

Witold Paleczek

METODA OBLICZANIA WARTOŚCI PROMIENIA ZASIĘGU WPŁYWÓW GŁÓWNYCH Z WYKORZYSTANIEM DANYCH GEOMECHANICZNYCH SKAŁ

Wprowadzenie

W związku z procesem zachodzącym w górotworze, polegającym na przemieszczaniu się elementów skalnych w stronę zaistniałych przestrzeni poeksploatacyjnych, powstało szereg modeli tego zjawiska, których szczegóły przedstawiono w cytowanych pracach [1-10]. W celu powiązania teoretyczno-empirycznego proponowanych w niniejszej pracy modyfikacji elementów teorii W. Budryka - S. Knothego przedstawionej w pracach [3-10] z geomechanicznymi własnościami skał w górotworze podano formuły opisujące wskaźniki deformacji według tej teorii oraz według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego [1, 2, 7, 8]. Przedstawiono autorski algorytm do obliczania promienia zasięgu wpływów głównych r oraz tangensa kąta wpływów głównych β według modelu górotworu opisanego w pracy [8].

1. Zestawienie wzorów do obliczania wskaźników deformacji według teorii W. Budryka - S. Knothego

Przemieszczenia pionowe - obniżenia

Zgodnie z założeniami teorii W. Budryka - S. Knothego przedstawionymi w pracach [3, 4, 6-9], przemieszczenia pionowe niecki obniżeniowej w granicach nieskończonej półpłaszczyzny określa równanie:

$$w(x) = \frac{w_{\max}}{r} \cdot \int_x^{-\infty} e^{-\frac{\pi \cdot x^2}{r^2}} dx \quad (1)$$

w którym:

$$w_{\max} = a \cdot g \quad (2)$$

- w_{\max} - maksymalne obniżenie warstw stropowych,
 a - współczynnik eksploatacyjny, opis liczbowy wypełniania pustki poeksploatacyjnej, nazywany także: współczynnikiem obniżenia powierzchni, współczynnikiem osiadania, współczynnikiem kierowania stropem - jest to parametr opisujący sposób wypełnienia pustki poeksploatacyjnej (wielkość bezwymiarowa),
 g - grubość wyeksploatowanego pokładu, m,
 r - promień zasięgu wpływów głównych (parametr rozproszenia wpływów eksploatacji górniczej), m, określony wzorem [4]:

$$r = \frac{H}{\operatorname{tg} \beta} \quad (3)$$

w którym:

- H - głębokość wyeksploatowanego pokładu, m,
 $\operatorname{tg} \beta$ - tangens kąta zasięgu wpływów głównych.

Promień zasięgu wpływu eksploatacji na horyzoncie z nad wyeksploatowanym pokładem określany jest zależnością:

$$r_z = r \cdot \left(\frac{z}{H} \right)^n \quad (4)$$

lub zależnością:

$$r_z = r \cdot \left(\frac{z + z_0}{H + z_0} \right)^n \quad (5)$$

We wzorze (5) poszczególne parametry oznaczają [6]:

$$r = \frac{H}{\operatorname{tg} \beta}$$

$$n = 0,665$$

$$z_0 = H \cdot \frac{\nu^{\frac{1}{n}}}{1 - \nu^{\frac{1}{n}}}$$

$$\nu = 1 - e^{-0,0548 \cdot \operatorname{tg}(\beta)^{-1,96489}}$$

Nachylenia terenu

Nachylenie terenu w brzegowej części profilu niecki zdefiniowane jest jako pochodna przemieszczenia pionowego:

$$T(x) = \frac{\partial w}{\partial x} = \frac{w_{\max}}{r} \cdot e^{-\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}} \quad (6)$$

przy czym:

$$T_{\max} = \frac{w_{\max}}{r} \quad (7)$$

Na rysunku 1 przedstawiono wizualizację do wzoru (6); wzór (7) spełniony jest dla relacji $x = 0$.

Krzywizna profilu niecki osiadania i jej promień

W teorii W. Budryka - S. Knothego krzywiznę określono wzorem:

$$K(x) = \frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = -2 \cdot \pi \cdot \frac{w_{\max} \cdot x}{r^3} \cdot e^{-\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}} \quad (8)$$

przy czym:

$$K_{\max} = \pm \sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{e}} \cdot \frac{w_{\max}}{r^2} \cong \pm 1,52 \cdot \frac{w_{\max}}{r^2} \quad (9)$$

Na rysunku 1 przedstawiono wizualizację graficzną wzoru (8).

Przemieszczenia poziome

Na powierzchni terenu przesunięcia poziome powodują wyboczenia liniowych obiektów budowlanych. Przeszczenia poziome definiowane są przy założeniu ich proporcjonalności do nachyleń według postulatu S.G. Awierszyna [4, 6-10]:

$$u(x) = -B \cdot \frac{\partial w}{\partial x} = -B \cdot T(x) \quad (10)$$

Ze wzoru (10) wynika, że:

$$-B = \frac{u(x)}{T(x)} \quad (11)$$

Współczynnik proporcjonalności B określony jest wzorem [4, 6]:

$$B = \frac{r}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cong 0,4 \cdot r \quad (12)$$

stąd:

$$u(x) = \frac{w_{\max}}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot e^{-\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}} \quad (13)$$

przy czym:

$$u_{\max} = \frac{w_{\max}}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cong 0,4 \cdot w_{\max} \quad (14)$$

