

Università degli studi di Padova

Facoltà di ingegneria

Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettrotecnica

Corso di

# **Sistemi elettrici per i trasporti**

(prof. Roberto Turri)

Appunti di

**MECCANICA DELLA TRAZIONE**

**FERROVIARIA**

## INDICE

1.	STRUTTURA DEI VEICOLI FERROVIARI .....	1
1.1	Veicoli ad assi rigidi .....	2
1.2	Veicoli a carrelli.....	2
1.3	Rodiggio.....	3
2.	TRASMISSIONE DEL MOTO E SOSPENSIONE DEI MOTORI .....	5
2.1	Motori non sospesi.....	5
2.2	Motori sospesi.....	7
	a) Sistema a molle (o trasmissione ad albero cavo).....	7
	b) Sistema Brown-Boveri o Buchli.....	9
	c) Sistema ad anello danzante .....	10
3.	IL FENOMENO DELL'ADERENZA.....	12
3.1	Aderenza per una ruota .....	13
3.2	Aderenza per una sala .....	16
3.3	Aderenza per un convoglio .....	16
	Controllo di coppia.....	17
	Controllo di velocità (sale accoppiate).....	18
3.4	Potenza massima teorica di un asse .....	19
4.	DISTRIBUZIONE DELLE FORZE.....	20
4.1	Ruota portante (trainata) .....	20
4.2	Ruota motrice.....	21
4.3	Ruota frenante.....	22
4.4	Distribuzione delle forze sugli assi .....	22
4.5	Forze sul carrello: distribuzione sulle ruote.....	24
5.	LA RESISTENZA AL MOTO DEI TRENI.....	27
5.1	Resistenze sistematiche.....	28
	1a) Resistenza di attrito tra perni e cuscinetti .....	28
	1b) Resistenza di attrito volvente ruota-rotaiia .....	30
	1c) Resistenza dell'aria .....	31
	1d) Resistenza per attriti e deformazioni del binario e dei vincoli .....	33
5.2	Resistenze accidentali .....	35
	2a) Resistenza dovuta alle curve.....	35
	2b) Resistenza dovuta alla pendenza (dovuta alla gravità).....	40
	2c) Resistenza dovuta al vento.....	41
	2d) Resistenza in galleria .....	41
5.3	Misura delle resistenze.....	42

## 1. STRUTTURA DEI VEICOLI FERROVIARI

Il moto dei veicoli ferroviari viene trasmesso attraverso due coppie cinematiche fondamentali:

ruota d'acciaio – rotaia;

perno – cuscinetto;

Nella tecnica ferroviaria una coppia di ruote viene chiamata **sala**. Ogni sala è costituita da un asse e da due ruote solidali con l'asse stesso. Ogni veicolo ferroviario sarà dunque dotato di un certo numero di sale. La parte della ruota a contatto con la rotaia prende il nome di **cerchione**. Per assicurare la guida, il cerchione è previsto di un "bordino" ed è di forma leggermente conica (angolo di conicità 3 gradi). Ciascuna sala è collegata al telaio del veicolo tramite le coppie cinematiche perno – cuscinetto, disposte esternamente alle ruote. Il perno è parte dell'asse e prende il nome di **fusello**.

Il **cuscinetto** è racchiuso nella **boccola** che è a sua volta collegata al telaio mediante un opportuno sistema di guida e sospensioni, dette sospensioni primarie, e trasmette ad esso le diverse forze verticali ed orizzontali.

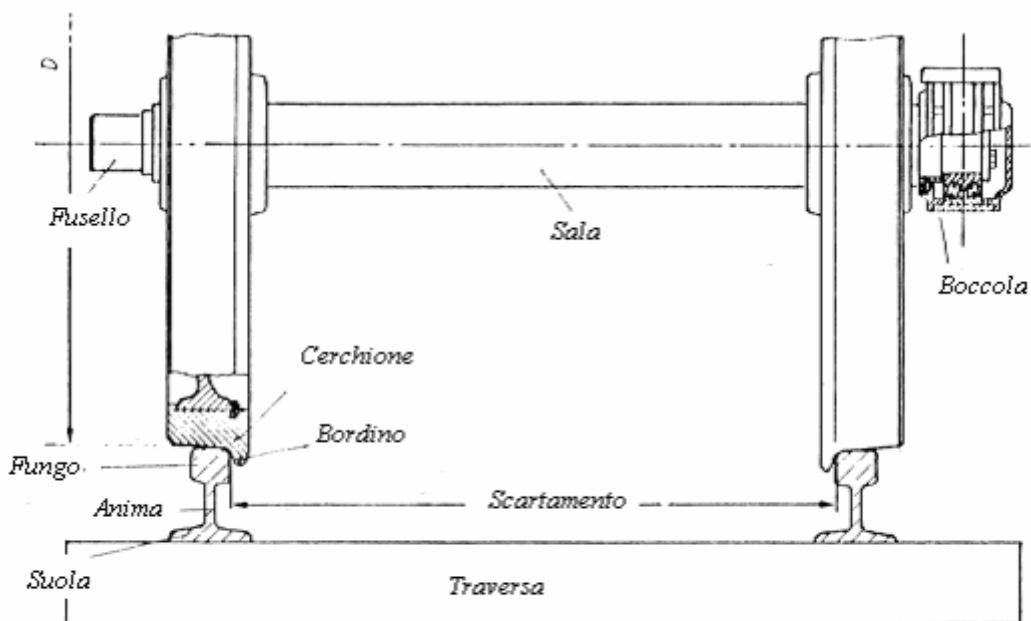


Fig. 1 – Elementi costituenti una Sala

La rotaia è inclinata verso l'interno di un angolo pari alla conicità delle ruote. La parte superiore prende il nome di **fungo** ed ha la superficie a contatto con la ruota arrotondata. Il fungo è sostenuto dall'**anima** la quale si appoggia sulla **suola**.

Due rotaie sono disposte parallelamente per costituire il **binario** e tenute in posizione dalle **traverse** realizzate in legno o in cemento. La distanza fra le facce interne delle due rotaie costituisce lo **scartamento** il cui valore normalizzato (in rettifilo) è di 1435mm. Vi sono linee secondarie con scartamenti diversi da quello normalizzato, si distinguono quindi linee a scartamento ridotto (990-1060mm) e linee a scartamento largo (1500-1600).

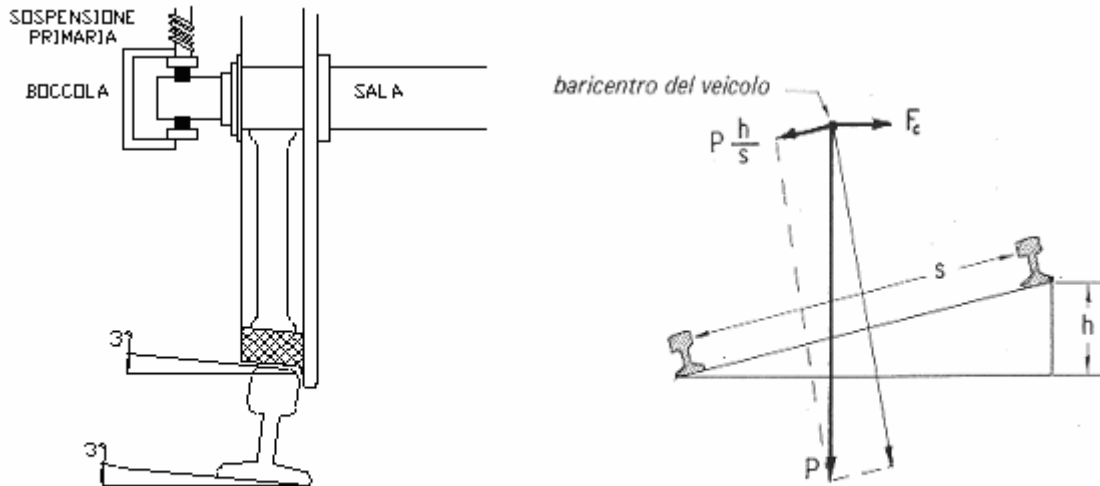


Fig. 2 – Particolarissimi accoppiamento ruota-binario

In base alla modalità con cui le sale sono connesse ai cassoni, si possono avere (a) veicoli ad assi rigidi e (b) veicoli a carrelli:

### 1.1 Veicoli ad assi rigidi

In essi le sale fanno parte di un unico telaio (come in molti carri merci). La distanza tra le sale estreme solidali con il telaio si chiama **passo rigido** del veicolo. Quando gli assi rigidamente collegati sono più di due, per facilitare l'iscrizione in curva si prevede la spostabilità delle sale esterne oppure si elimina il bordino dei cerchioni di uno i più assi. (*il passo massimo per non aver problemi in curva è di 5m*).

### 1.2 Veicoli a carrelli

In essi le sale sono raccolte in carrelli ( a 2 o 3 sale ciascuno) sui quali appoggia la cassa rigida o articolata. Il collegamento cassa-carrello assicura la trasmissione delle diverse forze, lasciando ai due elementi la libertà relativa attorno ad un perno verticale che consente l'iscrizione in curva. La distanza tra due perni verticali successivi prende il nome di **interperno**. La cassa appoggia sui carrelli tramite le **travi oscillanti** chiamate anche travi ballerine perché possono spostarsi, entro certi limiti, in direzione verticale e trasversale rispetto al carrello;ogni carrello è dotato di una trave

oscillante. La cassa appoggia perciò su tante travi oscillanti quanti sono i carrelli e i punti di appoggio sulla trave sono generalmente costituiti da pattini striscianti in bagno d'olio, i quali servono per garantire gli appoggi della cassa pur consentendo che il carrello possa ruotare liberamente sotto di essa quando deve inserirsi in curva. Dalle travi oscillanti i carichi vengono poi trasmessi ai carrelli mediante una serie di molle, a balestra oppure ad elica, che costituisce la **sospensione secondaria**. Dal carrello, unitamente al peso del carrello stesso, il carico viene poi trasmesso alle boccole delle ruote mediante un altro ordine di molle che prende il nome di **sospensione primaria**. Anche le boccole delle ruote possono scorrere in senso verticale, in conseguenza della flessione delle molle della sospensione primaria, entro apposite guide ricavate nei longheroni del carrello e chiamate **parasala**. Le boccole, oltre al compito di trasmettere il carico alle ruote, servono a collegare gli assi al carrello e a trasmettere gli sforzi di trazione, frenatura e d'inerzia. I cuscinetti delle boccole possono essere a rulli cilindrici oppure conici oppure realizzati in bronzo e ricoperti da materiale bianco (lega di piombo, rame, stagno, antimonio); in questo caso il fusello viene lubrificato con olio.

I carrelli sono tutti a due assi; sui fianchi o longaroni del carrello vengono ricavati, a seconda del tipo di carrello, gli alloggiamenti idonei a contenere i parasala per le boccole delle ruote e quelli relativi alle estremità della trave oscillante; nella parte interna vengono realizzati i supporti per il fissaggio dei motori di trazione; questi ultimi a seconda del tipo di locomotiva, possono essere uno per carrello oppure uno o due per sala.

Costituiscono la **massa sospesa o molleggiata** le parti del veicolo che sono supportate direttamente o indirettamente da almeno un sistema di sospensioni. Le parti che invece sono supportate direttamente dalle rotaie (sale e boccole) costituiscono la **massa rigida** o **massa non sospesa**. Limitando la massa non sospesa, si migliora la marcia della vettura, si diminuiscono le sollecitazioni sul binario e sulla ruota e si riduce la rumorosità consentendo in definitiva elevate velocità di marcia.

### **1.3 Rodiggio**

Le sale di un veicolo possono essere motrici quando ad esse viene trasmessa la coppia motrice, oppure portanti. Il complesso delle sale del veicolo ne costituisce il **rodiggio**.

Normalmente lo schema del rodiggio viene individuato tramite una sigla che indica la ripartizione delle sale fra i diversi carrelli e distingue le sale motrici da quelle portanti. Ogni gruppo di sale appartenenti ad un unico carrello viene contrassegnato da una lettera dell'alfabeto (il cui numero d'ordine definisce il numero di sale), se le sale sono motrici, o da un semplice numero ( il numero

delle sale), se sono portanti. Inoltre un pedice “o” viene posto accanto alla sigla delle sale motrici se esse sono a comando individuale o indipendente, ognuna cioè dotata di proprio motore.

Esempi di rodiggio:

- **2-B-B-2**: veicolo a quattro carrelli a due assi ciascuno; i due carrelli centrali portano assi motori con un motore per carrello (in totale due motori per quattro assi); i carrelli estremi sono portanti
- **Co-Co**: veicolo a due carrelli con tre assi ciascuno, tutti motori, con motore individuale (in totale sei motori)

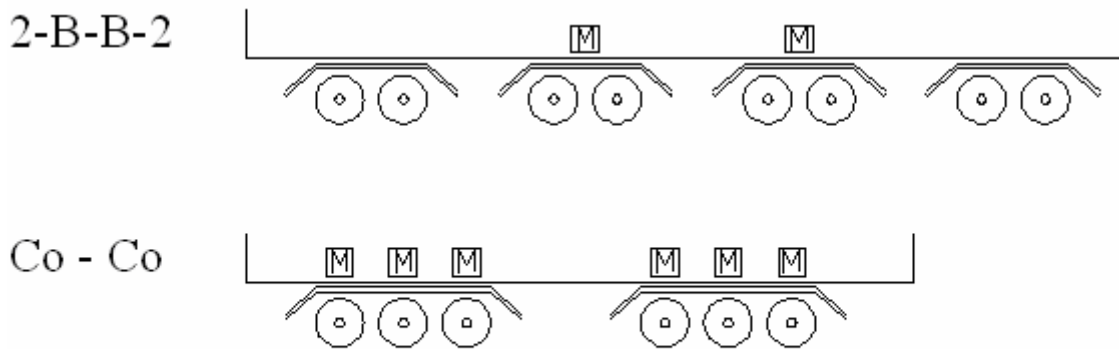


Fig. 3 – Esempi di rodiggio

**Tabella: alcune grandezze caratteristiche**

	<u>Massa per asse</u>
Linee principali	20-22 tonnellata/asse
Elettromotrici ferroviarie	15-18 tonnellata/asse
Metropolitane	10-12 tonnellata/asse
Tranvie	6-9 tonnellata/asse

	<u>Diametro ruote</u>
Veicoli tranviari	0.68 m
Elettromotrici leggere di metropolitana	0.74-0.82 m
Elettromotrici pesanti, locomotive leggere	0.86-1.04 m
Locomotive di grande potenza	1.25 m

## 2. TRASMISSIONE DEL MOTO E SOSPENSIONE DEI MOTORI

Come accennato nel paragrafo precedente, fra la sala ed il telaio del veicolo (o del carrello) sono interposte le sospensioni primarie che consentono un movimento relativo tra i due componenti e riducono la massa rigida alla sola massa della sala (e delle boccole). Nel caso degli assi motori si pone il problema della trasmissione del moto dal motore alle ruote: gli assi devono muoversi liberamente e bisogna cercare di ridurre la massa rigida.

Possiamo avere due tipi di sospensione dei motori, “non sospesi” o “sospesi” a seconda che gravino direttamente sulla sala (nel qual caso contribuiscono alla massa rigida) o meno.

### 2.1 Motori non sospesi

Il loro peso grava direttamente, tutto o in parte, sulla sala alla quale sono vincolati e quindi contribuiscono alla massa rigida. La trasmissione del moto non presenta difficoltà e si attua usualmente tramite ingranaggi. Il motore appoggia da un lato sulla sala, per mezzo di due cuscinetti a olio, mentre dall'altro è fissato ad una traversa del telaio mediante una sporgenza detta naso (da cui la denominazione **sospensione per il naso**), con l'interposizione di due molle che servono a sostenere elasticamente il peso del motore e a sopportare la reazione della coppia motrice. Con questo tipo di sospensione il peso del motore che su una locomotiva a c.c. è mediamente di circa 4000kg, rimane sospeso elasticamente solo per metà; l'altra metà grava direttamente sulla sala, e durante la marcia genera notevoli sollecitazioni d'inerzia sia al motore che allo stesso binario. Questo tipo di trasmissione non è perciò adatta alle alte velocità ed il suo impiego è limitato. Il pignone calettato all'estremità dell'albero motore ingrana su di una ruota dentata fissa sulla sala. Per ridurre il peso rigido, il motore è a volte sospeso per un punto più vicino al suo baricentro.

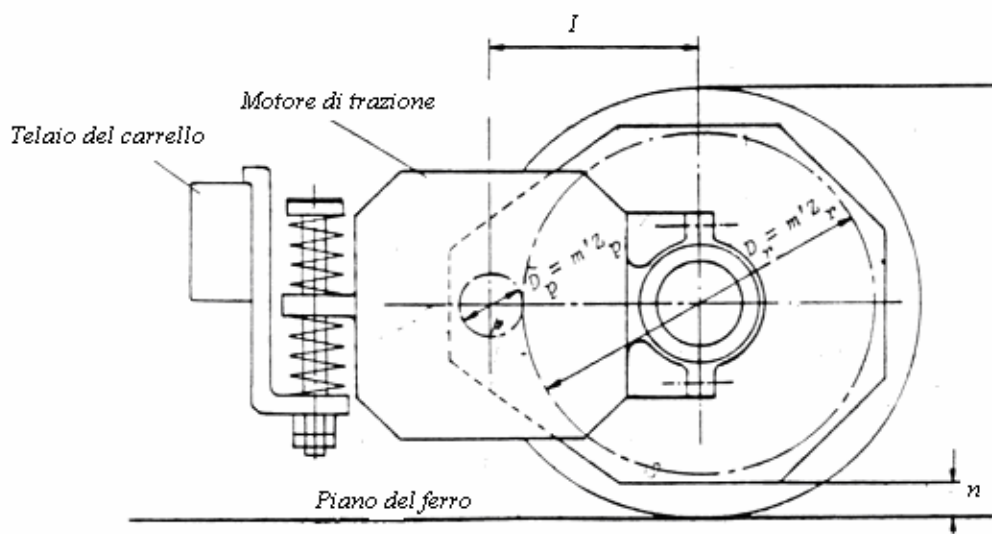


Fig. 4 – Motore “sospeso per il naso”

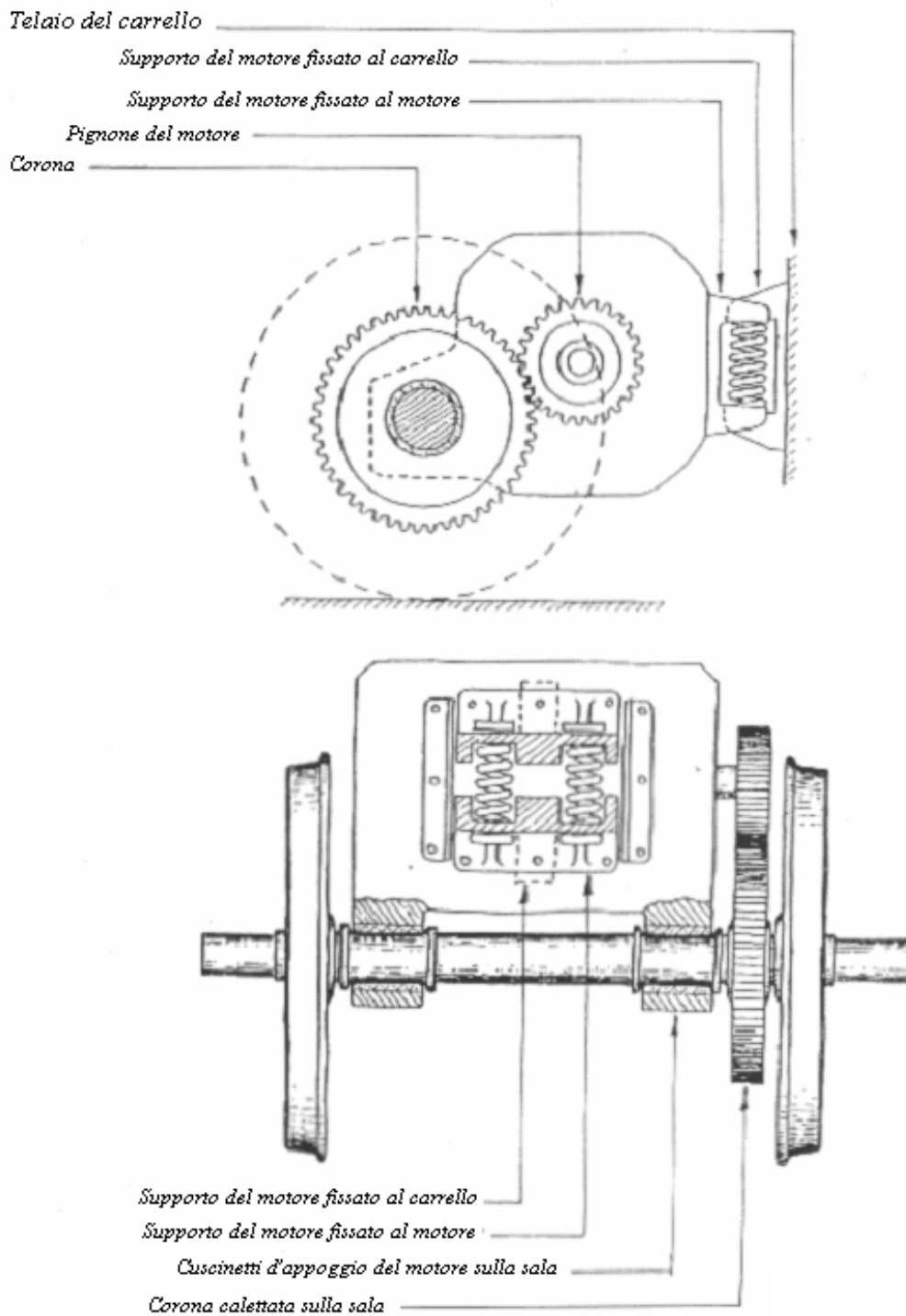


Fig. 5 – Esempio di trasmissione del moto con motore non sospeso  
(circa metà del peso appoggia direttamente sulla sala)



## 2.2 Motori sospesi

Il loro peso è sostenuto dal telaio e quindi non contribuiscono alla massa rigida. La trasmissione del moto deve però consentire i movimenti relativi fra sala e motori. Essa si attua mediante bielle o ingranaggi.

