

Hinweise:

Diese Aufgabensammlung ist zum persönlichen Gebrauch der Studierenden der Fakultät für Wirtschaftsingenieurwesen erstellt und ausschließlich für Studienzwecke an der Hochschule-Rosenheim freigegeben. **Jede anderweitige Verwendung, insbesondere die Nutzung durch Dritte, bedarf der schriftlichen Zustimmung des unten genannten Erstellers.**

Im Rahmen der Übungen zu den Vorlesungen der Technischen Mechanik können aus Zeitgründen nur einige Aufgaben exemplarisch behandelt und besprochen werden. Für ein solides Verständnis der Berechnungsmethoden ist darüber hinausgehende **Eigeninitiative, d.h. Selbststudium, unerlässlich**. Insbesondere stehen alte Klausuren mit Musterlösungen zu Übungszwecken in der Wi-Community zur Verfügung. Ebenso die auszugsweise Aufgabensammlung von Meriam/Kraige „Statics“.

Technische Mechanik ist fast ausschließlich Methodenwissen; man braucht daher viel Übung, um "sattelfest" zu werden! Meist führen mehrere Lösungsansätze zum Ziel, und es bedarf einiger Erfahrung, den effektivsten Weg herauszufinden. Der beste Weg, dies zu erfahren, ist eine **regelmäßige Teilnahme an den Übungen**. Es ist außerdem von Vorteil, wenn sich jeweils ca. drei Studierende zu einer Lerngruppe zusammenfinden, um auf unterschiedliche Lösungsansätze zu kommen und diese vergleichend zu diskutieren.

Es ist meist besser, zu jedem Kapitel nur einige wenige Übungsaufgaben zu lösen, die Ergebnisse aber mit allen Mitteln und Methoden, welche die Technische Mechanik bereithält, gegenzuprüfen. **Qualität geht hier vor Quantität!**



1	VORÜBUNGEN / GRUNDWISSEN	3
1.1	RECHNEN MIT PHYSIKALISCHEN GRÖßEN UND EINHEITEN	3
1.1.1	<i>Beispiel Hydraulikpumpe</i>	3
1.1.2	<i>Beispiel Energietechnik</i>	3
1.1.3	<i>Beispiel Strömungsmechanik</i>	3
1.2	EBENE TRIGONOMETRIE	3
1.2.1	<i>Einheitskreis</i>	3
1.2.2	<i>Bogenmaß</i>	3
1.2.3	<i>Winkel</i>	3
1.2.4	<i>Abstand</i>	3
1.2.5	<i>Winkel (siehe auch Aufgabe 2.1.5 „Fahrwerk eines Flugzeugs“)</i>	3
2	GRUNDLAGEN	4
2.1	FREIMACHEN VON BAUTEILEN	4
2.1.1	<i>Diverse Vorrichtungen</i>	4
2.1.2	<i>Reibungsfrei gelagerter Stab</i>	5
2.1.3	<i>Kräfte an einem Fahrzeug (aus Klausur S03)</i>	5
2.1.4	<i>Schlepplift (aus Klausur W02)</i>	5
2.1.5	<i>Fahrwerk eines Flugzeugs (aus Klausur S04)</i>	5
3	EBENE KRÄFTESYSTEME	5
3.1	ZENTRALE EBENE KRÄFTESYSTEME	5
3.1.1	<i>Graphische und rechnerische Ermittlung resultierender Kräfte</i>	5
3.1.2	<i>Graphische und rechnerische Ermittlung von Gleichgewichtskräften</i>	6
3.2	ALLGEMEINE EBENE KRÄFTESYSTEME	7
3.2.1	<i>Rechnerische Ermittlung resultierender Kräfte und Momente</i>	7
3.2.2	<i>Graphische und rechnerische Ermittlung von Gleichgewichtskräften u. –momenten.</i>	7
4	RÄUMLICHE KRÄFTESYSTEME [ÜBUNGSBEISPIEL IN DER VORLESUNG]	11
5	SCHWERPUNKTSLEHRE	11
5.1	KÖRPERSCHWERPUNKT [ÜBUNGSBEISPIEL IN DER VORLESUNG]	11
5.2	FLÄCHENSCHWERPUNKT	11
5.2.1	<i>T-Profil</i>	11
5.2.2	<i>I-Profil</i>	11
5.2.3	<i>Maschinenständer</i>	12
5.2.4	<i>Stahlträger</i>	12
5.2.5	<i>Stegblech</i>	12
5.3	LINIENSCHWERPUNKT	13
5.3.1	<i>Gestanzte Blechteile</i>	13
6	REIBUNG UND STANDFESTIGKEIT	13
6.1	WASSERBEHÄLTER AUF GENEIGTER UNTERLAGE (AUS KLAUSUR W00)	13
6.2	HOLZLATTE	14
6.3	KISTE	14
6.4	SCHEIBE AUF SCHIEFER EBENE (AUS KLAUSUR W96)	14
6.5	SCHEIBE AN EINER WAND	15
7	EBENE FACHWERKE	16
7.1	KRAN IN FACHWERKBAUWEISE (AUS KLAUSUR S04; MUSTERLÖSUNG SIEHE WI-COMMUNITY)	16



1 Vorübungen / Grundwissen

Hinweis: Alle Rechenergebnisse sind üblicherweise mit 3, jedoch maximal mit 4 Stellen anzugeben. Verwenden Sie die Potenzschreibweise bei sehr großen und kleinen Zahlenwerten. (Beispiele für maximal 4 Stellen Genauigkeit: 1234; 1,234; 12,34·10⁶; 0,1234; 1,234·10⁻⁵; 123,4; etc.)

1.1 Rechnen mit physikalischen Größen und Einheiten

1.1.1 Beispiel Hydraulikpumpe

Eine Hydraulikpumpe erzeugt bei einem Ölvolumenstrom von $\dot{V} = 200 \text{ l/min}$ eine Druckdifferenz von $\Delta p = 210 \text{ bar}$ (Hinweis: $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ N/m}^2$). Es ist die theoretische Leistung P dieser Pumpe nach der Beziehung $P = \dot{V} \cdot \Delta p$ zu berechnen, wobei das Ergebnis in der Einheit kW anzugeben ist. [70 kW]

1.1.2 Beispiel Energietechnik

Als Ergebnis einer Energieberechnung hat man $P^* = 25 \text{ m}^2/\text{s}^2$ erhalten. Dass die Größe P^* eine massenspezifische Energie (Energie pro kg Masse) darstellt, ist durch Erweiterung der Einheit m^2/s^2 mit der Masseneinheit wesentlich besser zu erkennen!

1.1.3 Beispiel Strömungsmechanik

Um eine Flüssigkeit durch eine Rohrleitung zu pumpen, benötigt man eine Druckdifferenz Δp . Für eine sehr zähe Flüssigkeit lautet die entsprechende Berechnungsgleichung:

$$\Delta p = \frac{64}{\text{Re}} \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{\rho}{2} w^2, \text{ wobei Re ist die sogenannte „Reynoldszahl“ } \text{Re} = \frac{w \cdot d}{\nu} \text{ darstellt.}$$

Bei den Einflussgrößen handelt es sich um:

- w... mittlere Strömungsgeschwindigkeit der Flüssigkeit im Rohr (2 m/s)
- l... Rohrlänge (5 m)
- d... Rohrrinnendurchmesser (25 mm [entspricht ca. 1 Zoll])
- ρ ... Dichte der Flüssigkeit (10^3 kg/m^3 [entspricht Wasser])
- ν ... kinematische Viskosität (Zähigkeit) der Flüssigkeit ($10^4 \text{ mm}^2/\text{s}$ [„honigzäh“])

- a) Es ist allg. zu zeigen, dass sich für Δp die Einheit eines Druckes (Druck = Kraft pro Fläche) ergibt.
- b) Es ist allg. zu zeigen, dass die Reynoldszahl eine dimensionslose Größe ist.
- c) Welche Druckdifferenz ergibt sich mit den o.g. Größen, ausgedrückt in N/m^2 , MPa und bar?
- d) Welche theoretische Leistung P [kW] muss die eingesetzte Förderpumpe mindestens aufbringen?
Hinweis: Berechnungsgleichung siehe Aufgabe 1.1.1.
- e) Weshalb ist in der Praxis eine größere Leistung erforderlich?

[(c) $5,12 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$, 5,12 MPa, 51,2 bar (d) ca.5 kW]

1.2 Ebene Trigonometrie

1.2.1 Einheitskreis

Es sind am Einheitskreis (Kreis mit Radius $R=1$) graphisch zu ermitteln und rechnerisch zu überprüfen:

$$\sin 50^\circ, \sin 130^\circ, \cos 30^\circ, \cos 150^\circ, \tan 40^\circ, \tan 140^\circ,$$

1.2.2 Bogenmaß

Wie groß sind diese Winkel $\alpha = 360^\circ$, $\alpha = 180^\circ$, $\alpha = 45^\circ$, $\alpha = 4^\circ$ im Bogenmaß $\hat{\alpha}$?

