1 d\alpha$, por lo tanto la deformación del forro queda como: $\delta = \delta_0 \cos \omega$ y como la fuerza, tiene un comportamiento lineal con la deformación y es proporcional a la deformación resulta: $P=P_0 \cos \omega$, siendo P fuerza por unidad de longitud.

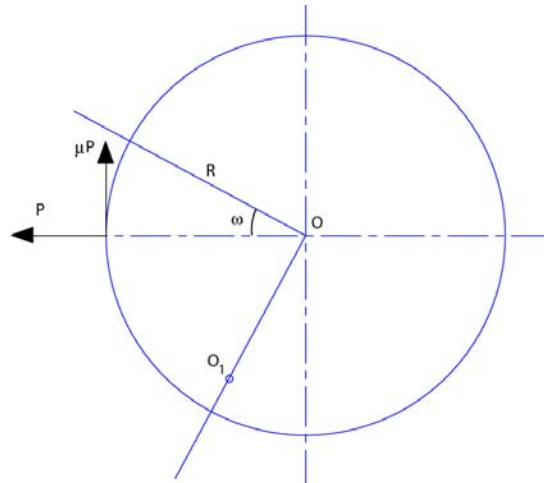
Par de frenado

El par de frenado se puede expresar como:

$$T = \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \mu P R R d\omega$$

$$T = \mu P_0 R^2 \int_{-\alpha_1}^{\alpha_2} \cos \omega d\omega = \mu P_0 R^2 (\text{sen } \alpha_2 + \text{sen } \alpha_1)$$

$$T = \mu P_0 R^2 (\text{sen } \alpha_1 + \text{sen } \alpha_2)$$



La posición óptima del forro para la misma presión máxima y el mismo ángulo es:

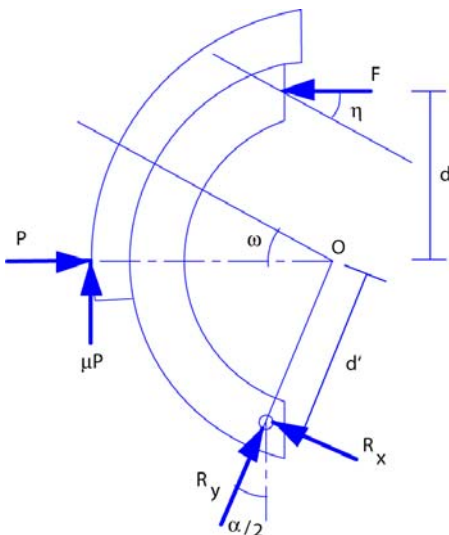
$$T = \mu P_0 R^2 2 \text{sen} \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2}$$

$$T_{\max} \Rightarrow \cos \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} = 1 \Rightarrow \alpha_1 = \alpha_2$$

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{\alpha}{2}$$

$$T_{\max} = 2 \mu P_0 R^2 \text{sen} \frac{\alpha}{2}$$

Equilibrio de la zapata



Equilibrio fuerzas horizontales

$$R_x + F_x = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} P (\cos \omega + \mu \text{sen} \omega) R d\omega$$

Equilibrio fuerzas verticales

$$F_y - R_y = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} P (\text{sen} \omega - \mu \cos \omega) R d\omega$$

Equilibrio de momentos entorno a O

$$R_x d' = F d + T \quad \text{donde } T = \mu P R$$

Evaluando las dos integrales:

$$I_1 = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} P_0 \cos \omega (\cos \omega + \mu \operatorname{sen} \omega) R d\omega = \frac{1}{2} P_0 R (\operatorname{sen} \alpha + \alpha)$$

$$I_2 = \int_{-\alpha/2}^{\alpha/2} P_0 \cos \omega (\operatorname{sen} \omega - \mu \cos \omega) R d\omega = -\frac{1}{2} \mu P_0 R (\operatorname{sen} \alpha + \alpha)$$

Con lo que las ecuaciones quedan:

$$R_x + F_x - \frac{1}{2} P_0 R (\operatorname{sen} \alpha + \alpha) = 0$$

$$F_y - R_y + \frac{1}{2} P_0 R \mu (\operatorname{sen} \alpha + \alpha) = 0$$

$$R_x d' - F d - 2P_0 R^2 \mu \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = 0$$

Dado una fuerza $F (F_x, F_y)$ se tiene R_x, R_y y P_0 . Despejando de la ecuación primera R_x :

$$R_x = \frac{1}{2} P_0 R (\operatorname{sen} \alpha + \alpha) - F \cos \eta$$

y sustituyendo en la ecuación tercera:

$$\frac{1}{2} P_0 R (\operatorname{sen} \alpha + \alpha) d' - F \cos \eta d' - F d - 2P_0 R^2 \mu \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = 0$$