Esistono per i motori sospesi diverse soluzioni. In particolare possiamo trovare:

### a) Sistema a molle (o trasmissione ad albero cavo)

Il motore viene fissato rigidamente al telaio del carrello in modo che tutto il peso dello stesso motore si scarichi sulle ruote tramite le molle della sospensione primaria. In conseguenza quindi delle flessioni che le suddette molle subiscono durante la marcia, il motore e quindi il relativo pignone subiscono dei movimenti verticali ed è quindi indispensabile che anche la corona possa compiere gli stessi movimenti del pignone affinché la distanza degli interassi della coppia di ingranaggi rimanga costante. Il problema è stato risolto calettando la corona non direttamente sull'asse delle ruote bensì su di un *albero cavo* alle cui estremità sono calettate due flange circolari; in questo modo l'asse delle ruote passa internamente all'albero cavo e rispetto a questo può muoversi entro certi limiti. L'albero cavo viene sostenuto da due supporti e relativi cuscinetti solidali alla carcassa del motore. Il collegamento meccanico per la trasmissione del moto tra albero cavo e ruote viene realizzato con mezzi elastici costituiti da molle elicoidali o a balestra oppure da supporti in gomma. A causa delle ripetute flessioni cui sono soggette le molle della sospensione primaria durante la marcia, anche gli organi elastici per la trasmissione del moto subiscono notevoli e ripetute deformazione e conseguenti sollecitazioni, le quali sommate a quelle generate dalla coppia motrice sono causa di notevole usura e frequenti rotture degli organi elastici stessi. Questo sistema pur risolvendo il problema della massa rigida non è ancora adatto per le alte velocità. È stato ideato anche un sistema a **doppio albero cavo**, con questo sistema il moto viene trasmesso dal motore ad un primo albero cavo recante una sola flangia circolare di testata che serve a trasmettere il moto ad un secondo albero cavo di forma troncoconica posto internamente al primo e dotato di due flange circolari di testata. Quest'ultimo albero cavo trasmette a sua volta il movimento ad una delle due ruote; l'altra viene resa motrice dalla sala stessa. Con questo sistema subiscono deformazioni molto limitate e possono perciò essere costruiti di dimensioni alquanto ridotte rispetto a quelli in opera su locomotive a semplice asse cavo ed avere maggior durata.

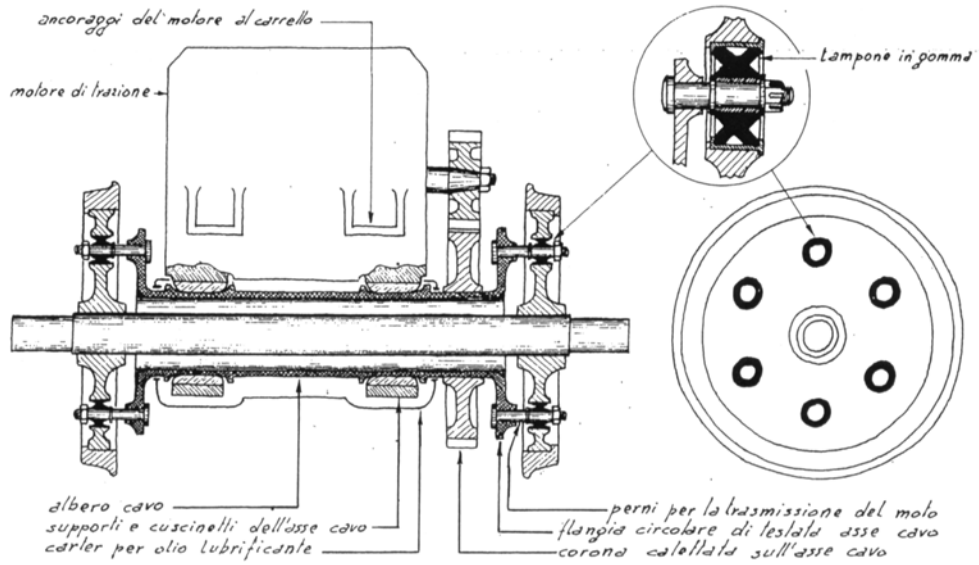


Fig. 6 – Trasmissione ad albero cavo

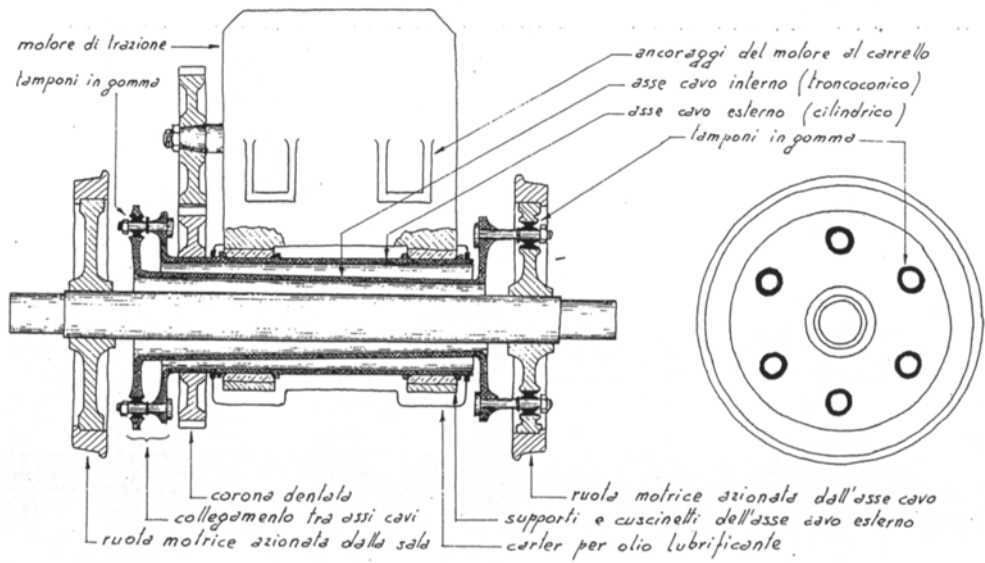


Fig. 7 – Trasmissione a doppio albero cavo

b) Sistema *Brown-Boveri* o *Buchli*

Il telaio del locomotore è appoggiato internamente alle ruote. Una corona dentata che riceve il moto da pignone del motore è posta esternamente alla ruota e sostenuta di sbalzo mediante un breve asse fissato ad un'appendice del telaio. La corona è munita di due perni (A) attorno ai quali ruotano due bracci che portano da una parte due settori dentati (B) ingrananti fra loro e dall'altra due perni sferici (C). Questi sono a loro volta collegati a due altri perni sferici (D), solidali con la ruota motrice mediante due bielle. I perni D passano attraverso due aperture praticate nella corona dentata e sufficientemente grandi per permettere i reciproci movimenti. Si riconosce che tali movimenti reciproci possono manifestarsi sia in senso orizzontale che verticale e quindi in qualsiasi direzione. Tuttavia vi è una rigidità torsionale e ogni rotazione della corona dentata produce una corrispondente rotazione della ruota.

Questa soluzione non è però ancora adatta alle levate velocità: il veicolo appoggia sugli assi delle sale all'interno delle ruote, con problemi di stabilità in quanto lo spazio di appoggio è ridotto. Inoltre i perni sono molto sollecitati con conseguente elevata usura meccanica.

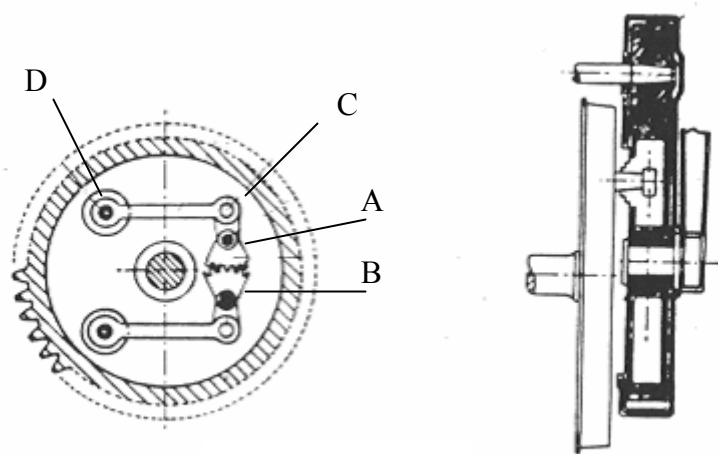


Fig. 8 - Sistema Brown-Boveri

## c) Sistema ad anello danzante

Il problema della trasmissione del movimento è stato risolto definitivamente con l'impiego di un sistema di bielle e di leve opportunamente articolate fra loro che prende il nome di *trasmissione a lira* più conosciuta con il nome di *trasmissione ad anello danzante*. Il sistema necessita ancora dell'albero cavo che porta la corona dentata adiacente. Il motore è fisso al telaio e l'albero cavo è fisso alla rotazione dello stesso tramite gli ingranaggi. Il cinematismo è costituito da una coppia di leve a bilanciere e da una coppia di bielle. La coppia di leve viene poi vincolata a metà lunghezza da una cosiddetta "lira" o "anello danzante" libero di ruotare sull'asse della ruota.

I perni A, collegati all'albero cavo, passano attraverso fori praticati nelle ruote e permettono il movimento, a mezzo delle bielle e delle leve, ai perni B solidali con le ruote.

Con un determinato verso di rotazione le bielle lavorano in trazione (compressione) mentre la lira fa da puntone (tirante). Si riconosce anche in questo caso come siano possibili movimenti fra ruote e corona dentata sia verticali che orizzontali mentre una rotazione dell'albero cavo comporta una corrispondente rotazione della ruota. Questo cinematismo oltre a realizzare la trasmissione del moto, consente all'albero cavo di muoversi liberamente in senso verticale in conseguenza al molleggiamento della sospensione.

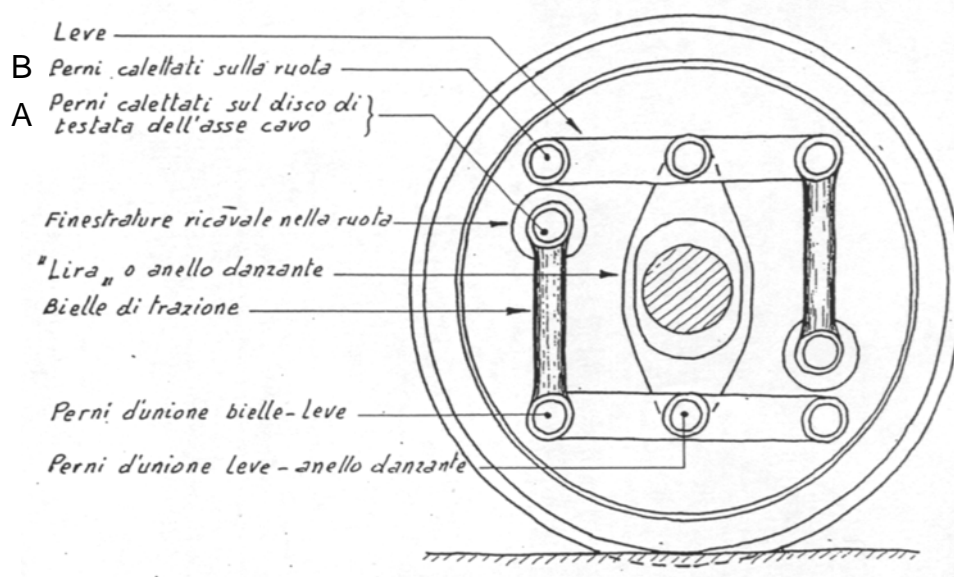


Fig. 9 – Sistema ad anello danzante

Come abbiamo detto, tra i centri delle due leve a bilanciere viene inserito un anello, questo al fine di mantenere sempre costante la distanza tra i due punti. Senza l'anello si avrebbe ancora distanza costante in caso di traslazione ma non in caso di torsione. Esso è aperto perché deve lasciare libero il fusello e anche danzante perché fissato alle due bielle.

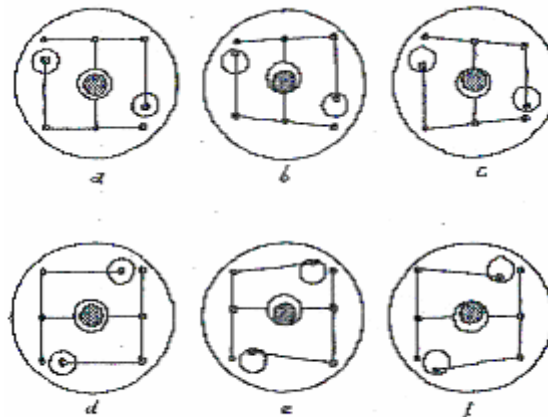


Fig. 10 – Movimenti assunti dal sistema durante la marcia

Alcune posizioni assunte dai componenti del sistema durante la marcia della locomotiva sono rappresentate in figura:

- a) è rappresentato l'albero cavo perfettamente coassiale alla sala;
- b) l'albero cavo si trova in posizione sollevata rispetto alla sala e sia le bielle che le leve si sono spostate verso l'alto;
- c) l'albero cavo si trova in posizione abbassata rispetto alla sala e sia le bielle che le leve si sono spostate verso il basso;
- d) posizione assunta dai componenti di trasmissione con albero cavo coassiale alla sala immaginando che la ruota abbia girato di  $90^\circ$
- e) l'albero cavo si trova nuovamente in posizione sollevata rispetto alla sala, il movimento ha provocato la semplice rotazione delle bielle verso l'alto attorno ai relativi perni;
- f) l'albero cavo si trova in posizione abbassata rispetto alla sala, il movimento ha provocato la semplice rotazione delle bielle verso il basso attorno ai relativi perni;

Per posizioni angolari della ruota comprese fra le due rappresentate il movimento interesserà sia le bielle che le leve. In ogni caso la trasmissione del moto avviene ancora come se l'albero cavo fosse perfettamente coassiale alla sala.

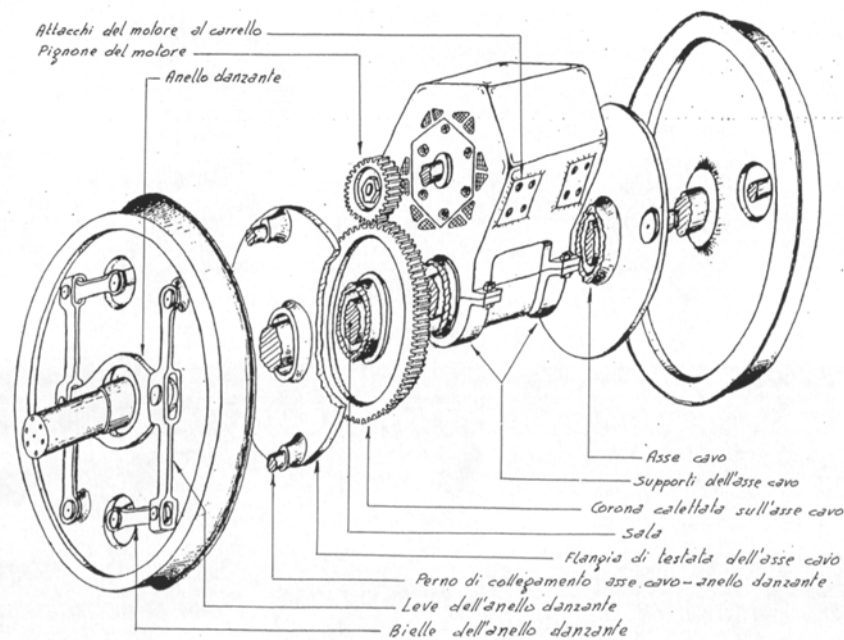
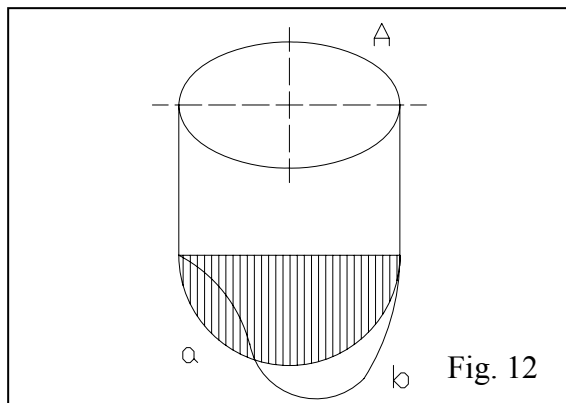


Fig. 11 - Vista esplosa di una sala motrice con albero cavo e anello danzante

### 3. IL FENOMENO DELL'ADERENZA

Come già è stato detto in precedenza, il moto dei mezzi di trasporto ferroviario utilizza la COPPIA CINEMATICA RUOTA-ROTAIA. La forza massima che può essere trasmessa da tale coppia cinematica dipende dal carico trasportato e si esplica attraverso il fenomeno dell'**aderenza**. Il moto viene quindi trasmesso grazie all'attrito che esiste tra ruota e rotaia, detto *attrito di primo distacco*, diverso e maggiore dall'attrito di strisciamento.

La zona di contatto tra ruota e rotaia non è un punto come sarebbe ipotizzabile, bensì una superficie la cui estensione dipende dal diametro della ruota e dal peso gravante sulla stessa. Tale superficie prende il nome di **impronta**, dove il peso  $Q$  si distribuisce con una pressione  $p = \frac{dQ}{dA}$  variabile da punto a punto (nulla nei bordi e massima al centro).



La forma dell'impronta è all'incirca ellittica quando la ruota è ferma e tende ad un rettangolo con l'usura del cerchione. Quando la ruota è in movimento la distribuzione delle pressioni si deforma per effetto dell'isteresi elastica del materiale costituente la ruota e la rotaia.

Il valore medio della pressione ( $p_m$ ) è dell'ordine di  $500-1000 \text{ N/mm}^2$  ( $5000-10000 \text{ kg/cm}^2$ ).

Considerando che il peso della ruota sulla rotaia vale in genere  $Q \cong 10t$ , si può stimare facilmente l'area dell'impronta:

$$A = \frac{Q}{p_m} = \frac{10 \cdot 10^3 \text{ kg}}{5000 \div 10000 \text{ kg/cm}^2} \cong 1 \text{ cm}^2$$

Grazie all'aderenza quindi anche con impronte di area molto piccola si riescono a trasmettere coppie notevoli.

L'aderenza viene indicata con le lettere  $F_a$  (Forza di aderenza) ed è espressa con la relazione generale dell'attrito, ovvero

$$F_a = f_{a0} \cdot Q$$

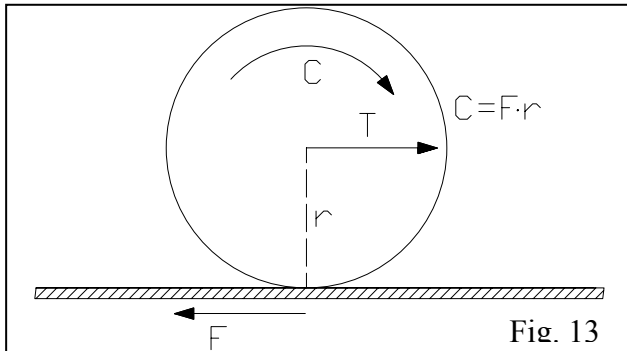
dove  $f_{a0}$  è chiamato *coefficiente di aderenza a veicolo fermo*.

Bisogna garantire che la trasmissione del moto avvenga senza perdita di aderenza.

Affinché non si verifichi lo slittamento o il pattinamento della ruota sulla rotaia è necessario che la forza motrice, oppure frenante, applicata alla periferia della ruota non superi l'aderenza, da qui

l'importanza del peso gravante sulla ruota e il coefficiente di aderenza. Mentre il primo, per un determinato veicolo, è costante, il secondo dipende dalle condizioni di umidità e untuosità delle due superfici a contatto.

### 3.1 Aderenza per una ruota



Consideriamo ora una ruota motorizzata, sulla quale sia cioè applicata una coppia  $C$ . La coppia può essere scomposta nelle due forze  $\vec{T}$  e  $\vec{F}$ . La prima fa avanzare il veicolo mentre la seconda tende a spostare indietro la ruota, l'interazione delle due forze fa sì che la ruota rotoli.

La forza è proporzionale alla coppia applicata (data dal motore). Oltre un certo valore di  $F$ , corrispondente al limite di aderenza  $F_a$ , si ha una brusca diminuzione del valore della forza trasmessa dovuto al fatto che si ha lo slittamento della ruota sulla rotaia (l'attrito ruota rotaia è ora diventato di tipo cinetico ovvero radente)

Perché si abbia aderenza deve dunque valere la seguente relazione:

$$\frac{C}{r} = F \leq f_a \cdot Q$$

Una volta superato il limite di aderenza e prodottosi lo slittamento la forza tangenziale si riduce al valore:

$$F' = f' \cdot Q$$

dove  $f'$  è detto *coefficiente di attrito cinetico* e vale sempre la relazione  $f' < f_{a0}$ .

$$f_{a0} \cong 0.25 \div 0.35 \quad \text{umide} \div \text{asciutte}$$

$$f' \cong 0.1 \div 0.2$$

Naturalmente le condizioni di aderenza devono essere soddisfatte anche in fase di frenatura altrimenti c'è pattinamento e la ruota tende a bloccarsi. Attraverso l'area di impronta la forza frenante  $F_f$  può arrivare sino ad un valore massimo pari a  $F_a$ ; se la ruota dovesse iniziare a pattinare la forza frenante  $F_f$  diminuirebbe bruscamente ad un valore  $F'$  ( $F' < F_f$ ). Il pattinamento oltretutto danneggia la superficie del cerchione.

Superato il limite di aderenza, si ha lo slittamento che può essere interrotto solo riducendo la coppia applicata.

Nel caso di mezzi di trazione riveste particolare importanza l'entità del **peso aderente** che è quel peso che grava sugli assi motori o accoppiati, in quanto è appunto da tale peso che dipende il massimo sforzo di trazione che la locomotiva può esercitare senza che si verifichi lo slittamento delle ruote. Il peso che non grava sulle ruote motrici od accoppiate si chiama *peso morto*.

Il coefficiente di aderenza  $F_a$  non ha un valore ben definito e costante, bensì dipende da diversi fattori tra cui:

- lo stato e dal materiale delle superfici di contatto;
- la velocità della ruota: come si vede anche dalle curve di figura il coefficiente diminuisce all'aumentare delle velocità sostanzialmente a causa di:
  - micro-rimbalzi (necessità quindi di avere sospensioni adeguate)
  - micro-slittamenti (dovuti a deformazione dei materiali di ruota e rotaia)

Si è ricavata quindi una formula empirica chiamata *formula di Möller*, basata sull'esperienza, per determinare il coefficiente di aderenza:

$$f_a = \frac{f_{a0}}{1 + a \cdot v}$$

dove

$a = 0.011$  con la velocità espressa in km/h

$a = 0.036$  con la velocità espressa in m/s

$f_{a0}$  = valore massimo a  $v = 0$

Si constata che per:

$$v = 100 \text{ km/h} \implies f_a = f_{a0}/2$$

$$v = 200 \text{ km/h} \implies f_a = f_{a0}/3$$

Per rilevare sperimentalmente il coefficiente di aderenza alle varie velocità, si frena progressivamente il veicolo e con un dinamometro si rileva la forza frenante applicata al momento del bloccaggio delle ruote; il coefficiente viene poi ottenuto dal rapporto fra la suddetta forza frenante ed il peso del veicolo.