Für kleine Winkel α (z.B. $\alpha = 4^\circ$) gilt: $\sin \alpha \approx \tan \alpha \approx \hat{\alpha}$ (Überprüfung rechnerisch und am Einheitskreis)

1.2.3 Winkel

Wie groß ist in Aufgabe 3.2.2.4 („Klapptisch“) der spitze Winkel des Hydrozylinders zur Horizontalen? [31°]

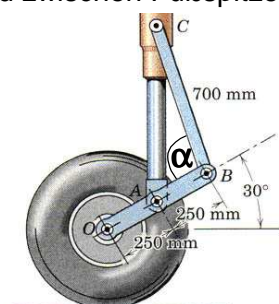
1.2.4 Abstand

Zur Lösung von Aufgabe 3.2.2.3 („Hubkarren“) ist der waagrechte Abstand zwischen Fußspitze und Drehachse des Rades zu ermitteln. Wie groß ist er? [283mm]

1.2.5 Winkel (siehe auch Aufgabe 2.1.5 „Fahrwerk eines Flugzeugs“)

Um die gesuchten Kräfte berechnen zu können, ist es erforderlich, den Winkel α zu ermitteln!

[$\alpha = 102^\circ$]





2 Grundlagen

2.1 Freimachen von Bauteilen

2.1.1 Diverse Vorrichtungen

Die nachfolgend dargestellten Bauteile (Grundkörper, Verbindungselemente, Lagerstellen) sind jeweils für sich freizumachen.

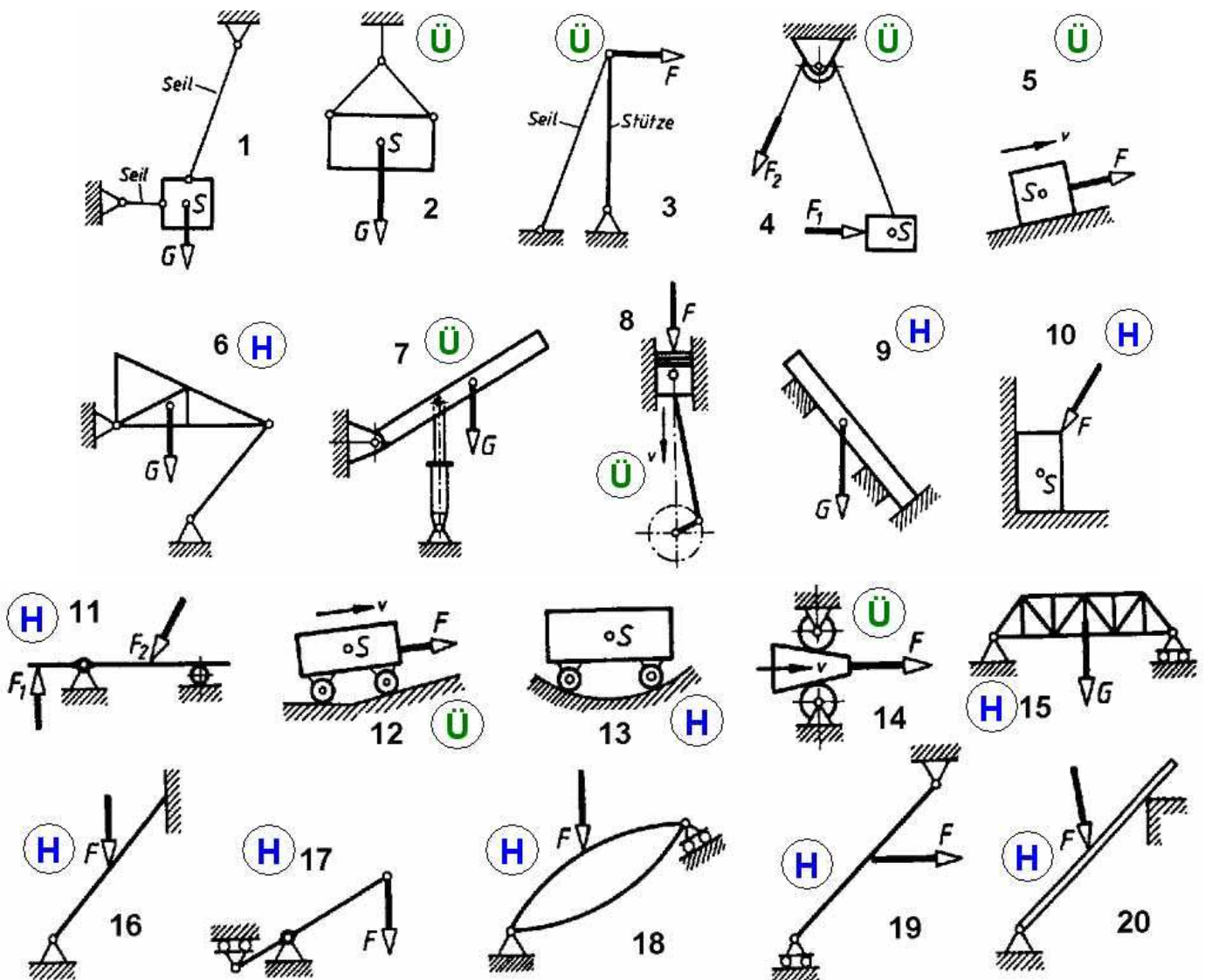
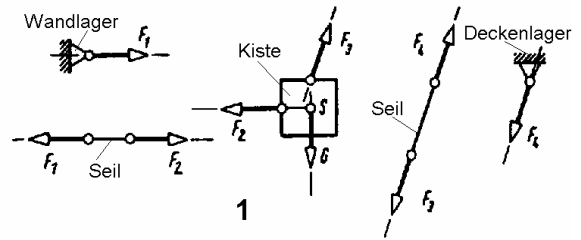
Hinweis:

Sämtliche Berührungspunkte, WL und Kräfte sind einzutragen. Kraftkomponenten nur falls unbedingt erforderlich verwenden!

Hinweise:

- Gewichtskräfte G greifen jeweils im Schwerpunkt S der Körper an.
- Bei bewegten Bauteilen (gekennzeichnet durch den Geschwindigkeitsvektor v) sind auch die wirksamen Reibkräfte darzustellen.
- Mit „**Ü**“ sind Aufgaben bezeichnet, die vorzugsweise während der TM-Übung besprochen werden. Mit „**H**“ gekennzeichnete Aufgaben sind **Hausaufgaben**; sie werden ggf. im TM-Tutorium zusätzlich besprochen.

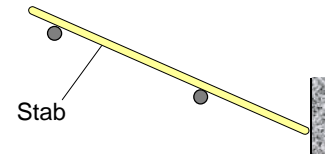
Lösungsbeispiel für Baugruppe 1:





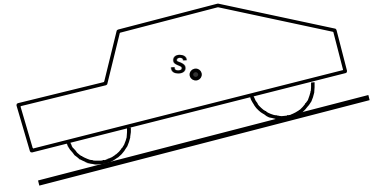
2.1.2 Reibungsfrei gelagerter Stab

Der an allen Auflagerstellen reibungsfrei gelagerte, schwere Stab der Masse m und die drei Lagerstellen sind jeweils für sich freizumachen. Sämtliche Berührungspunkte, WL soweit bekannt und Kräfte sind einzutragen. Kraftkomponenten nur falls unbedingt erforderlich verwenden!



2.1.3 Kräfte an einem Fahrzeug (aus Klausur S03)

Ein PKW (mit einer Masse $m=1400$ kg) steht auf einer schneebedeckten Bergstraße mit angezogener Hinterradbremse. Das Fahrzeug ist freizumachen und alle angreifenden Kräfte sind einzutragen.



Hinweis: Sämtliche Berührungspunkte, WL und Kräfte sind einzutragen. Kraftkomponenten nur falls unbedingt erforderlich verwenden!

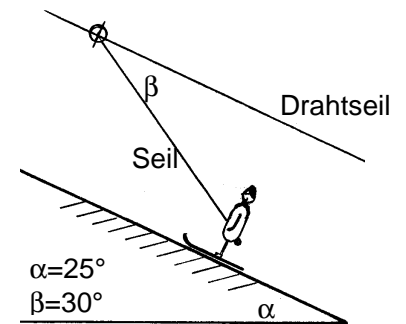
2.1.4 Schleplift (aus Klausur W02)

An einem konstant laufenden Schleplift hängen an einem Seil mit Liftbügel 2 Personen mit (je 80 kg) Gewicht. Der Gleitreibungskoeffizient zwischen Skifahrer und Schnee beträgt $\mu = 0,15$.

