

Министерство образования Российской Федерации
Северо-Западный государственный технический университет

В.Е. ВОРОБЬЕВ

ОСНОВЫ ЭЛЕКТРОМЕХАНИКИ

Письменные лекции

Санкт-Петербург
2003

Утверждено редакционно-издательским советом университета
УДК 621.313

Воробьев В.Е. Основы электромеханики: Письменные лекции –
СПб.: СЗТУ, 2003 -79 с.

Дисциплина относится к дисциплинам естественно-научного цикла.

Письменные лекции разработаны в соответствии с государственными образовательными стандартами высшего профессионального образования по направлению подготовки дипломированных специалистов 654500 - электротехника, электромеханика и электротехнологии (специальность 180100 - электромеханика) и направлению подготовки бакалавров 551300 - электротехника, электромеханика и электротехнологии.

Рассматриваются основы общей теории идеализированных электромеханических преобразователей энергии, являющиеся базой как для ряда общепрофессиональных, так и специальных дисциплин при подготовке специалистов в области электромеханики.

Рецензенты: кафедра электротехники и электромеханики СЗТУ
(заведующий кафедрой В.И. Рябуха, канд.техн.наук, проф.);
- Г.А. Борисов канд.техн.наук, доц. кафедры электромеханики и электромеханотроники Санкт-Петербургского электротехнического университета.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Электромеханические преобразователи энергии, к которым относятся электрические машины, представляют большой класс устройств, где преобразование электрической энергии в механическую и наоборот является главной стороной изучаемых вопросов.

Широкое использование электромеханических преобразователей энергии в силовых системах, системах автоматического управления, в измерительной технике и т.п., а также конструктивное их многообразие и непрерывное повышение предъявляемых к ним требований, привело к необходимости в обобщенном подходе к изучению процессов в таких устройствах.

Дисциплина «Основы электромеханики» относится к блоку естественно-научных дисциплин и является основой для изучения таких общепрофессиональных дисциплин, как «Электрические машины», «Основы электропривода», «Электрические и электронные аппараты».

Он базируется на знаниях, полученных при изучении курсов «Математика», «Теоретическая механика», «Физика», «Теоретические основы электротехники».

Дисциплина построена на материалах фундаментальных работ в области электромеханики, важнейшие из которых представлены в прилагаемом списке литературы.

ВВЕДЕНИЕ

Электромеханика – обобщенное учение о силах, действующих в электромагнитном поле и о проблемах, связанных с проявлением этих сил. Широта этого понятия делает его и очень неопределенным: кроме теории электромеханических преобразователей энергии (ЭМП), чаще называемых электрическими машинами, и электропривода, которые естественным образом относятся к электромеханике, к ней же относятся электроакустика, магнитная гидро - и аэродинамика и многое другое.

Электромеханические преобразователи энергии принципиально представляют собой изучаемые в теоретической механике системы материальных точек (частиц) и твердых тел, включающие в себя изучаемые в теоретической электротехнике наэлектризованные тела и электрические цепи с токами. В силу этого к ЭМП в равной мере применим термин «электромеханическая система».

ЭМП – обширный класс устройств, в которых преобразование механической энергии в электрическую или наоборот является главной стороной изучаемого вопроса. В этом состоит их основное отличие от электрических цепей, где происходит взаимное преобразование энергий электрического и магнитного полей, дополненное необратимыми процессами тепловых потерь энергии в активных сопротивлениях.

ЭМП выполняются на мощности от долей мВт до сотен МВт. Области их применения разнообразны: от миниатюрных датчиков до крупных генераторов переменного тока.

Такое многообразие ЭМП заставляет изучать общие принципы, а не особенности отдельных конструкций.

Как следует из сказанного выше, электромеханика представляет собой пограничный раздел между теорией электромагнитных явлений и механикой. Общие явления – движение частиц и тел, определяются не только взаимодействием сил механического происхождения, но и электромагнитными силами. Это обусловлено тем, что движение указанных частиц и тел происходит в области пространства, занятой электромагнитным полем, а сами движущиеся тела несут электрические заряды или токи.

Таким образом, электромагнитная сила оказывается функцией механических величин – скорости и положения тела в пространстве. Поэтому «разделить» систему уравнений, описывающих состояние ЭМП, на чисто электрическую или механическую части не представляется возможным. Наиболее общий подход к решению задач электромеханики (в указанном смысле этого понятия) состоит в рассмотрении тела, несущего ток или заряд, в электромагнитном поле. Это может быть сделано с помощью основных уравнений электродинамики –

уравнений электромагнитного поля Максвелла. Однако необходимость определения граничных условий при решении этих уравнений делает такой подход достаточно сложным даже в простейших случаях.

Поэтому предпочтительней исходить из возможности представления любого ЭМП в виде «совокупности» электрических и магнитных цепей с сосредоточенными параметрами. Это оказывается допустимым, вследствие «малых» скоростей протекания физических процессов и «низких» частот изменения величин. Указанное позволяет формулировать динамические уравнения движения на основе параметров, определенных из расчета статических (квазистатических) полей.

I. ЭНЕРГИЯ, СИЛЫ И ЭДС В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ [2]

1.1. Баланс видов энергии

При перемещении подвижной части электромеханического преобразователя энергии происходит обмен энергией между электрической цепью, механической системой и электромагнитным полем.

Поскольку интерес представляет, прежде всего, полезное преобразование энергии, пока не будем останавливаться на ее тепловых потерях, а активное сопротивление будем считать частью сопротивления внешней цепи.

Кроме этого, в реальных условиях имеют место: изменение энергии электрического поля, излучение энергии, вызванное изменением электрического и магнитного полей, потери энергии в магнитном поле.

Излучением энергии при промышленных частотах можно пренебречь. Энергия электрического поля в электромагнитных устройствах также пренебрежимо мала, вследствие весьма малых емкостей между элементами электрических цепей (например, между витками катушек).

Потери на гистерезис и вихревые токи в магнитных цепях в большинстве рассматриваемых устройств невелики и на данной стадии могут быть исключены из анализа.

Тогда на основании вышесказанного изменение основных видов энергии в электромеханической системе связывает следующее уравнение баланса.

$$\Delta W_{\text{эл}} \approx \Delta W_M + \Delta W_{\text{МХ}} \quad (1.1)$$

Отсюда видно, что если электрическая энергия превышает энергию магнитного поля, то часть ее переходит в механическую форму. Таким образом, магнитная энергия является как бы промежуточным звеном при преобразовании электрической энергии в механическую.

Значит, механическая работа может быть определена через две «электрические» величины i и x либо Ψ и x следующим образом:

$$\Delta W_{MX}(i, x) = \Delta W_{эл}(i, x) - \Delta W_M(i, x) \quad (1.2a)$$

или

$$\Delta W_{MX}(\Psi, x) = \Delta W_{эл}(\Psi, x) - \Delta W_M(\Psi, x) . \quad (1.2б)$$

Поскольку средняя сила, создаваемая в процессе этого преобразования определяется уравнением

$$\Delta W_{MX} = f_{CP} \cdot \Delta x , \quad (1.3)$$

то на основании (1.2) получаем

$$f_{CP}(i, x) = \frac{\Delta W_{эл}(i, x)}{\Delta x} - \frac{\Delta W_M(i, x)}{\Delta x} \quad (1.4a)$$

или

$$f_{CP}(\Psi, x) = \frac{\Delta W_{эл}(\Psi, x)}{\Delta x} - \frac{\Delta W_M(\Psi, x)}{\Delta x} . \quad (1.4б)$$

Таким образом, имея уравнения для электрической и магнитной энергий системы, можно получить уравнение для силы (момента), а, следовательно, - уравнение описывающее поведение электромеханической системы в динамике.

1.2. Энергия системы неподвижных проводников с током

Определим энергию, которая поступает в систему, состоящую из n неподвижных проводников (контуров), обтекаемых токами в процессе установления последних.

Это можно сделать, рассматривая энергию, сообщаемую всеми токами I_k в процессе их увеличения, например от нуля до конечных значений или, что равнозначно, - в процессе изменения потокосцепления, вызванного изменением тока I_k от нуля до конечной величины.

Предположим, что к k -му контуру, имеющему сопротивление r_k , подсоединена внешняя ЭДС (напряжение) U_k . Поскольку изменение тока (потокосцепления) связано с появлением ЭДС, то электрический баланс в цепи определяется известным уравнением

$$U_k + e_k = r_k \cdot i_k \quad (1.5 a)$$

$$U_k = r_k \cdot i_k + \frac{d\Psi_k}{dt} \quad (1.5 б)$$

Умножая левую и правую части уравнения на i_k , определим мощность затрачиваемую источником:

$$U_k \cdot i_k = r_k \cdot i_k^2 + i_k \cdot \frac{d\Psi_k}{dt} , \quad (1.6)$$

а помножив на dt , получим работу, произведенную источником в k -м контуре в течение указанного интервала времени,

$$U_k \cdot i_k \cdot dt = dW_{\text{эл}k} = r_k \cdot i_k \cdot dt + i_k \cdot d\Psi_k. \quad (1.7)$$

Часть этой работы ($r_k \cdot i^2 \cdot dt$) теряется (рассеивается) в виде тепла, а оставшаяся ($i_k \cdot d\Psi_k$) – запасается в магнитном поле контура, т.е. $dW_{Mk} = i_k \cdot d\Psi_k$.

Таким образом, магнитная энергия n токов связана с приращением их потокосцеплений соотношением

$$W_M = \sum_{k=1}^n \int_0^{\Psi_k} i_k d\Psi_k. \quad (1.8)$$

Из рис. 1 ясно, как найти величину интеграла в уравнении (1.8) в случае линейной связи между i и Ψ .

