

Estática

10

Momentos de Inercia



Objetivos

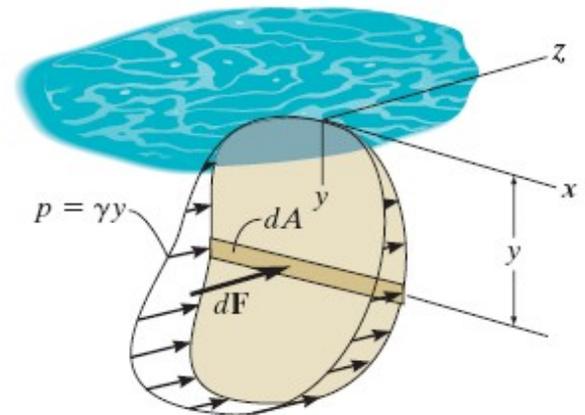
- Método para determinar el momento de inercia de un área
- Introducir el producto de inercia y cómo determinar el máx y mín momentos de inercia para un área
- Momento de inercia de una distribución de masas

Índice

1. Definición de Momentos de Inercia para Áreas
2. Teorema del eje-paralelo
3. Radio de giro de un área
4. Momentos of Inercia para Áreas compuestas
5. Producto de Inercia para un Área
6. Momento de Inercia para un Área
7. Círculo de Mohr para Momentos de Inercia
8. Momentos de inercia de una distribución de masas

10.1 Momentos de Inercia para Áreas

- El Centroide de un área se determina por el primer momento de un área respecto a un eje
- El segundo momento de un área respecto a un eje se conoce como momento de inercia
- El Momento de Inercia se origina siempre que uno relaciona la fuerza normal o la presión (fuerza por unidad de área con el momento)



10.1 Momentos de Inercia para Áreas

Momento de Inercia

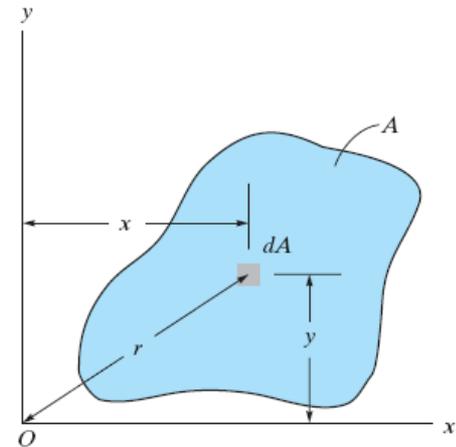
- Consideremos el área A en el plano x - y
- Por definición, el momento de inercia del elemento de área dA respecto a los ejes x , y resulta

$$dI_x = y^2 dA \quad dI_y = x^2 dA$$

- Para el área completa, los momentos de inercia son

$$I_x = \int y^2 dA$$

$$I_y = \int x^2 dA$$



10.1 Momentos de Inercia para Áreas

Momento de Inercia

- También podemos tomar el segundo momento de dA respecto al “polo” O o eje z
- Esto se conoce como el momento polar de inercia

$$dJ_O = r^2 dA$$

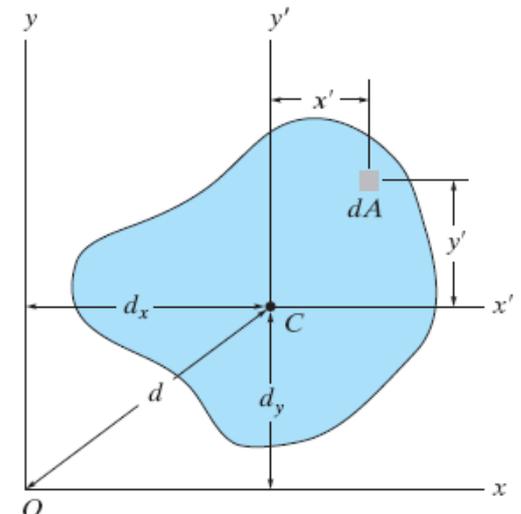
siendo r la distancia perpendicular desde el polo (eje z) al elemento dA

- El momento polar de inercia para todo el área resulta

$$J_O = \int r^2 dA = I_x + I_y$$

10.2 Teorema del eje paralelo para un área

- Conocido el momento de inercia de un área respecto a un eje que pasa por su centroide, determine el momento de inercia respecto a un eje paralelo.
- Consideremos el momento de inercia del área
- Un elemento diferencial dA se localiza a una distancia arbitraria y' respecto al eje x' del centroide



10.2 Teorema del eje paralelo para un área

- La distancia fija entre el eje x paralelo a x' es d_y
- El momento de inercia de dA respecto al eje x

$$dI_x = (y' + d_y)^2 dA$$

- Para el área completa

$$I_x = \int (y' + d_y)^2 dA$$

$$\int y'^2 dA + 2d_y \int y' dA + d_y^2 \int dA$$

- La primera integral representa el momento de inercia del área respecto al eje centroidal



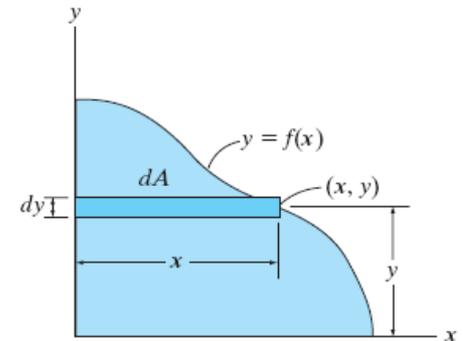
10.3 Radio de Giro de un Área

- El radio de giro de un área plana tiene unidades de longitud y es una cantidad que se usa para diseñar columnas
- Se define como

$$k_x = \sqrt{\frac{I_x}{A}} \quad k_y = \sqrt{\frac{I_y}{A}} \quad k_z = \sqrt{\frac{J_O}{A}}$$

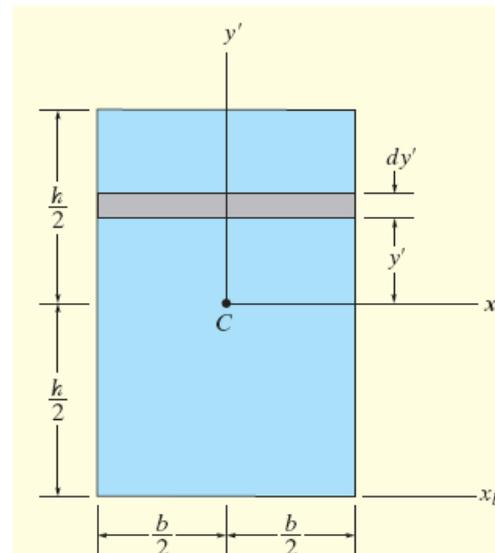
- Estas expresiones son a la expresión del momento de inercia de un elemento de área respecto a un eje

$$I_x = k_x^2 A \quad dI_x = y^2 dA$$



Ejemplo

Determine el momento de inercia para el área rectangular respecto a: (a) el eje x centroidal, (b) el eje x_b que pasa a través de la base del rectángulo, y (c) el polo o eje z' perpendicular al plano x' - y' plane y que pasa por el centroide C .