Das Drahtseil des Schleplifts läuft in konstantem Abstand zur Liftspur.

Ein Skifahrer ist freizumachen und alle an ihm angreifenden Kräfte einzutragen (Genau skizzieren).

Hinweis: Sämtliche Berührungspunkte, WL und Kräfte sind einzutragen. Kraftkomponenten nur falls unbedingt erforderlich verwenden!

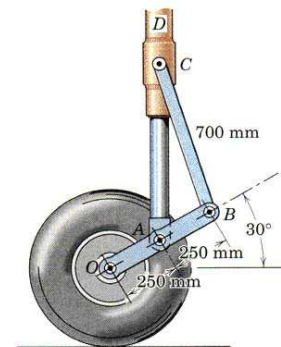


2.1.5 Fahrwerk eines Flugzeugs (aus Klausur S04)

Das vordere Fahrwerk eines Flugzeugs besteht aus dem Rad, einem federbelasteten Hydraulikzylinder D und den zwei Gelenkhebeln OB und CB . Wenn sich das Flugzeug auf dem Rollfeld bewegt, lastet eine konstante, annähernd senkrechte Kraft von 24 kN auf das Rad.

Die vier Hauptbauteile sind sauber skizziert freizumachen.

Hinweis: Sämtliche Berührungspunkte, WL und Kräfte sind einzutragen. Kraftkomponenten nur falls unbedingt erforderlich verwenden!



3 Ebene Kräftesysteme

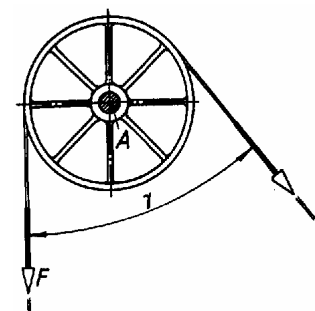
3.1 Zentrale ebene Kräftesysteme

3.1.1 Graphische und rechnerische Ermittlung resultierender Kräfte

3.1.1.1 Fördereinrichtung

Das Zugseil einer Fördereinrichtung läuft unter $\gamma = 40^\circ$ zur Senkrechten von der Seilscheibe ab. Senkrechtetes Seil und Förderkorb ergeben zusammen eine Gewichtskraft von $F = 50$ kN.

- a) Welchen Betrag hat die Resultierende aus den beiden Seilzugkräften die als Lagerbelastung in den Seilscheibenlagern A auftritt?
- b) Unter welchem Richtungswinkel α_r (als Vollwinkel zur positiven x -Achse) wirkt die Resultierende?
- c) Weshalb handelt es sich um ein zentrales Kräftesystem?



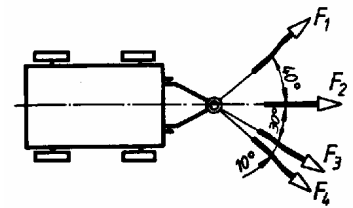
[94 kN, 290°]



3.1.1.2 Wagen

Vier Personen ziehen einen Wagen an Seilen, die nach Skizze in die Zugöse der Deichsel eingehängt sind. Die Zugkräfte betragen $F_1 = 400\text{ N}$, $F_2 = 350\text{ N}$, $F_3 = 300\text{ N}$ und $F_4 = 500\text{ N}$.

Gesucht sind Betrag und Richtungswinkel α_r (als Vollwinkel zur positiven x-Achse) der Resultierenden F_r .

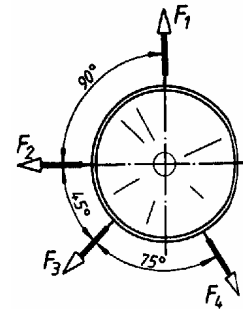


[1,32 kN, 351°]

3.1.1.3 Kettenkarussell

Ein Kettenkarussell ist mit vier Personen unsymmetrisch nach Skizze besetzt. Die im Betrieb auftretenden Fliehkräfte $F_1 = 1,2\text{ kN}$, $F_2 = 1,5\text{ kN}$, $F_3 = 1,0\text{ kN}$ und $F_4 = 0,8\text{ kN}$ wirken dabei als Biegekräfte auf den Zentralmast.

- a) Wie groß ist der Betrag der resultierenden Biegekraft?
- f) Unter welchem Richtungswinkel α_r (als Vollwinkel zur positiven x-Achse) wirkt sie?



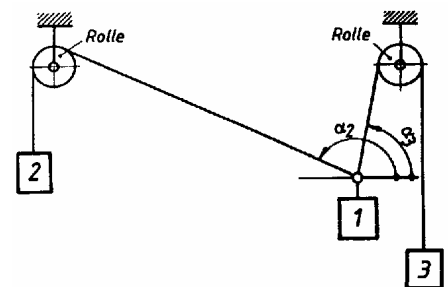
[1,82 kN, 186°]

3.1.2 Graphische und rechnerische Ermittlung von Gleichgewichtskräften

3.1.2.1 Aufhängevorrichtung

Drei nach Skizze an Seilen hängende Körper sind im Gleichgewicht, wenn $\alpha_3 = 80^\circ$ und $\alpha_2 = 155^\circ$ ist. Die Gewichtskraft des Körpers 1 beträgt 30 N.

- a) Entwickeln Sie aus dem Ansatz der Gleichgewichtsbedingungen die Gleichungen zur Berechnung der Gewichtskräfte der Körper 2 und 3.
- b) Wie groß sind diese Gewichtskräfte?



z.B.: $G_2 = \frac{G_1}{\sin \alpha_2 - \cos \alpha_2 \cdot \tan \alpha_3}$; $G_3 = \frac{G_1}{\sin \alpha_3 - \cos \alpha_3 \cdot \tan \alpha_2}$;

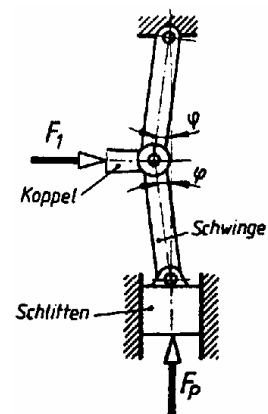
[$G_2 = 5,39\text{ N}$; $G_3 = 28,15\text{ N}$]

3.1.2.2 Kniehebelpresse

Bei der schematisch skizzierten Kniehebelpresse wird durch die Kraft F_1 die Koppel nach rechts bewegt und damit das Kniegelenk gestreckt. Der Winkel φ wird dabei auf Null verkleinert. Die untere Schwinge bewegt dabei den Schlitten mit dem Werkzeug nach unten und übt auf das Werkstück die veränderliche Presskraft F_p aus.

Entwickeln Sie eine Gleichung für die Presskraft $F_p = f(F_1, \varphi)$ und berechnen Sie die Presskraft F_p für die beiden Winkel $\varphi = 5^\circ$ und $\varphi = 1^\circ$ als Vielfaches der Koppelkraft F_1 .

(Reibung ist zu vernachlässigen).

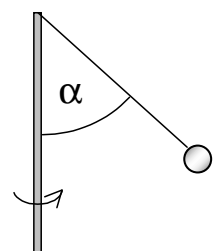


$F_p = F_1 / (2 \cdot \tan \varphi)$ [$F_p = 5,7 \cdot F_1$ (für $\varphi = 5^\circ$); $F_p = 28,6 \cdot F_1$ (für $\varphi = 1^\circ$)]

3.1.2.3 Fliehkraft

An einem Seil der Länge $l = 0,5\text{ m}$ ist eine Kugel der Masse $m = 2\text{ kg}$ befestigt.

- a) Wie groß ist die Seilkraft F_s , wenn die Kugel lediglich am Seil hängt?
- b) Seil und Kugel rotieren mit der Drehzahl n um den Aufhängpunkt des Seiles (sh. Bild). Der Auslenkwinkel α ist als Funktion der gegebenen Größen allgemein anzugeben.
- c) Wie groß ist α bei einer Drehzahl von $n = 101,5\text{ min}^{-1}$?
- d) Wie groß ist die Seilkraft bei dieser Drehzahl?
- e) Wie ändert sich der Auslenkwinkel α bei doppelter Masse m ?



[(a) $F_s = 19,62\text{ N}$ (b) $\alpha = \cos^{-1}[g / (4\pi^2 \cdot l \cdot n^2)]$ (c) $\alpha = 80^\circ$ (d) $F_s = 113\text{ N}$ (e) nicht: „m tritt als Einflussgröße nicht auf“]



3.2 Allgemeine ebene Kräftesysteme

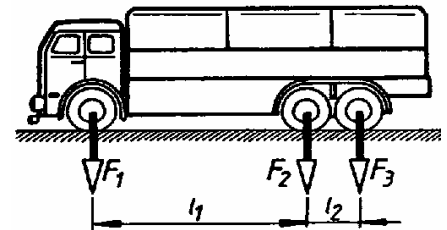
3.2.1 Rechnerische Ermittlung resultierender Kräfte und Momente

(Hinweis: Die graphische Ermittlung („Seileckverfahren“) wurde aus Zeitgründen nicht behandelt)

3.2.1.1 LKW

Die Achslasten eines LKW betragen $F_1 = 50 \text{ kN}$ und $F_2 = F_3 = 52 \text{ kN}$, die Achsabstände $l_1 = 4,7 \text{ m}$ und $l_2 = 1,3 \text{ m}$.