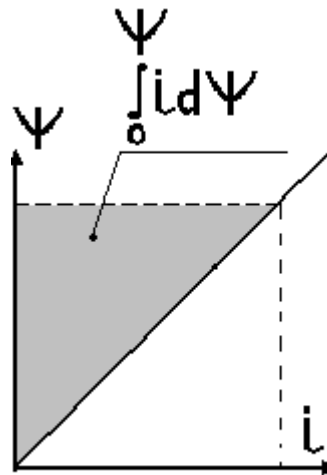


Рис. 1

Для линейной системы удобно уравнение (1.8) записать через собственные и взаимные индуктивности контуров. Известно, что потокосцепление k -го контура есть линейная функция токов всех контуров, т.е.

$$\Psi_k = \sum_{s=1}^n L_{ks} \cdot I_s, \quad (1.9a)$$

где: L_{ks} – взаимная индуктивность контуров k и s ;

$L_{kk}=L_k$ – собственная индуктивность k -го контура.

Поэтому уравнение можно переписать в другом виде:

$$\Psi_k = L_k \cdot I_k + \sum_{\substack{s=1 \\ s \neq k}}^n L_{ks} \cdot I_s. \quad (1.9b)$$

Отсюда следует, что изменение потокосцепления k -го контура можно представить как

$$\Delta\Psi_k = L_k \cdot \Delta I_k + \sum_{s=1}^n L_{ks} \cdot \Delta I_s .$$

Следовательно, подинтегральная часть уравнения (1.8), записанная в приращениях, приводится к виду

$$\Delta W_{Mk} = I_k \cdot \Delta\Psi_k = I_k (L_k \cdot \Delta I_k + \sum_{s=1}^n L_{ks} \cdot \Delta I_s) . \quad (1.10)$$

или с учетом суммирования по контурам, но без интегрирования по потокоцеплениям

$$\Delta W_M = \sum_{k=1}^n I_k (L_k \cdot \Delta I_k + \sum_{s=1}^n L_{ks} \cdot \Delta I_s) . \quad (1.11)$$

Для уяснения способа, при помощи которого это уравнение может быть преобразовано дальше, рассмотрим частный случай двух контуров.

Для них уравнение (1.11) принимает вид

$$\Delta W_M = L_1 \cdot I_1 \cdot \Delta I_1 + L_{12} \cdot I_1 \cdot \Delta I_2 + L_2 \cdot I_2 \cdot \Delta I_2 + L_{21} \cdot I_2 \cdot \Delta I_1$$

Имея в виду, что $L_{12} = L_{21}$, получим

$$\frac{\Delta W_M}{\Delta t} = \frac{\Delta}{\Delta t} \left(\frac{1}{2} L_1 \cdot I_1^2 \right) + \frac{\Delta}{\Delta t} \left(\frac{1}{2} L_2 \cdot I_2^2 \right) + \frac{\Delta}{\Delta t} (L_{12} \cdot I_1 \cdot I_2)$$

или

$$dW_M = d \left(\frac{1}{2} L_1 \cdot I_1^2 \right) + d \left(\frac{1}{2} L_2 \cdot I_2^2 \right) + d(L_{12} \cdot I_1 \cdot I_2),$$

т.е. полная магнитная энергия, запасенная в системе из двух контуров, определяется как

$$W_M = \frac{1}{2} L_1 \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \cdot I_2^2 + L_{12} \cdot I_1 \cdot I_2 . \quad (1.12)$$

Следовательно, в случае n контуров можно записать:

$$W_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n L_k \cdot I_k^2 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \sum_{s=1}^n L_{ks} \cdot I_k \cdot I_s . \quad (1.13)$$

Множитель $1/2$ у второго члена правой части учитывает, что $L_{ks} = L_{sk}$, а следовательно, этот параметр при двойном суммировании будет встречаться дважды.

Поэтому

$$W_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k (L_k \cdot I_k + \sum_{s=1}^n L_{ks} \cdot I_s)$$

или

$$W_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n (L_k \cdot I_k^2 + \sum_{s=1}^n L_{ks} \cdot I_s \cdot I_k) . \quad (1.14a)$$

Имея в виду уравнение (1.9б), получим

$$W_M = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \cdot \Psi_k . \quad (1.14б)$$

Следовательно, для линейной системы контуров имеем

$$W_M = \sum_{k=1}^n \int_0^{\Psi_k} i_k \cdot d\Psi_k = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n I_k \cdot \Psi_k \quad (1.15)$$

Это уравнение дает полную энергию, поступающую в течение всего процесса установления токов в системе. Таким образом, это – общее количество энергии, которое запасается в магнитном поле токов системы.

1.3. Влияние нелинейности

Если кривая намагничивания катушки не является прямой линией, то приведенный выше анализ, вообще говоря, остается справедливым и здесь. Однако конечный результат решения интегрального уравнения (1.8) для запасенной энергии будет другим. Если начальное потокосцепление катушки $\Psi = 0$, т.е. кривая намагничивания проходит через начало координат, то уравнение (1.8) справедливо и энергия, запасенная в нелинейной системе, определяется так же, как и в линейной. Графически это иллюстрируется рис.2.

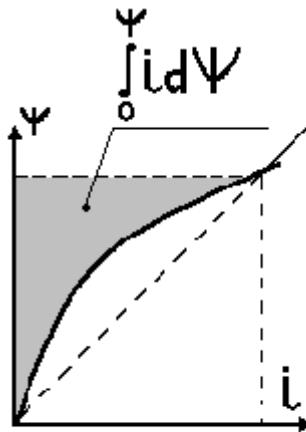


Рис. 2

Изучение электромагнитных устройств следует начинать с линейных систем, потому что нелинейности, встречающиеся в большинстве практических случаев, обусловлены сложными физическими явлениями и характеризуются, вообще говоря, зависимостями, отличающимися от изображенной на рис.2 (остаточный поток, гистерезис и т.п.). Но даже, если связь между Ψ и i однозначна и представляет собой кривую, проходящую через начало координат, расчет остается достаточно сложным.

1.4. Выражение сил через изменение энергии

Рассмотренные выше энергетические соотношения можно использовать для нахождения уравнений для сил (моментов), возникающих в электромеханической системе.

Для простоты рассмотрим систему с одной обмоткой возбуждения. Пренебрегая сопротивлением обмотки, запишем условие ее электрического равновесия в виде

$$U \approx e = L \cdot \frac{di}{dt} = \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.16)$$

Для энергетического баланса справедливо следующее, уже известное, уравнение:

$$dW_{\text{эл}} = dW_M + dW_{\text{мх}} ,$$

где $dW_{\text{мх}} = f \cdot dx$.

Переходя к мощностям, получим

$$f \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{dW_M}{dt} = \frac{dW_{\text{эл}}}{dt} = U \cdot i = e \cdot i = i \cdot \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.17)$$

Поскольку $W_M = \frac{1}{2} \Psi \cdot i$, то ее производная в общем случае имеет вид

$$\frac{dW_M}{dt} = \frac{1}{2} \left(\Psi \cdot \frac{di}{dt} + i \cdot \frac{d\Psi}{dt} \right) \quad (1.18)$$

Таким образом, на основании уравнений (1.16), (1.17) и (1.18) получим

$$f \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{1}{2} I \cdot \frac{d\Psi}{dt} = I \cdot \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.19)$$

Отсюда видно, что при условии поддержания в контуре неизменного тока уравнение (1.19) принимает вид

$$f \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{1}{2} I \cdot \frac{d\Psi}{dt} = I \cdot \frac{d\Psi}{dt} \quad (1.20)$$

т.е. источник должен обеспечить точно удвоенное количество работы. Физически это означает, что, когда совершается работа, источник должен обеспечить не только ее выполнение, но и восполнить запас энергии контура. Это носит название «правило 50 – 50».

Из уравнения (1.20) следует, что

$$f = \frac{1}{2} I \cdot \frac{d\Psi}{dt} \Bigg|_{I = \text{const}} = \frac{\partial \Psi}{\partial t} \Bigg|_{I = \text{const}} \quad (1.21)$$

Для случая, когда неизменно потокосцепление, уравнение (1.19) записывается как

$$f \cdot \frac{dx}{dt} + \frac{1}{2} \Psi \cdot \frac{di}{dt} = 0 .$$

откуда получаем

$$f = - \frac{1}{2} \Psi \cdot \frac{di}{dx} \Big|_{\Psi = \text{const}} = - \frac{\partial W_M}{\partial x} \Big|_{\Psi = \text{const}} \quad (1.22)$$

1.5. Силы и моменты между контурами, выраженные через изменение взаимной индуктивности

Применим полученные выводы к практически важному случаю, когда устройство имеет два контура с собственными индуктивностями L_1 и L_2 и взаимной индуктивностью $L_{12} = L_{21} = L$.

Такое устройство имеет вид, представленный на рис. 3.

