показательные функции аргумента αz. Значительное удобство, однако, представляет использование введенных А. Н. Крыловым комбинаций этих функций. Обозначая функции Крылова символами K_1, K_2, K_3, K_4, можем представить решение уравнения (18.4) в форме

$$u = C_1 K_1(\alpha z) + C_2 K_2(\alpha z) + C_3 K_3(\alpha z) + C_4 K_4(\alpha z). \tag{18.5}$$

Здесь $C_1, \ldots, C_4$ — постоянные;

$$\begin{aligned} K_1(\alpha z) &= {}^1/_2 (\operatorname{ch} \alpha z + \cos \alpha z); \\ K_2(\alpha z) &= {}^1/_2 (\operatorname{sh} \alpha z + \sin \alpha z); \\ K_3(\alpha z) &= {}^1/_2 (\operatorname{ch} \alpha z - \cos \alpha z); \\ K_4(\alpha z) &= {}^1/_2 (\operatorname{sh} \alpha z - \sin \alpha z). \end{aligned} \tag{18.6}$$

Заметим, что в литературе* функции Крылова часто обозначаются символами S, T, U, V, однако введенные здесь обозначения представляют определенное удобство.

Последовательные производные функции Крылова связаны зависимостями

$$\begin{aligned} &\frac{d}{dz} K_1(\alpha z) = \alpha K_4(\alpha z); \quad \frac{d}{dz} K_2(\alpha z) = \alpha K_1(\alpha z); \\ &\frac{d}{dz} K_3(\alpha z) = \alpha K_2(\alpha z); \quad \frac{d}{dz} K_4(\alpha z) = \alpha K_3(\alpha z). \end{aligned} \tag{18.7}$$

Таким образом, при каждом дифференцировании номер функции понижается на единицу.

При аргументе, равном нулю, $K_1(0) = 1$, а все остальные функции равны нулю.

Указанные выше свойства функций Крылова существенно упрощают выполнение граничных условий для балок. Так, можно установить, что постоянные $C_1, \ldots, C_4$ в выражении (18.5) связаны с амплитудными значениями прогиба u, угла поворота du/dz, изгибающего момента $M = EJ(d^2u/dz^2)$ и поперечной силы $Q = EJ(d^3u/dz^3)$ в начальном сечении ($z = 0$) равенствами

$$C_1 = u_{z=0}; \quad C_2 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{du}{dz}\right)_{z=0}; \quad C_3 = \frac{1}{EJ\alpha^2} M_{z=0}; \quad C_4 = \frac{1}{EJ\alpha^3} Q_{z=0}. \tag{18.8}$$

На каждом конце балки имеются два граничных условия, зависящие от способа закрепления.

Некоторые возможные варианты граничных условий приведены в табл. 18.1. Следует обратить внимание на то, что при упругих опорах

* Таблицы функций Крылова приведены в кн.: Ананьев И. В., Егоршева Н. И. Табулированные значения комбинаций круговых и гиперболических функций. М., Машиностроение, 1974, а также в работе [1].