Y finalmente, las expresiones de P_0 y T quedan de la siguiente manera:

$$P_0 = \frac{d' \cos \eta + d}{\frac{1}{2} R (\operatorname{sen} \alpha + \alpha) d' - 2R^2 \mu \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} F$$

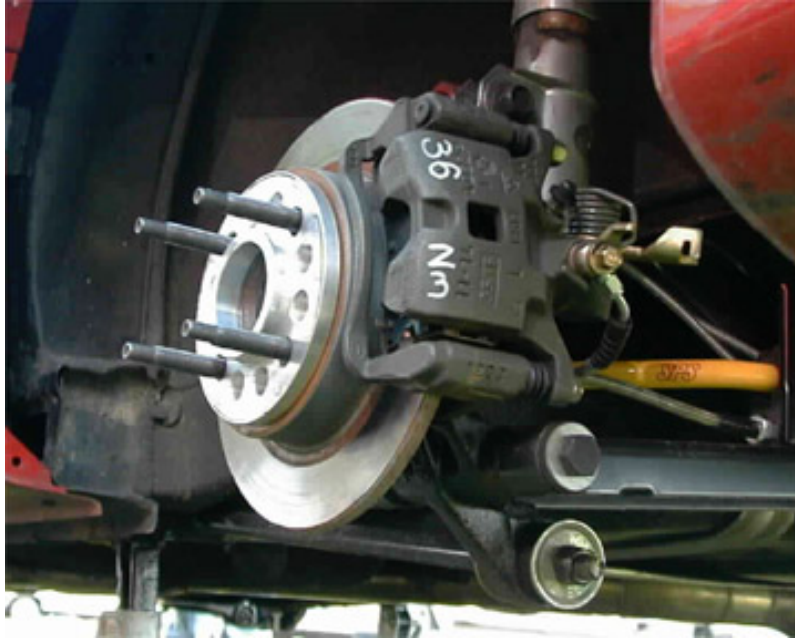
$$T = \frac{2R^2 \mu \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} (d' \cos \eta + d)}{\frac{1}{2} R (\operatorname{sen} \alpha + \alpha) d' - 2R^2 \mu \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} F$$

Para el lado contrario, el par en la otra zapata es:

$$T = \frac{2R^2 \mu \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} (d' \cos \eta + d)}{\frac{1}{2} R (\operatorname{sen} \alpha + \alpha) d' + 2R^2 \mu \operatorname{sen} \frac{\alpha}{2}} F$$

Frenos de disco

Las ecuaciones dadas para embragues de disco con miembros rígidos pueden adaptarse a los frenos de disco si al cojincillo del freno se le da la forma de un sector de círculo y los cálculos se hacen de manera correspondiente. Un análisis detallado del freno de disco da ecuaciones que conducen a pares que son ligeramente mayores que los que resultan de las ecuaciones para los embragues. Las cargas se equilibran situando cojincillos en ambos lados del disco. Para tener un mejor enfriamiento, el disco se hace hueco con una corriente de aire fluyendo alrededor.



La fuerza normal total de frenado F_n que debe ejercerse por un resorte actuante, se determina integrando la presión de frenado aplicada sobre el elemento de área $2\pi r dr$ de la siguiente manera:

$$p = \frac{P_{\max} r_i}{r}$$

$$F_n = \int_{r_i}^{r_0} p dA = \int_{r_i}^{r_0} \frac{P_{\max} r_i}{r} 2\pi r dr = 2\pi p_{\max} r_i (r_0 - r_i)$$

siendo r_0 y r_i los radios exterior e interior del sector de círculo usado para frenar. El par se encuentra multiplicando la fuerza sobre el elemento por el coeficiente de fricción μ y el radio, e integrando sobre el área.