- Wie groß ist die resultierende Kraft F_r (=Gesamtgewichtskraft) und
- welchen Abstand hat ihre Wirkungslinie von der Vorderachsmitte (= Schwerpunktsabstand)?



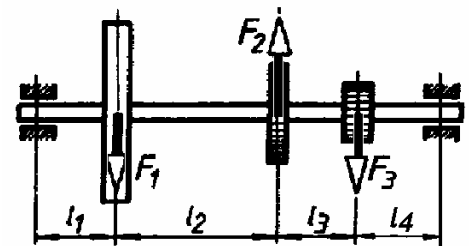
[154 kN, 3,61 m]

3.2.1.2 Welle

Eine Welle wird durch drei parallele Zahn- und Riemenkräfte $F_1 = 500 \text{ N}$, $F_2 = 800 \text{ N}$ und $F_3 = 2100 \text{ N}$ belastet. Die Abstände betragen $l_1 = 150 \text{ mm}$, $l_2 = 300 \text{ mm}$, $l_3 = l_4 = 150 \text{ mm}$.

Gesucht:

- der Betrag der Resultierenden,
- ihr Richtungssinn,
- der Abstand ihrer Wirklinie von der linken Lagermitte.



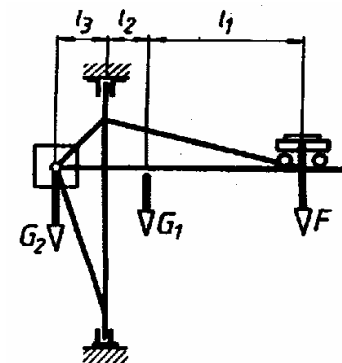
[1800 N, wegen negativem Vorzeichen: senkrecht nach unten, 542 mm]

3.2.1.3 Drehkran

Der skizzierte Drehkran wird mit folgenden Kräften belastet: Höchstlast $F = 10 \text{ kN}$, Eigengewichtskraft $G_1 = 9 \text{ kN}$, Gegengewichtskraft $G_2 = 16 \text{ kN}$. Die Abstände betragen $l_1 = 3,6 \text{ m}$, $l_2 = 0,9 \text{ m}$ und $l_3 = 1,2 \text{ m}$.

Wie groß sind

- der Betrag der Resultierenden der drei Kräfte,
- ihr Abstand l_0 von der Drehachse,
- der Betrag der Resultierenden aus Eigengewichtskraft und Gegengewichtskraft bei unbelastetem Kran,
- ihr Abstand l_0 von der Drehachse?



[35 kN, 969 mm, 25 kN, 444 mm]

3.2.2 Graphische und rechnerische Ermittlung von Gleichgewichtskräften u. -momenten.

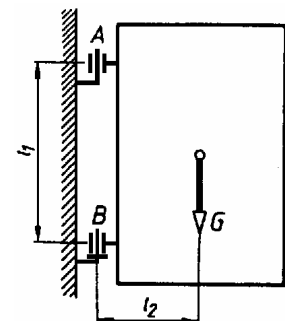
3.2.2.1 Türe

Eine Türe mit der Gewichtskraft $G = 800 \text{ N}$ hängt so in den Stützhaken A und B, dass nur der untere Stützhaken senkrechte Kräfte aufnimmt. Die Abstände betragen $l_1 = 1 \text{ m}$ und $l_2 = 0,6 \text{ m}$.

- Wie liegt die Wirklinie der Stützkraft F_A ?

Wie groß sind

- der Betrag der Stützkraft F_A ,
- der Betrag der Stützkraft F_B ,
- die horizontale Komponente F_{Bx} und die senkrechte Komponente F_{By} der Stützkraft F_B ?



Graphische Überprüfung der Lösung!

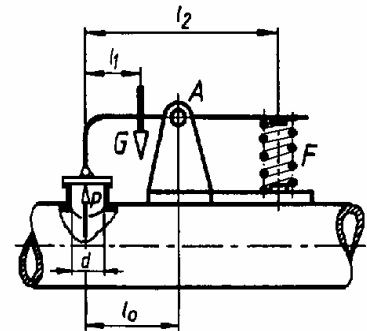
[horizontal, $F_A = 480 \text{ N}$, $F_B = 933 \text{ N}$, $F_{Bx} = 480 \text{ N}$, $F_{By} = 800 \text{ N}$]



3.2.2.2 Sicherheitsklappe

Eine Sicherheitsklappe mit der Eigengewichtskraft $G = 11 \text{ N}$ verschließt durch die Druckkraft $F = 50 \text{ N}$ einer Feder eine Öffnung von $d = 20 \text{ mm}$ lichtigem Durchmesser in einer Druckrohrleitung. Der Hebeldrehpunkt ist so zu legen, dass sich die Klappe bei $p = 6 \text{ bar}$ Überdruck in der Rohrleitung öffnet. Die Abstände betragen $l_1 = 90 \text{ mm}$ und $l_2 = 225 \text{ mm}$.

- Mit welcher Kraft wird der Hebeldrehpunkt A belastet?
- Wie groß muss der Abstand l_0 für den Hebeldrehpunkt A gewählt werden?



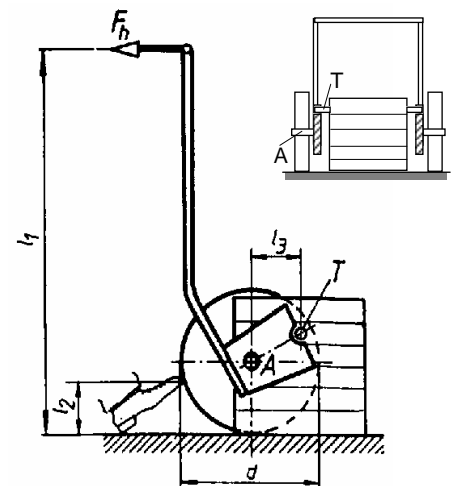
[(a) 227,5 N (b) 45,1 mm]

3.2.2.3 Hubkarren

Mit einem Hubkarren soll eine Transportkiste mit einer Gewichtskraft von $1,25 \text{ kN}$ gehoben werden. Ihr Schwerpunkt liegt senkrecht unter dem Tragzapfen T, die Abmessungen betragen $l_1 = 1,6 \text{ m}$, $l_2 = 0,2 \text{ m}$, $l_3 = 0,21 \text{ m}$ und $d = 0,6 \text{ m}$.

Gesucht (als Kräfte je Seite):

- die erforderliche waagerechte Handkraft F_h ,
- die Belastung der Karrenachse A sowie ihre Komponenten in waagerechter und senkrechter Richtung F_{Ax} und F_{Ay} ,
- die Normalkraft F_N , mit der jedes Rad gegen den Boden drückt,
- die Kraft F , mit der in der Höhe l_2 gegen jedes der beiden Laufäder gedrückt werden muss, damit der Karren nicht wegrollt,
- die Komponenten F_x und F_y der Kraft F .

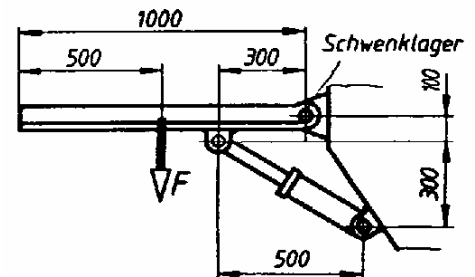


[(a) $F_h=101 \text{ N}$ (b) $F_A=633 \text{ N}$, $F_{Ax}=101 \text{ N}$, $F_{Ay}=625 \text{ N}$ (c) 589 N (d) 107 N (e) $F_x=101 \text{ N}$, $F_y=36 \text{ N}$]

3.2.2.4 Klapptisch

Der Klapptisch einer Blechbiegepresse ist mit der Kraft $F = 12 \text{ kN}$ belastet und wird durch einen Hydraulikzylinder gehoben. Ermitteln Sie für die waagerechte Stellung des Tisches

- die erforderliche Kolbenkraft F_K ,
- den Betrag der Lagerkraft F_S in den Schwenklagern,
- den Winkel, den diese Lagerkraft mit der Waagerechten einschließt.
- Überprüfung des Ergebnisses mit graphischem Verfahren: $m_L=5\text{mm/mm}(z)$ und $m_F=0,25\text{kN/mm}(z)$.