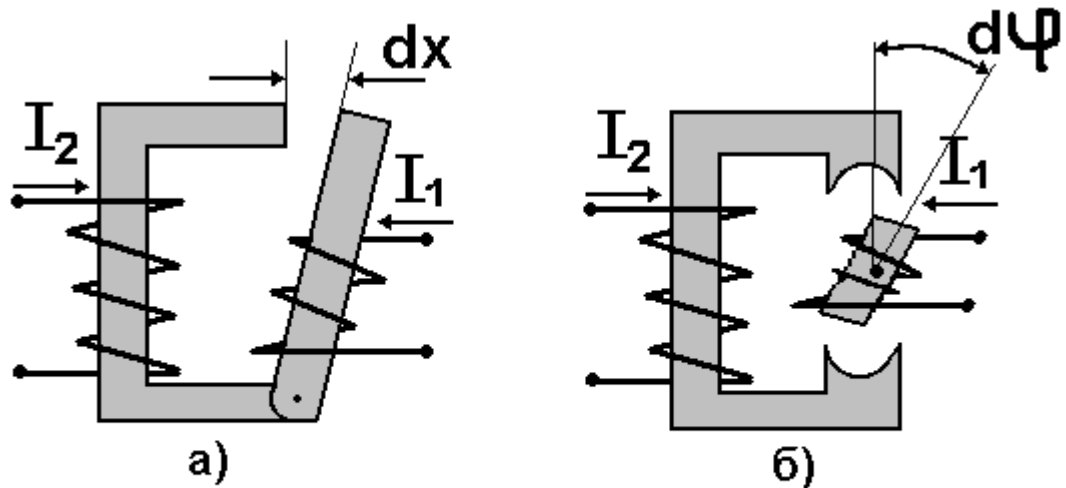


Рис. 3

Если токи в контурах I_1 и I_2 , то в соответствии с уравнением (1.12) энергия, запасенная в магнитном поле, определяется как

$$W_M = \frac{1}{2} L_1 \cdot I_1^2 + \frac{1}{2} L_2 \cdot I_2^2 + L \cdot I_1 \cdot I_2 .$$

Предположим, что контуру 1 (рис.3а) дано малое (виртуальное) перемещение dx . Тогда согласно (1.21) для силы имеем

$$f_1 = \frac{\partial W_M}{\partial x} = \frac{1}{2} I_1^2 \frac{\partial L_1}{\partial x} + \frac{1}{2} I_2^2 \frac{\partial L_2}{\partial x} + I_1 I_2 \frac{\partial L}{\partial x} . \quad (1.23)$$

Аналогично для устройства рис. 3б можно найти уравнение момента контура 1 относительно контура 2 через ток и угловое перемещение, имея в виду, что

$$dx = d\left(\pi D \cdot \frac{\varphi}{2\pi}\right) = \frac{D}{2} \cdot d\varphi .$$

Следовательно,

$$m_{1\varphi} = \frac{1}{2} I_1^2 \cdot \frac{\partial L_1}{\partial \varphi} + \frac{1}{2} I_2^2 \cdot \frac{\partial L_2}{\partial \varphi} + I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{\partial L}{\partial \varphi} . \quad (1.24)$$

Как будет показано ниже, во многих случаях собственные индуктивности не зависят от перемещения, а потому полученные выше уравнения принимают вид

$$\begin{cases} f_{1X} = I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{\partial L}{\partial x} \\ m_{1\varphi} = I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{\partial L}{\partial \varphi} \end{cases} . \quad (1.25)$$

Учитывая, что потокосцепления связаны с токами соотношениями

$$\begin{cases} \Psi_1 = L_1 I_1 + L I_2 \\ \Psi_2 = L_2 I_2 + L I_1 \end{cases} , \quad (1.26)$$

уравнения(1.25) можно переписать в другой форме:

$$\begin{cases} f_{1X} = I_1 \cdot \frac{\partial \Psi_1}{\partial x} \\ m_{1\varphi} = I_1 \cdot \frac{\partial \Psi_1}{\partial \varphi} \end{cases} . \quad (1.27)$$

Последним уравнениям может быть дано широкое толкование. Они показывают, что сила, или момент, возникают на контуре с постоянной собственной индуктивностью независимо от того, чем вызвано изменение потокосцепления – токами ли в обоих контурах, либо в группе других контуров.

1.6. ЭДС в электромеханической системе

Рассмотренные выше уравнения для силы и момента дают представление о влиянии электрической цепи на механическую часть электромеханической системы, т.е. описывают один из видов связи электрической и механической частей. Существует еще один вид связи, показывающий как механическая часть системы влияет на электрическую. Количественное описание этого влияния содержится в законе Фарадея.

Составленные на его основе уравнения для электромеханической системы по форме не отличаются от уравнений для обычных электрических цепей. Однако изменение механических переменных приводит к появлению в уравнениях дополнительных составляющих, отсутствующих в статических цепях. Для того чтобы показать физическую природу ЭДС в электромеханической системе запишем закон Фарадея в общем виде, например для первого контура двухконтурной системы:

$$e = \frac{d\Psi(i_1, i_2, x)}{dt} = \frac{\partial\Psi}{\partial i_1} \cdot \frac{di_1}{dt} + \frac{\partial\Psi}{\partial i_2} \cdot \frac{di_2}{dt} + \frac{\partial\Psi}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (1.28)$$

Здесь каждый член представляет собой ЭДС различной физической природы:

- первый член – ЭДС, наводимая в результате изменения собственного тока (потока) обмотки (ЭДС самоиндукции);
- второй член – ЭДС взаимной индукции, обусловленная изменением тока в соседней обмотке;
- третий член – ЭДС, вызванная взаимным перемещением частей системы.

Обычно первые два члена уравнения (1.28) рассматривают совместно и называют эту ЭДС трансформаторной, поскольку такие же ЭДС имеются в системах без механически подвижных частей, например в трансформаторе.

Третий член рассматриваемого уравнения характерен только для электромеханических систем. Он является прямым результатом механического перемещения и, вследствие зависимости от скорости движения, часто называется ЭДС движения.

Само по себе приведенное разделение составляющих ЭДС не очень существенно. Более важно то, что существует взаимное влияние между электрической и механической частями системы.

Таким образом, структурно любая электромеханическая система включает в себя (рис. 4):

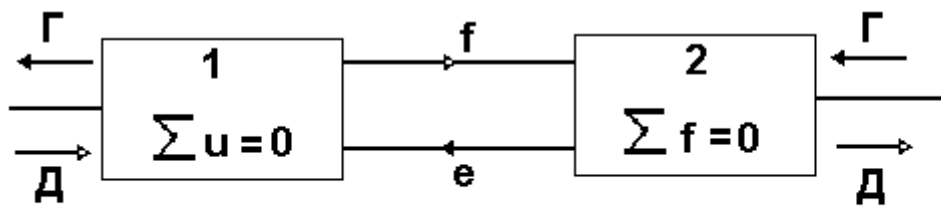


Рис. 4

- электромагнитное устройство (электрическая система – цепь) (1);
- механическую систему (2).

Электрическая цепь описывается уравнениями Кирхгофа, причем здесь следует учитывать и ЭДС перемещения.

Механическую систему описывают уравнения динамического равновесия (принцип Даламбера). При этом среди действующих в системе сил следует учитывать и силы электромагнитного происхождения.

Следовательно, электромагнитные силы и ЭДС движения представляют собой два вида связи между электрической и механической частями системы. Наличие этих связей определяет, в частности, принцип обратимости ЭМП – возможность использования его в режиме генератора (Γ), если выходной величиной считать ЭДС, или- в режиме двигателя (Δ), если используются возникающие в системе электромагнитные силы.

Вопросы для самоконтроля

1. Напишите уравнение баланса видов энергии в электромеханической системе.
2. Как определяется сила в электромеханической системе?
3. Напишите уравнение для запаса магнитной энергии в линейной и нелинейной электромеханических системах.
4. Запишите уравнение для силы через запас магнитной энергии системы контуров с токами.
5. Как определяется величина:
 - а) силы;
 - б) момента
 в электромеханической системе через ее индуктивности?
6. В чем состоит принцип обратимости применительно к электромеханической системе?

2. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ИДЕАЛИЗИРОВАННОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ [1]

2.1. Физическая модель

Электрохимические преобразователи энергии, или, иными словами электрические машины – двигатели или генераторы, могут иметь различное устройство (конструкцию). Однако при этом все они обладают некоторыми главными общими чертами.

подавляющее большинство электрических машин являются устройствами «магнитного» типа, т.е. преобладающим полем является магнитное поле. В связи с этим основу физической структуры составляют проводники, расположенные в магнитных материалах.

Для осуществления вращательного движения электрические машины выполняются в виде концентрических магнитных цилиндров с проводниками, расположенными по сторонам общего воздушного зазора между цилиндрами.

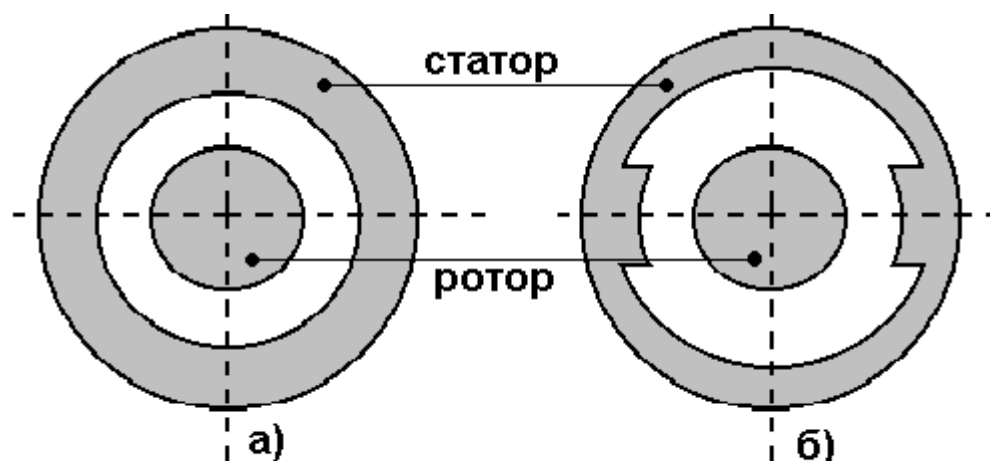


Рис. 5

Магнитная поверхность с любой стороны зазора может иметь достаточно произвольную форму. Однако большинство реальных конструкций можно отнести к одному из следующих двух типов:

- концентрические магнитные поверхности, обладающие цилиндрической симметрией с обеих сторон воздушного зазора (рис. 5а);
- концентрические магнитные поверхности с цилиндрической симметрией с одной стороны воздушного зазора и выступами (полюсами) с другой (рис. 5б).