Solución

Parte (a)

Elemento diferencial, distancia y' desde el eje x' .

Como $dA = b \, dy'$,

$$\bar{I}_x = \int y'^2 \, dA = \int y'^2 (b \, dy') = \int y'^2 \, dy = \frac{1}{12} bh^3$$

Parte (b)

Aplicando el teorema del eje paralelo,

$$I_{x_b} = \bar{I}_x + Ad^2 = \frac{1}{12} bh^3 + bh \left(\frac{h}{2} \right)^2 = \frac{1}{3} bh^3$$

Solución

Parte (c)

Para el momento polar de inercia respecto al punto C,

$$\bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}hb^3$$

$$J_C = \bar{I}_x + \bar{I}_{y'} = \frac{1}{12}bh(h^2 + b^2)$$

10.4 Momentos de Inercia para áreas compuestas

- Un área compuesta consiste de una serie de partes simples conectadas
- El Momento de inercia del área compuesta = suma algebraica de los momentos de inercia de todas sus partes

Procedimiento de análisis

Partes

- Dividir el área en partes y localizar el centroide de cada parte respecto al eje de referencia dado

Teorema del eje paralelo

- Determinar el momento de inercia de cada parte respecto a sus ejes centroidales

10.4 Momentos de Inercia para áreas compuestas

Procedimiento de análisis

Teorema del eje paralelo

- Cuando el eje centroidal no coincide con el eje de referencia, se usa el teorema del eje paralelo

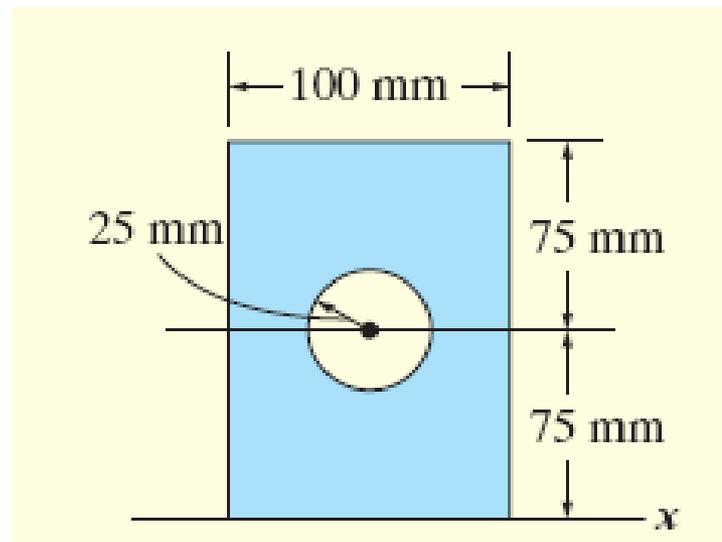
Suma

- Momento de inercia total resulta de sumar los momentos de inercia de sus partes



Ejemplo

Calcule el momento de inercia respecto al eje x .

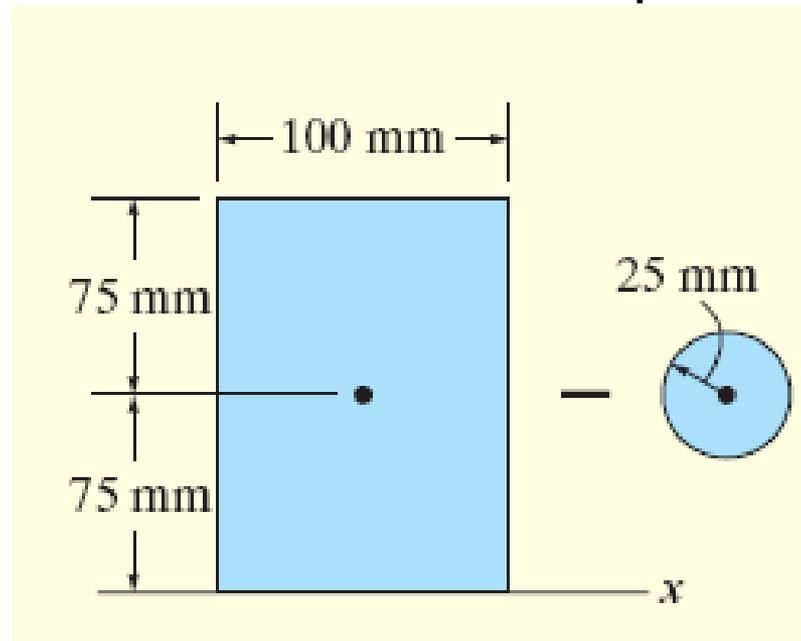


Solución

Partes

El área compuesta se obtiene sustrayendo el círculo del rectángulo.

Localizamos el centroide de cada parte según se muestra.



Solución

Teorema de eje paralelo

Círculo

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2$$

$$\frac{1}{4} \pi (25)^4 + \pi (25)^2 (75)^2 = 11.4 (10^6) \text{ mm}^4$$

Rectángulo

$$I_x = \bar{I}_{x'} + Ad_y^2$$

$$\frac{1}{12} (100)(150)^3 + (100)(150)(75)^2 = 112.5 (10^6) \text{ mm}^4$$

Solución

Suma

El momento de inercia del área compuesta resulta,

$$I_x = -11.4(10^6) + 112.5(10^6) \\ 101(10^6) \text{ mm}^4$$

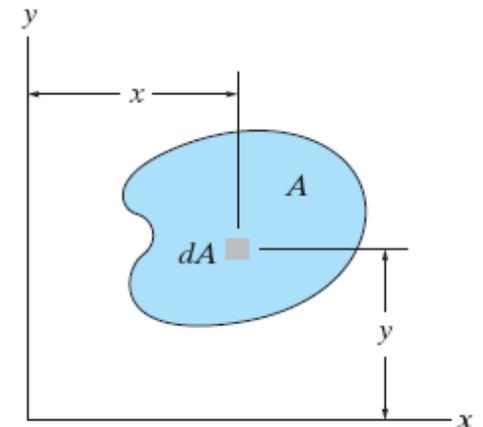
10.5 Producto de Inercia para un Área

- El Momento de inercia de un área es diferente para cada eje respecto al que se calcula
- Calcularemos el producto de inercia para el área además de los momentos de inercia respecto a los ejes x , y dados
- El Producto de inercia para un elemento de área dA localizado en el punto (x, y) se define como