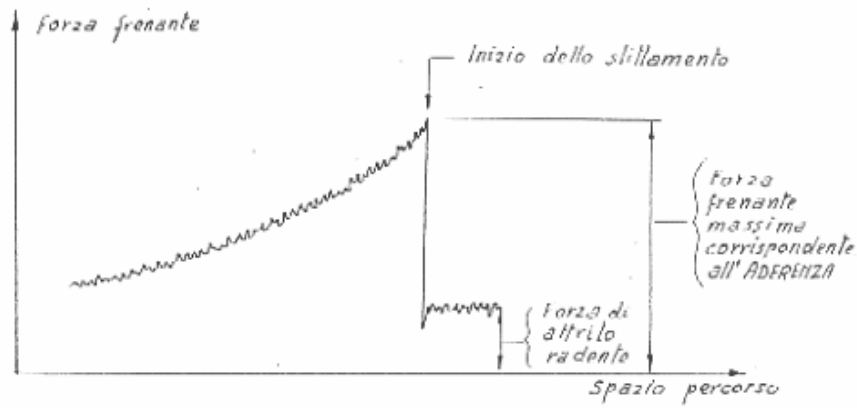


Fig. 14

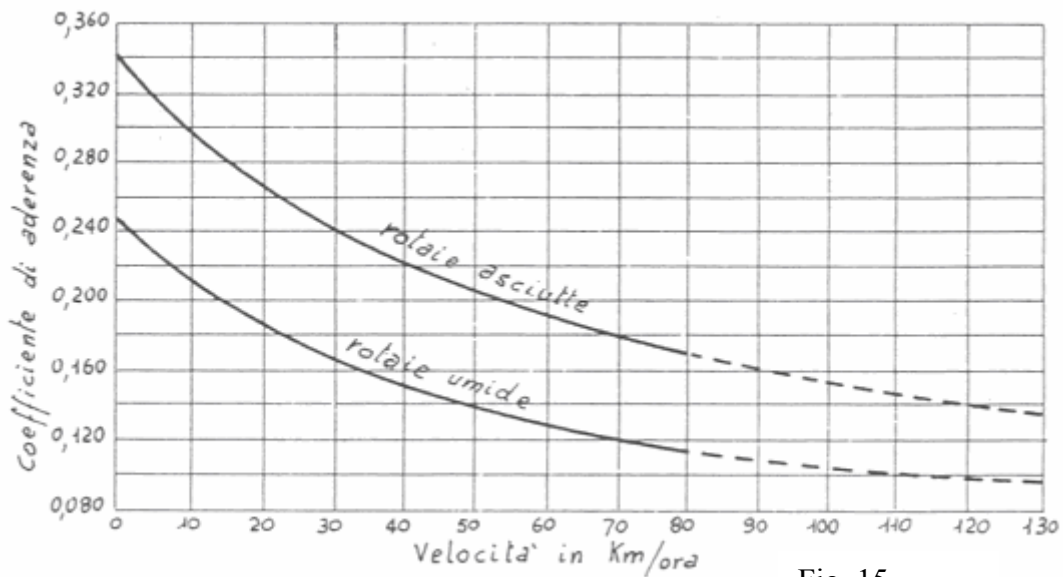


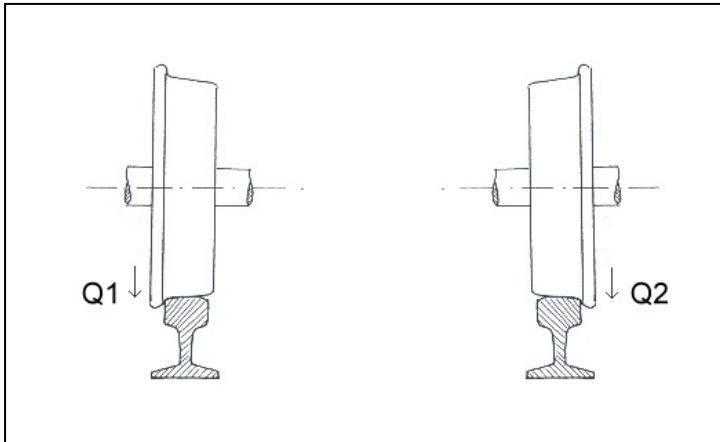
Fig. 15

**Curiosità:** i valori ottenuti per treni con ruote e rotaie di acciaio sono gli stessi che per ruote gomma sul ghiaccio.

Per aumentare l'aderenza si ricorre ai seguenti sistemi:

1. Si realizzano ruote e rotaie ben definite in moda da evitare oscillazioni, rimbalzi, vibrazioni,...
2. Si mantengono le ruote e le rotaie ben pulite, talvolta spruzzando acqua ed etere sulla rotaia. In rotaie meno recenti si utilizza sabbia finissima (aumenta la presa ma diminuisce la captazione della corrente con problemi di erosione).
3. In casi critici, per esempio salite particolarmente ripide, si deve ricorrere all'**aderenza artificiale** (il moto viene trasmesso, tutto o in parte, mediante organi diversi dalle ruote): cremagliere, ruote dentate o funicolari.

### 3.2 Aderenza per una sala



Quanto visto finora si riferisce esclusivamente ad una ruota. Vediamo ora di analizzare l'aderenza di una sala nel suo complesso. Se  $Q_1$  e  $Q_2$  sono i pesi che agiscono sulle due ruote, non necessariamente uguali, ed  $f_{a1}$  e  $f_{a2}$  i rispettivi coefficienti di aderenza, ognuna delle due ruote riesce a produrre una forza pari rispettivamente a:

$$F_1 \leq f_{a1} \cdot Q_1$$

$$F_2 \leq f_{a2} \cdot Q_2$$

Le due ruote sono vincolate rigidamente tra di loro (seguono le stesse vicissitudini, o sono entrambe in aderenza o non lo sono, di conseguenza la sala slitta o non slitta).

La forza totale applicata alla sala è

$$F = F_1 + F_2 \leq f_{a1} \cdot Q_1 + f_{a2} \cdot Q_2$$

Dividiamo e moltiplichiamo tutto per  $Q$  ( $Q = Q_1 + Q_2$ ) ottenendo:

$$F = F_1 + F_2 = \left( \frac{f_{a1} \cdot Q_1 + f_{a2} \cdot Q_2}{Q} \right) \cdot Q = f_{aeq} \cdot Q$$

dove  $f_{aeq}$  è il coefficiente *equivalente di aderenza* della sala; esso è la media pesata dei coefficienti delle due ruote in funzione del peso gravanti sui di esse. Segue le stesse leggi valide per  $f_{a1}$  e  $f_{a2}$  ( se  $f_{a1} = f_{a2} \rightarrow f_{aeq} = f_{a1} = f_{a2}$ ).

### 3.3 Aderenza per un convoglio

Il procedimento sopra esposto per una sala si può tranquillamente estendere a tutto il locomotore (o treno in frenatura) che abbia  $m$  sale motrici (o frenanti).

Occorre distinguere tra

- $Q$  = peso totale del convoglio sul binario
- $Q_a$  = peso aderente che grava sulle ruote motrici (cioè le sale con motore)
- $Q_r = Q - Q_a$  = peso rimorchiato

Costruttivamente le sale motrici sono sempre tra loro equivalenti, nei riguardi sia delle forze attive ai cerchioni che del carico per asse, in quanto  $Q_a$  è ripartito uniformemente.

Oggi le locomotive elettriche sono sempre a *completa aderenza*, ovvero tutti gli assi della locomotiva sono motrici.

Prendiamo ad esempio un convoglio formato da:

- $m$  = numero delle sale motrici;
- $Q$  = peso totale convoglio sul binario;
- $Q_a$  = peso aderente (peso gravante sulle sale motrici);
- $Q_r$  = peso rimorchiato ( $Q - Q_a$ );
- $Q_{ai}$  = peso che grava sull' $i$ -esimo motore  
 $\cong Q_a / m$  se il peso è equamente distribuito sugli assi motori.
- $F_i$  = forza esercitata sulla  $i$ -esima sala  $\leq f_{ai} \cdot Q_i$  ( $f_{ai}$  è ovviamente il coefficiente medio equivalente)

Si definisce **rapporto di aderenza**

$$\alpha = \frac{Q_a}{Q}$$

Valori tipici di  $\alpha$  sono:

- $\cong 0.1$  per treni merci;
- $\cong 1$  per elettrotreni veloci o locomotive singole;
- $\cong 1$  per tutti i treni in frenatura (in tutti i treni tutte le ruote contribuiscono alla frenatura)

Il coefficiente di aderenza equivalente per un convoglio dipende dal tipo di controllo dei motori, che può essere di coppia o di velocità

#### Controllo di coppia

I motori individuali sono controllati in modo da lavorare tutti alla stessa coppia (per esempio motori in corrente continua con la stessa corrente  $I$  di armatura  $\rightarrow$  tutti i motori forniscono la medesima coppia). Le velocità possono essere differenti e non influenzano il controllo.

La forza massima di un motore deve essere minore del minimo sforzo per avere ancora aderenza nelle condizioni peggiori:

$$F_{iMAX} \leq (f_{ai} \cdot Q_{ai})_{\min}$$

Il motore che sviluppa la forza massima deve in sostanza essere limitato dalla condizione più gravosa fra quelle cui sono soggette tutte le sale.

Supposto di avere  $m$  sale motrici si ha ( $\langle X \rangle$  indica valor medio di  $X_i$ ):

$$F = \sum_i^m F_i = m \langle F_i \rangle \quad \text{forza totale}$$

$$Q_a = \sum_i^m Q_{ai} = m \langle Q_{ai} \rangle \quad \text{totale massa aderente}$$

Possiamo scrivere

$$\frac{F_{iMAX}}{F} \cdot F \leq (f_{ai} \cdot Q_{ai})_{\min} \cdot \frac{Qa}{Qa}$$

$$F \leq \left[ \frac{(f_{ai} \cdot Q_{ai})_{\min}}{\frac{F_{iMAX}}{F}} \right] \cdot Qa = f_{aeq} \cdot Qa$$

da cui si ricava il *coefficiente equivalente di aderenza per un convoglio con controllo di coppia dei motori*

$$f_{aeq} = \frac{(f_{ai} \cdot Q_{ai})_{\min}}{\frac{\langle Q_{ai} \rangle}{\frac{F_{iMAX}}{\langle F_i \rangle}}}$$

Possiamo fare le seguenti considerazioni:

1. se c'è una sala con forza d'aderenza molto bassa questa fa calare di molto il  $f_{aeq}$  del convoglio. Una sala con bassa aderenza porta ad avere una coppia ridotta su tutte le altre sale in quanto il controllo di coppia agisce in modo che la coppia sia uguale per tutti i motori;
2. se una sala slitta bisogna rallentare tutti i motori del convoglio (al limite  $(f_{ai} \cdot Q_i) \rightarrow 0, f_{aeq} \rightarrow 0$ )
3. Il coefficiente equivalente di aderenza è tanto più piccolo quanto più i motori sono diversi tra loro.

#### Controllo di velocità (sale accoppiate)

Le sale sono tutte vincolate ad avere la stessa velocità. Ciò si ottiene mediante dei collegamenti meccanici o tramite controlli automatici.

Con questo sistema ogni ruota produce il meglio che può a quella determinata velocità.

$$F = \sum_{i=1}^m Fi \leq \sum_i f_{ai} \cdot Q_{ai}$$

$$\leq \left[ \frac{\sum_i f_{ai} \cdot Q_{ai}}{Qa} \right] \cdot Qa = f_{aeq} \cdot Qa$$



Il coefficiente di aderenza equivalente ( $f_{aeq}$ ) non dipende quindi da  $F$ .

Se una sala perde l'aderenza, diventa nullo il contributo di questa sala nella sommatoria, ma le altre sale continuano a produrre coppia utile.

E' senz'altro un controllo che fornisce prestazioni migliori rispetto al controllo di coppia. Oggi il controllo di velocità viene effettuato tramite sistemi elettronici.

### 3.4 Potenza massima teorica di un asse

Per una sala si ha che :

$$F \leq f_a \cdot Q_a$$

si ha dunque che la potenza di un asse è:

$$P = F \cdot v \leq f_a \cdot Q_a \cdot v = \frac{f_{a0}}{1 + 0.036v} \cdot Q_a \cdot v \quad \text{con le varie grandezze espresse in: } \begin{cases} v[m/s] \\ P[W] \\ Q_a[N] \end{cases}$$

oppure:

$$P_{kW} = \frac{1}{100} \cdot \frac{f_{a0} \cdot Q_{[t]} \cdot 10^4}{1 + 0.01 \cdot v_{km/h}} \cdot \frac{v_{km/h}}{3.6} \quad \text{con le varie grandezze espresse in: } \begin{cases} v[km/h] \\ P[kW] \\ Q_a[t] \end{cases}$$

$$P_{kW} = 2.72 \cdot \frac{f_{a0} \cdot Q_a \cdot v}{1 + 0.01 \cdot v}$$

Il valore massimo teorico della potenza per la velocità tendente a infinito risulta essere

$$\lim_{v \rightarrow \infty} P = \frac{2.72 \cdot f_{a0} \cdot Q_a}{0.01} = 272 \cdot f_{a0} \cdot Q_a$$

Se  $f_{a0} = 0.25 \rightarrow P_{\infty} = 65 \cdot Q_a$  : è il valore massimo che può assumere la potenza per asse, e cioè 65 kW/t (valore massimo teorico per  $v = \infty$ ).

A questo limite di potenza, imposto dall'aderenza, i motori possono avvicinarsi in condizioni di sovraccarico, mentre il valore nominale della potenza massima deve essere all'incirca 40% più

basso ( $P_{n_{MAX}} = 36 \div 40 \frac{kW}{t}$ )

$$\text{a } 150 \text{ km/h} \rightarrow P_{MAX} = 35 \frac{kW}{t}$$

$$\text{a } 200 \text{ km/h} \rightarrow P_{MAX} = 50 \frac{kW}{t}$$

**Esempio: Locomotore E444 (B<sub>0</sub> – B<sub>0</sub> : due carrelli con due assi ognuno con motore separato)**

4 motori da 1000 kW nominali

$$Q_a = 80t \quad (20 \times 4)$$

$$v = 200 \text{ km/h}$$

$$P_{MAX} = \frac{4000}{80} = 50 \frac{kW}{t}$$

Sarebbe inutile applicare dei motori di potenza nominale maggiore poiché siamo già ai limiti di potenza massima.

## 4. DISTRIBUZIONE DELLE FORZE

Vediamo quali sono le forze agenti sui vari organi (ruote, assi, carrelli).

### 4.1 Ruota portante (trainata)

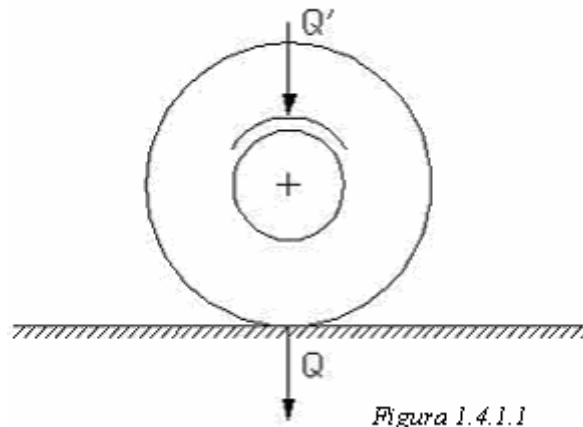


Figura 1.4.1.1

Sulla ruota grava il peso  $Q'$  della massa molleggiata mentre sull'impronta grava il peso  $Q$  totale: si ha quindi che  $Q-Q'$  è il peso che grava della ruota.

A veicolo fermo la reazione  $-Q$  del binario agisce sulla stessa retta di azione di  $Q$ .

Con il veicolo in movimento, a causa della presenza del ritardo con il quale il materiale riprende la forma primitiva, la ripartizione delle pressioni nella zona di contatto, ha un andamento asimmetrico, in modo che la risultante  $-Q$  di tutte le forze agenti, viene a trovarsi spostata nel senso del moto alla distanza  $\chi$ , così da generare una coppia contraria al moto, e quindi resistente.

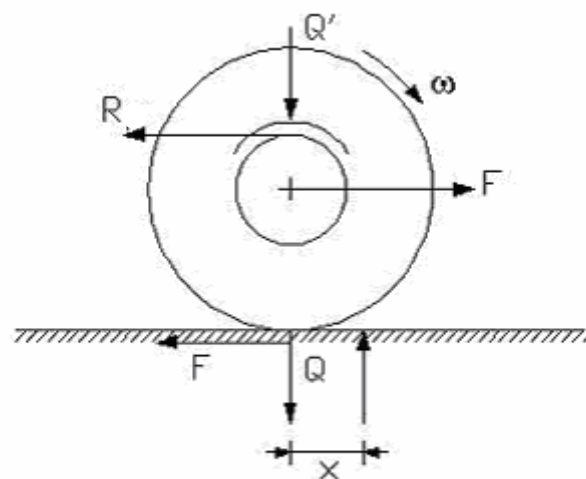


Figura 1.4.1.2

Se facciamo l'equilibrio delle coppie resistenti rispetto l'asse di rotazione, applicate alla ruota:

$C_{res} = F \cdot r = \sum \text{Coppie resistenti} = R \cdot r + Q \cdot \chi$  con  $r$  = raggio ruota e con  $\chi$  la lunghezza di metà dell'impronta fittizia a coefficiente di attrito volvente.

Se c'è accelerazione intervengono anche le forze d'inerzia.

Con la formula dell'energia cinetica trovo la **massa equivalente** da utilizzare nel calcolo della forza di inerzia.

$$E_{cinetica} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2$$

dove J è il momento d'inerzia della ruota.

La velocità lineare  $V$  e la velocità angolare  $\omega$  non sono indipendenti tra loro  $\rightarrow V = r \cdot \omega$

$$E_{cinetica} = \frac{1}{2} \cdot \left(m + \frac{J}{r^2}\right) \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot m_{eq} \cdot V^2$$

Dalla conoscenza dell'energia cinetica possiamo ricavarci la forza d'inerzia che è uguale alla variazione nel tempo dell'energia cinetica:  $F_{in} = \frac{d}{dt} E_{cin}$  per cui

$$F_{in} = m_{eq} \cdot \frac{dV}{dt}$$

In frenatura la forza d'inerzia diventa motrice, la forza elettrica va ad aggiungersi alla forza resistente.

#### 4.2 Ruota motrice

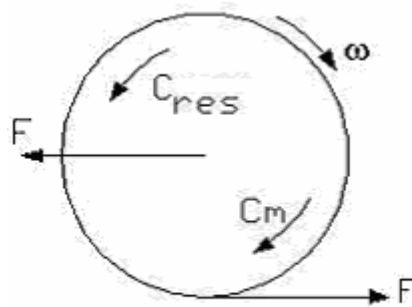


Figura 1.4.2.1

$F$  è la forza del veicolo sulla ruota, che tira indietro la ruota e corrisponde alla forza che la rotaia esercita sulla ruota.

$C_m$  è la coppia motrice, applicata alla ruota dal motore e  $C_{res}$  è la coppia che si oppone al moto (perno/cuscinetto e ruota/rotaia).

Si avrà dunque:

$$C_m = C_{res} + F \cdot r \quad \rightarrow \quad F = \frac{C_m - C_{res}}{r}$$

$F$  è la forza traente.

Se ci sono accelerazioni si deve considerare anche l'inerzia

$$C_m = F \cdot r + C_{res} + J_{eq} \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

dove  $J_{eq}$  è ricavabile dalla seguente espressione dell'energia cinetica

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 + \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot \left( m \cdot \frac{V^2}{\omega^2} + J \right) = \frac{1}{2} \cdot \omega^2 \cdot J_{eq}$$

### 4.3 Ruota frenante

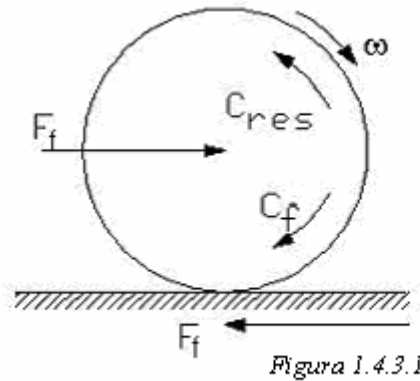


Figura 1.4.3.1

La situazione è la stessa di cui sopra, con alcune modifiche:

$F_f$  = forza con cui il veicolo spinge la ruota (forza d'inerzia del convoglio) che coincide con la forza dalla rotaia alla ruota.

$$C_f = \text{forza frenante data dal motore elettrico} = F_f \cdot r - C_{res} - J_{eq} \cdot \frac{d\omega}{dt}$$

### 4.4 Distribuzione delle forze sugli assi

Possiamo riferirci ad un veicolo o ad un locomotore. Supponiamo di considerare un locomotore a 2 assi su 2 carrelli.

Con riferimento alla figura di pagina seguente definiamo:

$i$  = interpasso

$Q_c$  = peso cassa

$h$  = altezza cassa

$H$  = altezza gancio

$B$  = baricentro (posto ad altezza  $H_b$  da terra)

$F_g$  = forza di rimorchio

$F'_V, F''_V$  = forze verticali del carrello

$F$  = la forza totale di trazione

$\frac{F}{2}$  = forza di trazione di ogni carrello



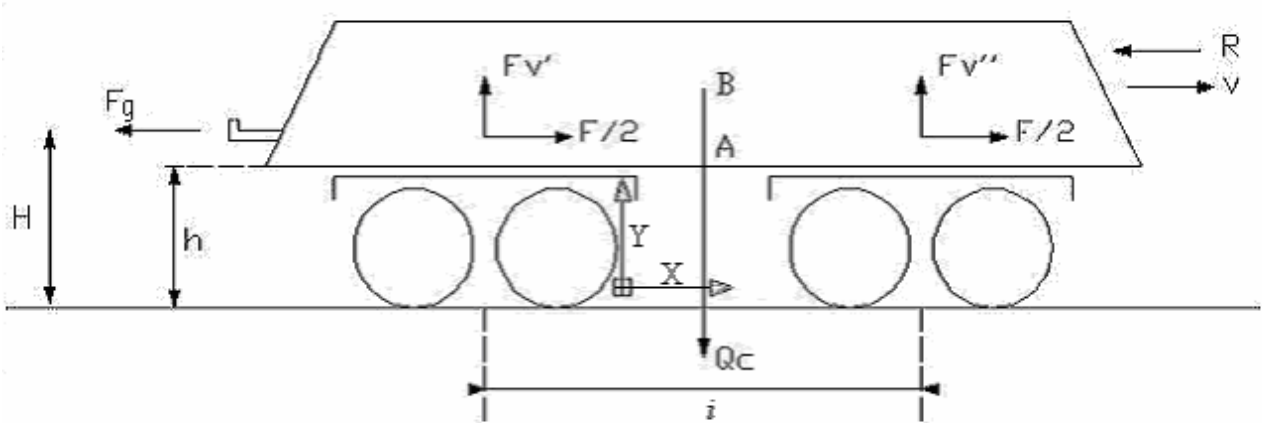


Figura 1.4.4.1

Consideriamo le forze agenti sulla cassa:

Equilibrio delle forze orizzontali

$$1) F = F_g + R + m \cdot \frac{dV}{dt}$$

(con R resistenza al moto trascurabile; con m indichiamo la massa vera non quella equivalente).