Для упрощения дальнейшего анализа предполагается, что:

- магнитная проницаемость материала цилиндров по сравнению с магнитной проницаемостью воздуха бесконечно велика;
- обмотка состоит из проволочных катушек, помещенных на поверхности ротора (статора) либо – по обеим сторонам зазора таким образом, что результирующий аксиальный ток на каждой поверхности равен нулю. Последнее означает, что число «точек» и «крестов», показывающих направление тока, должно быть одинаковым. Возможность такого допущения будет обоснована ниже;
- картина результирующего магнитного поля при нескольких обмотках (токах) может быть получена методом простого суммирования полей (методом наложения или суперпозиции).

2.2. Магнитное поле в воздушном зазоре. Обмоточная функция.

Рассмотрим первый вариант модели, изображенный на рис. 6.

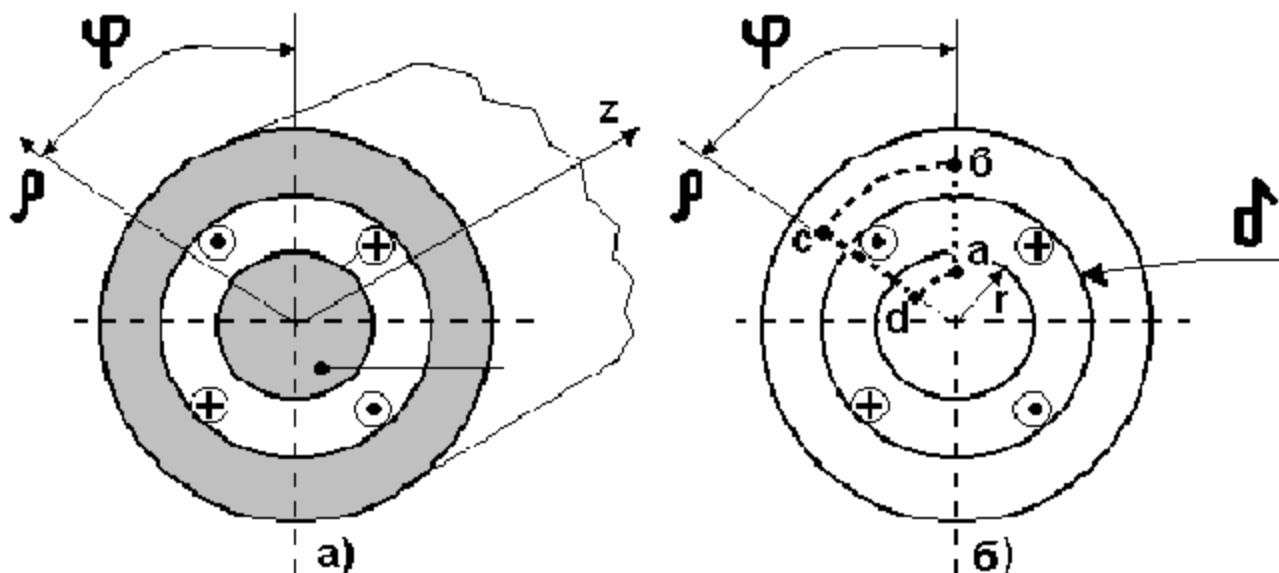


Рис. 6

Для ее анализа удобно воспользоваться цилиндрической системой координат с осями ρ , φ , Z . Координатная ось Z совпадает с осью модели. Полярные координаты ρ и φ характеризуют положение точки на плоскости, перпендикулярной к оси Z .

В общем случае магнитное поле может иметь составляющие в воздушном зазоре в направлении всех трех осей (трехмерное поле).

Поскольку в первую очередь интерес представляют потокосцепления обмоток, находящихся на поверхности ротора или статора, наибольшее значение имеет компонента магнитного поля, нормальная к поверхности, т.е. радиальная – направленная вдоль оси ρ . Она, в свою очередь,

является функцией трех координат: ρ , φ , Z . Однако задачу можно упростить, если считать, что обмотка имеет длину, равную длине цилиндров. Поэтому магнитное поле становится независимым от Z .

С другой стороны, если радиус ротора велик по сравнению с величиной воздушного зазора, ρ в общем случае будет изменяться в весьма небольших пределах. Следовательно, задача состоит в том, чтобы определить закон изменения поля в зависимости от φ .

На основании закона полного тока для любого замкнутого контура, например $abcd$ – (рис. 6б), можно записать:

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = \text{ток внутри контура} \quad (2.1)$$

Для участков контура, которые проходят по стали (bc и ad), интегралы будут равны нулю, поскольку, чтобы при бесконечно большой магнитной проницаемости стали индукция на этих участках имела бы конечное значение, напряженность магнитного поля в них должна стремиться к нулю.

Тогда, считая положительной H_δ , направленную внутрь машины, имеем

$$\delta[H_\delta(\varphi) - H_\delta(0)] = \sum i \quad (2.2)$$

Это уравнение справедливо для любой точки воздушного зазора с координатой φ . Поскольку все контуры, проходящие через воздушный зазор, замыкаются в точке $\varphi = 0$, то $H_\delta(0)$ присутствует в каждом уравнении и, следовательно, является константой.

Если найден ток внутри контура, и известна $H_\delta(0)$, то можно решить уравнение (2.2) относительно $H_\delta(\varphi)$ и тем самым определить поле в воздушном зазоре.

2.2.1. Простейшая обмотка

Рассмотрим частный случай, когда обмотка состоит из 4 проводников, соединенных так, что токи в соседних проводниках протекают в противоположных направлениях (рис. 7а).

В соответствии с законом Гаусса (закон непрерывности потока) полный магнитный поток, пересекающий замкнутую поверхность, должен быть равен нулю, т.е.

$$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = 0 \quad (2.3)$$

Для рассматриваемой модели это означает, что полный поток, пересекающий воздушный зазор (выходящий из статора или из ротора), равен нулю. Следовательно, средняя величина $H_\delta(\varphi)$ должна равняться нулю.

Таким образом, для получения средней величины $H_\delta(\varphi)$, равной нулю, кривую (рис. 7в) необходимо сделать симметричной относительно оси φ . Это означает, что постоянная составляющая равна

$$H_\delta(0) = -\frac{i}{2\delta} . \quad \text{г} \quad (2.4)$$

Напряженность магнитного поля в воздушном зазоре будет иметь вид, показанный на (рис. 7г).

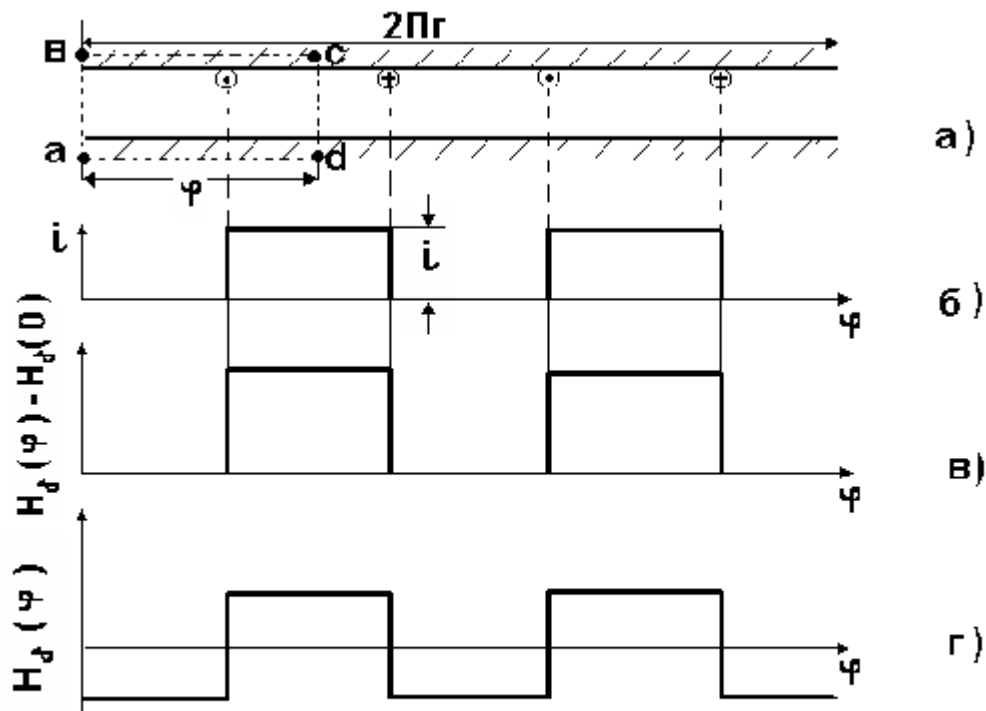


Рис. 7

2.2.2. Произвольная обмотка

Рассмотрим теперь задачу определения $H_\delta(\varphi)$ для произвольной обмотки. Ток внутри любого замкнутого контура можно найти, подсчитав количество проводников внутри контура с учетом направления токов.

Таким образом, уравнение (2.2) в общем виде запишется как

$$\delta [H_\delta(\varphi) - H_\delta(0)] = [n_\varphi(\varphi)] \cdot i , \quad (2.5)$$

где $n_\varphi(\varphi)$ – результирующее количество проводников с положительным для принятого направления обхода контура током, заключенных между началом отсчета и произвольной осью, положение которой определяется углом φ .