$$dI_{xy} = xydA$$

- Y resulta para el total

$$I_{xy} = \int xydA$$



10.5 Producto de Inercia para un Área

Parallel Axis Teorema de eje paralelo

- El producto de inercia de dA respecto a los ejes x, y

$$dI_{xy} = \int (x' + d_x)(y' + d_y) dA$$

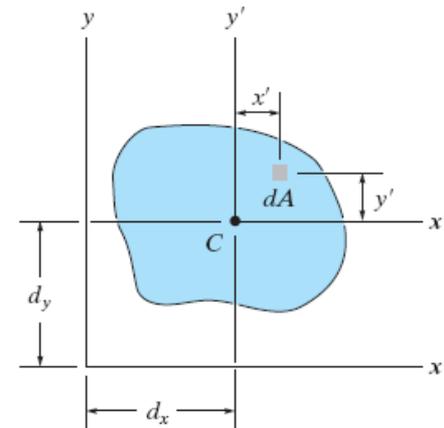
- Para el área total,

$$dI_{xy} = \int (x' + d_x)(y' + d_y) dA$$

$$\int x'y'dA + d_x \int y' dA + d_y \int x' dA + d_x d_y \int dA$$

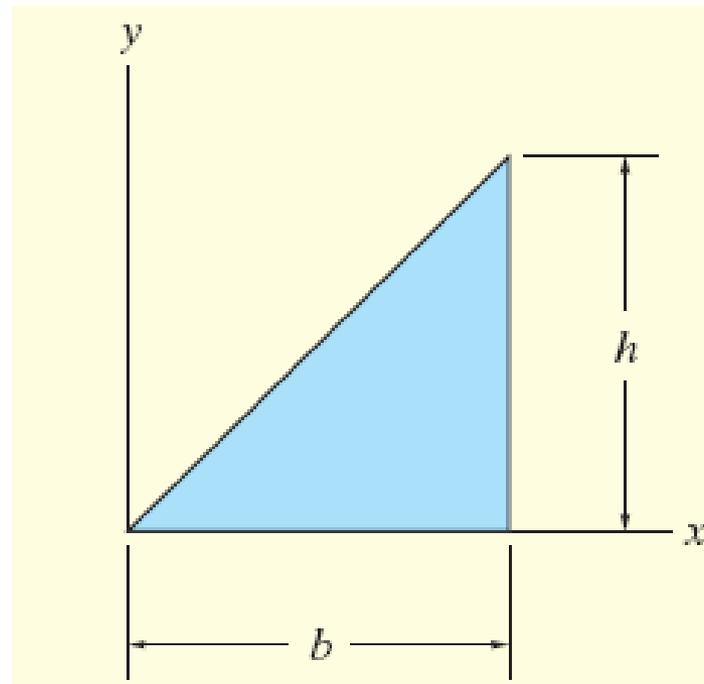
- La cuarta integral representa el área total A ,

$$I_{xy} = \bar{I}_{x'y'} + Ad_x d_y$$



Ejemplo

Determine el producto de inercia I_{xy} del triángulo.

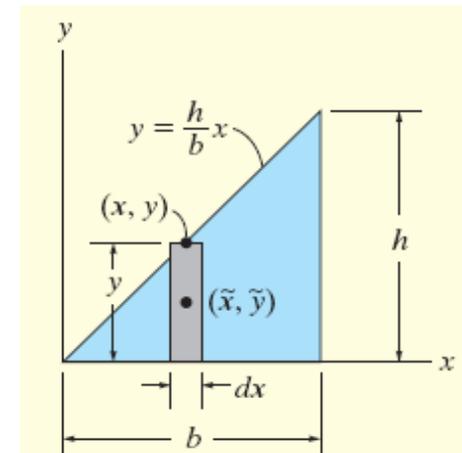


Solución

El elemento diferencial tiene un grosor de dx y de área $dA = y dx$. Usando el teorema del eje paralelo,

$$dI_{xy} = dI_{x'y'} + dA \{ \tilde{x} \tilde{y} \}$$

(\tilde{x}, \tilde{y}) localiza el centroide del elemento con origen el de los ejes x' , y'



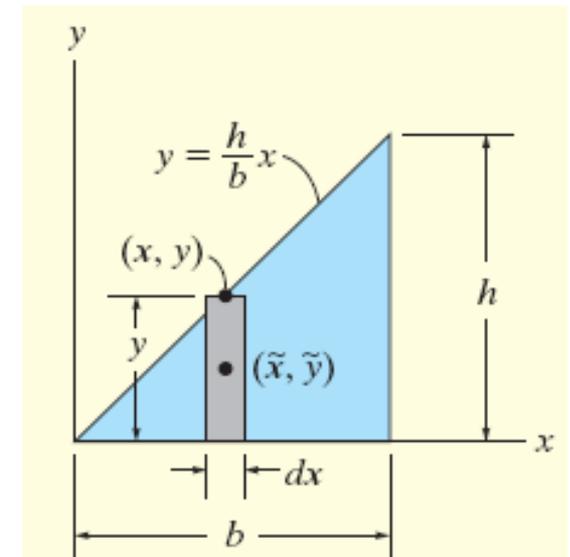
Solución 1

Por simetría, $dI_{x'y'} = 0$ $\tilde{x} = x$ $\tilde{y} = y/2$

$$dI_{xy} = 0 + (y dx) x \left(\frac{y}{2} \right) = \left(\frac{h}{b} x dx \right) x \left(\frac{h}{2b} x \right) = \frac{h^2}{2b^2} x^3 dx$$

Integrando resulta

$$I_{xy} = \frac{h^2}{2b^2} \int x^3 dx = \frac{b^2 h^2}{8}$$



Solución 2

El elemento diferencial tiene un grosor dy , y de área

$$dA = (b - x) dy.$$

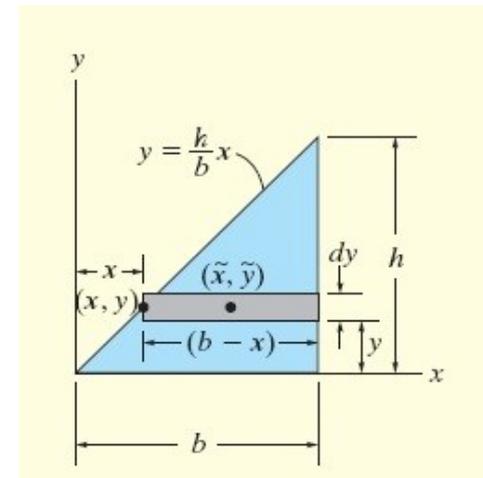
Para el centroide,

$$\tilde{x} = x + (b - x)/2 = (b + x)/2, \tilde{y} = y$$

Para el producto de inercia del elemento

$$dI_{xy} = d\tilde{I}_{xy} + dA \{ \tilde{x} \tilde{y} = 0 + (b - x) dy \left(\frac{b + x}{2} \right) y$$

$$i = \left(b - \frac{b}{h} y \right) dy \left[\frac{b + (b/h) y}{2} \right] y = \frac{1}{2} y \left(b^2 - \frac{b^2}{h^2} y^2 \right) dy \quad \ddot{i}$$



10.6 Momentos de Inercia respecto a ejes inclinados

- Es necesario a veces calcular I_u , I_v e I_{uv} para un área respecto a un sistema de ejes inclinados u , v conocidos los valores de θ , I_x , I_y e I_{xy}
- Usamos ecuaciones de transformación que relacionan los ejes x , y con los u , v