Equilibrio delle forze verticali

$$2) Q_c = F_V' + F_V''$$

Equilibrio dei momenti rispetto A

$$3) F_g \cdot (H - h) + F_V'' \cdot \frac{i}{2} - F_V' = 0$$

Dalla (2) ricaviamo  $F_V' = -F_V'' + Q_c$  e, sostituendo nella (3)

$$F_g \cdot (H - h) + F_V'' \cdot \frac{i}{2} - (Q_c - F_V'') \cdot \frac{i}{2} = 0$$

$$F_V'' \cdot i = Q_c \cdot \frac{i}{2} - F_g \cdot (H - h)$$

da cui possiamo ricavare

$$F_V'' = \frac{Q_c}{2} - F_g \cdot \frac{(H - h)}{i}$$

Forza della cassa su carrello **anteriore**: metà peso meno qualcosa (tende ad essere sollevato rispetto a veicolo fermo).

$$F_V' = \frac{Q_c}{2} + F_g \cdot \frac{(H - h)}{i}$$

Forza della cassa sul carrello **posteriore**: metà peso più qualcosa.

Questi risultati sono corretti se non c'è accelerazione, altrimenti bisogna considerare la forza di inerzia, applicata al baricentro che rispetto ad A ha un braccio  $(H_B - h)$ .

Considerando il caso generale in cui c'è anche accelerazione, la (3) diventa allora

$$F_g(H-h) + F_V'' \cdot \frac{i}{2} - F_V' \cdot \frac{i}{2} + m \cdot \frac{dv}{dt}(H_B - h) = 0$$

e quindi la distribuzione delle forze sui singoli carrelli risulta:

$$F_V' = \frac{Q_c}{2} + F_g \cdot \frac{H-h}{i} + m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \frac{H_B-h}{i} \quad \text{carrello posteriore}$$

$$F_V'' = \frac{Q_c}{2} - F_g \cdot \frac{H-h}{i} - m \cdot \frac{dv}{dt} \cdot \frac{H_B-h}{i} \quad \text{carrello anteriore}$$

#### 4.5 Forze sul carrello: distribuzione sulle ruote

$F_V + Q_V$  = forza della cassa sul carrello più il peso delle ruote

$\frac{F}{4}$  = forza della rotaia sulla ruota

$\frac{F}{2}$  = forza della cassa sul carrello

$Q'$  = reazione posteriore

$Q''$  = reazione anteriore

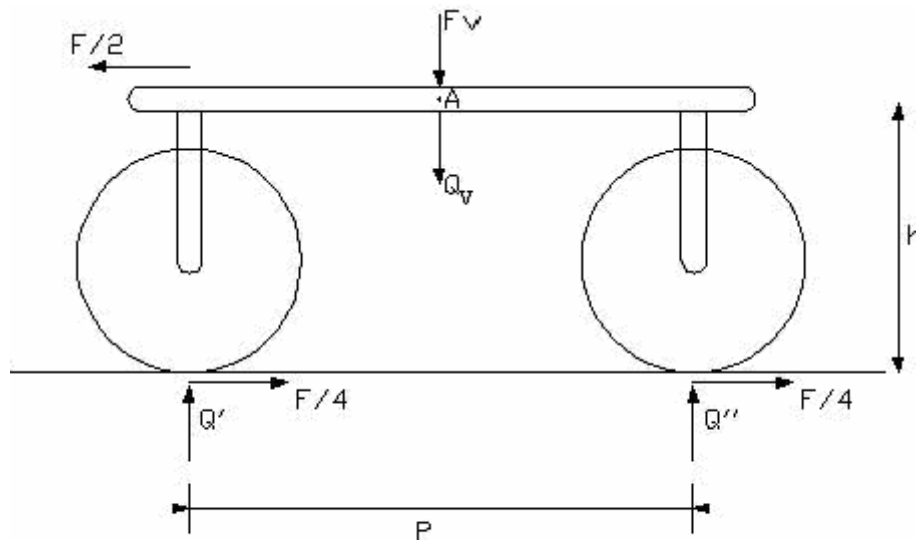


Figura 1.4.5.1

#### Equilibrio delle forze orizzontali

$$1) \frac{F}{2} = \frac{F}{4} + \frac{F}{4}$$

#### Equilibrio delle forze verticali

$$2) Q' + Q'' = F_V + Q_V$$

Equilibrio dei momenti (rispetto A)

$$3) \frac{F}{2} \cdot h + Q'' \cdot \frac{P}{2} - Q' \cdot \frac{P}{2} = 0$$

Nel nostro studio abbiamo trascurato tutte le forze di inerzia (e quindi le accelerazioni), cosa possibile per le ruote.

Ricaviamo  $Q'$  dalla (2) e sostituiamo nella (3) ottenendo la distribuzione delle forze sulle ruote:

$$Q'' = \frac{F_V + Q_V}{2} - \frac{F}{2} \cdot \frac{h}{P} \quad \text{reazione anteriore}$$

$$Q' = \frac{F_V + Q_V}{2} + \frac{F}{2} \cdot \frac{h}{P} \quad \text{reazione posteriore}$$

$F_V$  a sua volta sarà  $F_V'$  o  $F_V''$  (dipendente dal carrello se anteriore o posteriore) e quindi ci sono quattro differenti situazioni. La situazione più critica riguarda la ruota anteriore del carrello anteriore.

Indicando con  $Q_c$  il peso della cassa e con  $Q_V$  il peso delle ruote su un carrello e con  $Q_a$  il peso sulle ruote motrici si ottiene:

$$Q_{AA} = \frac{Q_V}{2} + \frac{Q_c}{4} - \frac{F_g}{2} \cdot \frac{(H-h)}{i} - \frac{F}{2} \cdot \frac{h}{P} = \frac{Q_a}{4} - \Delta Q_a$$

In pratica risulta un quarto del peso aderente meno un certo  $\Delta Q_a$ . Tra i due addendi di  $\Delta Q_a$ , il secondo pesa di più infatti:

$$H \cong h ; i \gg (H-h) \rightarrow \text{il termine } \frac{F_g}{2} \cdot \frac{H-h}{i} \text{ risulta piccolo.}$$

Di conseguenza la ruota anteriore non può sviluppare la sua massima potenza. Si vede quindi come il controllo in velocità sia migliore di quello in coppia (ogni asse sviluppa la coppia che può).

Ricordiamo che con il controllo di coppia si aveva:  $f_{aeq} = \frac{(f_{ai} \cdot Q_{ai})_{\min}}{\frac{\langle Q_a \rangle}{\frac{F_{i \max}}{\langle Fi \rangle}}}$

Supposto  $m=4$  (numero di assi)

$$F_{i \max} = \langle F_i \rangle = \frac{F}{4} \quad (\text{supposto motori uguali alla } P_{nom})$$

$f_{ai} = f_a$  (per ogni  $i$ ) (supposto uguali aderenze)

$$f_{aeq} = \frac{f_a \cdot (Q_a - 4 \cdot \Delta Q_a) / (4 \cdot Q_a)}{\frac{1}{4}} = f_a \cdot (1 - 4 \cdot \frac{\Delta Q_a}{Q_a})$$

dove  $(1 - 4 \cdot \frac{\Delta Q_a}{Q_a}) < 1$ .

Con il controllo di coppia l'aderenza equivalente dipende da  $(1 - m \cdot \frac{\Delta Q_a}{Q_a})$  e quindi, in prima approssimazione, diminuisce con il numero di assi del veicolo ferroviario.

(Anche se  $\Delta Q_a$  diminuisce con il numero di assi poiché  $i$  e  $P$  diminuiscono, resta comunque il fatto che  $f_{aeq}$  diminuisce all'aumentare di  $m$ ).

Oggi giorno si usano controlli elettronici che controllano la velocità di ogni singolo asse, migliorando sensibilmente questo inconveniente.

Per ridurre  $\Delta Q_a$ , poiché pesa molto il termine  $\frac{F}{2} \cdot \frac{h}{P}$ , si cerca di ridurre al minimo l'altezza della cassa → "trazione bassa" (specialmente per veicoli veloci).

## 5. LA RESISTENZA AL MOTO DEI TRENI

Il moto di un veicolo, nel nostro caso un treno, è governato dalle normali leggi della meccanica: per poter calcolare la forza motrice necessaria, occorre quindi determinare il complesso delle forze resistenti al moto del mezzo.

$$F_{motrice} = F_{resistente} + F_{inerzia}$$

Nello studio delle forze che si oppongono al movimento dei treni si possono distinguere i seguenti tipi di resistenze:

- 1) **resistenze sistematiche:** dovute unicamente all'avanzamento, ossia quelle che si riferiscono al moto in binario pianeggiante e rettilineo in assenza di vento, classificabili in
  - 1a) Resistenze di attrito tra perni e cuscinetti degli assi montati;
  - 1b) Resistenze di attrito volvente tra ruota e rotaia;
  - 1c) Resistenza dell'aria;
  - 1d) Resistenza per attriti e deformazioni del binario e dei vincoli.
  
- 2) **resistenze accidentali:** dovute a particolari condizioni della linea, ossia quelle derivanti da curve e dalla pendenza, classificabili in
  - 2a) Resistenza dovuta alle curve;
  - 2b) Resistenza dovuta alle pendenze (positiva o negativa);
  - 2c) Resistenza dovuta al vento (positiva o negativa);
  - 2d) Resistenza in galleria.

Tutte le resistenze citate sono di carattere dissipativo, ossia l'energia impegnata viene trasformata in calore a bassa temperatura; fa eccezione la resistenza dovuta alle pendenze la quale viene trasformata in energia potenziale.

L'entità di una singola resistenza può essere espressa in funzione del peso del treno, si dirà quindi **resistenza complessiva**; oppure può essere riferita ad una singola tonnellata di peso e in questo caso si dirà **resistenza unitaria**.

Indicando con  $R$  il valore complessivo espresso in [kg] di una certa resistenza e con  $Q$  il peso complessivo del treno in [t], il valore unitario  $\rho$  è dato da:

$$\rho = \frac{R}{Q} \quad \left[ \frac{kg}{t} \right].$$

La somma di tutte le resistenze (tenendo conto del segno positivo o negativo delle resistenze 2a e 2b) dà luogo alla resistenza globale al moto, indicata con  $\sum R$  se riferita a tutto il peso del treno

oppure  $\sum \rho$  se riferita ad una sola tonnellata di esso; si parlerà allora di resistenza globale unitaria che vale:

$$\sum \rho = \frac{\sum R}{Q} \quad \left[ \frac{kg}{t} \right].$$

Andiamo ora ad analizzare in modo dettagliato ogni singola resistenza al moto.

### 5.1 Resistenze sistematiche

#### 1a) Resistenza di attrito tra perni e cuscinetti

I cuscinetti possono essere di due tipi: cuscinetti a **strisciamento** o a **rotolamento**.

##### Cuscinetti a strisciamento

Sono chiamati anche cuscinetti a olio o bronzina, vengono costruiti in bronzo e ricoperti, nella parte a contatto con il perno o fusello (parte di asse sporgente dal cerchione), con un sottile strato di metallo antifrizione chiamato metallo bianco che è una lega di piombo, rame, stagno e antimonio.

L'attrito che si genera in questi cuscinetti è del tipo radente; esso dipende da tre fattori:

- 1) Tipo di lubrificazione;
- 2) Carico che grava sul cuscinetto;
- 3) Velocità di marcia.

Con riferimento alla figura indichiamo con :

$d = 2 \cdot r'$  diametro dei perni o fuselli;

$D = 2 \cdot r$  diametro delle ruote;

$P = Q - Q_0$  peso gravante sul cuscinetto;

$Q$  = peso totale sull'impronta;

$Q_0$  = peso della sala;

$F$  = forza di attrito dei perni;

$R$  = resistenza all'avanzamento dovuta al solo attrito dei perni;

$f$  = coefficiente d'attrito fusello-cuscinetto.

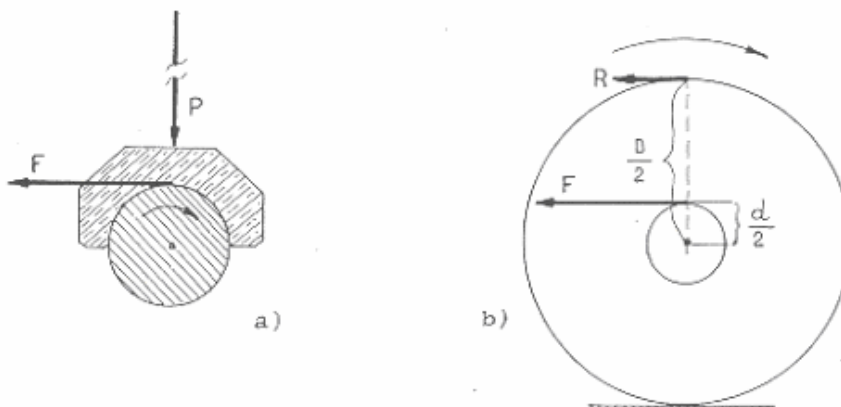


Figura 1.5.1.1

Supponendo per semplicità che il peso  $P$  sia concentrato su una sola ruota, la resistenza di attrito nel punto di contatto cuscinetto-fusello è :

$$F = P \cdot f ;$$

la resistenza all'avanzamento si può calcolare mediante l'equazione di equilibrio dei momenti:

$$F \cdot \frac{d}{2} = R \cdot \frac{D}{2} \quad \text{da cui ricaviamo}$$

$$R = F \cdot \frac{d}{D} = P \cdot f \cdot \frac{d}{D} .$$

Possiamo così ricavare il coefficiente di resistenza specifica del perno:

$$\rho_p = \frac{R[\text{kg}]}{Q[\text{t}]} = 1000 \cdot \frac{(Q - Q_0)}{Q} \cdot f \cdot \frac{d}{D} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{t}} \right]$$

Al fine di ridurre al minimo la resistenza di attrito dei perni, il rapporto  $\frac{d}{D}$  deve essere il più piccolo possibile, compatibilmente con le esigenze di resistenza dei perni.

Valori tipici:

$$\frac{Q - Q_0}{Q} = 1 - \frac{Q_0}{Q} \cong 0,85 \div 0,95 \quad (0,9)$$

$$\frac{d}{D} = \frac{1}{7} \div \frac{1}{15} \quad (0,1)$$

Il coefficiente di attrito fusello-cuscinetto  $f$  dipende dal tipo di perno (bronzina o cuscinetti a rulli volventi) e dal tipo di lubrificante. Valori tipici per bronzine:

$$f \cong 0,007 \quad \text{con grasso}$$

$$f \cong 0,002 \div 0,003 \quad \text{con olio in pressione (circolazione forzata)}$$

Le bronzine vanno bene alle alte velocità dove l'olio lubrificante si distribuisce bene.

### Cuscinetti a rotolamento

Sono cuscinetti a rulli conici oppure cilindrici; per la valutazione della resistenza che essi offrono si fa un'analisi analoga a quella svolta precedentemente per i cuscinetti a strisciamento.

Anche in questo caso la resistenza varia con la velocità. Tali cuscinetti risultano molto più vantaggiosi dei precedenti durante l'avviamento e a velocità ridotte.

Un ulteriore vantaggio è dovuto alla limitatissima manutenzione che essi richiedono, molto minore dei cuscinetti a strisciamento.

Per questi abbiamo, indipendentemente dalla velocità, un coefficiente di attrito  $f \cong 0,001$

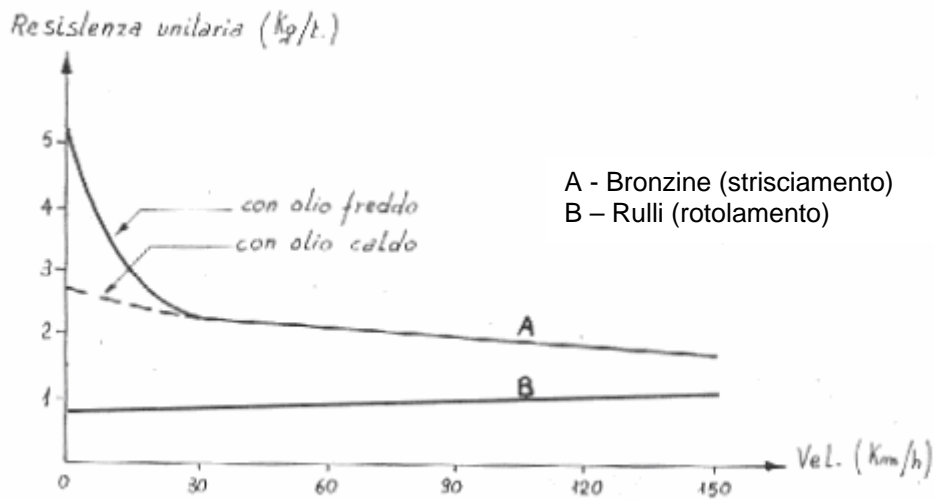


Figura 1.5.1.2

In definitiva si può ritenere che indipendentemente dal tipo di cuscinetto, il coefficiente di resistenza unitaria dovuta agli attriti fusello-cuscinetto non superi 1 [kg/t].

1b) Resistenza di attrito volvente ruota-rotaia

Tale resistenza è dovuta all'isteresi elastica dei materiali a contatto tra ruota e rotaia, ossia il ritardo con il quale i materiali stessi riprendono la loro forma primitiva al cessare della causa che li ha deformati, in conseguenza del continuo rinnovarsi del punto di contatto durante il rotolamento.

Se supponiamo istantaneo il ritorno alla posizione iniziale dei materiali, il grafico della pressione agente nei vari punti della zona di contatto e di appiattimento della ruota sarebbe simmetrico; in questo caso la risultante di tutte le forze agenti, che deve essere di valore uguale alla reazione della forza peso (-Q), agirebbe sulla stessa linea di azione della forza peso Q non dando luogo ad alcuna coppia resistente, in altre parole il lavoro di deformazione verrebbe interamente restituito.

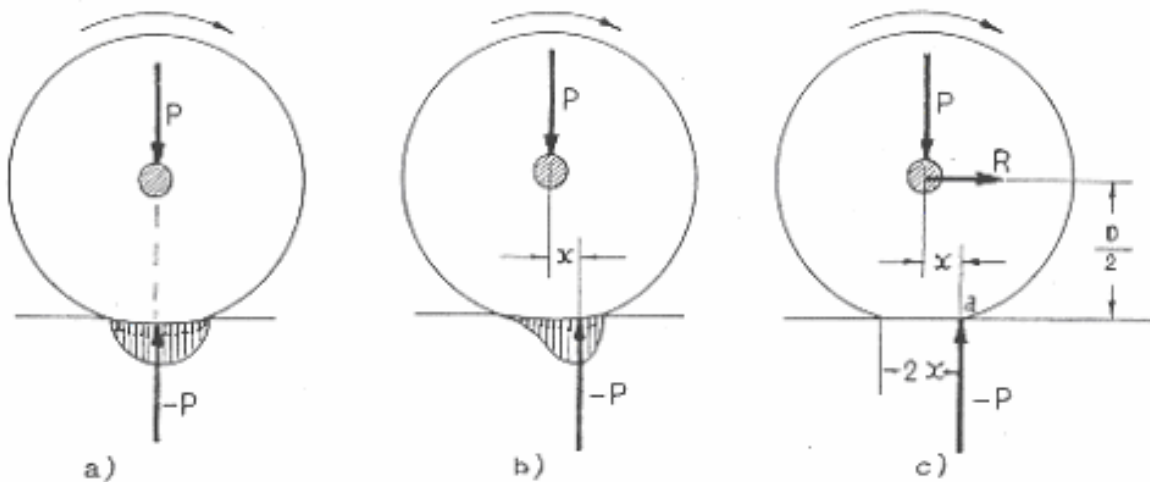


Figura 1.5.1.3



A causa però della presenza del ritardo con il quale il materiale riprende la forma primitiva, la ripartizione delle pressioni nella zona di contatto, durante il moto ha un andamento asimmetrico, in modo che la risultante  $-Q$  di tutte le forze agenti, viene a trovarsi spostata nel senso del moto alla distanza  $\chi$ , così da generare una coppia contraria al moto, e quindi resistente, il cui valore è  $Q \cdot \chi$ .

Tale fenomeno risulta tanto più sentito quanto più rapido è il movimento per cui *la resistenza di attrito al rotolamento o volvente, dipende dalla velocità di rotolamento.*

In pratica è come se la ruota dovesse superare un'impronta totalmente non elastica di ampiezza  $2\chi$  e ruotasse attorno al centro istantaneo di rotazione  $a$ .

La forza  $R$  da applicare al centro della ruota, necessaria per vincere la coppia resistente si ricava dalla equazione di equilibrio dei momenti.

$$Q \cdot \chi = \frac{D}{2} \cdot R$$

da cui

$$R = 2 \cdot Q \cdot \frac{\chi}{D} = Q \cdot \frac{\chi}{r}$$

con  $r$  = raggio ruota e con  $\chi$  la lunghezza di metà dell'impronta fittizia o coefficiente di attrito volvente.

La resistenza unitaria di attrito volvente tra ruota e rotaia risulta:

$$\rho_r = \frac{R[\text{kg}]}{Q[\text{t}]} = 1000 \cdot \frac{\chi}{r} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{t}} \right]$$

Mediamente per ruote ferroviarie del diametro di un metro su rotaia,  $\chi = 0,5\text{mm}$ , e la resistenza unitaria di attrito volvente risulta pari a circa 1 [kg/t] per valori molto bassi di velocità; aumentando la velocità anche la resistenza aumenta.

### 1c) Resistenza dell'aria

Questa resistenza diventa preponderante sulle altre per velocità uguali o maggiori a 80 ÷ 90 km/h, ed è dovuta ai seguenti effetti:

- 1) *effetto testa*: è la resistenza frontale dovuta all'aumento della pressione dell'aria sulla superficie di testata del convoglio;
- 2) *effetto delle pareti laterali ed effetto suolo*: è la resistenza causata dall'attrito dei filetti fluidi che scorrono lungo le fiancate e nei sottocassa dei veicoli;
- 3) *effetto coda*: è la resistenza che si manifesta sulla superficie della coda del convoglio in conseguenza della depressione generata dai vortici d'aria.