Функция $n_\varphi(\varphi)$ характеризует обмотку – ее всегда можно найти, подсчитав количество проводников.

Решив уравнение (2.5) относительно $H_\delta(\varphi)$, найдем

$$H_\delta(\varphi) = \frac{i}{\delta} \cdot n_\varphi(\varphi) + H_\delta(0) . \quad (2.6)$$

Воспользуемся законом Гаусса для поверхности ротора, примыкающей к воздушному зазору. Площадь ее элементарного участка равна $ds = r \cdot d\varphi \cdot dz$. Поскольку $H_\delta(\varphi)$ нормальна к этой поверхности, скалярное произведение двух векторов можно представить простым произведением

$$\mu_0 \oint \vec{H} \cdot \vec{ds} = \mu_0 r \int_0^l \int_0^{2\pi} H_\delta(\varphi) \cdot dz \cdot d\varphi = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} H_\delta(\varphi) \cdot d\varphi = 0 .$$

Подставив сюда $H_\delta(\varphi)$ из уравнения (2.6), получим

$$\mu_0 r l \int_0^{2\pi} \left[\frac{i}{\delta} \cdot n_\varphi(\varphi) + H_\delta(0) \right] d\varphi = 0$$

или

$$\int_0^{2\pi} \frac{i}{\delta} \cdot n_\varphi(\varphi) \cdot d\varphi = - \int_0^{2\pi} H_\delta(0) \cdot d\varphi = -2\pi \cdot H_\delta(0) ,$$

откуда

$$H_\delta(0) = \frac{i}{\delta} \cdot \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} n_\varphi(\varphi) \cdot d\varphi = -\frac{1}{\delta} \cdot n_{\varphi \text{ ср}} . \quad (2.7)$$

Тогда из (2.6) имеем

$$H_\delta(\varphi) = \frac{i}{\delta} \left[n_\varphi(\varphi) - n_{\varphi \text{ ср}} \right] . \quad (2.8)$$

Обозначив

$$N_\varphi(\varphi) = n_\varphi(\varphi) - n_{\varphi \text{ ср}} \quad (2.9)$$

для напряженности магнитного поля в воздушном зазоре получим следующее уравнение:

$$H_\delta(\varphi) = \frac{i}{\delta} \cdot N_\varphi(\varphi) . \quad (2.10)$$

$N_\varphi(\varphi)$ назовем обмоточной функцией. Ее можно получить путем подсчета проводников с током и последующего приведения результата к нулевому среднему значению на интервале $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ согласно (2.9).

Таким образом, напряженность магнитного поля в воздушном зазоре можно считать известной, как только найдена обмоточная функция, поскольку их распределения идентичны, а величины отличаются в i/δ раз.

2.2.3. Синусная обмотка

В электрических машинах используется множество различных обмоток, каждая из которых может иметь свою собственную обмоточную функцию.

Гармоничный анализ (разложение в ряд Фурье) дает общий метод анализа любых обмоток. С его помощью функцию любой обмотки можно представить в виде суммы бесконечного числа гармонических членов с уменьшающимися амплитудами и периодами. Поскольку типичными членами ряда являются синусы (косинусы), можно ввести понятие синусной обмоточной функции и синусной обмотки. Тогда, используя принцип суперпозиции, нетрудно любую реальную обмотку представить в виде суммы гармонических обмоток.

Как видно из рассмотренного выше примера, обмоточная функция периодична: ее период равен 2π радиан. У многополюсных обмоток ($2p \geq 4$) он равен $2\pi / p$ радиан.

При разложении в ряд Фурье обмоточной функции удобно ввести новую переменную, для которой любая пара полюсов, независимо от протяженности в пространстве, будет занимать угол 2π радиан. Этой переменной является электрический угол, который согласно изложенному выше связан с геометрическим углом соотношением

$$\varphi_{\mathcal{E}} = p \cdot \varphi, \quad (2.11)$$

где p – число пар полюсов реальной обмотки.

Таким образом, обмоточная функция, аргументом которой является электрический угол, всегда имеет период 2π радиан и записывается в виде

$$N_{\varphi}(\varphi) = \sum_{\nu} N_{\nu} \cdot \sin(\nu \cdot \varphi_{\mathcal{E}}) = \sum_{\nu} N_{\nu} \cdot \sin(\nu \cdot p \cdot \varphi). \quad (2.12)$$

Можно считать, что каждый член правой части этого уравнения соответствует обмотке, которая создает магнитное поле, синусоидально распределенное в воздушном зазоре.

С этой точки зрения реальную обмотку можно как бы разбить на бесконечное число отдельных обмоток, каждая из которых создает синусоидально распределенное поле.

Та из обмоток, которая имеет наибольший пространственный период, называется основной, остальные – гармоническими.

2.3. Потокосцепление и индуктивности обмотки

2.3.1. Общий случай

В соответствии с общим определением поток находится как

$$\Phi = \int_S \vec{B} \cdot \vec{ds} , \quad (2.13)$$

где S – любая поверхность, ограниченная, например, проводниками, из которых состоит обмотка.

Поскольку уравнение предполагает, что распределение магнитного поля в воздушном зазоре известно, то элемент поверхности S удобно выбрать в воздушном зазоре: $ds = r \cdot dz \cdot d\varphi$.

В этом случае

$$\Phi = rl \int B_\delta(\varphi) \cdot d\varphi . \quad (2.14)$$

Тогда в соответствии с изложенным выше для произвольной обмотки потокосцепление будет определяться как

$$\Psi = W \cdot \Phi = rl \int_0^{2\pi} n_\varphi(\varphi) \cdot B_\delta(\varphi) \cdot d\varphi . \quad (2.15)$$

Функция $n_\varphi(\varphi)$ не только дает представление о характере распределения магнитного поля в воздушном зазоре, но и определяет пределы интегрирования для расчета потокосцепления.

Используя определение обмоточной функции – уравнение (2.9), получим

$$\Psi = rl \int_0^{2\pi} N_\varphi(\varphi) \cdot B_\delta(\varphi) \cdot d\varphi + n_{\varphi \text{ ср}} \cdot rl \int_0^{2\pi} B_\delta(\varphi) \cdot d\varphi .$$

Поскольку в соответствии с законом Гаусса среднее значение $B_\delta(\varphi)$ в интервале $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ равно нулю, второй интеграл обращается в нуль и

$$\Psi = rl \int_0^{2\pi} N_\varphi(\varphi) \cdot B_\delta(\varphi) \cdot d\varphi . \quad (2.16)$$

При определении собственной индуктивности некоторой обмотки a индукция $B_\delta(\varphi)$ обусловлена полем, создаваемым этой же обмоткой.

Поэтому

$$B_{\delta a}(\varphi) = \mu_0 \cdot H_{\delta a}(\varphi) = \mu_0 \cdot \frac{i_a}{\delta} \cdot N_{\varphi a}(\varphi) . \quad (2.17)$$

Следовательно, в соответствии с определением и уравнениями (2.16) и (2.17) для собственной индуктивности обмотки получим

$$L_a = \frac{\Psi_a}{i_a} = \mu_0 \cdot \frac{rl}{\delta} \int_0^{2\pi} N_{\varphi a}^2(\varphi) \cdot d\varphi . \quad (2.18)$$

Для определения взаимной индуктивности двух обмоток в уравнении (2.16) должна быть индукция магнитного поля, созданного обмоткой b :

$$B_{\delta b}(\varphi) = \mu_0 \cdot \frac{i_b}{\delta} \cdot N_{\varphi b}(\varphi) .$$

Тогда взаимная индуктивность обмоток a и b будет равна

$$L_{ab} = \frac{\Psi_{ab}}{i_b} = \mu_0 \cdot \frac{rl}{\delta} \int_0^{2\pi} N_{\varphi a}(\varphi) \cdot N_{\varphi b}(\varphi) \cdot d\varphi . \quad (2.19)$$

По аналогии можно записать уравнение для взаимной индуктивности обмоток b и a :

$$L_{ba} = \frac{\Psi_{ba}}{i_a} = \mu_0 \cdot \frac{rl}{\delta} \int_0^{2\pi} N_{\varphi b}(\varphi) \cdot N_{\varphi a}(\varphi) \cdot d\varphi ,$$

откуда видно, что она не отличается от взаимной индуктивности, определенной по уравнению (2.19), а следовательно,

$$L_{ab} = L_{ba} . \quad (2.20)$$

Таким образом, идеализированную электрическую машину можно характеризовать, используя только понятие обмоточной функции.

Универсальность уравнения (2.19) заключается еще и в том, что оно показывает независимость характера взаимоиндуктивной связи двух обмоток от того распределенные они или сосредоточенные. Вывод важен с той точки зрения, что позволяет заменить любую распределенную обмотку эквивалентной сосредоточенной.

2.3.2. Синусная обмотка

Для всякой обмотки ротора или статора v -тая гармоника обмоточной функции может быть представлена в следующем виде:

$$N_{\varphi v}(\varphi) = N_v \cdot \cos(v \cdot \varphi_{\mathcal{E}} + \gamma_v) \quad (2.21)$$

Выбор синусной или косинусной функции произволен, так как при соответствующей величине угла γ_v обе формы идентичны.

Для дальнейшего анализа удобнее использовать косинусную функцию, так как в этом случае пространственный угол γ_v показывает расположение оси гармонической функции.