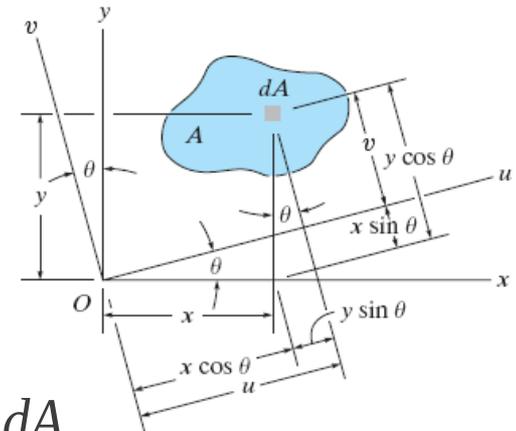
$$u = x \cos \theta + y \sin \theta$$

$$v = y \cos \theta - x \sin \theta$$

$$dI_u = v^2 dA = (y \cos \theta - x \sin \theta)^2 dA$$

$$dI_v = u^2 dA = (x \cos \theta + y \sin \theta)^2 dA$$

$$dI_{uv} = uv dA = (x \cos \theta + y \sin \theta)(y \cos \theta - x \sin \theta) dA$$



10.6 Momentos de Inercia respecto a ejes inclinados

- Integrando,

$$I_u = I_x \cos^2 \theta + I_y \sin^2 \theta - 2I_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$I_v = I_x \sin^2 \theta + I_y \cos^2 \theta + 2I_{xy} \sin \theta \cos \theta$$

$$I_{uv} = I_x \sin \theta \cos \theta - I_y \sin \theta \cos \theta + 2I_{xy} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

- Simplificando mediante identidades trigonométricas,

$$\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$$

$$\cos 2\theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

10.6 Momentos de Inercia respecto a ejes inclinados

- Podemos simplificar a

$$I_u = \frac{I_x + I_y}{2} + \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\theta - I_{xy} \sin 2\theta$$

$$I_v = \frac{I_x + I_y}{2} - \frac{I_x - I_y}{2} \cos 2\theta + I_{xy} \sin 2\theta$$

$$I_{uv} = \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\theta + 2I_{xy} \cos 2\theta$$

- El momento polar de inercia respecto al eje z que pasa a través del punto O es,

$$J_O = I_u + I_v = I_x + I_y$$

10.6 Momentos de Inercia respecto a ejes inclinados

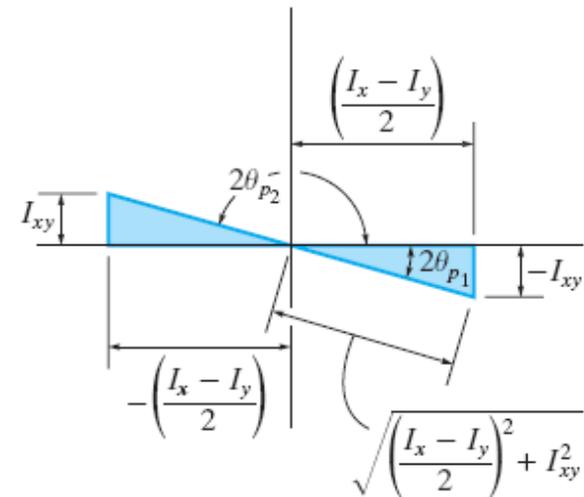
Momentos principales de Inercia

- I_u, I_v, I_{uv} dependen del ángulo de inclinación θ de los ejes u, v
- El ángulo $\theta = \theta_p$ define la orientación de los ejes principales del área

$$\frac{dI_u}{d\theta} = -2 \left(\frac{I_x - I_y}{2} \right) \sin 2\theta - 2I_{xy} \cos 2\theta = 0$$

$$\theta = \theta_p$$

$$\tan 2\theta_p = \frac{-I_{xy}}{(I_x - I_y)/2}$$



10.6 Momentos de Inercia respecto a ejes inclinados

Momentos principales de Inercia

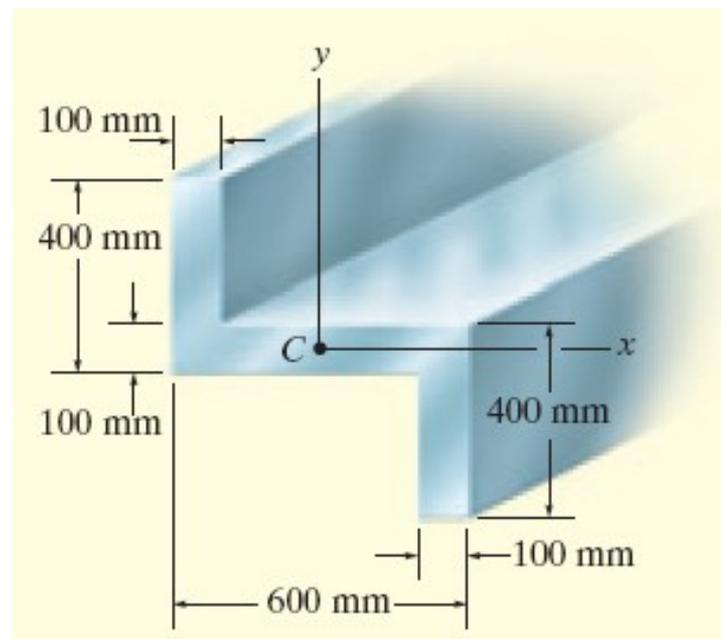
- Sustituyendo cada una de las razones para el seno y el coseno, tenemos

$$I_{\min}^{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

- Los resultados dan el momento de inercia máx y mín para el área
- Se puede demostrar que $I_{uv} = 0$, i.e. el producto de inercia respecto a los ejes principales es cero
- Cualquier eje simétrico representa un eje principal de inercia para el área

Ejemplo

Determine los momentos principales de inercia para la sección transversal de la viga respecto a un eje que pasa por el centroide.



Solución

El momento y el producto de inercia de la sección resulta,

$$I_x = 2.90(10^9) \text{ mm}^4 \quad I_y = 5.60(10^9) \text{ mm}^4 \quad I_z = -3.00(10^9) \text{ mm}^4$$

Usando los ángulos de inclinación de los ejes principales u, v

$$\tan 2\theta_p = \frac{-I_{xy}}{(I_x - I_y)/2} = \frac{3.00(10^9)}{[2.90(10^9) - 5.60(10^9)]/2} = -2.22$$

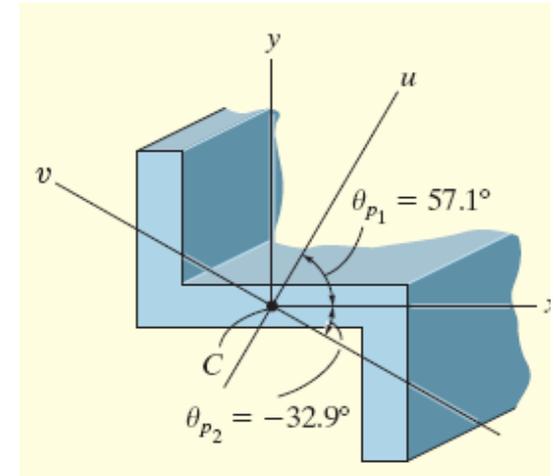
$$2\theta_{p1} = -65.8^\circ, 2\theta_{p2} = 114.2^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_{p1} = -32.9^\circ, \theta_{p2} = 57.1^\circ$$