Gesucht:

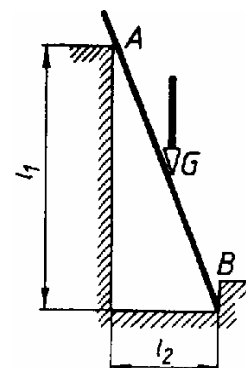
[(a) 25 kN (b) $21,45 \text{ kN}$ (c) $2,29^\circ$]

3.2.2.5 Leiter

Eine Leiter liegt bei A auf einer Mauerkante und ist bei B in einer Vertiefung abgestützt. Die Berührung bei A und B ist reibungsfrei. Auf halber Höhe zwischen A und B steht eine Person mit $G = 800 \text{ N}$ Gewichtskraft, die Gewichtskraft der Leiter bleibt unberücksichtigt. Die Abstände betragen $l_1 = 4 \text{ m}$ und $l_2 = 1,5 \text{ m}$.

Gesucht:

- die Stützkraft F_A und ihre Komponenten F_{Ax} und F_{Ay} (waagrecht und senkrecht),
- die Stützkraft F_B und ihre Komponenten F_{Bx} und F_{By} .
- Überprüfung des Ergebnisses mit graphischem Verfahren: $m_L=0,05\text{m/mm}(z)$ und $m_F=10\text{N/mm}(z)$.



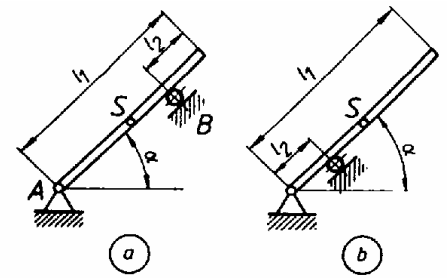
[(a) $F_A=140,4 \text{ N}$, $F_{Ax}=131,5 \text{ N}$, $F_{Ay}=49,3 \text{ N}$ (b) $F_B=762,1 \text{ N}$, $F_{Bx}=131,5 \text{ N}$, $F_{By}=750,7 \text{ N}$]



3.2.2.6 Platte

Eine Platte von $l_1 = 2$ m Länge und 2,5 kN Gewichtskraft ist bei A schwenkbar gelagert und liegt unter $\alpha = 45^\circ$ geneigt im Punkte B auf einer Rolle frei auf. Der Abstand l_2 beträgt 0,5 m.

Ermitteln Sie für die Rollenarrangierungen (a) und (b) die Kräfte in den Punkten A und B und die Winkel α_A und α_B zwischen den Wirklinien von F_A bzw. F_B zur Waagrechteten.



Graphische Überprüfung der Lösungen (in einem Bild)!

[(a) $F_A=1,86$ kN, $F_B=1,18$ kN, $\alpha_A=63,4^\circ$, $\alpha_B=45^\circ$ (b) $F_A=2,5$ kN, $F_B=3,54$ kN, $\alpha_A=0^\circ$, $\alpha_B=45^\circ$]

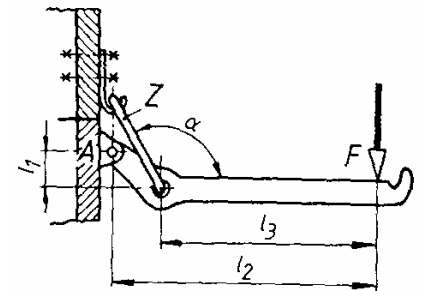
3.2.2.7 Spannhebel

Ein Spannhebel-Kistenverschluss wird in der gezeichneten Stellung mit der Kraft $F = 60$ N geschlossen. Die Abmessungen des Verschlusses betragen

$l_1=10$ mm, $l_2=80$ mm, $l_3=65$ mm, der Winkel $\alpha = 120^\circ$.

Welche Kräfte treten auf

- a) in der Zugöse Z und
- b) im Lager A?
- c) Überprüfung und Diskussion des Ergebnisses mit graphischem Verfahren (z.B.: $m_L=1$ mm/mm(z) und $m_F=4$ N/mm(z)).



[(a) 600N, (b) 550N]

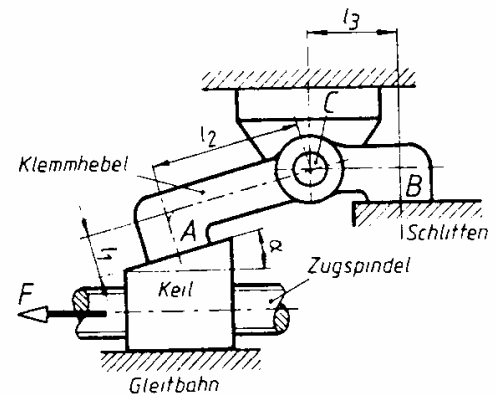
Graphische Überprüfung der Lösung!

3.2.2.8 Klemmvorrichtung

Die Klemmvorrichtung für einen Werkzeugschlitten besteht aus Zugspindel, Spannkeil und Klemmhebel. Die Zugspindel wird mit der Zugkraft $F = 200$ N betätigt. Die Abmessungen des Klemmhebels betragen $l_1 = 10$ mm, $l_2 = 35$ mm, $l_3 = 20$ mm, $\alpha = 15^\circ$.

Ermitteln Sie für reibungsfreien Betrieb

- a) die Normalkraft F_N zwischen Keil und Gleitbahn,
- b) die auf die Fläche A des Klemmhebels wirkende Kraft,
- c) die Kraft, mit welcher der Schlitten durch die Fläche B festgeklemmt wird,
- d) die im Klemmhebellager C auftretende Kraft,
- e) die waagerechte und die senkrechte Komponente F_{Cx} , und F_{Cy} der Kraft F_C .



[(a) 746N (b):772 N (c) 1351N (d) 2107N (e) $F_{Cx} = 200$ N, $F_{Cy} = 2097$ N]

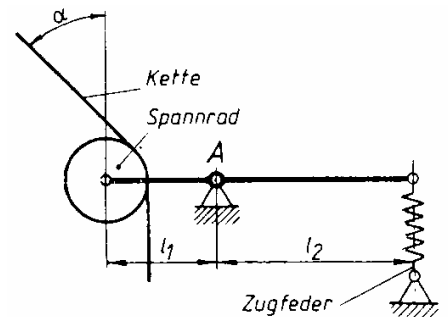
3.2.2.9 Kettenspannvorrichtung

Die Zugfeder einer Kettenspannvorrichtung soll in der Kette eine Spannkraft von 120 N erzeugen. Die Abmessungen betragen $l_1 = 50$ mm, $l_2 = 85$ mm und

$\alpha = 45^\circ$.

Wie groß sind

- a) die erforderliche Federkraft F_2 ,
- b) die Belastung des Lagers A,
- c) die Komponenten F_{Ax} (waagrecht) und F_{Ay} (senkrecht) der Kraft F_A ?



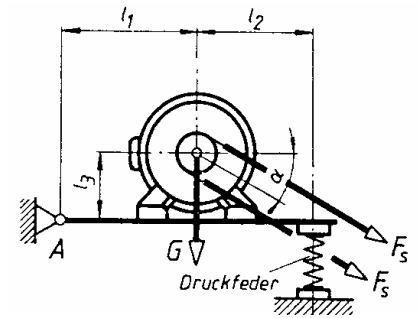
[(a) 20,7N (b) 102N (c) $F_{Ax}=85$ N, $F_{Ay}=56$ N]



3.2.2.10 Schwinde

Ein Elektromotor mit der Gewichtskraft $G = 300 \text{ N}$ ist auf einer Schwinde befestigt. Die Druckfeder soll bei waagerechter Schwingenstellung im stillstehenden Riemen die Spannkräfte $F_S = 200 \text{ N}$ erzeugen. Die Abmessungen betragen $l_1 = 0,35 \text{ m}$, $l_2 = 0,3 \text{ m}$, $l_3 = 0,17 \text{ m}$, der Winkel $\alpha = 30^\circ$.

- a) Welche Druckkraft F_d muss die Feder aufbringen?
- b) Wie groß ist der Betrag der Lagerkraft F_A ?
- c) Unter welchem Winkel zur Waagerechten wirkt die Kraft F_A ?