Собственную индуктивность любой, например v -й гармонической, обмотки в случае использования уравнения (2.21) можно получить после подстановки этой гармонической обмоточной функции в уравнение (2.18):

$$\begin{aligned}
L_v &= \mu_0 \cdot \frac{rl}{\delta} \int_0^{2\pi} N_v^2 \cdot \cos^2(v \cdot \varphi_{\text{Э}} + \gamma_v) \cdot d\varphi = \\
&= \mu_0 \cdot \frac{rl}{\delta} \cdot N_v^2 \int_0^{2\pi} \cos^2(v \cdot p \cdot \varphi_{\text{Э}} + \gamma_v) \cdot d\varphi = \mu_0 \cdot \frac{\pi rl}{\delta} \cdot N_v^2 . \quad (2.22)
\end{aligned}$$

Отсюда видно, что собственная индуктивность не зависит от ориентации в пространстве оси обмотки, характеризуемой углом γ_v . Собственная индуктивность синусной обмотки постоянна – определяется только величинами геометрических размеров обмотки и воздушного зазора, а также – числом проводников (витков) обмотки.

Пусть имеется еще одна синусная обмотка, характеризующаяся обмоточной функцией

$$N_{\varphi k}(\varphi) = N_k \cdot \cos(k \cdot \varphi_{\text{Э}} + \gamma_k) \quad . \quad (2.23)$$

В общем случае эта обмотка может иметь другое число полюсов и иное распределение в пространстве. Обе обмотки могут быть гармоническими составляющими одной или двух различных обмоток. В любом случае их взаимную индуктивность можно получить на основании уравнения (2.19):

$$\begin{aligned}
L_{vk} &= \mu_0 \cdot \frac{rl}{\delta} \int_0^{2\pi} N_v \cdot \cos(v \cdot \varphi_{\text{Э}} + \gamma_v) \cdot N_k \cdot \cos(k \cdot \varphi_{\text{Э}} + \gamma_k) d\varphi = \\
&= \mu_0 \cdot \frac{rl}{\delta} \cdot N_v \cdot N_k \int_0^{2\pi} \cos(v \cdot p \cdot \varphi + \gamma_v) \cdot \cos(k \cdot p \cdot \varphi + \gamma_k) d\varphi = 0
\end{aligned} \quad (2.24)$$

при $v \neq k$.

Уравнение показывает, что между синусными обмотками, имеющими разное число полюсов, нет магнитного взаимодействия.

Из уравнения (2.24) непосредственно следует, что взаимная индуктивность отсутствует между любыми гармоническими, принадлежащими одной реальной обмотке.

Таким образом, собственная индуктивность всякой обмотки равна сумме собственных индуктивностей составляющих ее синусных обмоток.

Определим взаимную индуктивность двух синусных обмоток, имеющих равное число полюсов ($v = k$). Поскольку они могут принадлежать только различным обмоткам, изменим обозначения, введя для обмоток индексы a и b . Их обмоточные функции имеют вид

$$\begin{cases} N_{\varphi av}(\varphi) = N_{av} \cdot \cos(v \cdot \varphi_{\mathcal{E}} + \gamma_{av}) \\ N_{\varphi bv}(\varphi) = N_{bv} \cdot \cos(v \cdot \varphi_{\mathcal{E}} + \gamma_{bv}) \end{cases} \quad (2.25)$$

В общем случае эти функции могут иметь различные амплитуды и распределение в пространстве.

После подстановки (2.25) в (2.19) и соответствующих преобразований получим

$$L_{abv} = \mu_0 \cdot \frac{\pi r l}{\delta} \cdot N_{av} \cdot N_{bv} \cdot \cos(\gamma_{av} - \gamma_{bv}) \quad (2.26)$$

Это уравнение позволяет сделать очень важные выводы.

Из него, в частности, видно, что взаимная индуктивность двух синусных обмоток с одинаковым числом полюсов является косинусоидальной функцией пространственного угла между осями основных составляющих соответствующих реальных обмоток, увеличенного в v раз. Действительно, величину $(\gamma_{av} - \gamma_{bv})$ можно представить следующим образом:

$$v \cdot \left(\frac{\gamma_{av}}{v} - \frac{\gamma_{bv}}{v} \right) = v \cdot \gamma \quad (2.27)$$

где γ - электрический угол между осями основных синусных обмоток (максимумами обмоточных функций).

Таким образом,

$$L_{abv} = \mu_0 \cdot \frac{\pi r l}{\delta} \cdot N_{av} \cdot N_{bv} \cdot \cos(v \cdot \gamma) \quad (2.28a)$$

или

$$L_{abv} = L_{(abv)m} \cdot \cos(v \cdot \gamma) \quad (2.28b)$$

Уравнение (2.28) подтверждается очевидными физическими соображениями: взаимная индуктивность (магнитная связь) должна иметь максимальную величину, когда оси обмоток совпадают, и минимальную, когда они перпендикулярны.

2.4. Момент идеализированной электрической машины

2.4.1. Неявнополюсная конструкция

Ранее было получено следующее уравнение для момента при взаимодействии двух обмоток:

$$M = i_a \cdot i_x \cdot \frac{dL}{d\varphi} \quad (2.29)$$

откуда следует, что момент отличается от нуля, если $L = f(\varphi)$.

Такая ситуация имеет место, когда одна из обмоток расположена на статоре, а другая – на роторе.

Понятие синусной обмотки позволяет провести анализ в самом общем виде. Поскольку между синусными обмотками, имеющими разное число полюсов, не может быть индуктивной связи, рассмотрим случай, когда на статоре и на роторе расположены синусные обмотки ν -й гармонической.

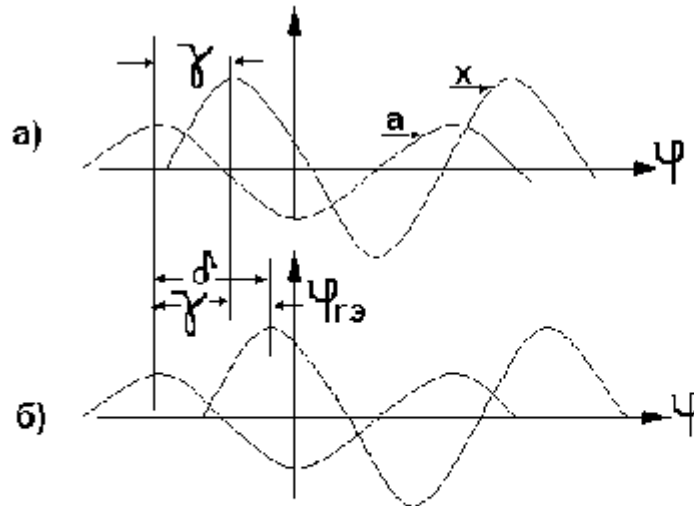


Рис. 8

На рис. 8 изображены основные гармонические составляющие обмоток статора (a) и ротора (x). Пусть угол φ_r характеризует положение ротора. Если угол (в эл. град.) между осями рассматриваемых гармонических обмоток равен γ , а $\varphi_{rЭ} = p \cdot \varphi_r = 0$ в момент времени $t = 0$ (рис. 8а), то при перемещении ротора (в момент времени $t = t_1$) этот угол будет равен $(\gamma + \varphi_{rЭ})$ - (рис. 8б). В соответствии с уравнением (2.28) взаимная индуктивность обмоток запишется как

$$L_{ax\nu} = L_{(ax\nu)m} \cdot \cos \nu(\varphi_{rЭ} + \gamma), \quad (2.30)$$

где
$$L_{(ax\nu)m} = \mu_0 \cdot \frac{\pi r l}{\delta} \cdot N_{a\nu} \cdot N_{x\nu} \cdot$$

Тогда в соответствии с уравнением (2.29) момент будет равен

$$\begin{aligned} M_\nu &= i_a \cdot i_x \cdot \frac{dL_{ax\nu}}{d\varphi_r} = i_a \cdot i_x \cdot L_{(ax\nu)m} \cdot \frac{d}{d\varphi_r} [\cos \nu(\varphi_{rЭ} + \gamma)] = \\ &= -(\nu \cdot p) \cdot i_a \cdot i_x \cdot L_{(ax\nu)m} \cdot \sin \nu(p \cdot \varphi_r + \gamma). \end{aligned}$$

Обозначив $(\varphi_{r\sigma} + \gamma)$ через θ , получим

$$M_v = -(p \cdot v) \cdot i_a \cdot i_x \cdot L_{(axv)m} \cdot \sin(v \cdot \theta) . \quad (2.31)$$

Отметим, что угол θ является текущим (мгновенным) электрическим углом между осями двух гармонических обмоток. Он различен для каждой гармоники, так как неодинаковы пространственные углы γ_{av} и γ_{xv} соответствующих членов рядов Фурье для обмоток.

Вследствие весьма важной роли, которую играет угол θ при определении момента, этот угол называется углом момента.

Результирующий момент может быть найден путем простого суммирования гармонических моментов, определенных по (2.31).

Это уравнение показывает, что при взаимодействии синусных обмоток создается момент, зависящий от числа пар полюсов $(v \cdot p)$, токов в обмотках, максимальной величины взаимной индуктивности и синуса угла между осями двух обмоток.

Знак $(-)$ показывает, что момент стремится уменьшить угол θ , т.е. — привести взаимодействующие обмотки в положение, где их оси совпадают.

Возможны и другие формы записи уравнения (2.31). Например, если подставить (2.30) в (2.31), то после несложных преобразований получим

$$\begin{aligned} M_v &= -(v \cdot p) \cdot \pi r l \delta \cdot \frac{N_{av} \cdot i_a}{\delta} \cdot \frac{\mu_0 \cdot N_{xv} \cdot i_x}{\delta} \cdot \sin(v \cdot \theta) = \\ &= -(v \cdot p) \cdot \pi r l \delta \cdot H_{avm} \cdot B_{xvm} \cdot \sin(v \cdot \theta) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Здесь H_{avm} и H_{xvm} — максимальные значения v -х гармоник напряженности и индукции, синусоидально распределенных в зазоре магнитных полей, созданных обмотками статора и ротора.