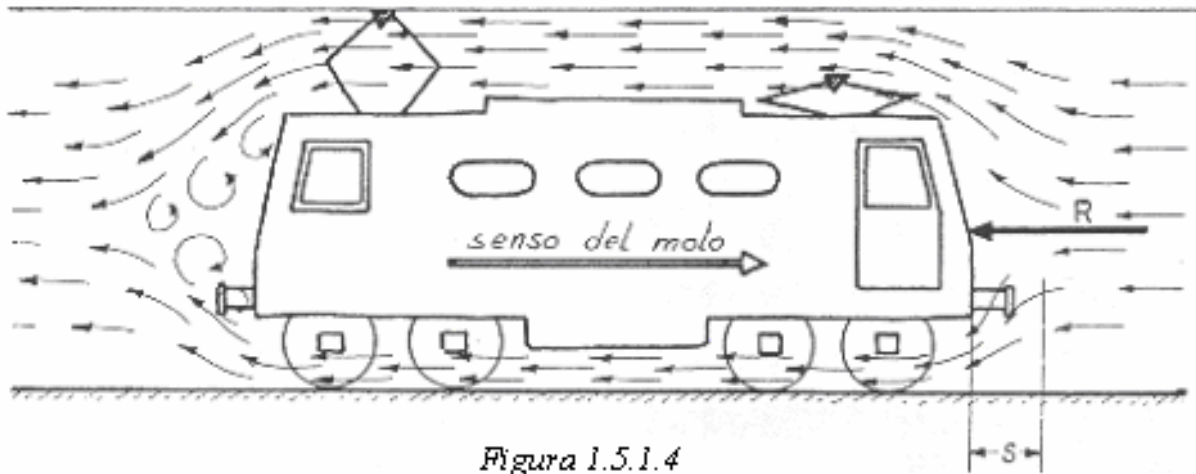


Figura 1.5.1.4

La resistenza maggiore è quella frontale; indicando con  $S$  la superficie frontale di un treno che si sposta con velocità  $V$ , la massa d'aria antistante la suddetta superficie si dovrà muovere con la stessa velocità in modo da acquistare un'energia cinetica proporzionale al peso dell'aria spostata e al quadrato della velocità.

Per uno spostamento  $s$  del rotabile il peso dell'aria è quello contenuto nel volume  $v = S \cdot s$ ; esso è dato :  $P = v \cdot \gamma = S \cdot s \cdot \gamma$ , dove  $\gamma$  rappresenta il peso specifico dell'aria ( $\gamma=1,29\text{kg}/\text{m}^3$ ).

L'energia cinetica acquistata dall'aria spostata vale perciò:

$$E_C = \frac{1}{2} \cdot m \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{P}{g} \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{S \cdot s \cdot \gamma}{g} \cdot V^2 \quad (\text{J})$$

Questa energia cinetica dà luogo ad una forza  $R$  che deve opporsi al moto per cui :

$$R_a \cdot s = E_C$$

da cui si ricava

$$R_a = \frac{1}{2} \cdot \frac{S \cdot \gamma}{g} \cdot V^2$$

Indichiamo con  $x$  il rapporto costante  $\frac{\gamma}{2 \cdot g} = 0.065$  per cui  $R_a = x \cdot S \cdot V^2$ .

Tale formula non tiene però conto della forma frontale del treno che può essere più o meno aerodinamica, per cui tenendone conto abbiamo in modo approssimato:

$$R_a = k \cdot S_{[m^2]} \cdot V_{\left[\frac{km}{h}\right]}^2$$

dove  $k$  = tiene conto sia del fattore  $x$  precedentemente descritto e della forma del treno ( $k$  risulta pari a circa  $0,004 \div 0,005$  per veicolo singolo).

Valori tipici di  $S$  per locomotive circa  $9-10 \text{ m}^2$ .

Pur non dipendente dal peso del treno, anche in questo caso, in analogia alle altre resistenze, si usa esprimere una resistenza specifica :

$$\rho_a = \frac{R_a}{Q} \left[ \frac{kg}{t} \right]$$

la quale varierà in funzione della velocità.

Esempio numerico

S = superficie frontale = 10 m<sup>2</sup> ; Q = peso convoglio = 80t

V [km/h]	R <sub>a</sub> [kg]	ρ <sub>a</sub> [kg/t]
50	125	1,5
100	500	6
150	1125	15

Da notare come la resistenza cresca con il quadrato della velocità.

Sopra i 100km/h si vede che la resistenza più grande da vincere è proprio quella dell'aria (ρ<sub>a</sub> >> 1).

Se invece di un singolo veicolo abbiamo un convoglio, si tiene k costante e si considera una S apparente maggiorata. La superficie S va aumentata di:

- 0,5 m<sup>2</sup> per ogni carro chiuso
- (0,3 ÷ 0,4) m<sup>2</sup> per ogni carro aperto e pieno
- (1 ÷ 1,5) m<sup>2</sup> per ogni carro aperto e vuoto

*Provvedimenti per ridurre la resistenza dell'aria:*

- 1) Studio accurato della forma aerodinamica (davanti e dietro perché i convogli sono bidirezionali);
- 2) Uso di carenature (atte a ridurre la turbolenza sotto il telaio);
- 3) Minimizzazione delle discontinuità delle pareti esterne;
- 4) Superfici laterali senza asperità, mediante la realizzazione di porte a filo e assenza di finestrini (diventa necessario l'impianto di climatizzazione).

*1d) Resistenza per attriti e deformazioni del binario e dei vincoli*

Durante il moto i veicoli vengono assoggettati a sforzi variabili che inducono deformazioni diverse nelle varie parti del veicolo stesso ( deformazione delle molle, deformazione degli organi di trazione e repulsione, deformazione elastica delle rotaie,etc.)

Tutti questi lavori di deformazione, se elastici, restituiscono metà della loro energia (secondo il teorema di Clapeyron) che in parte si compensano essendo di segno opposto, mentre l'altra metà e le deformazioni anelastiche si trasformano in calore sotto forma di attrito di varie speci (attriti secondari).

Non ci sono leggi che regolano la resistenza per deformazione; Il valore stimato è dell'ordine di  $1 \div 2$  [kg/t].

### In definitiva

A questo punto sommando tutte le resistenze sistematiche, troviamo un coefficiente di resistenza dell'ordine di  $2 \div 8$  [kg/t].

Esistono tuttavia delle formule approssimate per la valutazione rapida di queste resistenze.

La resistenza specifica sistematica totale sarà del tipo

$$\rho_{SIST} = a + b \cdot V + c \cdot V^2$$

Il termine  $b \cdot V$  tiene conto delle deformazioni (ammortizzatori, giunzioni binari, ecc.) e risulta abbastanza piccolo, mentre il termine  $c \cdot V^2$  tiene conto della resistenza dell'aria (*tale resistenza non dipende però dal peso eppure qui lo si fa dipendere: il valore di c viene calibrato di volta in volta ed espresso in unità di peso*).

Per completezza, riportiamo due formule approssimate in uso nella tecnica ferroviaria.

- a) Formula adottata dalle ferrovie italiane e tedesche per la sua semplicità (anche se fondamentalmente errata in quanto fa dipendere la resistenza dell'aria dal peso e non dalla forma);

$$\rho_{SIST} = 2,5 + \frac{V^2}{2500} \quad \left[ \frac{kg}{t} \right] \quad \text{con } V \text{ espresso in [km/h]}$$

- b) Una delle tante formule ricavate da studi più approfonditi (USA) e che meglio interpreta la realtà dei fenomeni. Con coefficienti diversi si può applicare ad altri tipi di convoglio ( treno merci, tram, locomotiva elettrica ecc.).

$$\rho_{SIST} = 0,65 + 13 \cdot \frac{n}{Q} + 0,0093 \cdot V + 0,00065 \cdot \frac{S \cdot V^2}{Q} \quad \left[ \frac{kg}{t} \right]$$

valida per treno passeggeri con  $n = n^\circ$  di vetture del convoglio.

## 5.2 Resistenze accidentali

### 2a) Resistenza dovuta alle curve

La resistenza offerta dalle curve è dovuta ai seguenti tre motivi:

- a) Le due ruote di una sala sono rigide per cui una ruota in curva striscia.
- b) Il carrello “ruota” strisciando sul binario.
- c) Strisciamento del bordino sulla rotaia.

a) *Le due ruote di una sala sono rigide per cui una ruota in curva striscia.*

Proprio per il fatto che le ruote sono calettate all’asse e quindi solidali tra loro e che in curva lo sviluppo delle rotaie è diverso (è maggiore quello della ruota esterna), sorgono slittamenti tra ruota e rotaia. Per limitare tali slittamenti il profilo dei cerchioni viene realizzato troncoconico. La conicità dei cerchioni è indispensabile al fine di ottenere una opportuna azione di richiamo del veicolo in corsa e del carrello, dai suoi spostamenti trasversali rispetto all’asse del binario.

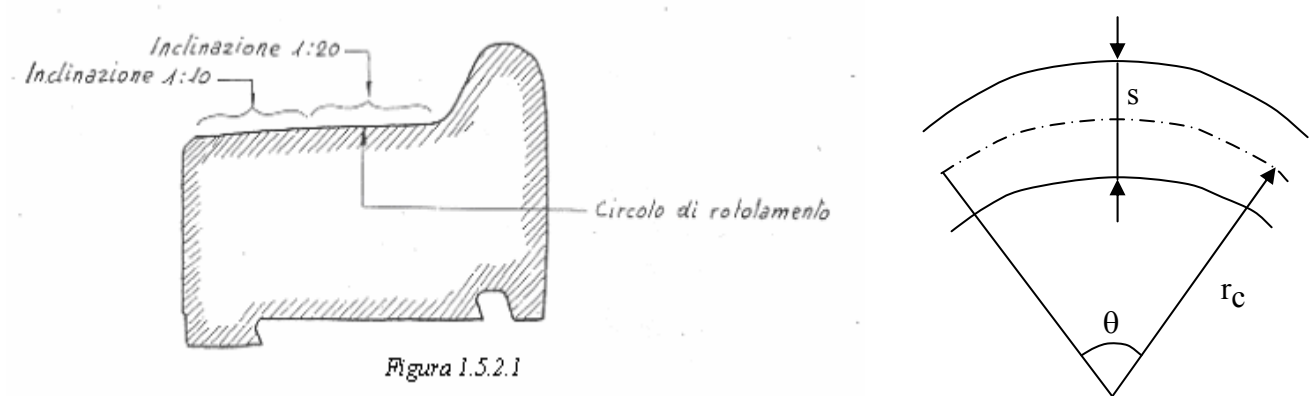


Figura 1.5.2.1

Trascurando la conicità dei cerchioni e considerando un veicolo in movimento su una curva di raggio  $r_c$  e scartamento (distanza tra i binari)  $s$ , le ruote esterne ed interne rotoleranno su due circonferenze di raggio rispettivamente pari:

$$r_c + \frac{s}{2} \text{ e } r_c - \frac{s}{2}$$

Se indichiamo con  $\theta$  l’angolo di curvatura, la differenza di percorso delle due ruote si può esprimere:

$$\Delta = (r_c + \frac{s}{2}) \cdot \theta - (r_c - \frac{s}{2}) \cdot \theta = s \cdot \theta$$

Le due ruote sono rigide, quindi la velocità angolare è la stessa ma varia il percorso e allora si potrà avere scivolamento di una delle due ruote mentre l’altra resta in aderenza (o lo scivolamento di entrambe).

Se indichiamo con  $Q$  il peso che grava sull'asse, con  $f'$  il coefficiente di attrito per strisciamento fra cerchione e rotaia (pari a circa metà del coefficiente di attrito di aderenza) e considerando che lo strisciamento avvenga su una sola ruota,  $\frac{Q}{2}$ , la forza di attrito sviluppata dallo slittamento risulta:

$$F'_{\text{attrito}} = f' \cdot \frac{Q}{2}$$

moltiplicando tale forza per lo spostamento si ottiene il spese lavoro nel compiere la curva, il quale viene dissipato per attrito.

Tale lavoro risulta:

$$W = f' \cdot \frac{Q}{2} \cdot \theta \cdot s$$

ed è uguale alla forza  $R'_c$  per lo spostamento misurato sull'asse del binario per cui:

$$f' \cdot \frac{Q}{2} \cdot \theta \cdot s = R'_c \cdot \theta \cdot r_c \quad \rightarrow \quad R'_c = f' \cdot \frac{Q}{2} \cdot \frac{s}{r_c} \quad [\text{kg}]$$

La resistenza unitaria dovuta al fatto che le ruote sono calettate all'asse risulta:

$$\rho'_c = 1000 \cdot \frac{R'_c}{Q} = \frac{1000}{2} \cdot f' \cdot \frac{s}{r_c} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{t}} \right]$$

Valori tipici di  $r_c = 50 \div 60$  m quanto più cresce tanto minore è la resistenza.

Si può notare che tale resistenza è direttamente proporzionale allo scartamento, per cui si cercherà di avere uno scartamento più piccolo possibile.

Se  $r_c = 100 \div 200$  m si può trascurare la resistenza per strisciamento.

#### b) Il carrello "ruota" strisciando sul binario.

Essendo gli assi delle ruote paralleli fra loro, il veicolo tende a conservare la direzione di moto rettilineo, per cui l'asse anteriore senso marcia per potersi inserire in curva è costretto ad uno spostamento trasversale alla curva stessa con conseguente strisciamento della periferia delle ruote sulle rotaie.

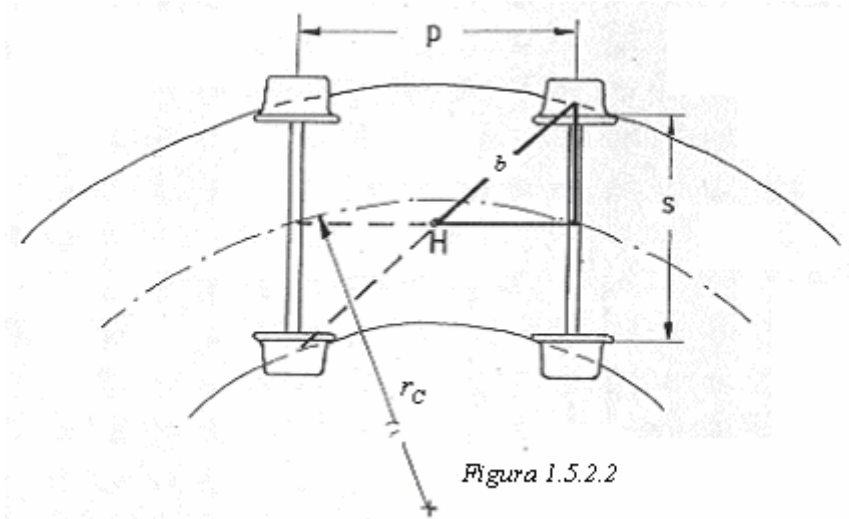
Tutto avviene come se il carrello strisciasse (rotolasse) di un angolo  $\theta$  sul binario.

Indicando con  $p$  il *passo rigido* del veicolo, con  $s$  lo scartamento del binario e con  $r_c$  il raggio medio della curva, il raggio della rotazione risulta:

$$b = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{p^2 + s^2}$$

per cui il tratto dove avviene lo strisciamento risulta essere

$$\Delta = b \cdot \theta = \frac{\theta}{2} \cdot \sqrt{p^2 + s^2}.$$



La forza di attrito che ne deriva è quella relativa all'intero peso  $Q$  del carrello, per cui indicando con  $f'$  il coefficiente di attrito ruota-rotaiia, il lavoro speso per attrito nell'intera circonferenza di raggio  $r_c$  risulta

$$W = Q \cdot f' \cdot \Delta = Q \cdot f' \cdot \frac{\theta}{2} \cdot \sqrt{p^2 + s^2} \quad [\text{kg}]$$

Tale lavoro è pari alla forza  $R''_C$  per lo spostamento misurato sull'asse del binario per cui:

$$W = R''_C \cdot \theta \cdot r_c = Q \cdot f' \cdot \frac{\theta}{2} \cdot \sqrt{p^2 + s^2}$$

da qui si ricava

$$R''_C = Q \cdot \frac{f'}{2} \cdot \frac{1}{r_c} \cdot \sqrt{p^2 + s^2} \quad [\text{kg}]$$

$$\rho''_C = \frac{1000}{2} \cdot \frac{f'}{r_c} \cdot \sqrt{p^2 + s^2} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{t}} \right]$$

Al crescere del passo rigido  $p$  cresce anche la resistenza per questo motivo per tale dimensione non si superano mai i 5 m.

c) *Strisciamento del bordino sulla rotaia.*

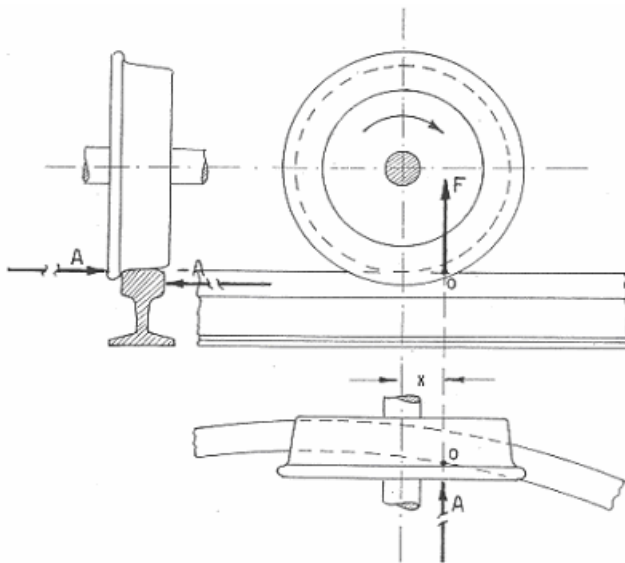


Figura 1.5.2.3

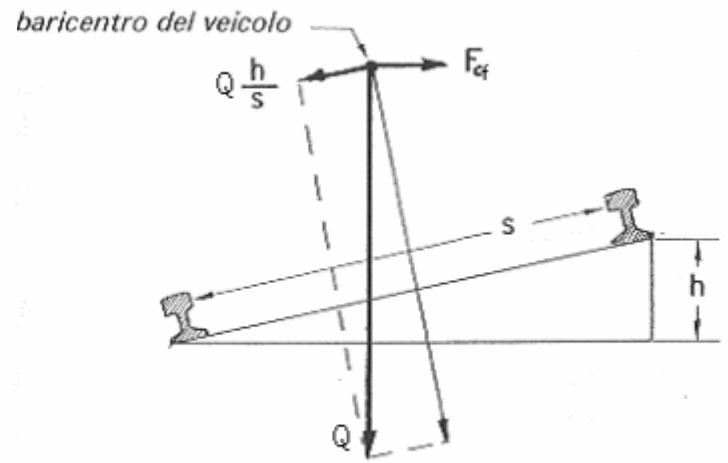


Figura 1.5.2.4

In curva è necessario considerare la forza centrifuga. Per limitare l'azione della forza centrifuga, la rotaia esterna alla curva viene sopraelevata in modo da ottenere una componente centripeta del peso  $Q$  che si opponga alla forza centrifuga.

Indichiamo con  $\alpha$  l'angolo di inclinazione delle rotaie; siccome questo angolo è piccolo si può ritenere che  $\sin \alpha \cong \alpha$  e  $\cos \alpha \cong 1$ .

Se indichiamo con  $F_{cf}$  la forza centrifuga e con  $V$  la velocità del veicolo si ha:

$$F_{cf} = \frac{m \cdot V^2}{r_c}$$

La forza peso del veicolo  $Q$  che si trova in pratica su un piano inclinato può essere scomposta nella componente orizzontale  $Q'$  e nella componente verticale al piano inclinato  $Q''$ .

$$Q' = Q \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \text{e} \quad Q'' = \frac{Q}{\cos \alpha}$$

Determiniamo la velocità  $V^*$  tale per cui  $Q' = F_{cf}$  in modo da avere equilibrio tra le forze:

$$\frac{m \cdot V^{*2}}{r_c} = m \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha \quad \rightarrow \quad V^* = \sqrt{r_c \cdot g \cdot \operatorname{tg} \alpha}$$

Si può calcolare anche l'angolo  $\alpha$  che, fissata la velocità  $V^*$ , da la compensazione delle forze orizzontali:

$$\alpha = \operatorname{arctg} \frac{V^{*2}}{r_c \cdot g}$$



A causa della conicità :

- se la velocità del veicolo è minore della  $V^*$ , il veicolo tende verso l'interno con un peggioramento della marcia (la ruota interna è quella di minor percorrenza )
- se la velocità è maggiore di  $V^*$ , allora la conicità va a favorire il moto curvilineo del carrello.

In entrambi i casi uno dei due bordini si appoggia sulla rotaia dando luogo ad una nuova resistenza.

Si avrà quindi una resistenza unitaria pari a :

$$\rho_c''' = \frac{k'''}{r_c} \cdot |V^{*2} - V^2| \cdot f'$$

che risulta comunque poco influente nel calcolo della resistenza complessiva.

La resistenza specifica in curva tenendo presente dei tre fenomeni sopra analizzati che sorgono nella percorrenza di una curva sarà:

$$\rho_c = \rho_c' + \rho_c'' + \rho_c'''$$

dove la prima componente dipende dal raggio di curvatura e dallo scartamento, la seconda componente dal passo rigido (interasse) e infine la terza componente, che è l'unica che dipende dalla velocità, è quella che incide meno.

Esistono delle formule empiriche che rendono più rapida la valutazione delle resistenze in curva e sono:

$$\rho_c = \frac{a}{r_c - b} \quad \left[ \frac{kg}{t} \right] \quad \text{con } a = 650 \text{ e } b = 55 \div 65$$

$$\rho_c = \frac{c}{r_c} \quad \left[ \frac{kg}{t} \right] \quad \text{con } c = 800$$

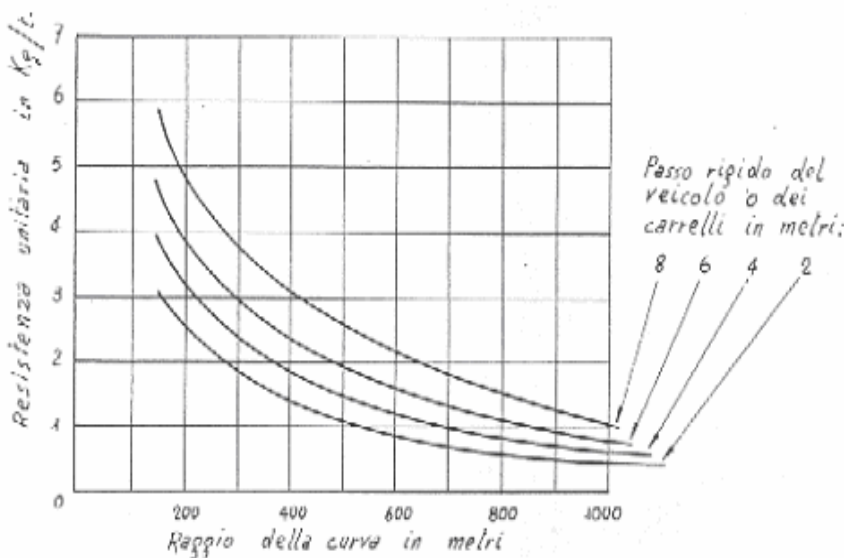
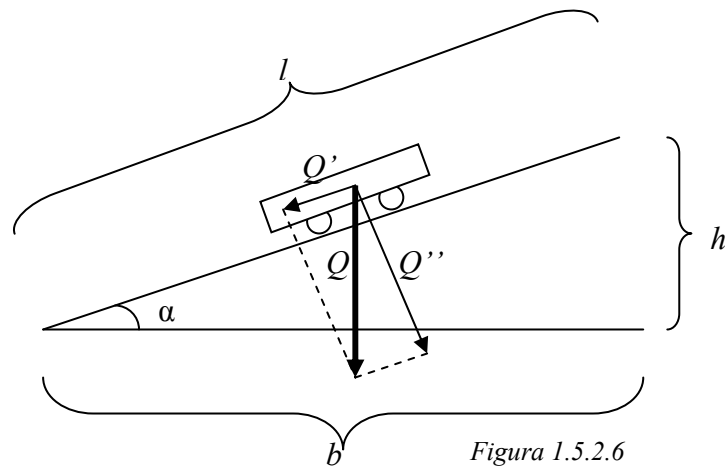


Figura 1.5.2.5

Nella figura a fianco è riportato un esempio di variazione della resistenza al moto dovuta alle curve in funzione del passo del veicolo, dei suoi carrelli e del raggio di curvatura.