Wartość parametru B jest zmienna w zależności od rodzaju nadległego górotworu i w literaturze znajdujemy propozycje obliczania ze wzoru:

$$B \cong (0,31 \div 0,32) \cdot r \quad (15)$$

Znajdujemy także zależność wynikającą z rozwiązania przestrzennego zadania liniowej teorii sprężystości w zastosowaniu do prognozowania deformacji górotworu pod wpływem eksploatacji górniczej, określoną wzorem [6]:

$$B = 0,102 \cdot \frac{1-\nu}{\nu} \cdot \frac{r}{\operatorname{tg} \beta} \quad \text{dla } \nu = 0,15 \quad (16)$$

$$\Rightarrow B = 0,6 \cdot \frac{r}{\operatorname{tg} \beta}$$

Na rysunku 1 przedstawiono wykres teoretycznego przebiegu przemieszczeń poziomych według wzoru (13).

Odształcenia poziome

Odształcenie poziome jest określane jako pierwsza pochodna przemieszczenia poziomego i dla nieskończonej półpłaszczyzny określane jest jako:

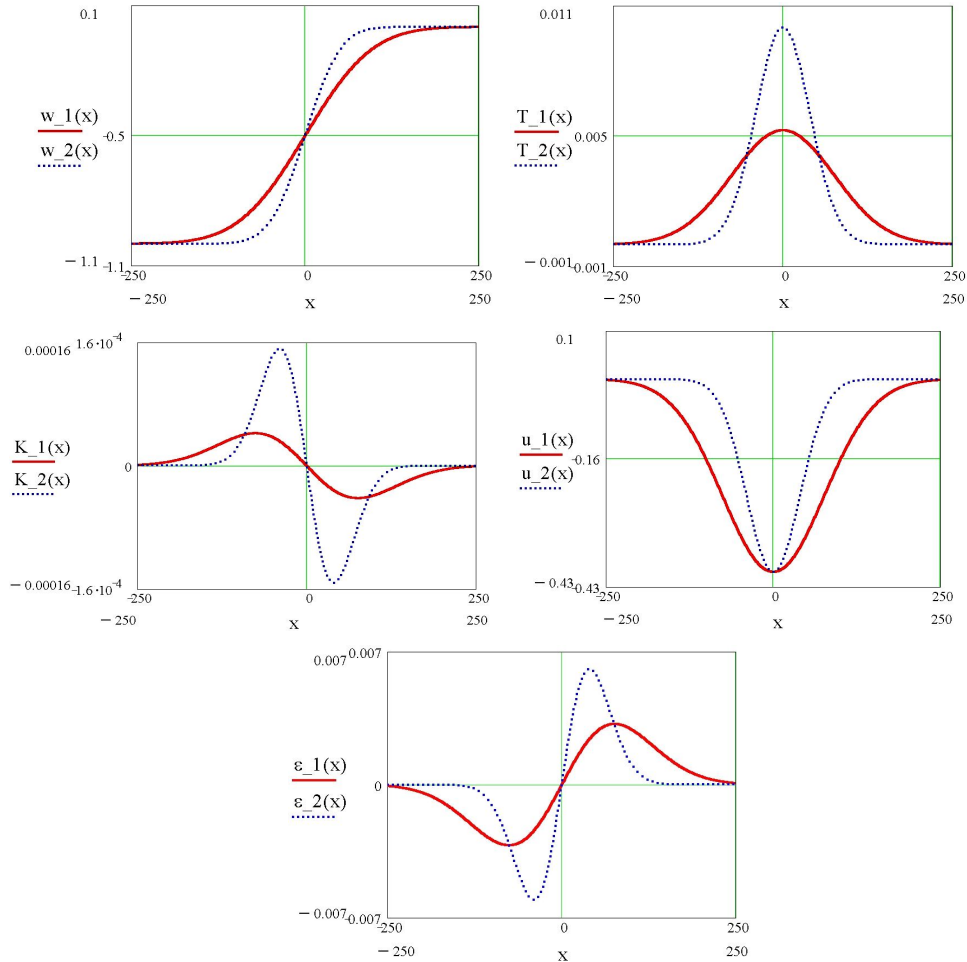
$$\varepsilon(x) = \frac{\partial u}{\partial x} = -B \cdot \frac{\partial K}{\partial x} = \pm \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \frac{w_{\max}}{r^2} \cdot x \cdot e^{-\pi \cdot \frac{x^2}{r^2}} \quad (17)$$

przy czym

$$\varepsilon_{\max} = \pm \frac{\sqrt{\frac{2 \cdot \pi}{e}}}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \frac{w_{\max}}{r} = \pm \frac{\sqrt{\frac{\pi}{e}}}{\sqrt{\pi}} \cdot \frac{w_{\max}}{r} \cong \pm 0,6 \cdot \frac{w_{\max}}{r} \quad (18)$$

Wzór (17) otrzymano przy podstawieniu współczynnika $B = \frac{r}{\sqrt{2 \cdot \pi}}$ [4, 6].

Na rysunku 1 przedstawiono wizualizację graficzną wzoru (17).