Сравнение двух, приведенных выше, форм записи момента позволяет сказать, что :

– первая форма записи — уравнение (2.31), определяет момент как функцию параметров и переменных электрической цепи (токи, индуктивность);

– вторая зависимость связывает момент с параметрами, характеризующими магнитное поле.

Таким образом, вместо момента, который стремится привести синусные обмотки в положение, когда их оси совпадают, теперь можно представить себе момент, стремящийся привести в соответствующее положение оси двух магнитных полей. Следовательно, уравнение (2.32) является количественным описанием сил взаимодействия между магнитными полюсами на поверхности статора и ротора. Момент, создаваемый

этими силами, пропорционален числу пар полюсов, напряженностям обеих полей и синусу пространственного угла между их осями, увеличенного в ν раз. В этом случае влияние ряда обмоток может быть рассмотрено одновременно путем использования результирующих магнитных полей.

Пока два магнитных поля синусоидально распределены в воздушном зазоре, уравнение (2.32) будет давать действительную величину момента вне зависимости от того, как эти поля создаются. Но при этом надо правильно выбрать угол момента. Чтобы подчеркнуть эту относительную независимость момента от происхождения величин, характеризующих поле, перепишем уравнение (2.32) в другом виде:

$$M_{\nu} = -(\nu \cdot p) \cdot \pi r l \delta \cdot H_{\nu m} \cdot B_{\nu m} \cdot \sin(\nu \cdot \theta) . \quad (2.33)$$

В любом случае угол θ должен быть пространственным углом между осями двух магнитных полей.

Уравнение (2.33) наиболее полезно для качественного анализа, в то время как подход с точки зрения теории цепей – уравнение (2.31), удобен при исследовании характеристик машины.

Третью форму уравнения момента можно получить, если в (2.33) ввести общий магнитный поток на полюс.

Величина магнитного потока на полюс для ν -й гармоники ротора или статора зависит от распределения проводников в соответствующей обмотке и равна

$$\begin{aligned} \Phi_{\nu} &= \int_S B_{\nu} \cdot dS = \int_Z \int B_{\nu} \cdot r \cdot dz \cdot d\varphi = r l \int_0^{\frac{\pi}{p\nu}} B_{\delta} \cdot N_{\nu} \cdot \sin \nu \varphi_{\Delta} \cdot d\varphi = \\ &= r l \int_0^{\frac{\pi}{\nu p}} B_{\nu m} \cdot \sin(\nu \cdot p \cdot \varphi) \cdot d\varphi = \frac{2}{\nu \cdot p} \cdot r l \cdot B_{\nu m} \end{aligned} \quad (2.34)$$

Тогда

$$M_{\nu} = -\frac{\pi}{2} (\nu \cdot p)^2 \cdot \Phi_{\nu} \cdot F_{\nu m} \cdot \sin(\nu \cdot \theta) , \quad (2.35)$$

где $F_{\nu m} = \delta \cdot H_{\nu m} = \delta (i/\delta \cdot N_{\nu})$ – максимальная МДС в воздушном зазоре.

Уравнение (2.35) особенно удобно, когда Φ_{ν} представляет собой общий поток полюса, созданный совместно всеми обмотками. Возможна и еще одна форма записи уравнения момента:

$$M_{\nu} = -\frac{\pi}{2} (\nu \cdot p)^2 \cdot N_{\nu} \cdot \Phi_{\nu} \cdot i \cdot \sin(\nu \cdot \theta) = -c_{M\nu} \cdot \Phi_{\nu} \cdot i \cdot \sin(\nu \cdot \theta) . \quad (2.36)$$

2.4.2. Явнополюсная конструкция

Физическая модель электрической машины с выступающими полюсами, но только "обращенной" конструкции - с полюсами на роторе (типичной для синхронных машин), представлена на рис. 9.

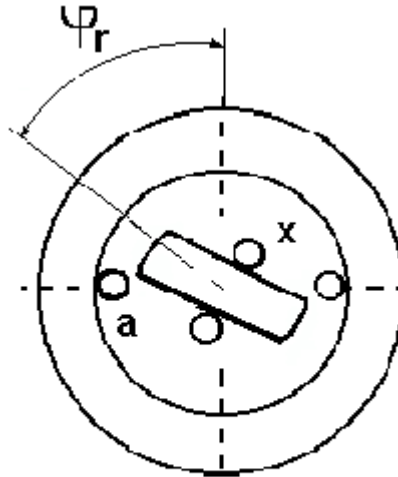


Рис. 9

Как было показано выше, общее уравнение для момента имеет вид

$$M = \frac{\partial W_M}{\partial \varphi},$$

где магнитная энергия рассматриваемой здесь двухконтурной системы определяется как

$$W_M = \frac{1}{2} L_a \cdot i_a^2 + \frac{1}{2} L_x \cdot i_x^2 + L \cdot i_a \cdot i_x.$$

Для данной модели только потокосцепление ротора, обусловленное его собственным магнитным полем, не зависит от положения ротора в пространстве. Поэтому момент будет равен

$$M = \frac{\partial W_M}{\partial \varphi} = \frac{1}{2} i_a^2 \cdot \frac{\partial L_a}{\partial \varphi} + i_a \cdot i_x \cdot \frac{\partial L}{\partial \varphi} = M'' + M'. \quad (2.37)$$

Здесь собственная индуктивность обмотки a является функцией угла поворота ротора, поскольку ее собственное потокосцепление зависит от

величины воздушного зазора. Последний, как видно из рис. 9, минимален, когда ось ротора совпадает с осью магнитного поля, создаваемого обмоткой a , и максимален при горизонтальном положении ротора (оси перпендикулярны).

Для простоты весь дальнейший анализ выполнен только для основных гармонических обмоточных функций.

В соответствии с рис. 9 пространственный угол φ_r , определяющий положение ротора, в общем случае может быть представлен в виде $(\varphi_{r0} + \gamma)$ эл.град., где γ – начальный угол (при $t = 0$) между осями основных гармонических обмоточных функций, а φ_{r0} – его приращение во времени.

На основании (2.28) взаимная индуктивность рассматриваемых обмоток определяется следующим образом:

$$L_{ax} = L_{(ax)m} \cdot \cos(p \cdot \varphi_r + \gamma), \quad (2.38)$$

где $L_{(ax)m} = \mu_0 \cdot \frac{\pi r l}{\delta} \cdot N_a \cdot N_x$.

При повороте ротора изменяется величина воздушного зазора, а следовательно, — величина сопротивления на пути магнитного потока обусловленного током статора (обмоткой a).

Исследования показывают, что характер изменения магнитного сопротивления имеет вид, представленный на рис. 10.

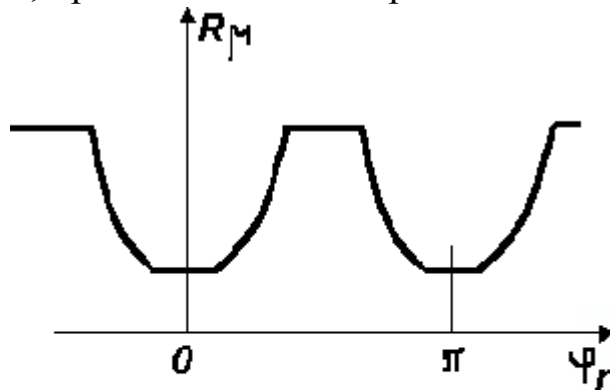


Рис. 10

Величина магнитного сопротивления по аналогии с сопротивлением электрическим определяется известным уравнением

$$R_M(\varphi_r) = \frac{\delta(\varphi_r)}{\mu_0 \cdot S}, \quad (2.39a)$$

откуда для проводимости воздушного зазора получаем

$$\Lambda_M(\varphi_r) = \frac{1}{R_M(\varphi_r)} = \mu_0 \cdot \frac{S}{\delta(\varphi_r)} \quad (2.39 б)$$

Применительно к электрическим машинам, где поток сосредоточен в магнитопроводе, можно говорить о магнитной проводимости для потока на полюсном делении, площадь которого равна $\pi r l / p$.

Отсюда

$$\Lambda_M(\varphi_r) = \mu_0 \cdot \frac{rl}{\delta(\varphi_r)} \cdot \frac{\pi}{p}. \quad (2.40)$$

Представляя $\Lambda_M(\varphi_r)$ в виде ряда Фурье и ограничиваясь (с достаточной для практики точностью) только двумя первыми членами ряда, можно записать:

$$\Lambda_M(\varphi_r) \approx \Lambda_0 + \Lambda \cdot \cos 2p\varphi_r. \quad (2.41)$$

Здесь

$$\Lambda_0 = \frac{\Lambda_{\max} + \Lambda_{\min}}{2}; \quad \Lambda = \frac{\Lambda_{\max} - \Lambda_{\min}}{2}.$$

Графическое представление уравнения (2.41) приведено на рис. 11.