Solución

Para los momento principales de inercia respecto a u, v:

$$I_{\min}^{\max} = \frac{I_x + I_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$
$$\frac{2.90(10^9) + 5.60(10^9)}{2} \pm \sqrt{\left[\frac{2.90(10^9) - 5.60(10^9)}{2}\right]^2 + [-3.00(10^9)]^2}$$
$$I_{\min}^{\max} = 4.25(10^9) \pm 3.29(10^9)$$
$$\Rightarrow I_{\max} = 7.54(10^9) \text{ mm}^4, I_{\min} = 0.960(10^9) \text{ mm}^4$$



10.7 Círculo de Mohr

- Se encuentra que

$$\left(I_u - \frac{I_x + I_y}{2}\right)^2 + I_{uv}^2 = \left(\frac{I_x - I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2$$

- En un problema, I_u y I_v son las variables y I_x , I_y , I_{xy} son conocidas

$$(I_u - a)^2 + I_{uv}^2 = R^2$$

- Cuando pintamos esta ecuación, sobre ejes que representan los momentos y productos de inercia, la gráfica resulta un círculo

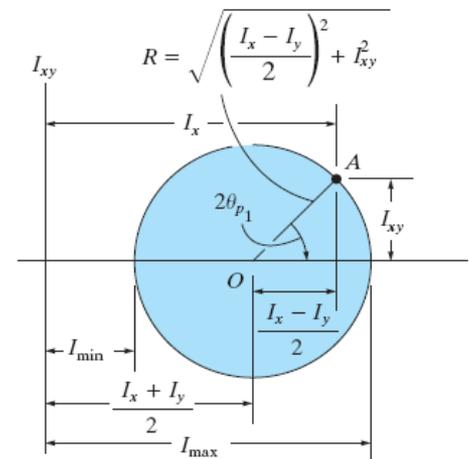
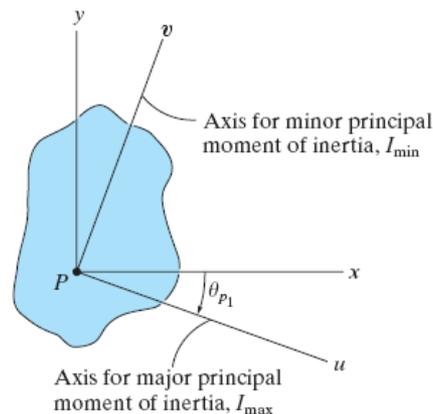
10.7 Círculo de Mohr

- El círculo construido se conoce como círculo de Mohr, de radio

$$R = \sqrt{\left(\frac{I_x + I_y}{2}\right)^2 + I_{xy}^2}$$

y centro $(a, 0)$ donde

$$a = (I_x + I_y)/2$$



10.7 Círculo de Mohr

Procedimiento de análisis

Determinar I_x, I_y, I_{xy}

- Establecer los ejes x, y para el área, con el origen localizado en el punto P de interés y determinar I_x, I_y, I_{xy}

Construcción del Círculo

- Construir un sistema de coord rectangular, de manera que la abscisa representa el momento de inercia I y la ordenada el producto de inercia I_{xy}

10.7 Círculo de Mohr

Construcción del Círculo

- Determine el centro del círculo O , localizado a una distancia $(I_x + I_y)/2$ del origen, y pintar al punto de referencia A de coordenadas (I_x, I_{xy})
- Por definición, I_x es siempre positivo, mientras que I_{xy} puede ser positivo o negativo.
- Conecte el punto de referencia A con el centro del círculo, y determine la distancia OA (el radio del círculo) por trigonometría
- Dibujar al círculo

10.7 Círculo de Mohr

Momentos of Inercia Principales

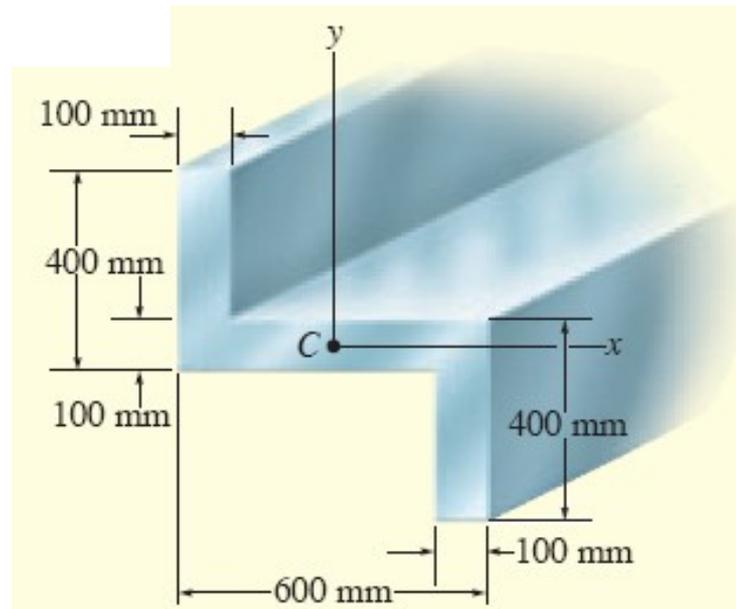
- Los puntos en donde el círculo intersecta a la abscisa dan los valores de los momentos de inercia principales I_{\min} y I_{\max}
- El producto de inercia será cero en esos puntos

Ejes principales

- Este ángulo representa dos veces el ángulo desde el eje x axis del área en cuestión al eje del momento de inercia máximo I_{\max}
- El eje par ael momento de inercia mín I_{\min} es perpendicular al eje del I_{\max}

Ejemplo

Usando el círculo de Mohr, determine los momentos principales de la sección transversal respecto a un eje que pasa por el centroide.