Rys. 1. Wykresy teoretycznego obniżenia w , nachylenia T , krzywizny K , przemieszczenia poziomego u , odkształcenia poziomego ε powierzchni terenu w wyniku wyeksploatowania nieskończonej półpłaszczyzny przy zadanych przykładowych wartościach parametrów:

$r_1 = 190$ m, i $w_{1\max} = 1$ m (linia ciągła) oraz $r_2 = 100$ m i $w_{2\max} = 1$ m (linia przerywana)

- według wzorów teorii W. Budryka - S. Knothego

2. Zestawienie wzorów do obliczania wskaźników deformacji według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego

Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni terenu według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego bazuje na założeniach warstwowej budowy górotworu i uwzględnia własności geomechaniczne skał. Funkcja wpływów oparta jest na rozkładzie normalnym. **Teoria ta stanowi uzasadnienie do przyjętego w pracy [8] założenia, że istnieją możliwości oszacowania wartości promienia zasięgu wpływów głównych r i parametru $tg\beta$ jeszcze przed wy-**

tworzeniem się niecki obniżeniowej (bazując na danych fizykomechanicznych skał pozyskanych z otworów wiertniczo-badawczych z okolic rejonu przewidzianego do eksploatacji). Wzory tej teorii przedstawione w pracach [1, 7] odniesione są do skał występujących w Górnośląskim Zagłębiu Węglowym. Kąt zasięgu wpływów eksploatacyjnych według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego oznaczono zmienną u (patrz rys. 8), natomiast w teorii W. Budryka - S. Knothego kąt ten jest oznaczony zmienną β .

Przemieszczenia pionowe - obniżenia

Funkcję obniżeń w zależności od głębokości horyzontu z określono wzorem:

$$w(x) = w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}} \cdot \int_x^{\infty} \exp\left(\frac{-\pi \cdot \lambda^2 \cdot \gamma}{H \cdot \bar{R}_r}\right) d\lambda \quad (19)$$

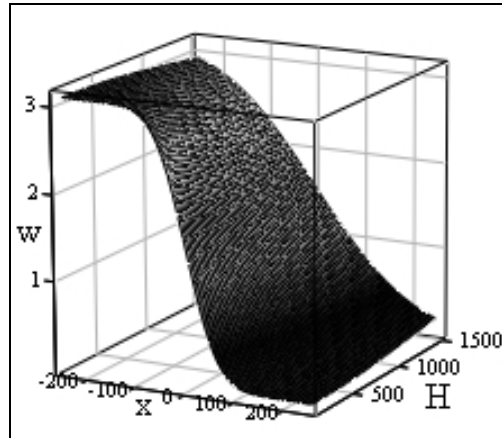
w którym:

$$w_{\max} = a \cdot g, \text{ m} \quad (20)$$

\bar{R}_r - średnia wytrzymałość skał na rozciąganie, MPa,

$\bar{\gamma}$ - średni ciężar objętościowy skał, MPa/m.

Prezentację graficzną funkcji (19) pokazano na rysunku 2.



Rys. 2. Wizualizacja wzoru (19) przy przyjętych wartościach: $\bar{\gamma} = 0,02$ MPa/m,
 $w_{\max} = 3,1$ m, $\bar{R}_r = 2$ MPa, $150 \leq H \leq 1500$ m, $-250 \leq x \leq 250$ m

Nachylenia

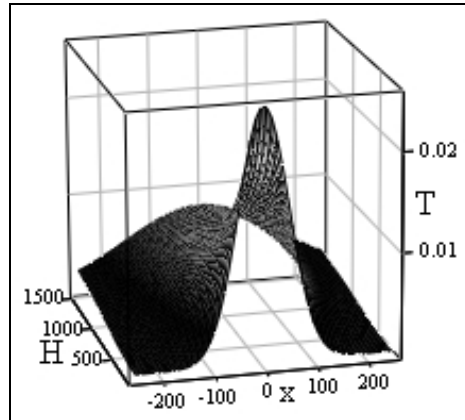
Funkcję nachyleń określono wzorem:

$$T(x) = \frac{\partial w(x)}{\partial x} = w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}} \cdot \exp\left(\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}\right) \quad (21)$$

Nachylenie maksymalne:

$$T_{\max} = w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}}, \text{ mm/m} \quad (22)$$

Prezentację graficzną wzoru (21) pokazano na rysunku 3.



Rys. 3. Wizualizacja wzoru (21) przy przyjętych wartościach: $\bar{\gamma} = 0.02$ MPa/m, $w_{\max} = 3.1$ m, $\bar{R}_r = 2$ MPa, $150 \leq H \leq 1500$ m, $-250 \leq x \leq 250$ m

Krzywizny

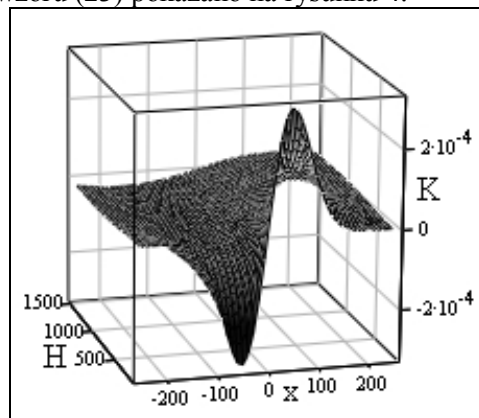
Funkcję krzywizn określono wzorem:

$$K(x) = \frac{\partial^2 w(x)}{\partial x^2} = w_{\max} \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot x \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}} \cdot \exp\left(\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}\right) \quad (23)$$

Krzywizna maksymalna:

$$K_{\max} = 1,5 \cdot w_{\max} \cdot \frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}, \text{ km}^{-1} \quad (24)$$

Prezentację graficzną wzoru (23) pokazano na rysunku 4.