2b) Resistenza dovuta alla pendenza (dovuta alla gravità)



E' di gran lunga la resistenza accidentale più importante (quando ci sono pendenze).

Il valore di questa resistenza viene determinato con la regola del piano inclinato per cui indicando con  $Q$  la forza peso del veicolo, questa può essere scomposta nelle componenti rispettivamente orizzontale  $Q'$  e verticale  $Q''$  al piano inclinato ( $\alpha$  angolo d'inclinazione del piano).

Esprimiamo la pendenza riferita alla base  $b$  del piano inclinato che possiamo considerare praticamente uguale alla sua lunghezza effettiva  $l$ , poiché le pendenze delle linee ferroviarie sono sempre relativamente piccole ( $h \ll b$ ).

Si avrà quindi  $b \cong l$  e la resistenza al moto  $Q'$  è esprimibile come

$$Q' = Q \cdot \frac{h}{l} = Q \cdot \text{sen} \alpha \cong Q \cdot \frac{h}{b} = Q \cdot \text{tg} \alpha \quad (\alpha \text{ piccolo} \Rightarrow \text{sen} \alpha \cong \text{tg} \alpha).$$

Il rapporto  $\frac{h}{b} = \text{tg} \alpha$  viene indicato con  $i$  e rappresenta la pendenza della linea. La resistenza complessiva dovuta all'ascesa risulta quindi:

$$R_i = Q \cdot i \text{ [kg]}$$

e la resistenza unitaria

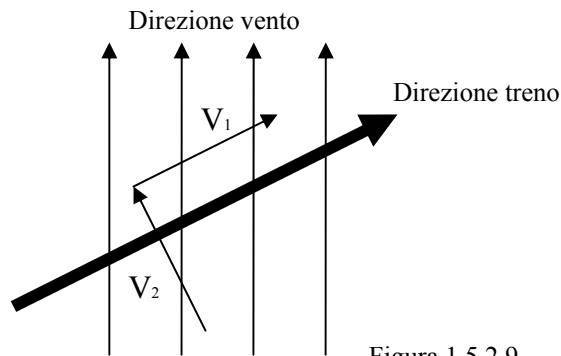
$$\rho_i = 1000 \cdot \frac{R_i}{Q} = i \text{‰} \left[ \frac{\text{kg}}{\text{t}} \right].$$

avendo espresso la pendenza in "per mille".

Il fattore  $i$ , che in salita si manifesta come una resistenza al moto, in discesa assume il carattere di una forza acceleratrice e pertanto considereremo  $i$  positiva per le salite e negativa per le discese.

Per ferrovie ad aderenza naturale la pendenza arriva al massimo al 25 ÷ 35 ‰, solo eccezionalmente per linee secondarie al 50 ÷ 60 ‰. Pendenze maggiori sono realizzabili nelle ferrovie ad aderenza artificiale o nella trazione stradale.

2c) Resistenza dovuta al vento



Il vento ha la particolare caratteristica che può soffiare in una qualsiasi direzione con intensità variabile ed imprevedibile.

La direzione casuale del vento può essere scomposta nella componente parallela alla direzione del treno  $V_1$  e nella componente normale alla direzione del treno  $V_2$ .

La componente parallela alla direzione del treno  $V_1$  va a modificare la resistenza dell'aria (precedentemente descritta), tramite lo stesso coefficiente, ma tenendo conto della velocità relativa:

$$R_a = S \cdot k \cdot (V \pm V_1)^2.$$

Si trascura invece, l'effetto della componente trasversale  $V_2$ .

L'effetto del vento è tenuto presente solamente in certe zone interessate da venti periodici a direzione fissa ed intensità elevata.

2d) Resistenza in galleria

Un ultimo caso da considerare è quello della resistenza dell'aria che si oppone al moto dei treni in galleria.

Il caso più semplice è quello di un treno transitante in una galleria a semplice binario. In tal caso il treno agisce come pistone che comprime l'aria davanti a sé.

La colonna d'aria così posta in moto provoca perdite di attrito contro le pareti della galleria. Se si assume che la velocità dell'aria sia uguale a quella del treno (ammissibile in prima approssimazione), si potrà scrivere che la resistenza causata dal moto della colonna d'aria sarà, chiamando con  $L$  la lunghezza della galleria e con  $D$  il suo diametro medio,

$$R_a = k' \cdot \frac{L}{D} \cdot V^2$$

con  $V$  espressa in km/h, dove  $k' = 0,001 \div 0,005$ .

Questa resistenza va accresciuta della resistenza causata dalla deviazione di direzione nelle curve della galleria. Quest'ultima però è di importanza limitata, in quanto i percorsi in curva sono generalmente una piccola frazione dei percorsi in galleria.

D'altra parte la velocità dell'aria è realmente un po' minore di quella del treno, in quanto una parte di aria sfugge nell'intercapedine fra treno e pareti della galleria, creando delle perdite supplementari di attrito, ma riducendo le perdite complessive per la minor velocità dell'aria  $V_a$ .

Adottando quindi la formula che assume per  $V_a$  la velocità del treno, si adottano criteri prudenziali.

In galleria a semplice binario la resistenza dell'aria può essere anche doppia di quella che si verifica all'aria aperta. Nel caso di gallerie a doppio binario, il calcolo diventa notevolmente più complicato ed incerto, particolarmente se esistono treni contemporaneamente in moto in direzioni opposte, oppure se, come avviene in molte gallerie per metropolitana, la galleria per doppio binario è suddivisa assialmente da una serie di pilastri che separano un binario dall'altro. La determinazione della resistenza al moto dei convogli in tale caso non può farsi che sperimentalmente, sia impiegando modelli in galleria del vento, sia su gallerie esistenti.

Per quanto riguarda la struttura della galleria, si cercherà di ridurre al minimo le resistenze addizionali dovuta alle pareti ed alle sporgenze e rientranze in particolare.

### 5.3 Misura delle resistenze

Le forze di resistenza possono essere misurate, oltre che calcolate come abbiamo fatto fino ad ora.

In genere c'è buona concordanza tra misura e stima.

Facendo l'equilibrio delle forze in gioco si ottiene:  $F_{motrice} = F_{resistente} + F_{inerzia}$ .

La forza di inerzia, a causa dei pesi molto grandi anche con piccole accelerazioni, può assumere valori consistenti, per cui nella valutazione della forza resistente è necessario eliminare ogni accelerazione evitando anche qualsiasi pendenza.

Ci sono tre possibili metodi per la valutazione della forza resistente, e precisamente:

- *Metodo decelerometrico*
- *Metodo dinamometrico*
- *Metodo diretto*

#### a) Metodo decelerometrico

Annullando la forza motrice  $F$  il veicolo che stava viaggiando ad un determinata velocità decelera

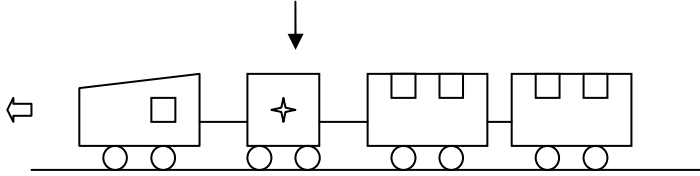
quindi  $\rightarrow 0 = F_{resistente} + F_{inerzia}$

Avremo quindi  $F_{resistente} = -m \cdot \frac{dv}{dt}$ , dalla quale conoscendo  $m$  e misurando  $\frac{dv}{dt}$ , si ricava la forza resistente.

**b) Metodo dinamometrico**

E' il metodo più usato dalle amministrazioni ferroviarie.

Si traina uno o più veicoli su di un tratto di binario di caratteristiche note, con un carro intermedio munito di apparecchiature per la misura dello sforzo di trazione (dinamometro) e della velocità.



**c) Metodo diretto**

Impiegabile solo nella trazione elettrica. Conoscendo la potenza elettrica assorbita in ogni istante (misurata) e le perdite dei motori (note dalle caratteristiche di rendimento) si ricavano le resistenze al moto:

$$P_{\text{assorbita}} = \text{Perdite} + P_{\text{controleresistenze}}$$

In figura si riporta l'andamento della resistenza complessiva al moto ricavata sperimentalmente per un treno con un peso di 600 tonnellate che percorre una linea in rettilineo in pianura(a), in ascesa oppure discesa del 10% (b,c).

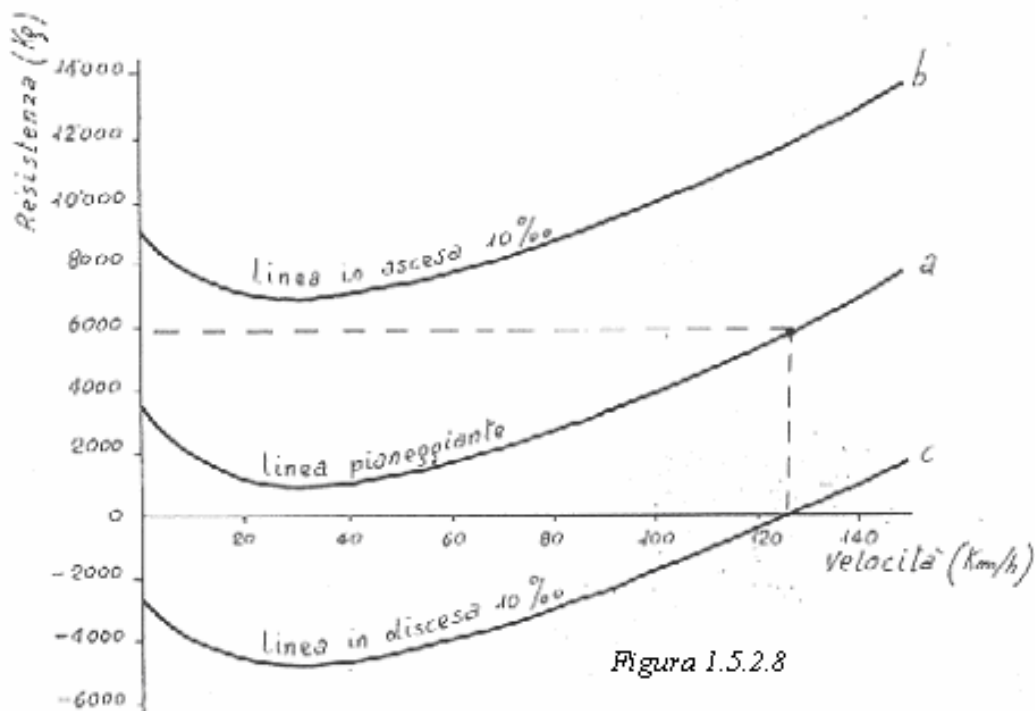


Figura 1.5.2.8

## 1.6 EQUAZIONE DEL MOTO

Facciamo il bilancio delle forze di trazione che le ruote motrici esercitano sulla rotaia (F) con le forze che devono vincere:

$$F = \sum R + F_{inerzia} \leq f_{aeq} \cdot Q_a \quad \text{tale vincolo deve essere rispettato per avere aderenza.}$$

$$\bullet \quad \sum R = \sum R_{sistematiche} + \sum R_{accidentali} = \rho_{sist} \cdot Q + i_{\%} \cdot Q = (\rho_{sist} + i_{\%}) \cdot (Q_a + Q_R)$$

dove  $\rho_{sist}$  è la totale resistenza specifica delle resistenze sistematiche, delle resistenze accidentali considero solamente il contributo dovuto alla pendenza che è il termine dominante, con  $Q_a$  e  $Q_R$  indico rispettivamente il peso aderente e quello rimorchiato, la somma di questi due termini mi dà il peso totale .

$$\bullet \quad F_{inerzia} = \frac{d}{dt}(E_{cin}) = m_{eq} \cdot \frac{dv}{dt} = m_{eq} \cdot a \quad \text{dove } a \text{ è l'accelerazione e la massa equivalente}$$

viene ricavata dalla formula dell'energia cinetica sottostante.

• Se indichiamo con  $J_n$  il momento d'inerzia della generica ruota n avremo:

$$E_{cin} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \sum_n \frac{1}{2} \cdot J_n \cdot \omega_n^2 = \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot \left[ m + \sum_n J_n \cdot \left( \frac{\omega_n}{v} \right)^2 \right] = \frac{1}{2} \cdot v^2 \cdot m \cdot (1 + \varepsilon) = \frac{1}{2} \cdot m_{eq} \cdot v^2$$

dove  $\frac{\omega_n}{v}$  è costante e dipende unicamente dalle caratteristiche geometriche della ruota.

Valori tipici di  $\varepsilon$  sono: 10% ÷ 12% per un locomotore singolo e 7% ÷ 8% per un convoglio.

La massa equivalente risulterà quindi:  $m_{eq} \cong [(0,07 \div 0,12) + 1] \cdot m$

A questo punto utilizzando le seguenti grandezze: accelerazione  $a$  in  $\left[ \frac{m}{s^2} \right]$ , il peso totale  $Q$  in

tonnellate, la massa in  $\left[ kg \cdot \frac{s^2}{m} \right]$  e le resistenze unitarie sistematiche e accidentali (dove delle

secondo teniamo conto solo della principale cioè la pendenza)  $\rho, i$  in  $\left[ \frac{kg}{t} \right]$  possiamo scrivere:

$$F = \sum R + F_{inerzia} = (\rho_{sist} + i_{\%}) \cdot (Q_a + Q_R) + m_{eq} \cdot a \quad \text{dove } m_{eq} = m \cdot (1 + \varepsilon)$$

$$Q_{[ton]} = \frac{m \cdot g}{1000} = \frac{1}{102} \cdot m$$

Si avrà dunque:  $F_{[kg]} = [\rho_{sist} + i_{\%} + 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot a] \cdot (Q_a + Q_R)$  e tale forza dovrà essere inferiore, uguale a  $f_{aeq} \cdot Q_{a[ton]} \cdot 1000$  per avere aderenza.

Supponiamo ora di essere ai limiti dell'aderenza, cioè  $F = f_{aeq} \cdot Q_a \cdot 1000$  e ricaviamo la pendenza:

$$i_{\%} = \frac{1000 \cdot f_{aeq} \cdot Q_a}{Q_a + Q_R} - \rho_{sist} - 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot a$$

questa risulta essere la massima pendenza superabile dal

veicolo ad una accelerazione  $a$  (noti i valori caratteristici del veicolo)

Supponiamo di avere accelerazione nulla (moto uniforme o di regime) avremo:

$$a = 0 \rightarrow i_{\%} = \frac{1000 \cdot f_{aeq} \cdot Q_a}{Q_a + Q_R} - \rho_{sist}$$

Nell'ipotesi di  $f_{aeq} \cong 0,2$  e  $\rho_{sist} \cong 5$  si avrà  $i_{\%} = \frac{2000}{1 + \frac{Q_a}{Q_R}} - 5 \rightarrow 195\% \text{ } Q_R = 0 \text{ (} i_{\%} \cong 20\%)$

$$\rightarrow 95\% \text{ } Q_R = Q_a \text{ (} i_{\%} \cong 10\%)$$

$$\rightarrow 45\% \text{ } Q_R = 4Q_a \text{ (} i_{\%} \cong 5\%)$$

La pendenza superabile dal solo locomotore è circa 20% quella superabile quando il peso rimorchiato è pari a quello aderente è circa 10% mentre la pendenza superabile quando il peso rimorchiato è pari a 4 volte il peso aderente è circa 5%.

Sono pendenze molto modeste se confrontate con le normali salite che una autovettura può superare.

Supponiamo ora che ci sia un'accelerazione  $a \neq 0$ .

In questo caso le cose peggiorano infatti considerando una accelerazione modesta di  $1 \frac{m}{s^2}$  (valore

medio) si ha che il termine  $102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot 1 \cong 110$  con  $\varepsilon = 0,1$  per cui:

$\rightarrow$  se  $Q_R = Q_a$   $i_{\%} = 95 - 110$  e il veicolo non riesce neppure a partire e ancor peggio se  $Q_R = 4Q_a$

$\rightarrow$  se  $Q_R = 0$   $i_{\%} = 195 - 110 = 85$  è possibile partire con una certa tranquillità solo se  $i_{\%}$  è inferiore a 8,5.

Una accelerazione di  $1 \frac{m}{s^2}$  è una accelerazione tipica per un veicolo che deve fermarsi e ripartire

spesso per esempio le metropolitane. Per questo motivo nelle metropolitane non ci sono mai pendenze da superare e si cerca di avere la pista più piana possibile.

Spesso sono disponibili delle curve che riportano la pendenza  $i_{\%}$  superabile in funzione del rapporto tra peso rimorchiato e peso aderente e paramtrate dalle accelerazioni che si vogliono imprimere al convoglio.

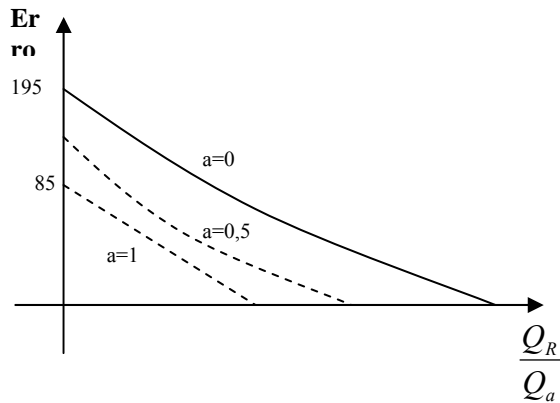


Figura 1.6.1

Queste curve servono a determinare il massimo peso rimorchiabile in base al percorso da fare e le pendenze massime da superare.

### 1.6.1 Caratteristica meccanica di una locomotiva

Un'altra curva importante è la caratteristica meccanica della locomotiva (forza di trazione totale ai cerchioni in funzione della velocità)  $[F=f(v)]$ .

Tutte le locomotive, elettriche, diesel e anche quelle a vapore, forniscono uno sforzo di trazione che si riduce di valore al crescere della velocità, e la loro caratteristica meccanica che è appunto la curva che mette in relazione fra loro le suddette grandezze (sforzo di trazione e velocità) è di andamento iperbolico.

La potenza meccanica  $P$  messa a disposizione dalla locomotiva alla periferia dei cerchioni risulta:

$$P = F \cdot v \quad [\text{kgm}^2/\text{sec}] \rightarrow F = \frac{P}{v} \quad [\text{kg}] \quad \text{dove } v \text{ è la velocità di marcia ed } F \text{ lo sforzo di trazione.}$$

Esistono però due limiti che non possono essere superati :

- a) Un limite superiore determinato dall'aderenza, per cui  $F$  deve essere minore uguale di una forza massima paria a  $F_{\max} = f_a \cdot Q_a$  ( nelle locomotive elettriche o diesel-elettriche la forza massima è limitata anche dal valore massimo di corrente).  
Appare evidente che alle basse velocità la potenza dei motori può essere utilizzata solo in parte, ed in misura tanto minore quanto più bassa è la velocità.
- b) Un limite riguardante la velocità massima raggiungibile.



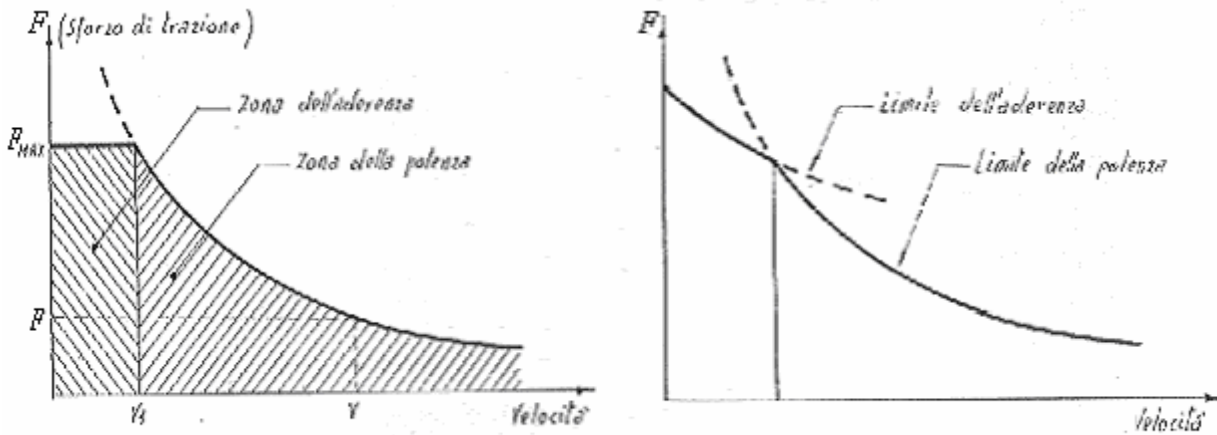


Figura 1.6.1.1

La verticale innalzata in corrispondenza della velocità  $V_1$ , taglia la caratteristica meccanica in due parti e determina due aree le quali prendono il nome di zona d'aderenza quando lo sforzo di trazione è limitato dall'aderenza, e zona della potenza quando invece è limitato dalla potenza.

Per semplicità si considera la zona d'aderenza di forma rettangolare; la cui ordinata viene calcolata in base al valor medio del coefficiente di aderenza trascurando la variazione dell'aderenza al variare della velocità.

L'andamento della potenza erogata dall'apparato motore di un mezzo di trazione in funzione della velocità di marcia è illustrato nel seguente grafico:

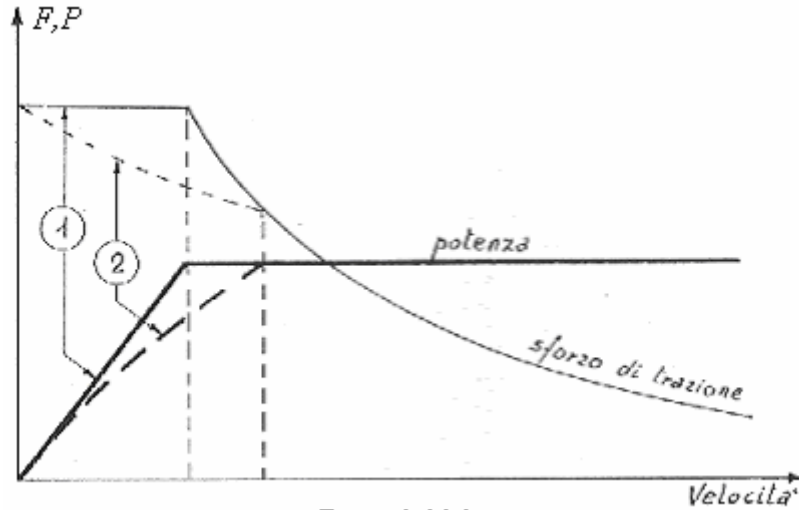


Figura 1.6.1.2

Nella curva 1 si considera il limite di aderenza costante, mentre nella 2 il limite di aderenza è decrescente.