Solución

Determine I_x , I_y , I_{xy}

Los momentos de inercia los hemos determinados en un ejercicio anterior

$$I_x = 2.90 (10^9) \text{ mm}^4 \quad I_y = 5.60 (10^9) \text{ mm}^4 \quad I_{xy} = -3.00 (10^9) \text{ mm}^4$$

Construimos el Círculo

El centro del círculo, O, desde el origen, está a la distancia

$$(I_x + I_y) / 2 = (2.90 + 5.60) / 2 = 4.25$$

Solución

Construcción del círculo

Con referencia al punto A (2.90, -3.00), el radio OA se determina usando el teorema de Pitágoras

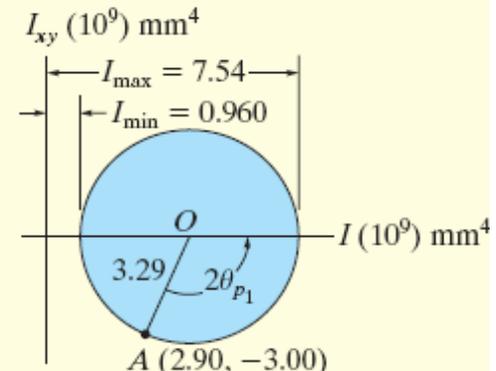
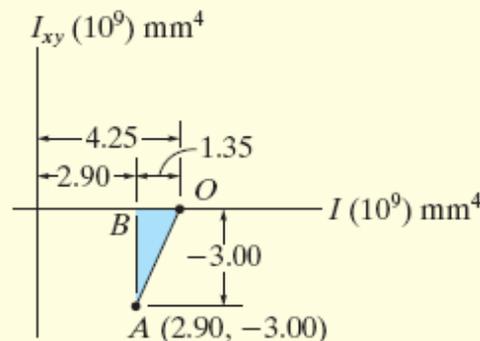
$$OA = \sqrt{(1.35)^2 + (-3.00)^2} = 3.29$$

Momentos principales de Inercia

El Círculo intersecta el eje I axis en (7.54, 0) y (0.960, 0)

$$I_{\max} = 7.54 (10^9) \text{ mm}^4$$

$$I_{\min} = 0.960 (10^9) \text{ mm}^4$$



Solución

Ejes Principales

Ángulo $2\theta_{p1}$ determinado midiendo en el círculo en sentido antihorario desde OA en dirección del eje I positivo

$$2\theta_{p1} = 180^\circ - \sin^{-1} \left(\frac{|BA|}{|OA|} \right) = 180^\circ - \sin^{-1} \left(\frac{3.00}{3.29} \right) = 114.2^\circ$$

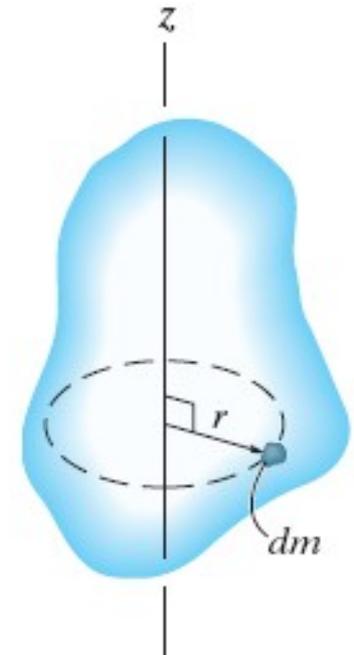
El eje principal para $I_{\max} = 7.54(10^9) \text{ mm}^4$ está orientado con un ángulo $\theta_{p1} = 57.1^\circ$, medido en sentido antihorario desde el eje x positivo al eje u positivo. El eje v es perpendicular a este eje.

10.8 Momento de inercia de una distribución

- El momento de inercia se define como la integral del segundo momento respecto a un eje de todos los elementos de masa que componen un cuerpo
- El momento de inercia respecto al eje z resulta

$$I = \int r^2 dm$$

- El eje que se elige normalmente pasa a través del centro de masa G del cuerpo



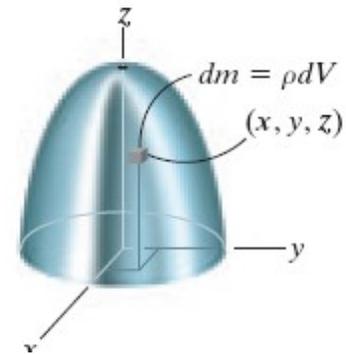
10.8 Momento de inercia de una distribución

- Si el cuerpo consiste de un material de densidad variable $\rho = \rho(x, y, z)$, el elemento de masa se puede expresar como $dm = \rho dV$
- Usando el elemento de volumen

$$I = \int r^2 \rho dV$$

- Y si ρ es constante,

$$I = \rho \int r^2 dV$$



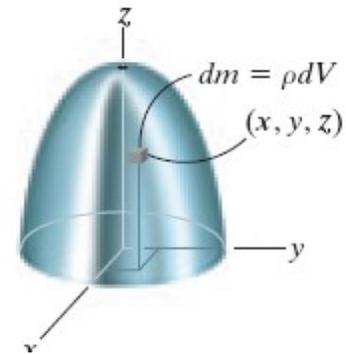
10.8 Momento de inercia de una distribución

- Si el cuerpo consiste de un material de densidad variable $\rho = \rho(x, y, z)$, el elemento de masa se puede expresar como $dm = \rho dV$
- Usando el elemento de volumen

$$I = \int r^2 \rho dV$$

- Y si ρ es constante,

$$I = \rho \int r^2 dV$$



10.8 Momento de inercia de una distribución

Procedimiento de análisis

Elemento de capa

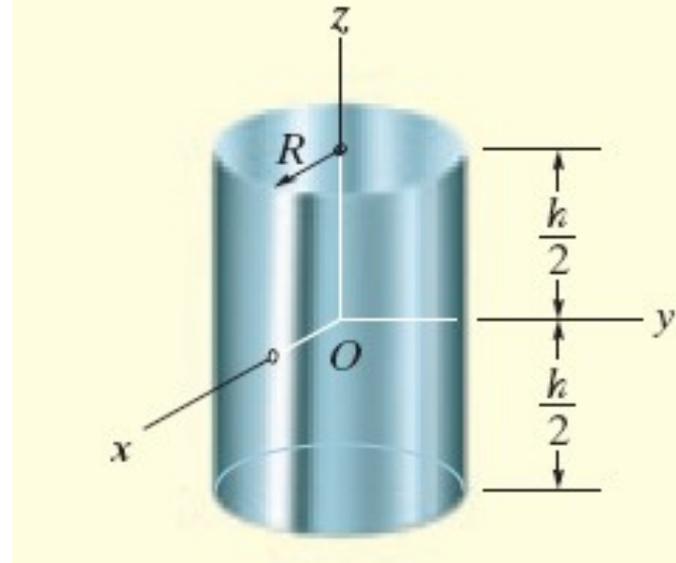
- Para una capa de altura z , radio y , espesor dy , el volumen resulta: $dV = (2\pi y)(z)dy$

Elemento de disco

- Para un disco de radio y , espesor dz , el volumen resulta: $dV = (\pi y^2) dz$

Ejemplo

Determine el momento de inercia del cilindro respecto al eje z . La densidad del material es constante.