Rys. 4. Wizualizacja wzoru (23) przy przyjętych wartościach: $\bar{\gamma} = 0,02$ MPa/m,
 $w_{\max} = 3,1$ m, $\bar{R}_r = 2$ MPa, $150 \leq H \leq 1500$ m, $-250 \leq x \leq 250$ m

Przemieszczenia poziome

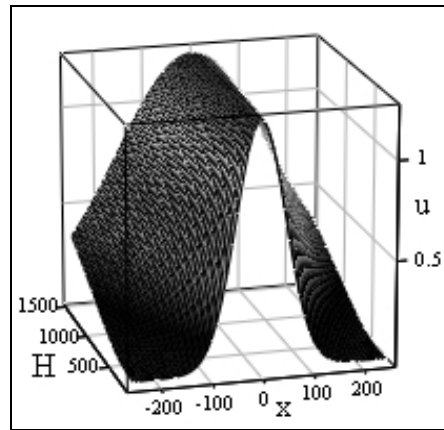
Funkcję przemieszczeń poziomych określono wzorem:

$$u(x) = -B \cdot T(x) = 0,4 \cdot w_{\max} \cdot \exp\left(\frac{-\pi \cdot x^2 \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}\right) \quad (25)$$

Przemieszczenie maksymalne:

$$u_{\max} = 0,4 \cdot w_{\max}, \text{ m} \quad (26)$$

Prezentację graficzną wzoru (25) pokazano na rysunku 5.



Rys. 5. Wizualizacja wzoru (25) przy przyjętych wartościach: $\bar{\gamma} = 0,02$ MPa/m,
 $w_{\max} = 3,1$ m, $\bar{R}_r = 2$ MPa, $150 \leq H \leq 1500$ m, $-250 \leq x \leq 250$ m

Odształcenia poziome

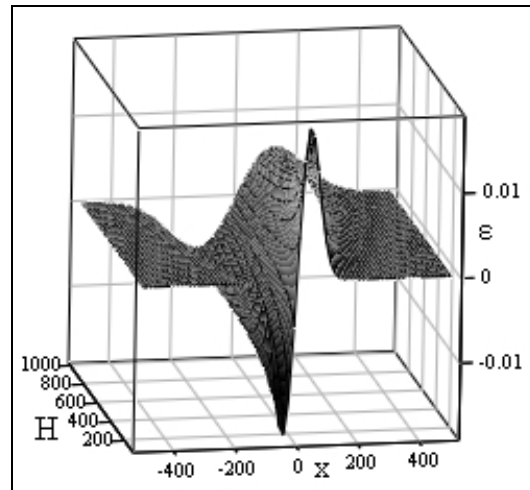
Funkcję odkształceń poziomych określa wzór:

$$\varepsilon(x) = w_{\max} \cdot \sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \frac{x \cdot \bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r} \cdot \exp\left(-\pi \cdot \frac{\bar{\gamma} \cdot x^2}{H \cdot \bar{R}_r}\right) \quad (27)$$

Odształcenie maksymalne:

$$\varepsilon_{x_{\max}} = 0,6 \cdot w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{H \cdot \bar{R}_r}}, \text{ mm/m} \quad (28)$$

Prezentację graficzną wzoru (27) pokazano na rysunku 6.



Rys. 6. Wizualizacja wzoru (27) przy przyjętych wartościach: $\bar{\gamma} = 0.02 \text{ MPa/m}$,
 $w_{\max} = 3 \text{ m}$, $\bar{R}_r = 2 \text{ MPa}$, $100 \leq H \leq 1000 \text{ m}$, $-495 \leq x \leq 495 \text{ m}$

Promień zasięgu wpływów głównych:

$$r = \sqrt{\frac{H \cdot \bar{R}_r}{\bar{\gamma}}}, \text{ m} \quad (29)$$

przy oznaczeniach:

\bar{R}_r - średnia wytrzymałość skał na rozciąganie, MPa:

$$R_c \cong 20 \cdot \bar{R}_r \text{ (przyjęto dla GZW)} \quad (30)$$

$\bar{\gamma}$ - średni ciężar objętościowy skał, MPa/m.