Analizzando ogni singolo tratto del diagramma si ha:

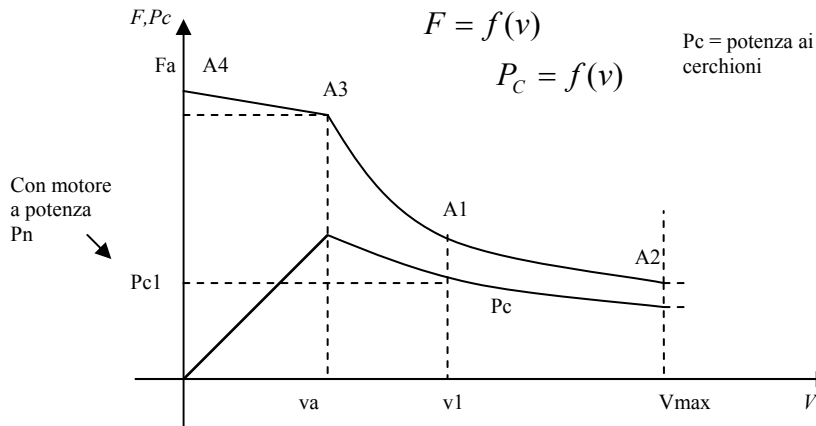


Figura 1.6.1.3

- A1, v1, (F1) = funzionamento motori a potenza nominale corrispondente potenza ai cerchioni Pc1;
- A2, Vmax = funzionamento alla massima velocità ammissibile;
- A3, va = limite di utilizzazione della caratteristica F(v);
- A2-(A1)-A3 = funzionamento ai limiti di potenza;
- A3-A4 = funzionamento ai limiti di aderenza → ottenuto con una opportuna regolazione dell'azionamento elettrico del mezzo di trazione,
- (A1-A3) = funzionamento in sovraccarico, la durata deve essere limitata.

Si utilizzano motori che di per se hanno una caratteristica iperbolica, come i motori in corrente continua con eccitazione serie.

A questo punto si può risolvere graficamente l'equazione del moto sovrapponendo la caratteristica di resistenza di un treno a quella meccanica della locomotiva che lo traina ottenendo la velocità massima, e l'andamento dello sforzo acceleratore :

$$F = \sum R + m_{eq} \cdot a$$

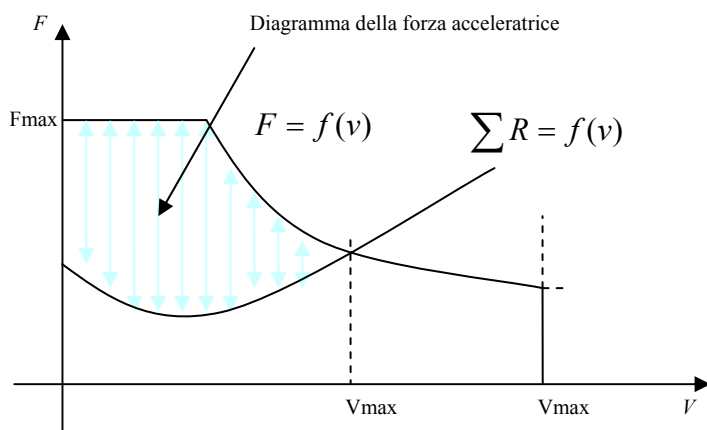


Figura 1.6.1.4

La determinazione della caratteristica meccanica si ottiene quindi in base alla caratteristica del motore di trazione e dei cinematismi (ingranaggi) che trasmettono il moto agli assi in prima approssimazione il rapporto di trasmissione.

A volte, per adattare le prestazioni delle locomotive (capacità di traino e velocità di marcia ) alle diverse esigenze di servizio(treni viaggiatori→ velocità elevata; treni merci e di manovra→forza elevata) si stabiliscono diversi rapporti ingranaggi, oppure si installano dispositivi per il cambio del rapporto di trasmissione (naturalmente manovrabili a veicolo fermo).

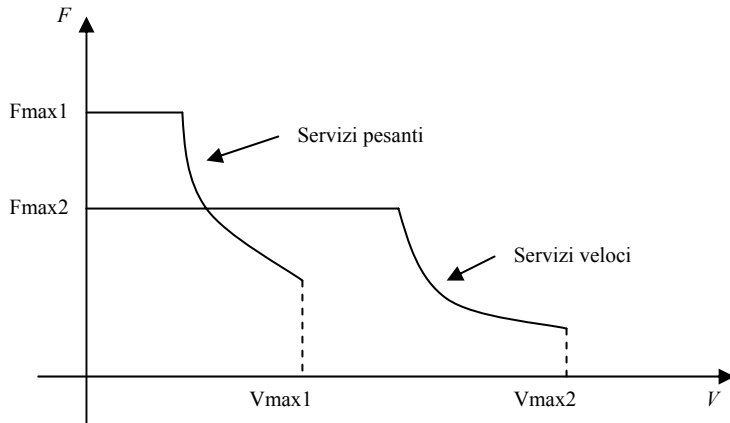


Figura 1.6.1.5

## 1.7 DIAGRAMMA DI PERCORSO

Tale diagramma comprende due curve:

- 1) Velocità in funzione del tempo  $v(t)$
- 2) Percorso in funzione del tempo  $s(t)$

Tale diagramma viene applicato per:

- *Verifica ed analisi* di una certa situazione, di un certo impianto di cui si conoscono:
  - andamento planimetrico (pendenze e salite)
  - resistenze al moto (generalmente sistematiche)
  - caratteristiche meccaniche ( $F=f(v)$ ) del locomotore

Note queste si calcolano i tempi di passaggio tra i vari punti, si realizza quindi la tabella di marcia del convoglio.

- *Sintesi di progetto*, utilizzo il diagramma di percorso per scegliere le caratteristiche del locomotore necessario per quel percorso, una volta note:
  - andamento planimetrico
  - resistenze al moto
  - tabella di marcia (orario desiderato)

### 1.7.1 Verifica ed analisi

Supponiamo di conoscere in dettaglio la caratteristica meccanica del locomotore e che il punto di lavoro si sposti su tale curva.

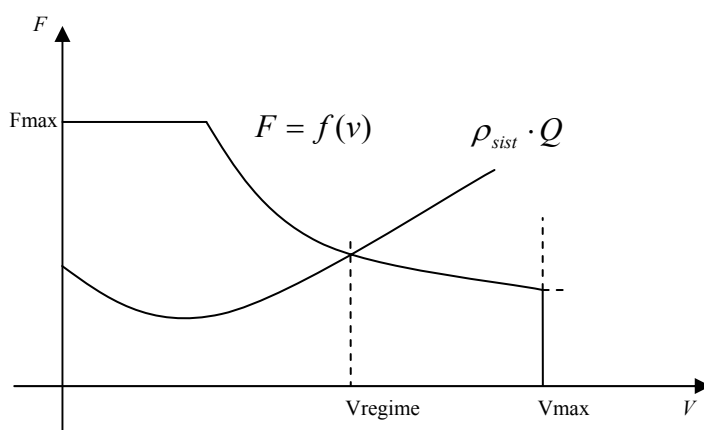


Figura 1.7.1.1

Trascuriamo per il momento la pendenza del percorso ( $i = 0$ ) e quindi l'equazione del moto diventa:

$$F(v) = \left[ \rho_{sist} + 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \frac{dv}{dt} \right] \cdot Q$$

$\rho_{sist}$  dipende dalla velocità (ricordiamo  $\rho_{sist} = a + b \cdot v + c \cdot v^2$ ), alle piccole velocità è quasi costante mentre aumenta molto velocemente alle alte velocità.

Oltre all'interpretazione grafica, possiamo integrare l'equazione del moto:

$$\frac{F(v)}{Q} - \rho_{sist(v)} = 102 \cdot (1 + \varepsilon) \frac{dv}{dt} \quad \text{se esplicitiamo } dt \text{ otteniamo:}$$

$$dt = \frac{102 \cdot (1 + \varepsilon)}{\frac{F(v)}{Q} - \rho_{sist(v)}} \cdot dv \quad \text{e quindi integrando tra l'istante iniziale } t_0 \text{ e } t \text{ si ha:}$$

$$\int_{t_0}^t dt = \int_{v(t_0)}^{v(t)} \frac{102 \cdot (1 + \varepsilon)}{\frac{F(v)}{Q} - \rho_{sist(v)}} \cdot dv$$

Si potrebbe integrare numericamente, sommando i vari contributi alla  $\rho_{sist}$  ( $= \sum \rho_i$ ).

Nella nostra analisi seguiamo un ragionamento semplificato.

Nella partenza da fermo ( $v=0$  fino a  $v=v_a$ ) abbiamo accelerazione costante e quindi la velocità cresce linearmente. Tale accelerazione è la massima accelerazione possibile poiché abbiamo  $F=F_{max}$  e  $\rho_{sist(v=0)} = (\rho_{sist})_{minimo}$ .

Cerchiamo quanto vale l'accelerazione massima:

$F = F_{max} = 1000 \cdot f_a \cdot Q_a = [\rho_{sist} + 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot a_{max}] \cdot (Q_a + Q_R)$  sempre con l'ipotesi di pendenza nulla.

$$\rightarrow a_{max} = \frac{\left[ \frac{1000 \cdot f_a \cdot Q_a}{Q_a + Q_R} - \rho_{sist} \right]}{[102 \cdot (1 + \varepsilon)]} = \frac{\left[ \frac{1000 \cdot 0,2}{1 + 0} \right]}{[102 \cdot (1,1)]} = 2,2 \frac{m}{s^2} \quad \text{con l'ipotesi di peso rimorchiato nullo}$$

che è il caso migliore e con nessuna pendenza nel tratto di accelerazione.

Con  $Q_a = Q_R$  l'accelerazione si dimezza.

I valori tipici nelle metropolitane sono attorno a  $1 \frac{m}{s^2}$  e valori maggiori risulterebbero anche fastidiosi per i viaggiatori trasportati.

Nella figura 1.6.1.2 si può osservare l'andamento della velocità nel tempo di un convoglio.

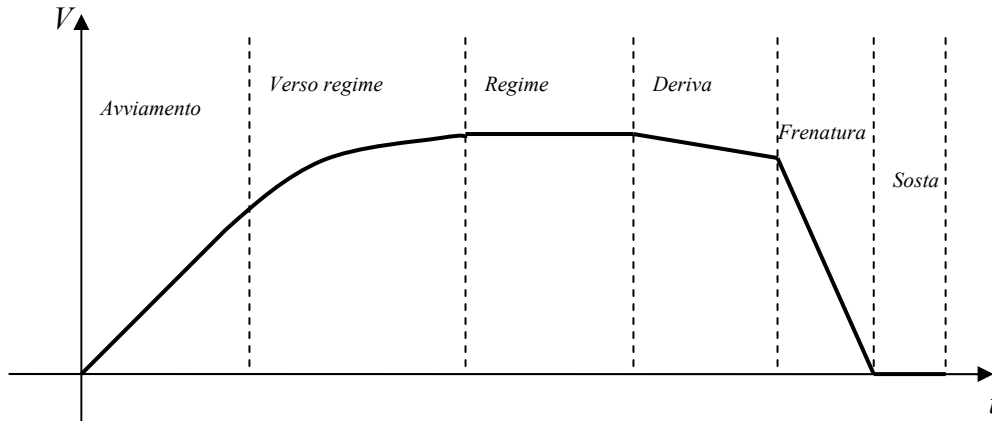


Figura 1.7.1.2

*Moto in deriva o marcia per inerzia*, si ha quando il treno raggiunge la velocità di regime, si staccano i motori ed il treno continua ad avanzare per inerzia, perdendo molto poco in velocità.

Calcoliamo la *decelerazione in deriva*: ( $F=0$ ) e  $(\rho_{sist})_{max} = 7$

$$0 = \rho_{sist} + 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot a_{deriva} \rightarrow a_{deriva} = -\frac{\rho_{sist}}{102 \cdot (1 + \varepsilon)} \cong -0,06 \frac{m}{s^2} \text{ molto bassa!!}$$

Con  $v=30 \frac{m}{s} = 108 \frac{km}{h}$  dopo un chilometro in deriva si ha  $v=27,6 \frac{m}{s} = 99 \frac{km}{h}$

Tale risultato è stato ricavato dalla formula  $s = v_0 \cdot t - \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$  dalla quale ricavo il tempo  $t$  dove  $v_0$

è la velocità a regime e dalla  $v_1 = v_0 - a \cdot t$  ricavo  $v_1$  che è la velocità finale.

Vediamo ora di determinare lo *spazio percorso*, così da tracciare il diagramma di percorso.

$$a = \frac{dv}{dt}; \quad v = \frac{ds}{dt} \quad \rightarrow \quad dt = \frac{ds}{v}$$

dalla relazione tra accelerazione, spazio e tempo ricavo:  $a = v \cdot \frac{dv}{ds}$

Esaminiamo il termine tempo ( $dt$ ) dall'equazione del moto:

$$\frac{F(v)}{Q} - \rho_{sist(v)} = 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot v \cdot \frac{dv}{ds} \text{ esprimendo rispetto lo spazio ed integrando ottengo:}$$

$$\int_{s_0}^s ds = \int_{v(s_0)}^{v(s)} \frac{102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot v}{\frac{F(v)}{Q} - \rho_{sist(v)}} \cdot dv$$

Seguendo un ragionamento semplificato abbiamo:

- Con velocità lineare (avviamento) lo spazio percorso nel tempo è una parabola ( $s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$ ).
- Con velocità costante (regime) lo spazio percorso nel tempo sarà una retta ( $s = v \cdot t$ ).
- Nella zona centrale (zona verso regime) ci sarà un raccordo tra le due curve.

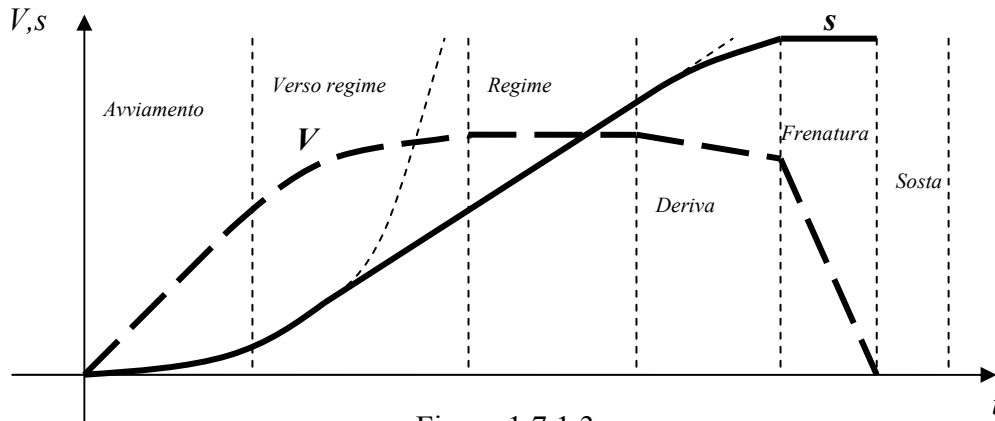


Figura 1.7.1.3

Avviamento  $\rightarrow s = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2$

Verso regime  $\rightarrow$  raccordo

Regime  $\rightarrow s = s_1 + v_0 \cdot t$

In deriva  $\rightarrow$  pendenza minore

Tutto questo trascurando la pendenza del percorso la quale è funzione del cammino  $i=i(s)$ .

Tenendo conto della pendenza si avrebbe:

$$\int_{s_0}^s ds = \int_{v(s_0)}^{v(s)} \frac{102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot v}{\frac{F(v)}{Q} - \rho_{sist(v)} - i(s)} \cdot dv$$

## Frenatura

La sola decelerazione ottenuta dalla deriva staccando i motori darebbe luogo a spazi d'arresto eccessivi.

Siccome vogliamo che il veicolo si fermi in spazi ragionevoli diviene necessario applicare una forza frenante.

Si ottiene una decelerazione costante per cui la velocità decresce linearmente fino ad annullarsi completamente.

Si avrà dunque:

- Una frenatura elettrica sfruttando il fatto che i motori elettrici reversibili.
- Una frenatura a ceppi (strisciamento meccanico)

La frenatura elettrica è utilizzata nel primo tratto, però non è sufficiente per frenare il treno per cui è indispensabile anche la frenatura a ceppi (con dissipazione di energia per attrito).

Questo anche per motivi di sicurezza, nel caso di guasto del motore.

Quindi si avrà che:

- Il freno a ceppi integra il freno elettrico il quale diventa inefficace alle basse velocità.
- In caso di guasto del freno elettrico, si sostituisce automaticamente a qualsiasi velocità.

I ceppi intervengono su tutte le ruote con una forza frenante che si può esprimere:

$$F_f = f_c \cdot Q_c \leq f_{aeq} \cdot Q_f$$

$F_f$  = forza frenante

$f_c$  = coefficiente di attrito

$Q_c$  = peso di spinta dei ceppi

$Q_f$  = peso dell'intero convoglio perché tutte le ruote sono frenate

Come per la forza di trazione, anche la forza frenante è limitata dall'aderenza delle ruote.

$$Q_c \leq \frac{f_{aeq}}{f_c} \cdot Q_f \quad \text{dove} \quad \frac{f_{aeq}}{f_c} \cong 0,6 \quad ; \quad Q_f = Q$$

massima azione decelerante che si può produrre per non avere pattinamento.

$$Q_c = 0,6 \cdot Q$$

Equazione del moto per determinare la *decelerazione*  $d$  che si ottiene dalla *frenatura*.

$$-\frac{F_f}{Q} = \rho_{sist} + 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot \frac{dv}{dt} \quad \text{al limite di aderenza} \quad \frac{F_f}{Q} = 1000 \cdot f_{aeq}$$

$$d = -\frac{dv}{dt} = \frac{1000 \cdot f_{aeq} + \rho_{sist}}{102 \cdot (1 + \varepsilon)} \cong 2 \div 3 \frac{m}{s^2} \quad \text{valore massimo raggiungibile.}$$



Nella pratica tale valore è poco superiore a  $1 \frac{m}{s^2}$ .

*Spazio di frenatura*

$$s = \frac{1}{2} \cdot d \cdot t^2 \quad \rightarrow \quad s = \frac{v^2}{2d}$$

$$t = \frac{v}{d}$$

Si può facilmente notare come la distanza di frenatura dipende dal quadrato della velocità, risulta quindi difficile programmare bene la frenatura.

Esempio numerico

V [m/s]	V [km/h]	D [m/s <sup>2</sup> ]	s [m]
20	72	1,7	117
30	108	1,7	265

Diventa importante definire la velocità commerciale nei tragitti urbani.

Se S è la lunghezza di un singolo tratto di linea compreso fra due fermate e  $t_0$  il tempo impiegato per percorrerlo, la *velocità media* risulta:

$$v_m = \frac{S}{t_0}$$

Per un percorso qualsivoglia, che comprenda tante tratte, si definisce velocità commerciale il rapporto:

$$v_c = \frac{\sum S}{\sum t_0 + \sum t_s}$$

dove i termini  $t_s$  rappresentano le durate delle soste intermedie.

Nei trasporti urbani ci si può riferire normalmente ai valori medi di S e  $t_s$ , per cui risulta:

$$v_c = \frac{S}{t_0 + t_s}$$

Poiché la tratta media S è molto breve (250 ÷ 400 metri nei servizi filoviari e tranviari, 500 ÷ 800 metri nelle metropolitane urbane), assumono notevole importanza:

- Il raggiungimento di valori elevati delle accelerazioni e decelerazioni, per ottenere buone velocità medie. A parità di potenza totale installata per ridurre il costo iniziale del materiale e le relative spese di manutenzione, conviene ripartire la potenza nel minor numero possibile di azionamenti e di assi motori. Per  $\alpha=1$ , sarebbero realizzabili

accelerazioni d'avviamento dell'ordine di  $1,5 \frac{m}{s^2}$ . Questo valore può essere considerato il limite di sopportazione da parte del pubblico.

- La riduzione dei tempi di sosta  $t_s$ , ottenibile facilitando l'accesso alle vetture (numero e ampiezza delle porte; riduzione del dislivello da superare fra banchine delle stazioni e piano di calpestio delle vetture; accurato studio della geometria dei gradini) e rendendo più rapide e sicure le operazioni d'apertura e chiusura delle porte, con il telecomando e telecontrollo delle medesime. Il sistema prevede sempre dispositivi che controllano singolarmente la posizione di chiusura delle porte e danno il consenso alla partenza solo a porte chiuse.

### 1.7.2 SINTESI DI PROGETTO (Potenza teorica di dimensionamento dei motori)

Vogliamo realizzare una determinata linea ferroviaria che rispetti determinati orari di percorrenza. Conosciamo il percorso che presenta una certa pendenza ed una ben determinata tabella di marcia. Quale sarà la caratteristica meccanica dei nostri motori?

Ci è noto il diagramma di percorrenza e il nostro treno dovrà percorrere le distanze desiderate rispettando i tempi previsti.