Solución

Elemento de capa

El volumen del elemento,

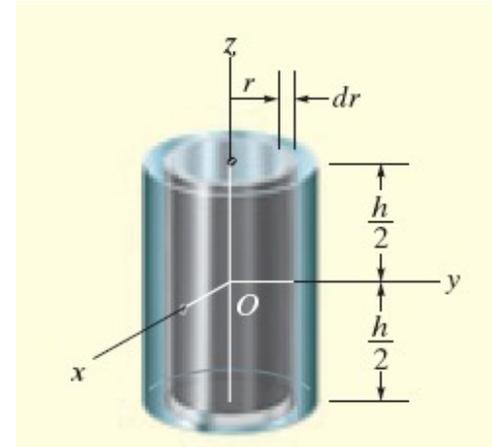
$$dV = (2\pi r)(h) dr$$

Elemento de masa,

$$dm = \rho dV = \rho(2\pi r h dr)$$

Ya que el elemento está a la misma distancia r del eje z , para el momento de inercia resulta,

$$dI_z = r^2 dm = \rho 2\pi h r^3 dr$$



Solución

Integrando sobre toda la región del cilindro,

$$I_z = \int r^2 dm = \rho 2\pi h \int r^3 dr = \frac{\rho\pi}{2} R^4 h$$

La masa del cilindro

$$m = \int dm = \rho 2\pi h \int r dr = \rho\pi h R^2$$

Así que

$$I_z = \frac{1}{2} m R^2$$

10.8 Momento de inercia de una distribución

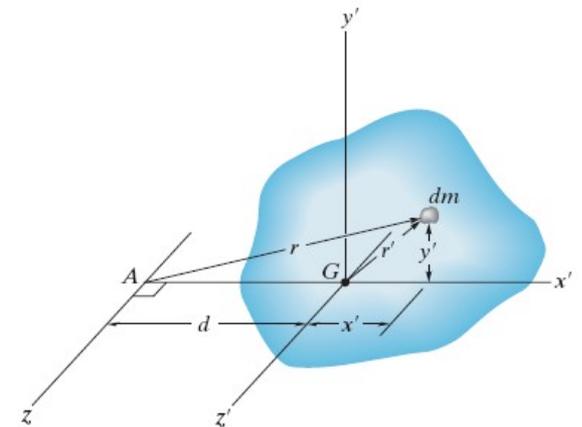
Teorema de eje paralelo

- Si el momento de inercia de un cuerpo respecto a un eje que pasa por el centro de masa es conocido, el momento de inercia respecto a cualquier otro eje paralelo se determina por el teorema del eje paralelo,

$$r^2 = (d + x')^2 + y'^2$$

- Para el momento de inercia respecto al eje z,

$$I = \int r^2 dm = \int [(d+x')^2 + y'^2] dm$$
$$\int (x'^2 + y'^2) dm + 2d \int x' dm + d^2 \int dm$$



10.8 Momento de inercia de una distribución

Teorema del eje paralelo

- Para el momento de inercia respecto al eje z,

$$I = I_G + md^2$$

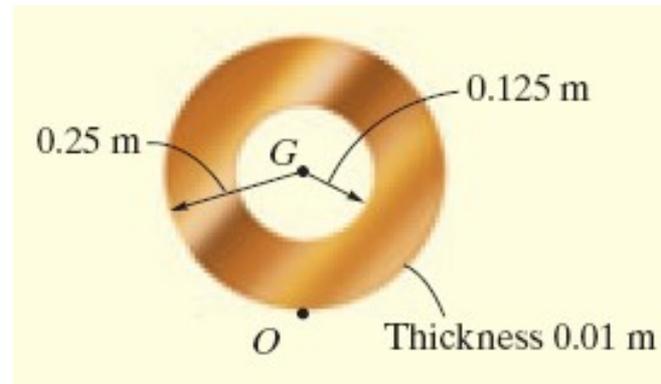
Radio de giro

- Usando el radio de giro k , para expresar el momento de inercia,

$$I = mk^2 \quad \text{or} \quad k = \sqrt{\frac{I}{m}}$$

Ejemplo

Si la placa tiene una densidad de 8000 kg/m^3 y un espesor de 10 mm , determine el momento de inercia respecto a un eje perpendicular a la página y que pasa por el punto O .



Solución

La placa consiste 2 partes, el disco de radio de 250 mm menos el de 125 mm.

Disco

Para el momento de inercia del disco $I_d = \frac{1}{2} m r^2$

El centro de masa del disco está a 0.25 m del punto O

$$m_d = \rho_d V_d = 8000 \left[\pi (0.25)^2 (0.01) \right] = 15.71 \text{ kg}$$

$$(I_O)_d = \frac{1}{2} m_d r_d^2 + m_d d^2 = \frac{1}{2} (15.71) (0.25)^2 + (15.71) (0.25)^2 = 1.473 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Solución

Hueco

$$m_h = \rho_h V_h = 8000 \left[\pi (0.125)^2 (0.01) \right] = 3.93 \text{ kg}$$

$$(I_O)_h = \frac{1}{2} m_h r_h^2 + m_h d^2$$

$$\frac{1}{2} (3.93) (0.125)^2 + (3.93) (0.25)^2 = 0.276 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

Para el momento de inercia de la placa respecto a O,

$$I_O = (I_O)_d - (I_O)_h$$

$$1.473 - 0.276 = 1.20 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

QUIZ

1. La definición del momento de inercia de un área implica una integral de la forma

A) $\int x \, dA.$

B) $\int x^2 \, dA.$

C) $\int x^2 \, dm.$

D) $\int m \, dA.$

2. ¿Cuáles son la unidad del SI para el momento de inercia de un área.

A) m^3

B) m^4

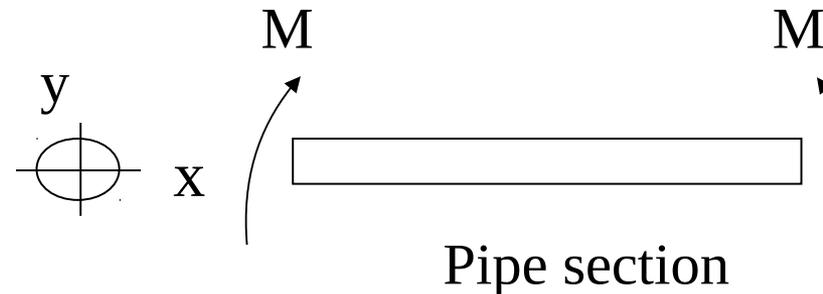
C) $kg \cdot m^2$

D) $kg \cdot m^3$

QUIZ

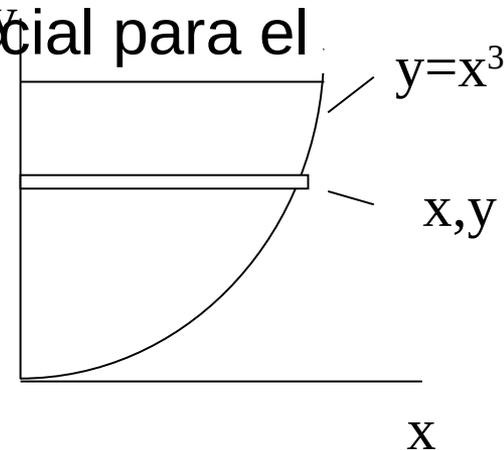
3. Un tubería está sometida a un momento de flexión. ¿Qué característica de la tubería resulta con menos tensión? (Asuma una sección transversal constante) (Assume a constant cross-sectional area)?

- A) menor I_x B) menor I_y
C) mayor I_x D) mayor I_y



4. En la figura, ¿cuál es el elemento diferencial para el momento de inercia respecto al eje y , dI_y ?

- A) $x^2 y dx$ B) $(1/12)x^3 dy$
C) $y^2 x dy$ D) $(1/3)y dy$



QUIZ

5. El teorema del eje paralelo se aplica entre

A) Un eje que pasa a través de el centroide y un eje correspondiente paralelo.