Minimalna powierzchnia F_{\min} wybranej parceli w pokładzie wynosi:

$$F_{\min} > \frac{H \cdot \bar{R}_r}{\bar{\gamma}}, \text{ m}^2 \quad (31)$$

Dla nieskończonej półpłaszczyzny na profilu niecki obniżeniowej punkt o wartości $0,5 \cdot w_{\max}$ występuje w odległości obrzeża d od frontu eksploatacji, natomiast ekstremum krzywizny i odkształceń poziomych występuje w odległości x_0 i jest ono

liczone względem odległości obrzeża d przesuniętego w kierunku zrobów eksploatacyjnych od krawędzi eksploatacji (patrz rys. 8):

$$x_0 = 0,4 \cdot r \quad (32)$$

$$d = 0,14 \cdot \sqrt{\frac{H \cdot \bar{R}_r}{\bar{\gamma}}} \quad (33)$$

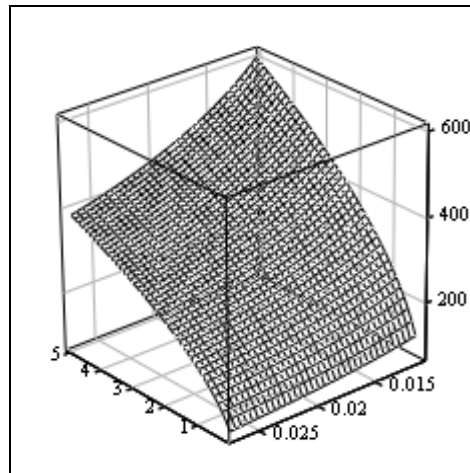
Na krawędzi eksploatacji występuje obniżenie w_{kr} :

$$w_{kr} = 0,5 \cdot w_{\max} - 0,14 \cdot w_{\max} = 0,36 \cdot w_{\max} \quad (34)$$

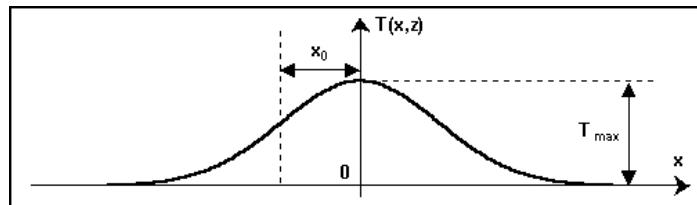
Przemieszczenia pionowe (obniżenia) w_g wewnątrz górotworu określa wzór:

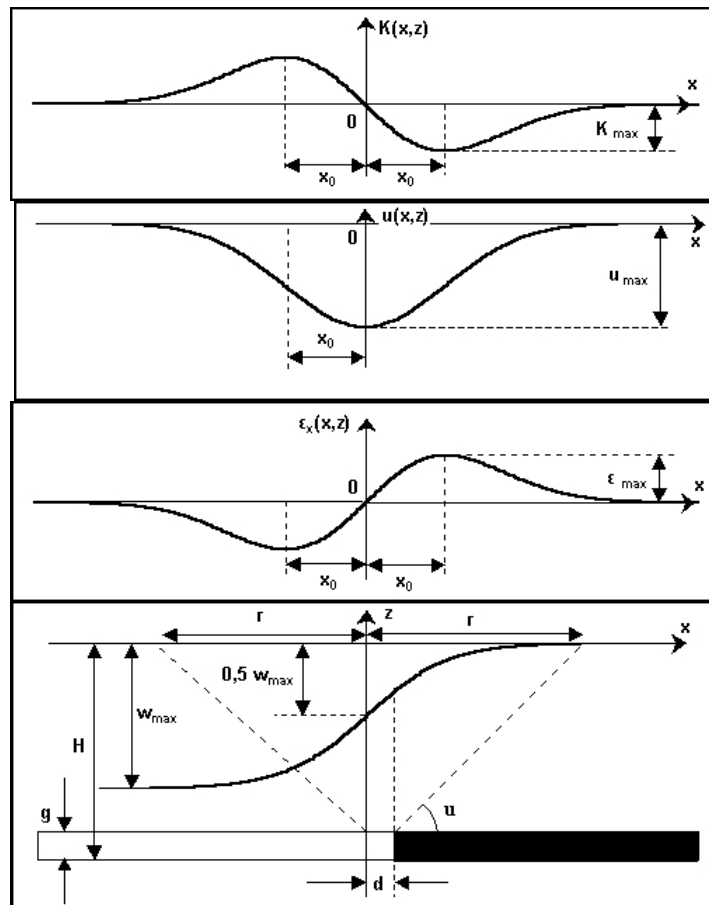
$$w_g = w_{\max} \cdot \sqrt{\frac{z}{H}} \quad (35)$$

Wizualizację wzoru (35) przedstawiono na rysunku 7, natomiast na rysunku 8 pokazano teoretyczne przebiegi wskaźników deformacji na powierzchni terenu i w otoczeniu frontu eksploatacyjnego dla nieskończonej półpłaszczyzny.



Rys. 7. Wizualizacja wzoru (35) przy przyjętych wartościach: $H = 800$ m, $0,2 \leq \bar{R}_r \leq 5$ MPa, $0,011 \leq \bar{\gamma} \leq 0,027$ MPa/m





Rys. 8. Przebiegi wskaźników deformacji na powierzchni terenu i w obrębie frontu eksploatacyjnego według [1, 2, 8]

3. Algorytm do obliczania promienia zasięgu wpływów głównych z danych geomechanicznych skał

W oparciu o propozycję modelu górotworu i rozważania omówione w pracy [8] przedstawiono autorski algorytm do obliczania wartości r oraz $\operatorname{tg}\beta$, według danych empirycznych wraz z rozrzutem wartości prognozowanych na podstawie danych geotechnicznych skał oraz prognozowanej eksploatacji w górotworze rozpoznany otworami wiertniczo-badawczymi, [8, 9]. Wartości zadeklarowano w kolejnych wektorach R_c , R_{cn} , wysokości horyzontów poszczególnych warstw skalnych z , głębokość zalegania pokładu H , wartość współczynnika osiadania a przyjęto jak dla eksploatacji prowadzonej z zawałem stropu. Podane wartości są danymi rzeczywistymi zaczerpniętymi z prac [8, 9]. Obliczenia w środowisku MATHCAD® możemy przedstawić w następujących sekwencjach [8, 10]:

- deklaracja wektorów zadanych wartości a , H , R_c , R_{cn} , z , Δz :

$$\begin{pmatrix} g \\ H \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 3 \\ 840 \end{pmatrix} \quad R_c := \begin{pmatrix} 2.0 \\ 8.0 \\ 6.8 \\ 22 \\ 5.6 \\ 45 \\ 39 \\ 19 \\ 54 \\ 17 \\ 35 \end{pmatrix} \quad R_{cn} := \begin{pmatrix} 0.1 \\ 1.1 \\ 3.0 \\ 11 \\ 0.6 \\ 28 \\ 17 \\ 13 \\ 22 \\ 13 \\ 15 \end{pmatrix} \quad z := \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 34 \\ 290 \\ 558 \\ 560 \\ 592 \\ 654 \\ 657 \\ 668 \\ 672 \end{pmatrix} \quad \Delta z := \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ z_3 - z_2 \\ z_4 - z_3 \\ z_5 - z_4 \\ z_6 - z_5 \\ z_7 - z_6 \\ z_8 - z_7 \\ z_9 - z_8 \\ z_{10} - z_9 \\ H - z_{10} \end{pmatrix} \quad (36)$$

- deklaracja algorytmów do obliczeń współczynnika skalowania promienia zasięgu wpływów μ na podstawie współczynnika mięknięcia skał M oraz R_c :

$$M(R_c, R_{cn}) := \begin{cases} n \leftarrow \frac{R_{cn}}{R_c} \\ n \end{cases} \quad (37)$$

$$j := 0.1..rows(R_c) - 1 \quad (38)$$

$$M_j := M(R_{c_j}, R_{cn_j}) \quad (39)$$

$$\mu(R_c, M) := \begin{cases} b \leftarrow \frac{1}{2 + \frac{4}{5} \cdot e^{-\frac{R_c \cdot M}{50}} - \frac{3}{5} \cdot e^{-\frac{M}{2}}} \\ b \end{cases} \quad (40)$$

$$\mu_j := \mu(R_{c_j}, M_j) \quad (41)$$

- deklaracja i wydruk kontrolny macierzy danych:

$$\Omega := \text{augment}(z, \Delta z, R_c, R_{cn}, M, \mu) \quad (42)$$

$$\Omega =$$

	0	1	2	3	4	5
0	0	8	2	0.1	0.05	0.458
1	8	26	8	1.1	0.138	0.467
2	34	256	6.8	3	0.441	0.499
3	290	268	22	11	0.5	0.534
4	558	2	5.6	0.6	0.107	0.464
5	560	32	45	28	0.622	0.61
6	592	62	39	17	0.436	0.548
7	654	3	19	13	0.684	0.564
8	657	11	54	22	0.407	0.562
9	668	4	17	13	0.765	0.576
10	672	168	35	15	0.429	0.541

- wydruk kontrolny grubości nakładu:

$$\begin{pmatrix} \sum \Delta z \\ H - z_0 \\ \sum \Omega^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 840 \\ 840 \\ 840 \end{pmatrix} \quad (43)$$

- deklaracja funkcji do obliczenia wartości średniej współczynnika skalowania μ wraz z wydrukiem wartości obliczonej:

$$\mu_m := \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(\Omega^{(0)})-1} (\mu_j \cdot |\Delta z_j|)}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(\Omega^{(0)})-1} \Delta z_j}$$

$$\Rightarrow \mu_m = 0.526$$

- deklaracja proponowanej funkcji do obliczania współczynnika eksploatacyjnego a wraz z wydrukiem wartości obliczonej:

$$a := \begin{cases} \lambda \leftarrow \frac{H}{g} \\ \sigma \leftarrow \frac{-\mu_m}{3.89} \\ \nu \leftarrow \frac{8}{5} \\ \phi \leftarrow \nu \cdot \lambda^\sigma \\ \phi \end{cases}$$

$$\Rightarrow a = 0.746$$

- obliczenie współczynnika niejednorodności δ dla wartości współczynnika μ wraz z wydrukiem tej wartości:

$$\begin{pmatrix} \kappa \\ \Xi \\ \delta \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \text{cols}(\Omega) - 1 \\ \left(\frac{\sum \Omega^{(\kappa)}}{\text{rows}(\Omega)} \right) \\ \sqrt{\frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(\Omega)-1} \left[\left(\Omega^{(\kappa)} \right)_j - \Xi \right]^2}{\text{rows}(\Omega)}} \\ \Xi \end{pmatrix} \quad (44)$$

$$\delta = 0.091 \quad (45)$$

- deklaracja algorytmu do obliczeń promienia zasięgu wpływów głównych r , $\text{tg} \beta$ oraz spodziewanych wartości rozrzutu r_{\min} , r_{\max} , $\text{tg} \beta_{\min}$, $\text{tg} \beta_{\max}$ wraz z wydrukiem wartości obliczonych:

$$r(z, \mu, H, a) := \begin{cases} \lambda \leftarrow \frac{H}{1 + \frac{a}{\sqrt{1 - 2 \cdot a + 2 \cdot a^2}}} \\ \zeta \leftarrow z - \frac{a \cdot H}{a + \sqrt{1 - 2 \cdot a + 2 \cdot a^2}} \\ \theta \leftarrow a \cdot (H - z) \\ r \leftarrow \mu \cdot \left[(1 - a) \cdot \sqrt{\lambda^2 - \zeta^2} + \theta \right] \\ r \end{cases} \quad (46)$$

$$\begin{pmatrix} R \\ \text{tg}_b \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \sum_{j=0}^{\text{rows}(\Omega^{(0)})-1} r \left[\left(\Omega^{(0)} \right)_j, \left(\Omega^{(\kappa)} \right)_j, H, a \right] - \sum_{j=1}^{\text{rows}(\Omega^{(0)})-1} r \left[\left(\Omega^{(0)} \right)_j, \left(\Omega^{(\kappa)} \right)_{j-1}, H, a \right] \\ \left(\frac{H}{R} \right) \end{pmatrix} \quad (47)$$

$$\begin{pmatrix} R_{min} \\ R_{max} \\ tg_b_min \\ tg_b_max \end{pmatrix} := \begin{bmatrix} R \cdot (1 + \delta) \\ R \cdot (1 - \delta) \\ \frac{H}{R} \cdot (1 + \delta) \\ \frac{H}{R} \cdot (1 - \delta) \end{bmatrix} \quad (48)$$

$$\begin{pmatrix} R_{min} \\ R_{max} \\ tg_b_min \\ tg_b_max \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 385.274 \\ 320.770 \\ 2.597 \\ 2.162 \end{bmatrix} \quad (49)$$

- wydruk wartości średnich promienia zasięgu wpływów głównych r oraz odpowiadającej mu wartości $tg\beta$:

$$\begin{pmatrix} R \\ tg_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 353.022 \\ 2.379 \end{pmatrix} \quad (50)$$

Z obliczeń wynika, że wartości r oraz $tg\beta$ zostały obliczone z błędem nieprzekraczającym $\pm 10\%$ ich wartości średnich. Otrzymane wartości średnie zweryfikowano na mapach prowadzonej eksploatacji górniczej [8, 9].

Na podstawie wzorów wynikających z teorii M. Chudka - L. Stefańskiego przeprowadzono obliczenia wartości promienia zasięgu wpływów głównych r oraz $tg\beta$. Założono, że zależność R_c względem R_r określona jest wzorem:

$$R_c = (7,9 \div 17,1) \cdot R_r$$

W wyniku analizy przedziału wartości wynikającego z tej zależności i porównania otrzymanych wyników obliczeń z danymi zawartymi w pracach [8, 9] uzyskano zależność możliwie najbardziej odpowiadającą parametrom geomechanicznym skał analizowanego rejonu górotworu, którą określono wzorem:

$$R_r \cong \frac{R_c}{7,9} \quad (51)$$

Algorytm obliczenia r oraz $tg\beta$ możemy przedstawić w następującej sekwencji:

- deklaracja wektorów wartości a , H , R_c , z , Δz , γ :

$$\begin{pmatrix} a \\ H \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 0,746 \\ 840 \end{pmatrix} \quad (52)$$

$$\begin{array}{c}
 \begin{pmatrix} 2.0 \\ 8.0 \\ 6.8 \\ 22 \\ 5.6 \\ 45 \\ 39 \\ 19 \\ 54 \\ 17 \\ 35 \end{pmatrix} \\
 Rc :=
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ 34 \\ 290 \\ 558 \\ 560 \\ 592 \\ 654 \\ 657 \\ 668 \\ 672 \end{pmatrix} \\
 z :=
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{pmatrix} z_1 - z_0 \\ z_2 - z_1 \\ z_3 - z_2 \\ z_4 - z_3 \\ z_5 - z_4 \\ z_6 - z_5 \\ z_7 - z_6 \\ z_8 - z_7 \\ z_9 - z_8 \\ z_{10} - z_9 \\ H - z_{10} \end{pmatrix} \\
 \Delta z :=
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{c}
 \begin{pmatrix} 0.019 \\ 0.018 \\ 0.019 \\ 0.019 \\ 0.017 \\ 0.022 \\ 0.019 \\ 0.018 \\ 0.020 \\ 0.018 \\ 0.017 \end{pmatrix} \\
 \gamma :=
 \end{array}
 \quad (53)$$

– deklaracja funkcji i wektora funkcyjnego do obliczeń R_r według wzoru (51):

$$\Psi(Rc) := \begin{array}{l} \xi \leftarrow \frac{Rc}{7,9} \\ \xi \end{array} \quad (54)$$

$$j := 0, 1 \dots \text{rows}(Rc) - 1$$

$$Rr_j := \Psi(Rc_j) \quad (55)$$

– deklaracja tablicy zestawienia wartości obliczonych odpowiednich wielkości i wydruk kontrolny (przy oznaczeniach: kolumna o numerze 0 zawiera wartości z , kolumna o numerze 1 wartości Δz , kolejne odpowiednio Rc , Rr oraz γ):

$$\Xi := \text{augment}(z, \Delta z, Rc, Rr, \gamma) \quad (56)$$

	0	1	2	3	4
0	0	8	2	0.253	0.019
1	8	26	8	1.013	0.018
2	34	256	6.8	0.861	0.019
3	290	268	22	2.785	0.019
4	558	2	5.6	0.709	0.017
5	560	32	45	5.696	0.022
6	592	62	39	4.937	0.019
7	654	3	19	2.405	0.018
8	657	11	54	6.835	0.02
9	668	4	17	2.152	0.018
10	672	168	35	4.43	0.017