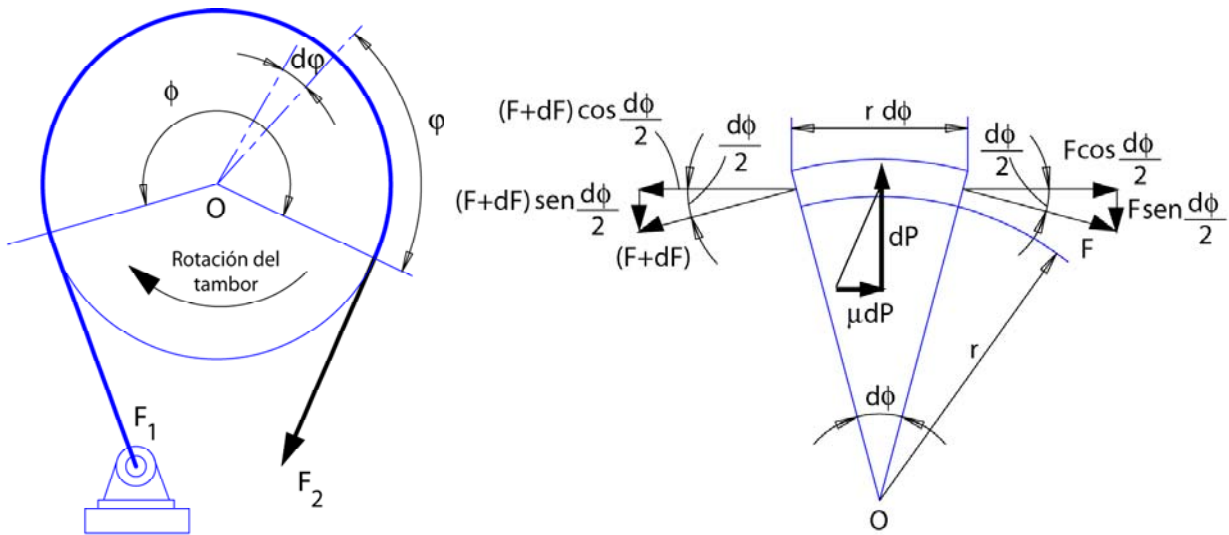
$$T = \int_{r_i}^{r_0} \mu p r dA = \int_{r_i}^{r_0} \mu \frac{P_{\max} r_i}{r} 2\pi r^2 dr = \pi \mu p_{\max} r_i (r_0^2 - r_i^2) = \frac{1}{2} \mu (r_0 + r_i) F_n = \mu F_n r_{prom}$$

Frenos de banda

En la figura se muestra un freno de banda, el cual consiste en una banda parcialmente enrollada alrededor de un tambor. El freno se activa haciendo firmemente la banda contra el tambor. Se supone que la banda está en contacto con el tambor sobre todo el ángulo cubierto ϕ en la figura. La fuerza de reacción en el perno está dada como F_1 y la fuerza de accionamiento como F_2 . Como existe alguna fricción entre la banda y el tambor, la fuerza de accionamiento será menor que la fuerza de reacción del perno, es decir, $F_1 > F_2$. En la figura de la derecha se representan las fuerzas que actúan sobre un *elemento de la banda*. Las fuerzas son la fuerza normal P y la fuerza de fricción F . Al sumar las fuerzas en la dirección vertical, es decir, radial y de acuerdo con la figura se obtiene lo siguiente:

$$(F + dF) \operatorname{sen} \left(\frac{d\phi}{2} \right) + F \operatorname{sen} \left(\frac{d\phi}{2} \right) - dP = 0$$

$$dP = 2F \operatorname{sen} \left(\frac{d\phi}{2} \right) + dF \operatorname{sen} \left(\frac{d\phi}{2} \right)$$



Como $dF \ll F$,

$$dP = 2F \operatorname{sen}\left(\frac{d\varphi}{2}\right)$$

Como $d\varphi/2$ es pequeño, entonces $\operatorname{sen} d\varphi/2 \cong d\varphi/2$. Por lo tanto,

$$dP = F d\varphi$$

Al sumar las fuerzas en la dirección horizontal (tangencial) y de acuerdo con la figura de la derecha:

$$(F + dF) \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - F \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - \mu dP = 0$$

$$dF \cos\left(\frac{d\varphi}{2}\right) - \mu dP = 0$$

Como $d\varphi/2$ es pequeño, entonces $\cos d\varphi/2 \cong 1$. Por lo tanto,

$$dF - \mu dP = 0$$

Sustituyendo se obtiene:

$$dF - \mu F d\varphi = 0$$

$$\int_{F_2}^{F_1} \frac{dF}{F} = \mu \int_0^\varphi d\varphi = 0$$

Al integrar se obtiene

$$\ln\left(\frac{F_1}{F_2}\right) = \frac{\mu\varphi\pi}{180}$$

$$\frac{F_1}{F_2} = e^{\mu\varphi\pi/180^\circ}$$

donde φ es el ángulo cubierto en grados. El par de torsión aplicado al tambor es:

$$T = r(F_1 - F_2)$$

La fuerza normal diferencial dP que actúa sobre el elemento en la figura de la derecha, con ancho b y longitud $r d\varphi$ es:

$$dP = p b r d\varphi$$

donde p =presión de contacto en Pa. Cuando se sustituye la ecuación anterior en la que indicada que $dP=Fd\varphi$ se llega a:

$$p = \frac{F}{br}$$

La presión es proporcional a la tensión en la banda. La presión máxima se presenta en el talón o cerca de la fuerza de reacción del perno y tiene el valor:

$$p_{\max} = \frac{F_1}{br}$$