B) Dos ejes paralelos.

C) Solo dos ejes horizontales.

D) Dolo dos ejes verticales.

6. El momento de inercia de un área compuesta es igual a _____ de los momentos de todas sus partes.

A) Suma vectorial

B) Suma algebraica (adición o sustracción)

C) Adición

D) Producto

QUIZ

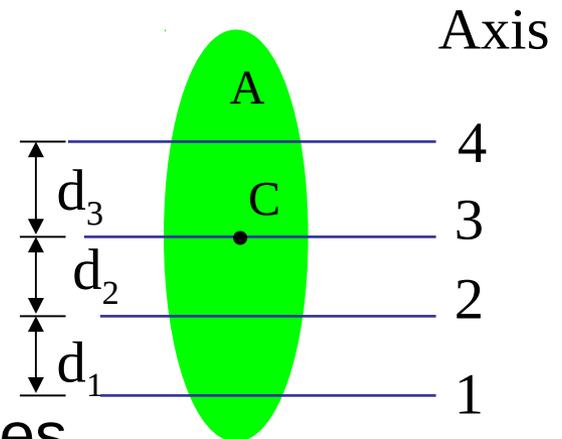
7. Para el área A , se conoce la localización del centroide (C), el área, las distancias entre los 4 ejes paralelos y el momento de inercia respecto al eje 1. Se puede determinar el Mol respecto al eje 2 aplicando el teorema del eje paralelo_____.

A) Directamente entre los ejes 1 y 2.

B) Entre los ejes 1 y 3, y entonces entre los ejes 3 y 2.

C) Entre los ejes 1 y 4, y entonces entre los ejes 4 y 2.

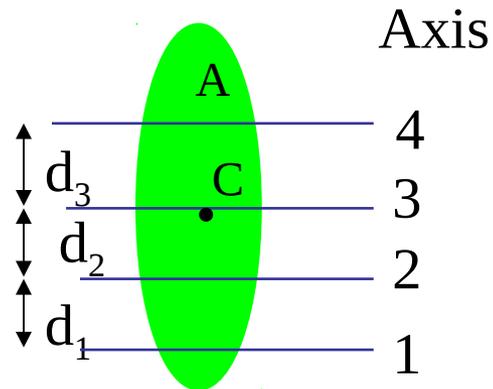
D) Ninguna de las respuestas interiores.



QUIZ

8. Para el mismo caso, considere el Mdl respecto a cada uno de los cuatro ejes. Respecto a cuál será el más pequeño?

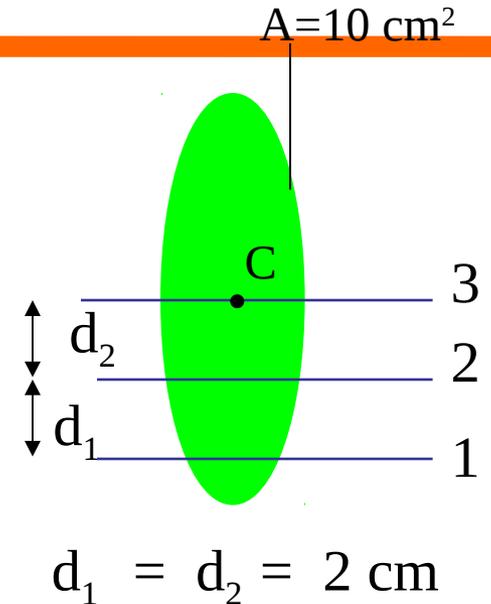
- A) eje 1
- B) eje 2
- C) eje 3**
- D) eje 4
- E) no se puede decir



QUIZ

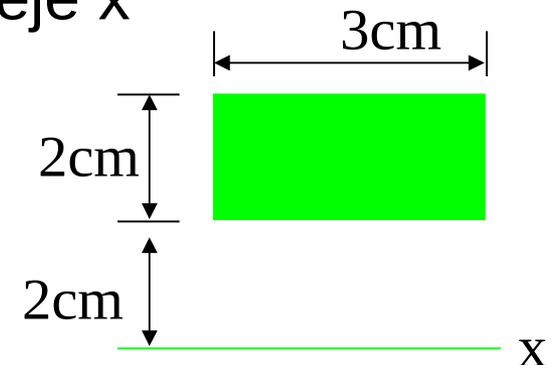
9. El momento de inercia respecto al eje 1 es 200 cm^4 . ¿Cuánto vale respecto al eje 3 ?

- A) 90 cm^4 B) 110 cm^4
C) 60 cm^4 **D) 40 cm^4**



10. El momento de inercia respecto al eje x es igual a

- A) 8 cm^4 . **B) 56 cm^4 .**
C) 24 cm^4 . D) 26 cm^4 .



QUIZ

11. La definición del momento de inercia de una masa respecto a un eje es _____ .

A) $\int r \, dm$

B) $\int r^2 \, dm$

C) $\int m \, dr$

D) $\int m \, dr$

12. El teorema del eje paralelo se puede aplicar para determinar _____ .

A) solo el Mol

B) solo el MMI

C) el Mol y el MMI

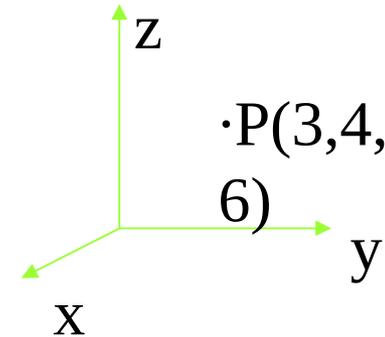
D) ninguna respuesta vale

Nota: Mol es el momento de inercia de un área y MMI es el momento de inercia de una distribución de masa

QUIZ

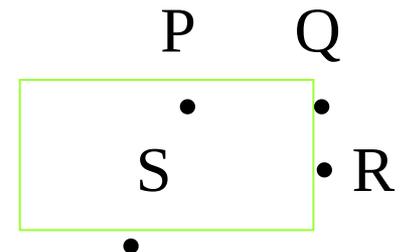
13. Considere una partícula de masa 1 kg localizada en p P, cuyas coordenadas están dadas en metros. Determine el MMI de esa partícula respecto al eje z.

- A) $9 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ B) $16 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
C) $25 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ D) $36 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$



14. Considere una estructura rectangular hecha de 4 barras con cuatro ejes perpendiculares que pasan a través de P, Q, R, y S. ¿Respecto a qué eje será el Mmi de la estructura mayor?

- A) zP B) zQ C) zR
D) zS E) No es posible determinarlo



QUIZ

15. Una partícula de masa 2 kg se localiza a 1 m en el eje y . ¿Cuál es el MMI de la partícula respecto a los ejes x , y , z respectivamente?

A) (2, 0, 2)

B) (0, 2, 2)

C) (0, 2, 2)

D) (2, 2, 0)