Per treni a lunga distanza si studia il funzionamento a regime in funzionamento continuativo

Per treni a breve distanza si può non studiare il funzionamento a regime ed il diagramma di percorrenza si può schematizzare con un trapezio (approssimazione a trapezio)

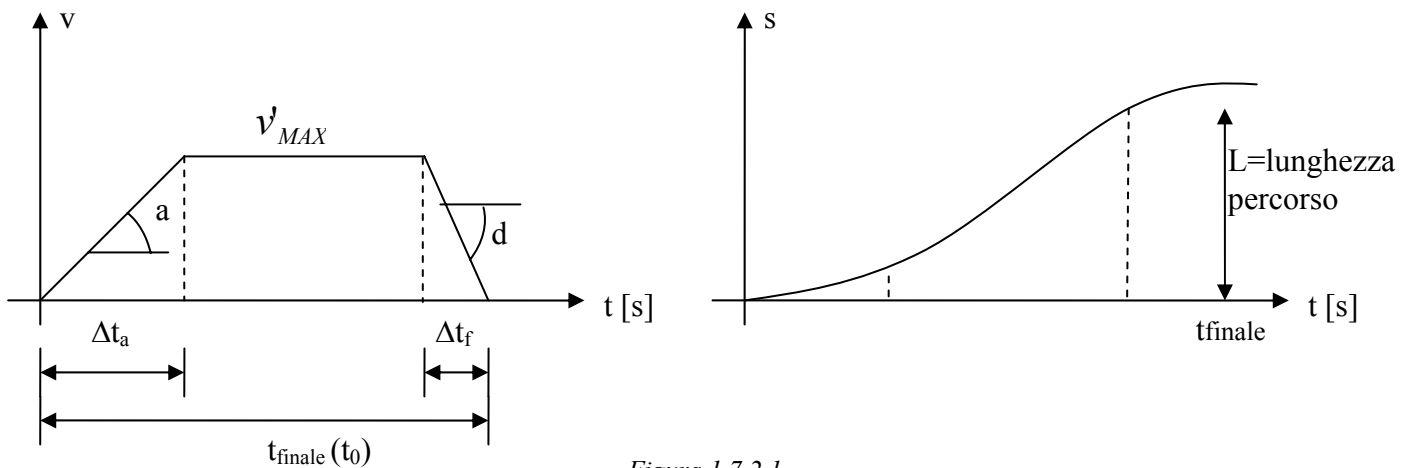


Figura 1.7.2.1

$$L = \frac{1}{2} a \Delta t_a^2 + v_{\max} (t_{\text{finale}} - \Delta t_a - \Delta t_f) + \frac{1}{2} d \Delta t_f^2$$

$$a \cdot \Delta t_a = v'_{\max} = d \cdot \Delta t_f \quad \text{se considero l'approssimazione col trapezio}$$

$$\left( \Delta t_a = \frac{v'_{\max}}{a} \quad ; \quad \Delta t_f = \frac{v'_{\max}}{d} \right)$$

$$\begin{cases} F_a \cong 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot a \cdot Q \\ F_f \cong -102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot d \cdot Q \\ F_{\text{reg}} \cong \rho_{\text{sist}} \cdot Q \end{cases}$$

$$L = \frac{1}{2} v'_{\max} \cdot \Delta t_a + v'_{\max} (t_{fin} - \Delta t_a - \Delta t_f) + \frac{1}{2} v'_{\max} \cdot \Delta t_f$$

$$L = v'_{\max} \cdot t_{fin} - \frac{1}{2} v'_{\max} \cdot \Delta t_a - \frac{1}{2} v'_{\max} \cdot \Delta t_f$$

$$L = v'_{\max} \cdot t_{fin} - \frac{1}{2} v'_{\max} (\Delta t_a + \Delta t_f)$$

$$L = v'_{\max} \cdot t_{fin} - \frac{1}{2} v'_{\max} \left( \frac{v'_{\max}}{a} + \frac{v'_{\max}}{d} \right)$$

$$L = v'_{\max} \cdot t_{fin} - \frac{1}{2} v'_{\max}^2 \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{d} \right)$$

$$L = v'_{\max} \cdot t_{fin} - \frac{v'_{\max}^2}{a^*} \quad \text{approssimazione a trapezio}$$

avendo posto  $\frac{1}{a^*} = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{a} + \frac{1}{d} \right) \Rightarrow a^* = 2 \cdot \frac{a \cdot d}{a + d}$

$t_{fin}$  = tempo noto e fisso in cui il treno percorre la distanza L;

L = lunghezza dell'intero percorso;

$a^*$  = è una grandezza nota (ho infatti fissato in precedenza i valori di a e d)

L'incognita da calcolare è la  $v'_{\max}$  che si ottiene facilmente da:

$$v'_{\max} - t_{fin} \cdot v'_{\max} + L = 0 \quad v'_{\max} = \frac{\frac{t_{fin}}{2} \pm \sqrt{\frac{t_{fin}^2}{4} - \frac{L}{a^*}}}{\frac{1}{a^*}}$$

delle due soluzioni si prende la più piccola che chiameremo *velocità di regime*

Conoscendo quindi la velocità di regime possiamo calcolare gli altri tempi :

$$\Delta t_a = \frac{v'_{\max}}{a} \quad \Delta t_f = \frac{v'_{\max}}{d}$$

Ora note la velocità v(t) e lo spazio s(t) posso calcolare le forze da applicare, posso cioè scrivere le equazioni del moto.

Supponiamo di essere sempre in piano ( $i=0$ )

$$F = [\rho_{sist} + 102(1 + \varepsilon) \cdot a] \cdot Q$$

Trascurando le perdite ho una forza accelerante pari a  $F_a \cong 102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot a \cdot Q$  il cui compito è principalmente quello di vincere la forza di inerzia (devo allora conoscere il peso Q del convoglio per stimare la forza necessaria).

Il valore della forza necessaria a regime è pari a:  $F_{reg} = \rho_{sist} \cdot Q$  devo contrastare le sole forze resistite.

Per quanto riguarda la frenatura la forza necessaria è pari a :  $F_f \cong -102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot d \cdot Q$  in questo caso devo contrastare soprattutto la forza d'inerzia.

Conoscendo i valori delle forza posso costruire il diagramma delle forza applicate nel tempo nelle tre zone d'avviamento, di regime, di frenatura.

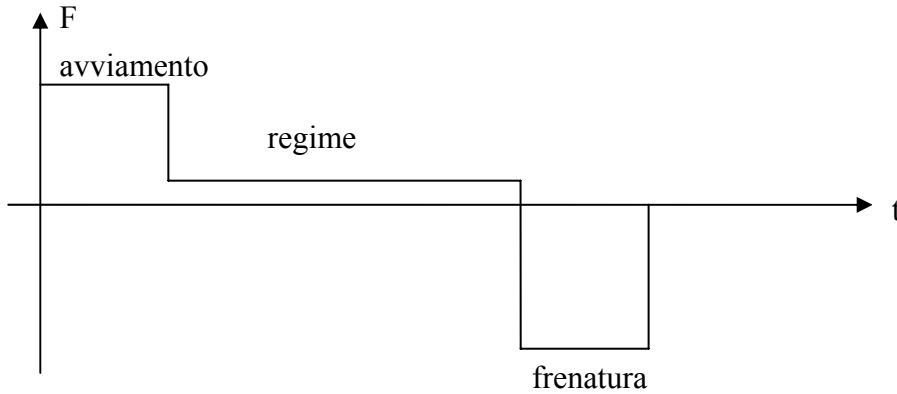


Figura 1.7.2.2

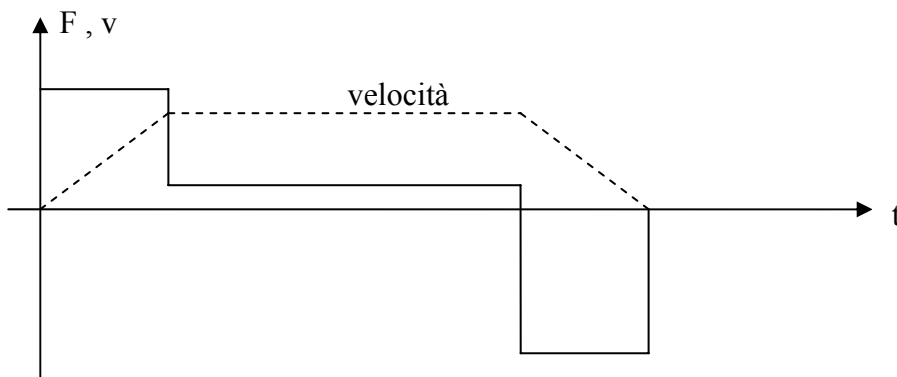


Figura 1.7.2.3

Conoscendo i valori delle forze da applicare e delle velocità da raggiungere si può realizzare il diagramma delle potenze al cerchione ( $P = F \cdot v$ ) e conoscendo poi il rendimento di trasmissione si può calcolare la potenza di dimensionamento dei motori.

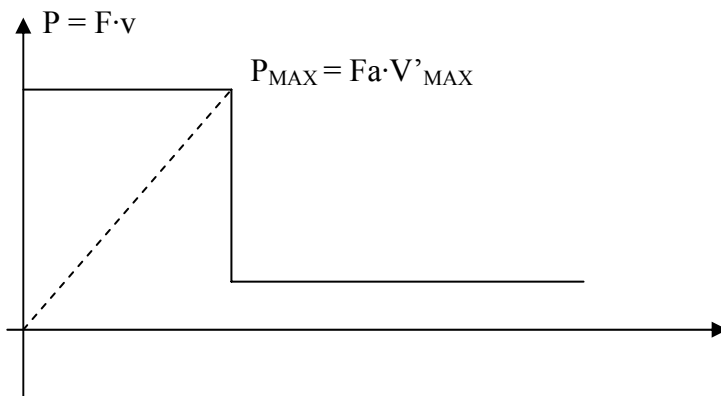


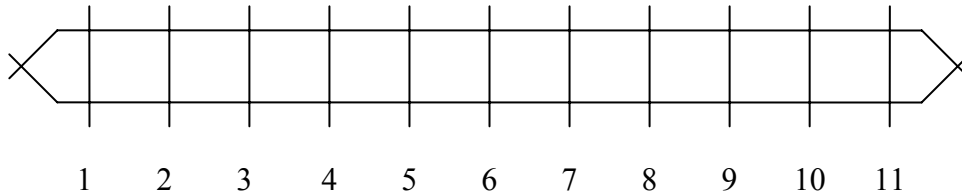
Figura 1.7.2.4

Il motore deve essere in grado di sviluppare la potenza massima (nominale)  $P_{MAX} = F_a \cdot v'_{MAX} \cdot \frac{1}{\eta}$

In realtà quando si arriva ad una velocità circa metà della  $v'_{MAX}$  si può accettare una accelerazione minore di  $a$  così che la  $F_a$  cala  $\Rightarrow$  La  $P_{nom}$  di dimensionamento del motore è inferiore al valore teorico con che si ottiene col metodi di approssimazione a trapezio.

Il diagramma di percorso può poi essere completato con altre grandezze come velocità ( $v$ ), percorso ( $s$ ), forza ( $F$ ), corrente ( $I$ ), potenza del motore ( $P$ ), temperatura degli avvolgimenti ( $\theta$ ). Questo è chiamato *diagramma di trazione*.

### 1.7.3 ESEMPIO NUMERICO DI PROGETTO (linea metropolitana con 10 tratte)



#### DATI:

- $L_{TOT} = 10km$       Tratte uguali – assenza di curve – pendenza nulla  $\Rightarrow$  vi sono solo resistenze sistematiche;
- $v_{comm} = 40km/h$       Al posto dei tempi di percorrenza viene fornita la velocità commerciale;
- $f_n = 20treni/h$       Frequenza dei treni (frequenze di passaggio dei treni visti da una stazione);
- $t_s = 20s$       Tempo di fermata;
  
- 4 carrozze motrici       $\Rightarrow$      $Q = 4 \cdot (40[t] \cdot 10[t])$  (Peso della carrozza + peso dei passeggeri)

Qual è il motore di trazione necessario per garantire questi valori di funzionamento?

#### 1) Numero treni necessari

$$v_c = \frac{L_{tot}}{t_{tot}} \quad t_{tot} = \text{tempo totale di sola andata}$$

$$f_1 = \frac{L}{t_0 + t_s} \rightarrow t_{tot} = \frac{1}{2f_1} \quad f_1 = \text{frequenza di passaggio per una stazione (il treno deve percorrere 2 volte la linea per passare per lo stesso punto)}$$

$$v_c = L_{tot} \cdot 2 \cdot f_1 \rightarrow f_1 = \frac{v_c}{2L_{tot}}$$

$$\text{supposto } n \text{ il numero di treni} \rightarrow f_n = n \cdot f_1 \quad \Rightarrow \quad n = \frac{f_n \cdot 2 \cdot L_{tot}}{v_c} = \frac{20 \cdot 2 \cdot 10}{40} = \underline{10 \text{ treni}}$$

Il numero di treni  $n$  è necessario per dimensionare la linea elettrica e l'alimentazione della stessa.

#### 2) Tempo di percorrenza di una tratta

$$L = \frac{L_{tot}}{10} = 1km$$

$$v_c = \frac{L}{t_0 + t_s}$$

$$t_0 = \frac{L}{v_c} - t_s = \frac{1000}{\frac{40}{3.6} km/h} - 20 = 70s$$

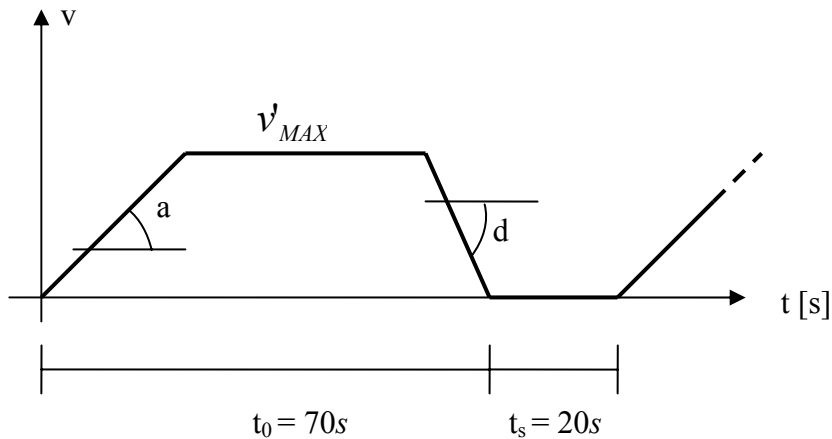


Figura 1.7.3.1

Bisogna fare ora una scelta progettuale di  $a$  e  $d$ , per questo tipo di veicoli si scelgono generalmente i seguenti valori

$$a = 0.7 m/s^2$$

$$b = 1.2 m/s^2$$

Sono valori relativamente alti poiché si tratta di treni urbani che devono essere sufficientemente rapidi. La decelerazione in fase di frenatura è ovviamente maggiore dell'accelerazione che si ha in partenza per il fatto che tutte le ruote funzionano da freni. I motori dovranno comunque essere dimensionati per il valore di  $a$ .

### 3) Velocità di regime massima ( $v'_{MAX}$ )

$$\frac{1}{a^*} \cdot v'_{MAX}{}^2 - t_0 \cdot v'_{MAX} + L = 0$$

con i valori assegnati ad  $a$  e  $d$  otteniamo:  $\frac{1}{a^*} = \frac{1}{2} \frac{a+d}{a \cdot d} = \frac{1}{2} \frac{0.7+1.2}{0.7 \cdot 1.2} = 1.13$

$$\Rightarrow v'_{MAX} = \frac{\frac{70}{2} \sqrt{\frac{4900}{4} - 1000 \cdot 1.13}}{1.13} = 22.35 m/s \cong 80 km/h$$

Il diagramma di percorso reale sarà quello rappresentato qui di seguito



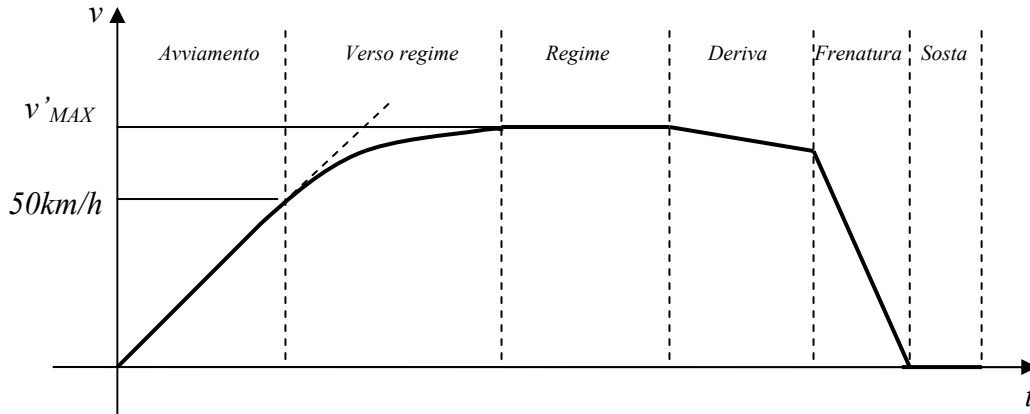


Figura 1.7.3.2

- a.  $a = 0.7 \text{ m/s}^2$  solo nella prima fase di avviamento
- b.  $v_{MAX} = v'_{MAX}$
- c. da  $v_0 = 50 \text{ km/h}$  il diagramma non è più lineare

Naturalmente la forza massima di accelerazione non si applicherà fino al raggiungimento della velocità di regime, ma sino ad un valore di velocità minore. Indichiamo la velocità cui corrisponde la massima forza applicata con  $v_0$  e scegliamo un valore  $v_0 = 50 \text{ km/h}$ .

#### 4) Determinazione della forza massima

$$F_a = Q \cdot [102 \cdot (1 + \varepsilon) \cdot a + \rho_{sist}] = 4 \cdot (40 + 10) \cdot [102 \cdot (1 + 0.1) \cdot 0.7 + 5] = 16700 \text{ kg}$$

La  $F_a$  è la massima forza applicata all'albero, devo quindi dividere per il rendimento complessivo della trasmissione per ottenere la forza massima generata dai motori:

$$F_m = \frac{F_a}{\eta} = \frac{16700}{0.9} = 18600 \text{ kg}$$

I motori in c.c. eccitazione serie sono controllati ancora in modo classico senza l'uso dell'elettronica, le caratteristiche di questi motori sono del tipo:

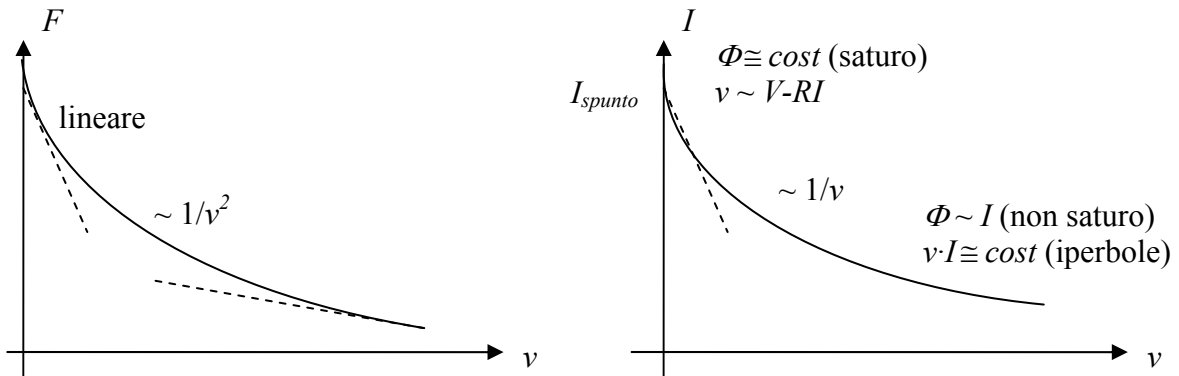


Figura 1.7.3.3

- Primo tratto lineare
- Secondo tratto meno ripido
- Terzo tratto molto allungato perso velocità elevate.

Con motori c.c. con eccitazione serie sono possibili grandi variazioni di  $v$ .

- A  $v = 0$  ho la corrente massima ( $I_{spunto}$ )

Con l'aumento della velocità la f.c.e.m. cresce e la corrente cala con legge iperbolica.

Per i limiti di limiti di aderenza bisogna limitare la corrente: si mette in serie al motore una resistenza per tutta la fase di avviamento

( $I = cost$  ;  $\Phi = cost$  ;  $C = cost$  ;  $F = cost$  ;  $a = cost$ )

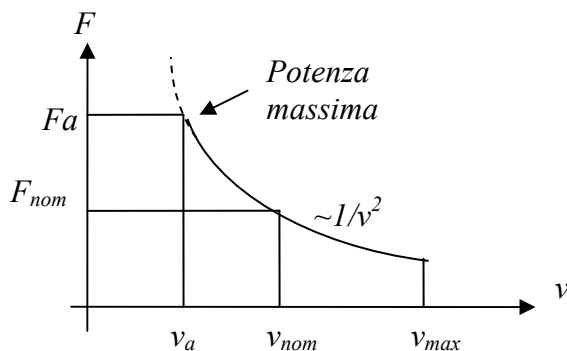


Figura 1.7.3.4

$$F_a = \{ \text{forza avviamento} \} \leq F_{ADERENTE} \text{ (a cui corrisponde una } I_a > I_{nom} \text{)}$$

$$F_a = (1.5 \div 2) F_{nom}$$

I motori in fase di avviamento funzionano in sovraccarico.

All'avviamento la potenza sviluppata

$$\text{è: } P = F \cdot v$$

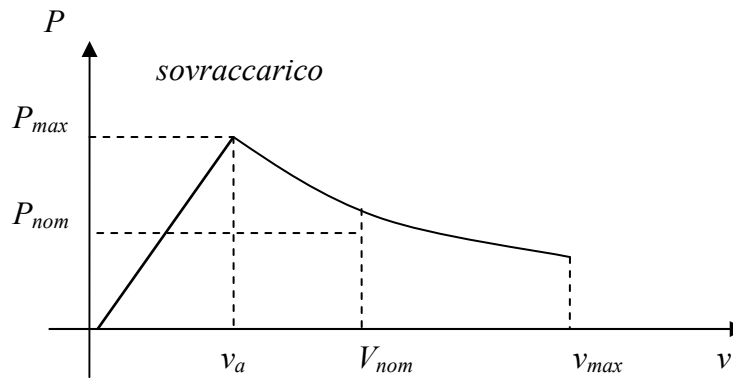


Figura 1.7.3.5

- La potenza è in sovraccarico fin tanto che  $v < v_{nom}$
- $P_{MAX} = F_a \cdot v_a$

Ci sono funzionamenti a  $F_{MAX}$  e a  $v_{MAX}$  ma mai funzionamenti a  $P = F_{MAX} \cdot v_{MAX}$  che comporterebbe un dimensionamento eccessivo dei motori.

Scegliamo  $F_a = 1.8 \cdot F_{nom}$  per i motori  $F_{nom} = \frac{18600}{1.8} = 10300 \text{ kg}$

Consultando le tabelle motori (Ansaldo, ABB, ...) trovo  $v_a = 0.83 v_{nom}$

$$v_{nom} = \frac{v_a}{0.83} = \frac{50}{0.83} = 60 \text{ km/h}$$

Ci troveremo quindi in condizioni di sovraccarico quando il treno viaggia a velocità inferiori a 60 km/h.

### 5) Potenza nominale dei motori

$$P_{nom[W]} = F_{nom[N]} \cdot v_{nom[m/s]} = 10300 \cdot 9.81 \cdot \frac{60}{3.6} = 1690 \text{ kW}$$

$$P_{M \max[W]} = F_{a[N]} \cdot v_{a[m/s]} = 18600 \cdot 9.81 \cdot \frac{50}{3.6} = 2500 \text{ kW}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{MAX}}{P_{nom}} = 1.5$$

$$\Rightarrow \frac{P_{nom}}{Q} = \frac{1690}{4 \cdot (40 + 10)} \cong 8 \text{ kW/t} \quad \text{Potenza specifica (per unità di peso) del locomotore}$$

E' un valore di potenza tipico per treni piccoli, urbani e riferita a tutto il convoglio compresi i passeggeri.

I treni per lunghe distanze hanno un rapporto  $P_{nom}/Q$  molto più elevato a causa delle velocità molto maggiori (fino a 200 km/h) e del maggior peso trainato.