- deklaracja tablic funkcyjnych do obliczania średnich wartości R_{sr} i γ_{sr} i wydruk kontrolny wartości obliczonych:

$$\begin{pmatrix} R_{sr} \\ \gamma_{sr} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} \frac{\sum_{i=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_i \cdot (\Xi^{(3)})_i}{\sum_{i=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_i} \\ \frac{\sum_{i=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_i \cdot (\Xi^{(4)})_i}{\sum_{i=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_i} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} R_{sr} \\ \gamma_{sr} \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 2.762 \\ 0.019 \end{pmatrix} \quad (57)$$

- deklaracja tablic funkcyjnych do obliczania średnich wartości r oraz $\text{tg}\beta$ i wydruk wartości obliczonych:

$$\begin{pmatrix} r \\ tgb \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} H \cdot \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j \cdot (\Xi^{(3)})_j}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j} \\ \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j \cdot (\Xi^{(4)})_j}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j} \\ H \cdot \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j \cdot (\Xi^{(4)})_j}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j} \\ \frac{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j \cdot (\Xi^{(3)})_j}{\sum_{j=0}^{\text{rows}(Rc)-1} (\Xi^{(1)})_j} \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} r \\ tgb \end{pmatrix} := \begin{pmatrix} 352.394 \\ 2.384 \end{pmatrix} \quad (58)$$

Wnioski

Porównanie wartości otrzymanych we wzorach (50) oraz (58) może stanowić potwierdzenie poprawności przyjętych założeń w proponowanych algorytmach dotyczących modelu górotworu przedstawionego w pracy [8].

Literatura

- [1] Chudek M., Stefański L., Teoretyczne ujęcie wpływu podziemnej eksploatacji złóż na deformację powierzchni przy uwzględnieniu warstwowej budowy górotworu. Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej 1987, s. Górniczo z. 145.
- [2] Chudek M., Geomechanika z podstawami ochrony środowiska górniczego i powierzchni terenu, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2002.
- [3] Borecki M., Chudek M., Mechanika górotworu, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1972.
- [4] Knothe S., Prognozowanie wpływów eksploatacji górniczej, Wydawnictwo „Śląsk”, Katowice 1984.
- [5] Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych, Praca zbiorowa pod red. J. Kwiatka, Wydawnictwo Głównego Instytutu Górniczo, Katowice 1998.
- [6] Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi, praca zbiorowa pod red. M. Boreckiego, Wydawnictwo Śląsk, Katowice 1980.
- [7] Ochrona środowiska w Górnośląskim i Donieckim Zagłębiu Węglowym, Praca zbiorowa pod red. M. Chudka, Wydawnictwo Politechniki Śląskiej, Gliwice 2003.

- [8] Paleczek W., Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu, Studia z Zakresu Inżynierii nr 158, Instytut Podstawowych Problemów Techniki, Komitet Inżynierii Lądowej i Wodnej, Polska Akademia Nauk, Warszawa 2007.
- [9] Paleczek W., Prognozowanie wskaźników deformacji terenu wskutek podziemnej eksploatacji złóż z wykorzystaniem możliwości środowiska MATHCAD, XV Edycja Szkoły Eksploatacji Podziemnej 2006, Instytut Gospodarki Surowcami Mineralnymi i Energią, Polska Akademia Nauk, Kraków 2006, s. 771-787.
- [10] Paleczek W., Mathcad w algorytmach, Akademicka Oficyna Wydawnicza EXIT, Warszawa 2005.

Streszczenie

Przedstawiono autorski algorytm do obliczania promienia zasięgu wpływów głównych oraz tangensa kąta zasięgu wpływów głównych według modelu górotworu omówionego w pracy „Metoda określania wielkości i zasięgu deformacji powierzchni terenu powodowanych podziemną eksploatacją złóż z uwzględnieniem własności geomechanicznych skał górotworu”. Zestawiono wzory do obliczenia wskaźników deformacji terenu i górotworu według teorii W. Budryka - S. Knothe oraz według teorii M. Chudka - L. Stefańskiego. Teoria M. Chudka - L. Stefańskiego stanowi uzasadnienie przyjętych założeń w proponowanym algorytmie.

Zusammenfassung

Dargestellt wurde ein Autorenalgorithmus zur Berechnung des Reichweitehalbmessers der Hauptwirkungen und Tangens des Winkels der Hauptwirkungen nach dem Model des oberliegenden Gesteins, der in der Bearbeitung [5] abgesprochen wurde. Es wurde zusammengestellt die Formel zur Berechnung der Kennziffern der Gebirgsdeformation nach der Theorie von W. Budryk - S. Knothe und nach der Theorie von M. Chudek - L. Stefański. Theorie von der M. Chudek - L. Stefański ist eine Begründung der angenommener Gründungen in dem vorgeschlagen Algorithmus.