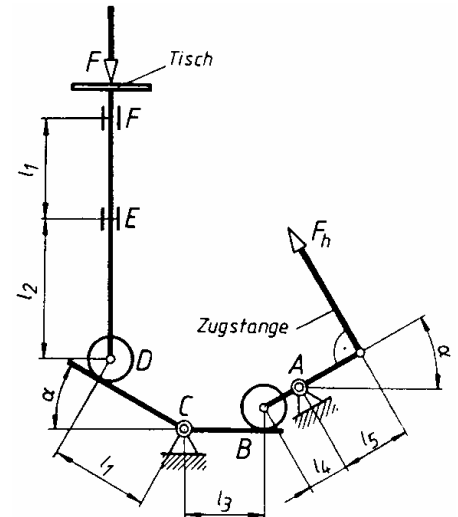
[(a) 360N (b) 374N (c) 22°]

3.2.2.11 Hebelanordnung

Mit Hilfe der skizzierten Hebelanordnung wird durch Betätigung der Zugstange der mit der Kraft F belastete Tisch angehoben. Dabei treten die Lagerkräfte F_A und F_C , die Führungskräfte F_E und F_F und die Kräfte F_D und F_B an den Rollen auf. Reibungskräfte werden vernachlässigt. Die Abmessungen betragen $l_1 = 50 \text{ mm}$, $l_2 = 70 \text{ mm}$, $l_3 = 40 \text{ mm}$, $l_4 = 20 \text{ mm}$, $l_5 = 35 \text{ mm}$, der Winkel $\alpha = 30^\circ$.

Ermitteln Sie alle oben aufgeführten Kräfte, wenn

- a) die Belastung $F = 250 \text{ N}$ beträgt
- b) die Zugstangenkraft $F_h = 75 \text{ N}$ beträgt.



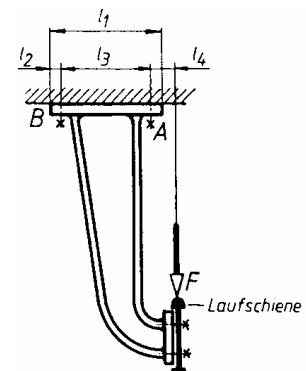
[(a) $F_A=523\text{N}$, $F_B=361\text{N}$, $F_C=628\text{N}$, $F_D=289\text{N}$, $F_E=346\text{N}$, $F_F=202\text{N}$, $F_h=179\text{N}$]
 [(b) $F_A=220\text{N}$, $F_B=152\text{N}$, $F_C=264\text{N}$, $F_D=121\text{N}$, $F_E=146\text{N}$, $F_F=85\text{N}$, $F=105\text{N}$]

3.2.2.12 Laufschiene

Die Laufschiene einer Hängebahn ist nach Skizze an Hängeschuhen befestigt, von denen jeder die senkrechte Höchstlast $F = 14 \text{ kN}$ aufzunehmen hat. Die Abstände betragen $l_1 = 310 \text{ mm}$, $l_2 = 30 \text{ mm}$, $l_3 = 250 \text{ mm}$ und $l_4 = 70 \text{ mm}$.

Ermitteln Sie unter der Annahme, dass die linke Befestigungsschraube infolge zu losen Anziehens überhaupt nicht mitträgt

- a) die Zugkraft F_A , welche die rechte Befestigungsschraube aufzunehmen hat,
- b) die Kraft F_B , mit der die linke Fußkante des Hängeschuhes gegen die Stützfläche drückt.



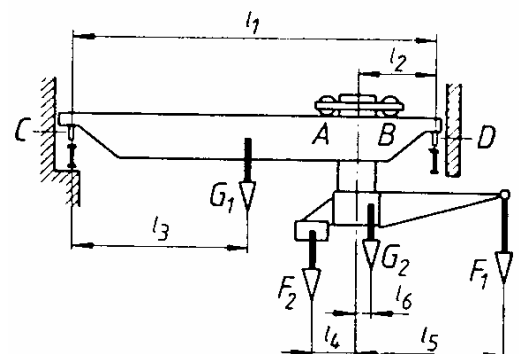
[(a) 17,5kN (b) 3,5kN]

3.2.2.13 Laufdrehkran

Der skizzierte Laufdrehkran trägt an seinem Drehausleger die Nutzlast $F_1 = 60 \text{ kN}$ und die Ausgleichslast $F_2 = 96 \text{ kN}$. Die Gewichtskraft der Kranbrücke beträgt $G_1 = 97 \text{ kN}$, die Gewichtskraft der Drehlaufkatze mit Ausleger $G_2 = 40 \text{ kN}$. Die Abmessungen betragen $l_1 = 11,2 \text{ m}$, $l_2 = 2,2 \text{ m}$, $l_3 = 5,6 \text{ m}$, $l_4 = 1,3 \text{ m}$, $l_5 = 4,2 \text{ m}$ und $l_6 = 0,4 \text{ m}$.

Gesucht:

- a) die Achskräfte F_A und F_B der Drehlaufkatze bei 2,2 m Radstand,
- b) die Stützkräfte F_C und F_D an den Fahrrädern der Kranbrücke.
- c) die Stützkräfte F_A , F_B , F_C , F_D wenn der Drehausleger unbelastet und um 180° gedreht ist.



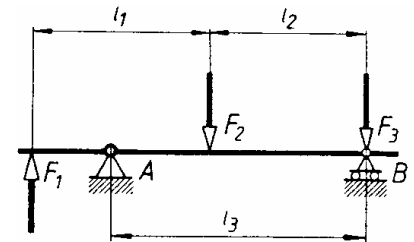
[(a) $F_A=32,9\text{kN}$, $F_B=163\text{kN}$ (b) $F_C=74,2\text{kN}$, $F_D=219\text{kN}$ (c) $F_A=18,6 \text{ kN}$, $F_B=118 \text{ kN}$, $F_C=65,5\text{kN}$, $F_D=168\text{kN}$]



3.2.2.14 Kragträger

Der Kragträger nimmt die Kräfte $F_1 = 15 \text{ kN}$, $F_2 = 20 \text{ kN}$ und $F_3 = 12 \text{ kN}$ auf. Die Abstände betragen $l_1 = 2,3 \text{ m}$, $l_2 = 2 \text{ m}$ und $l_3 = 3,2 \text{ m}$.

Wie groß sind die Stützkkräfte F_A und F_B ?



[$F_A = -7,7 \text{ kN}$, $F_B = 24,7 \text{ kN}$]

3.2.2.15 Weitere Aufgaben zur Statik aus alten Klausuren

Sie sollten so früh wie möglich mit der Bearbeitung alter Klausuren beginnen! In der Wi-Community befinden sich viele Klausuren mit teilweise sehr ausführlichen Musterlösungen. Die theoretischen Grundlagen zur Bearbeitung der nachfolgend aufgeführten Aufgaben (Auswahl) sind Ihnen bekannt – jetzt hilft nur noch so lange zu üben, bis der Stoff sitzt...

- S05 Teil 1 Aufgabe 1 „Gerüst / Bühne“ und Aufgabe 3 „Partystehtisch“
- S05 Teil 2.1 Aufgabe „Hydraulikbagger“
- W04 Teil 2.1 Aufgabe 1 „Lagerhalle“ und Aufgabe 2 „Lüftungsklappe“
- S04 Teil 2.1 Aufgabe „Fahrwerk eines Flugzeugs“
- S03 Teil 2 Aufgabe 1 „Kabine einer Seilbahn“ und Aufgabe 2 „PKW auf Bergstraße“
- W02 Teil 1 Aufgabe 2 „Statisches Gleichgewicht?“ und Aufgabe 4 „Karre“
- W02 Teil 2 Aufgabe 1 „Schlepplift a) bis d)“ und Aufgabe 2 „Riemenspannvorrichtung“
- S02 Teil 2 Aufgaben „Baugerüst“, „Waage“, „Balken“, „Spezialschraubzwinde a) bis f)

4 Räumliche Kräftesysteme [Übungsbeispiel in der Vorlesung]

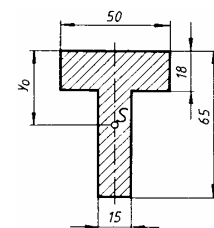
5 Schwerpunktslehre

5.1 Körperschwerpunkt [Übungsbeispiel in der Vorlesung]

5.2 Flächenschwerpunkt

5.2.1 T-Profil

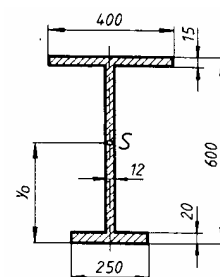
Ermitteln Sie den Schwerpunktsabstand y_0 , von der oberen Kante des T-Profiles.



[$y_0 = 23,3 \text{ mm}$]

5.2.2 I-Profil

Wie weit ist der Schwerpunkt des unsymmetrischen I-Profiles von der Profilunterkante entfernt?

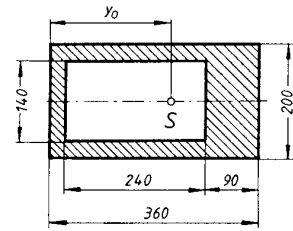


[$y_0 = 318 \text{ mm}$]



5.2.3 Maschinenständer

Ein biegebeanspruchter Maschinenständer hat den nebenstehenden Querschnitt. Ermitteln Sie den Schwerpunktsabstand y , von der Querschnittsunterkante.



$[y_0=206\text{mm}]$

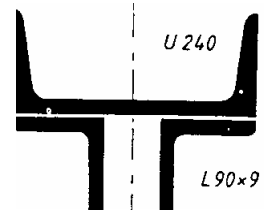
5.2.4 Stahlträger

Für den zusammengesetzten Stahlträger soll die Lage des Gesamtschwerpunktes ermittelt werden.

- Wie weit ist der Schwerpunkt von der Stegaußenkante des U 240*) entfernt?
- Liegt er oberhalb oder unterhalb der Stegaußenkante?

⇒ Trägerdaten siehe Hinweis bei Aufgabe „Stegblech“

$[(a) 2,1\text{mm} \quad (b) \text{ oberhalb }]$



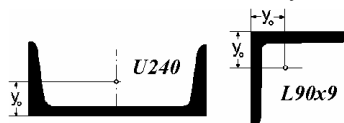
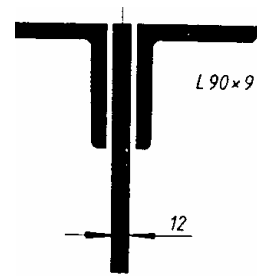
5.2.5 Stegblech

Ein Stegblech von 200 mm Höhe und 12 mm Dicke ist mit zwei L-Schienen L 90 x 9*) zu einem Biegeträger vernietet. Ermitteln Sie den Abstand des Gesamtschwerpunktes von der Oberkante des Trägers.

$[58\text{mm}]$

*)Hinweis: Querschnittsflächen und Schwerpunktabstände genormter Stahlprofile sind den einschlägigen technischen Nachschlagewerken zu entnehmen:

(U 240: $y_0 = 2,23 \text{ cm}$, $A = 42,3 \text{ cm}^2$; L 90x9: $y_0 = 2,54 \text{ cm}$, $A = 15,5 \text{ cm}^2$)

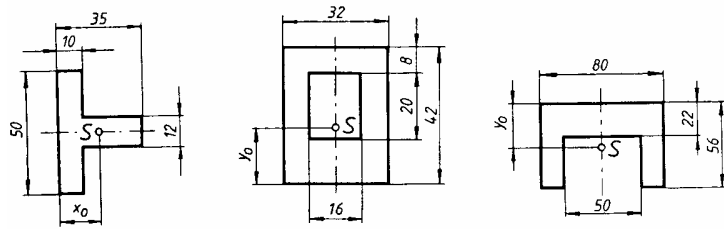




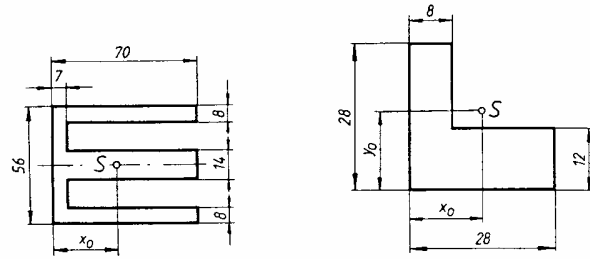
5.3 Linienschwerpunkt

5.3.1 Gestanzte Blechteile

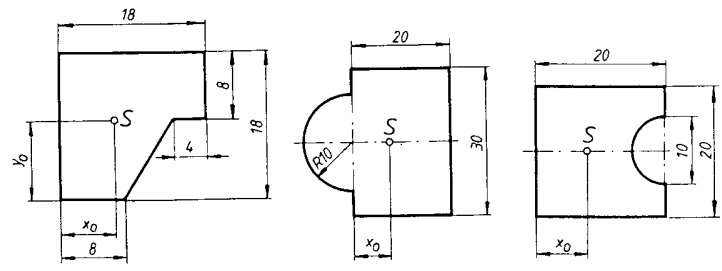
Im Bild rechts sind Blechteile skizziert, die aus Tafeln oder Bändern ausgestanzt werden sollen. Beim Stanzen werden die Teile längs ihrer Außenkante aus der Tafel abgesichert. Die Abscherkraft verteilt sich dabei gleichmäßig auf den gesamten Umfang des Stanzteiles. Die resultierende Schnittkraft wirkt also im Schwerpunkt des Umfanges (Linienschwerpunkt). Sollen Biegekräfte auf den Stempel des Stanzwerkzeuges vermieden werden, dann muss die Stempelachse - z.B. die Hydraulikzylinderachse - durch den Linienschwerpunkt des Schnittkantenumfanges gehen.



1 2 3



4 5



6 7 8

- 1: $x_0 = 11,9 \text{ mm}$
- 2: $y_0 = 22 \text{ mm}$
- 3: $y_0 = 25,2 \text{ mm}$
- 4: $x_0 = 33,5 \text{ mm}$
- 5: $x_0 = y_0 = 11,1 \text{ mm}$
- 6: $x_0 = 7,8 \text{ mm}, y_0 = 10,3 \text{ mm}$
- 7: $x_0 = 7,2 \text{ mm}$
- 8: $x_0 = 10,1 \text{ mm}$

6 Reibung und Standfestigkeit

6.1 Wasserbehälter auf geneigter Unterlage (aus Klausur W00)

Ein zylindrischer Glasbehälter mit dem Durchmesser $d=180\text{mm}$ wird mit Wasser gefüllt, bis die Füllhöhe $h=300\text{mm}$ beträgt (siehe Abb.1).

a) Es ist zu überprüfen, ob die Auflagefläche anschließend um $\alpha=30^\circ$ zur Horizontalen geneigt werden kann (siehe Abb.2), ohne dass der Behälter (samt Inhalt) kippt! Das Eigengewicht des Behälters ist vernachlässigbar, die Auflage sei rutschfest.

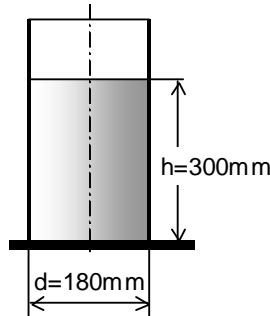


Abbildung 1

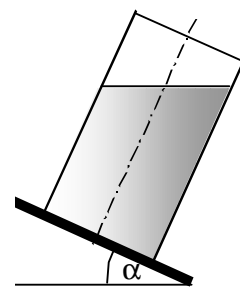
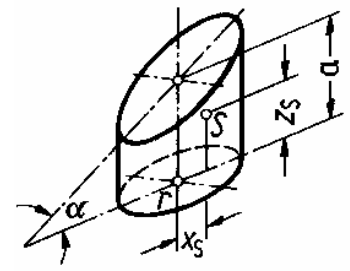


Abbildung 2



$$x_s = r^2 \cdot \tan \alpha / (4a)$$

$$z_s = a/2 + r^2 \cdot \tan^2 \alpha / (8a)$$

Abbildung 3

[Behälter kippt]

b) Bei welchem Neigungswinkel α fängt der Glasbehälter zu rutschen an, wenn die Haftreibungszahl zwischen Glas und Unterlage $\mu_0=0,3$ beträgt?

[$\alpha=16,7^\circ$]

Hinweis:

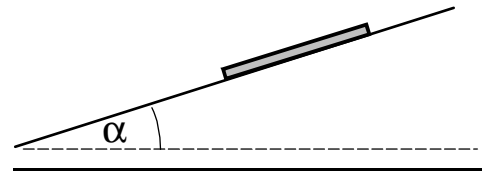
Die Schwerpunktlage eines abgeschrägten Kreiszylinders kann einer Formelsammlung entnommen werden (siehe Abb.3).



6.2 Holzlatte

Eine Holzlatte (Gewichtskraft F_G), die auf einer schiefen Ebene ruht (Neigungswinkel α) ist freizumachen. Sämtliche Berührungspunkte, WL soweit bekannt und Kräfte sind einzutragen. Kraftkomponenten nur falls unbedingt erforderlich verwenden!

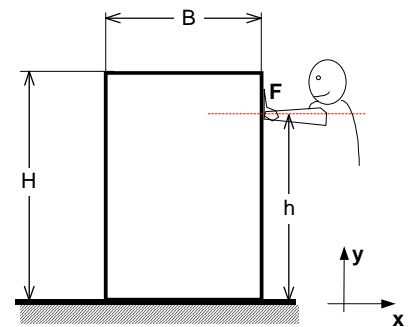
- Es soll der maximal mögliche Neigungswinkel α bestimmt werden, so dass die Latte gerade noch nicht wegrutscht. Haftreibungszahl $\mu_0 = 0,7$.
- Hängt α von dem Gewicht der Latte ab? (Begründung!)



[(a) 35° (b) nein: „ F_G tritt als Einflussgröße nicht auf“ oder „ F_G kürzt sich heraus“]

6.3 Kiste

- Die Kiste ist freizumachen unter der Annahme, dass die Handkraft F zunächst noch sehr klein ist.
- Die wirksamen Kräftepaare sind zu benennen. Formulieren Sie das Momentengleichgewicht: $M_{\text{linksdrehend}} = M_{\text{rechtsdrehend}}$ ↪ Erkenntnis bezüglich der Lage der WL der Normalkraft F_N ?
- Die Kiste ist freizumachen unter der Annahme, dass F groß ist, die Kiste aber noch nicht kippt.
- Der Abstand a der WL der Normalkraft F_N von der Kistenvorderkante (=Kippkante) ist zunächst allgemein als Funktion der relevanten Einflussgrößen anzugeben und anschließend für $F=400\text{ N}$ und $h=1,2\text{ m}$ beispielhaft zu berechnen.
- Welche Kraft F_{max} ist erforderlich, damit die Kiste rutscht?
- Rutscht oder kippt die Kiste bei F_{max} und $h=1,2\text{ m}$?
- Ab welcher Schubhöhe h kippt die Kiste grundsätzlich?
- Lösen Sie Aufgabe (g) auch einfach und anschaulich(!) graphisch: $m_L=2\text{ cm/mm}(z)$.



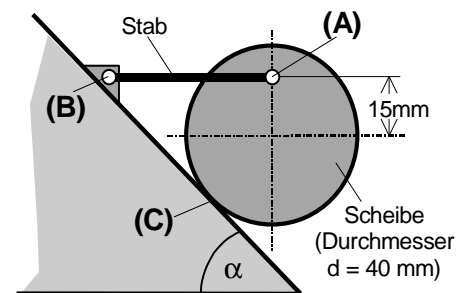
Gegeben:
 $F_G = 1500\text{ N}$ (Kiste)
 $H = 2\text{ m}$
 $B = 1,2\text{ m}$
 $\mu_0 = 0,4$ (Haftreibungszahl)

[(d) $a=B/2 - F \cdot h / F_G$, $a=0,28\text{ m}$ (e) $F_{\text{max}}=600\text{ N}$ (f) $a=0,12\text{ m} > 0$ ↪ Kiste rutscht (g) $h = 1,5\text{ m}$]

6.4 Scheibe auf schiefer Ebene (aus Klausur W96)

Eine Scheibe vom Gewicht $F_G = 60\text{ N}$ ist mit einem waagrechten Gelenkstab (dessen Gewicht vernachlässigbar ist) befestigt und ruht reibschlüssig auf einer schiefen Ebene von 45° Neigung.

- Machen Sie die Einzelteile dieser Anordnung jeweils für sich frei (Scheibe, Stab, schiefe Ebene). Alle wirksamen äußeren Kräfte und deren Wirkungslinien sind einzutragen (incl. Reibkraft!).
- Geben Sie die Wertigkeit der Lagerstellen A, B und C an (Begründen Sie Ihre Aussage bezüglich Lagerstelle C).
- Wie viel wertig ist die Scheibe gelagert?
- Berechnen Sie die Kraft F_S im Stab.
- Wie groß muss der Haftreibungskoeffizient μ_0 am Berührungspunkt C mindestens sein, damit die Scheibe auf der schiefen Ebene nicht 'wegrutscht'? (rechnerische Lösung)
- Überprüfen Sie Ihre Rechnung durch maßstäbliche Zeichnung des Kräftecks mit $m_F = 1\text{ N/mm}(z)$.
- Zusatz als Übung: Lösen Sie die Aufgabe graphisch mittels 4-Kräfteverfahren.



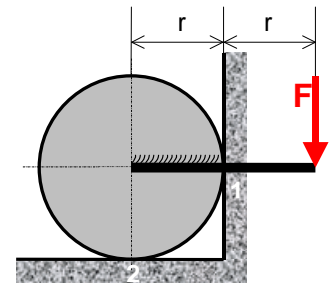
[(b) jedes für sich zweiwertig (c) 3-wertig (so wie es sich gehört): Der Stab ist **für die Scheibenlagerung** ein einwertiges Lager! (d) $F_S=29,1\text{ N}$ (e) $\mu_0 \geq 0,35$]



6.5 Scheibe an einer Wand

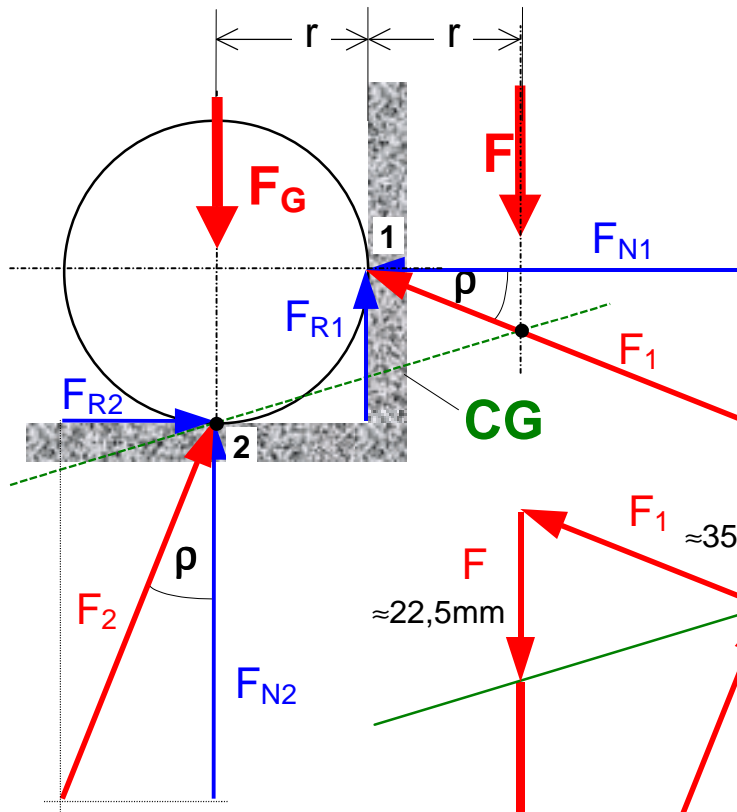
Eine schwere Scheibe mit angeschweißtem Hebel lehnt an Wand und Boden einer Werkhalle. Haftreibungszahl jeweils $\mu_0 = 0,4$.

- Geben Sie für den Fall, dass sich die Scheibe gerade noch nicht bewegt die Kraft F als Funktion von der Gewichtskraft F_G an.
- Wie groß muss die Kraft F mindestens sein, damit sich die Scheibe ($F_G = 70\text{ N}$) zu drehen beginnt?
- Wie groß sind die Berührkräfte F_1 und F_2 an Wand und Boden?
- Die Aufgabe b) ist (einfacher?!) graphisch zu lösen.



[(a) $F=0,318 \cdot F_G$ (b) $F=22,3\text{ N}$ (c) $F_1=34,3\text{ N}$, $F_2=85,7\text{ N}$]

Lösung „Culmann“:

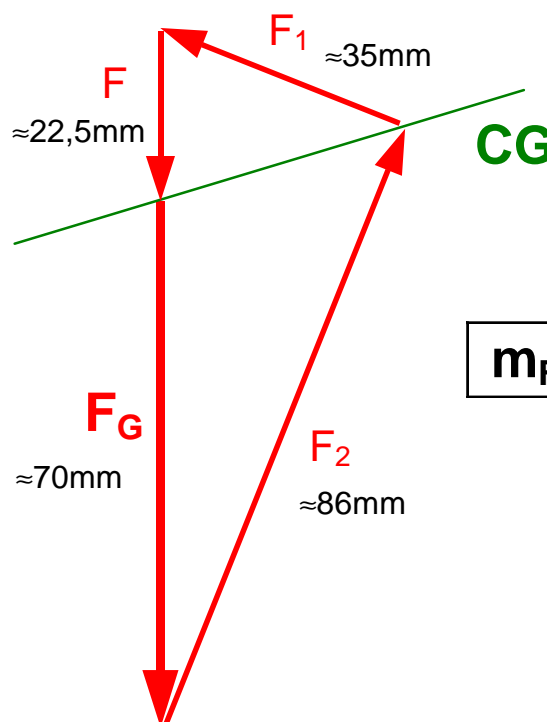


Hinweis:

$$\frac{F_R}{F_N} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \text{ etc.}$$

oder

$$\mu = \frac{F_R}{F_N} = \tan \rho \quad \rho = 21,8^\circ$$



$m_F = 1\text{ N/mm}$



7 Ebene Fachwerke

7.1 Kran in Fachwerkbauweise (aus Klausur S04; Musterlösung siehe Wi-Community)

Es sind die Stabkräfte DE, DG und HG zu berechnen, wenn ein Traktor entsprechend **Bild 1** am Kran hängt.

[$F_{DE}=16 \text{ kN}$, $F_{DG}=33,9 \text{ kN}$, $F_{HG}=-40 \text{ kN}$: Druckstab!]