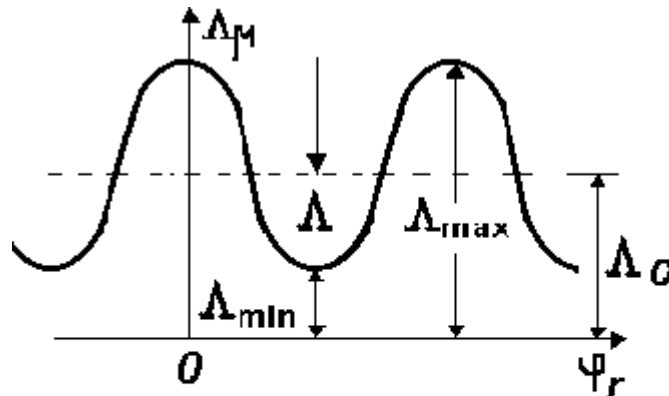


Рис. 11

Тогда собственная индуктивность обмотки a согласно (2.18) может быть записана в виде

$$L_a = \mu_0 r l \int_0^{2\pi} \frac{[N_a \cdot \cos(p\varphi_r + \gamma)]^2}{\delta(\varphi_r)} \cdot d\varphi_r ,$$

или с учетом (2.40) и (2.41)

$$\begin{aligned} L_a &= \int_0^{2\pi} \frac{p}{\pi} \cdot \Lambda_M(\varphi) [N_a \cdot \cos(p\varphi_r + \gamma)]^2 \cdot d\varphi_r = \\ &= p \cdot \Lambda_0 \cdot N_a^2 + p \cdot \frac{\Lambda}{2} \cdot N_a^2 \cdot \cos 2\gamma = p \cdot N_a^2 \left(\Lambda_0 + \frac{\Lambda}{2} \cdot \cos 2\gamma \right) . \end{aligned} \quad (2.42)$$

Тогда на основании уравнений (2.37), (2.38) и (2.42) для момента времени $t=0$, когда оси основных гармоник синусных обмоток смещены на угол γ , получим следующее уравнение для развиваемого момента:

$$\begin{aligned} M &= i_a \cdot i_x \cdot \frac{\partial L}{\partial \gamma} + \frac{1}{2} \cdot i_a^2 \cdot \frac{\partial L_a}{\partial \gamma} = \\ &= - \left[p \cdot \mu_0 \cdot \frac{\pi r l}{\delta} \cdot i_a \cdot i_x \cdot N_a \cdot N_x \cdot \sin \gamma + p \cdot i_a^2 \cdot \frac{N_a}{4} (\Lambda_{\max} - \Lambda_{\min}) \cdot \sin 2\gamma \right] . \end{aligned} \quad (2.43)$$

Таким образом, момент имеет две составляющие:

- одна из них зависит от токов в обоих контурах и по структуре ничем не отличается от момента неявнополюсной модели — уравнение (2.31);

- вторая составляющая имеет место и в том случае, когда отсутствует возбуждение со стороны ротора, т.е. зависит только от одного тока - в статоре, а также пропорциональна разности проводимостей для магнитного потока по двум взаимно перпендикулярным осям явнополюсного ротора и, следовательно, тем больше, чем больше эта разность.

2.5. Магнитные поля, создаваемые обмотками

2.5.1. Однофазная обмотка

Индукция магнитного поля, создаваемого основной синусной обмоткой, может быть представлена следующим образом:

$$b(\varphi) = \mu_0 \cdot \frac{i}{\delta} \cdot N \cdot \cos(\varphi + \gamma) .$$

Если по обмотке протекает ток $i = I_m \cdot \cos \omega t$, то

$$b(\varphi, t) = \mu_0 \cdot \frac{I_m}{\delta} \cdot N \cdot \cos \omega t \cdot \cos(\varphi + \gamma) = B_m \cdot \cos \omega t \cdot \cos(\varphi + \gamma) . \quad (2.44)$$

Таким образом, магнитное поле является функцией, как времени, так и пространственной координаты. Будучи гармонической функцией пространственного угла, индукция магнитного поля может быть представлена в виде пространственного вектора. Такое представление совершенно аналогично использованию временных векторов при анализе электрических цепей синусоидального тока.

Поле, описываемое уравнением (2.44), неподвижно в пространстве, но меняется (пульсирует) во времени. В силу перечисленных обстоятельств его можно назвать стационарным (неподвижным) пульсирующим полем.

Магнитному полю, возбуждаемому одной синусной обмоткой при протекании по ней переменного тока, можно дать интересную и важную интерпретацию, если воспользоваться известным тригонометрическим соотношением

$$\cos \alpha \cdot \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)] .$$

В результате для (2.44) получим

$$b(\varphi, t) = \frac{B_m}{2} \{ \cos[\omega t - (\varphi + \gamma)] + \cos[\omega t + (\varphi + \gamma)] \} . \quad (2.45a)$$

Обозначим отдельные составляющие поля:

$$\begin{cases} b_{\text{ПР}}(\varphi, t) = (B_m / 2) \cdot \cos[\omega t - (\varphi + \gamma)] \\ b_{\text{ОБР}}(\varphi, t) = (B_m / 2) \cdot \cos[\omega t + (\varphi + \gamma)] \end{cases} . \quad (2.45b)$$

Представим, что мы наблюдаем за какими-либо точками этих двух волн имеющими постоянно значение индукции. Тогда для них справедливо

$$\begin{cases} \cos[\omega t - (\varphi + \gamma)] = \text{const} \\ \cos[\omega t + (\varphi + \gamma)] = \text{const} \end{cases} .$$

И, следовательно,

$$\begin{cases} \omega t - \varphi - \gamma = \text{const} \\ \omega t + \varphi + \gamma = \text{const} \end{cases} . \quad (2.46a)$$

Дифференцируя последние равенства по t , найдем

$$d\varphi / dt = \omega; d\varphi / dt = -\omega . \quad (2.46b)$$

Производные по углу являются угловыми скоростями перемещения (вращения) волн. Согласно (2.46 б) первый член правой части уравнения (2.45 а) представляет собой прямую волну ($d\varphi / dt > 0$), т.е. волну, вращающуюся в направлении положительных углов φ , а второй член – обратную волну ($d\varphi / dt < 0$).

Зависимость (2.46 а) показывает, что за один период изменения тока (ωt изменяется на 2π), поле поворачивается точно на такой же угол, т.е. на

угол 2π электрических радиан. В соответствии с этим угловая скорость поля (Ω) равна циклической частоте сети (ω):

$$\Omega = \omega = 2\pi f . \quad (2.47)$$

С другой стороны, угловая скорость вращения поля в механических единицах угла равна

$$\Omega_{MX} = \frac{\omega}{p} = \frac{2\pi f}{p} . \quad (2.48)$$

Но так как $\Omega_{MX} = 2\pi n$, то

$$n = f/p . \quad (2.49)$$

Наконец, нас может интересовать v -тая гармоническая поля, уравнение для которой имеет вид

$$b_v(\varphi, t) = B_{vm} \cdot \cos \omega t \cdot \cos v(\varphi + \gamma) \quad (2.50)$$

или

$$b_v(\varphi, t) = \frac{B_{vm}}{2} \cdot \{ \cos[\omega t - v(\varphi + \gamma)] + \cos[\omega t + v(\varphi + \gamma)] \} . \quad (2.51)$$

Следовательно, v -тая гармоническая пульсирующего поля также может быть представлена в виде двух вращающихся компонент. Однако за время одного периода возбуждающего тока v -тая гармоническая перемещается только на $2\pi/v$ эл. радиан. Иными словами, скорость ее вращения в v раз меньше, чем основной

$$\Omega_v = \frac{\omega}{v}; \Omega_{MXv} = \frac{\omega}{v \cdot p} . \quad (2.52)$$

2.5.2. Многофазная обмотка

Проблема создания одного вращающегося поля постоянной величины может быть решена путем соответствующего расположения в пространстве двух или более однофазных обмоток так, чтобы скомпенсировать обратно вращающееся поле.

Простейшим средством достижения этого является симметричная двухфазная обмотка. Она состоит из двух обмоток, магнитные оси которых ориентированы под прямым углом друг к другу, а токи сдвинуты по фазе во времени на угол $\pi/2$. Таким образом, дополнительная обмотка создает магнитное поле, описываемое следующим уравнением:

$$b'(\varphi, t) = B'_m \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \cos\left(\varphi + \gamma - \frac{\pi}{2}\right) = B'_m \cdot \sin \omega t \cdot \sin(\varphi + \gamma) \quad (2.53a)$$

Используя соотношение

$$\sin \alpha \cdot \sin \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)] ,$$

перепишем уравнение (2.53 а) следующим образом:

$$b'(\varphi, t) = \frac{B'_m}{2} \{ \cos[\omega t - (\varphi + \gamma)] - \cos[\omega t + (\varphi + \gamma)] \} . \quad (2.53б)$$

Результирующее магнитное поле двух таких однофазных обмоток определяется как

$$b_p(\varphi, t) = b(\varphi, t) + b'(\varphi, t) .$$

Из уравнений (2.45 а) и (2.53 б) нетрудно видеть, что при $N' = N$ обратновращающиеся поля обмоток равны и противоположны.

Поэтому результирующее поле имеет вид

$$b_p(\varphi, t) = B_m \cdot \cos[\omega t - (\varphi + \gamma)] . \quad (2.54)$$

Особый интерес представляет использование 3-х фазных обмоток. Фазы симметричной 3-х фазной обмотки создают следующие составляющие магнитного поля (для простоты считаем $\gamma = 0$):

$$\begin{cases} b_A(\varphi, t) = B_m \cdot \cos \omega t \cdot \cos \varphi = (B_m / 2) [\cos(\omega t - \varphi) + \cos(\omega t + \varphi)] \\ b_B(\varphi, t) = B_m \cdot \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\varphi - \frac{2\pi}{3}\right) = (B_m / 2) \left[\cos(\omega t - \varphi) + \cos\left(\omega t + \varphi - \frac{4\pi}{3}\right) \right] \\ b_C(\varphi, t) = B_m \cdot \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot \cos\left(\varphi + \frac{2\pi}{3}\right) = (B_m / 2) \left[\cos(\omega t - \varphi) + \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{4\pi}{3}\right) \right] \end{cases} \quad (2.55)$$

Результирующее поле

$$b(\varphi, t) = b_A(\varphi, t) + b_B(\varphi, t) + b_C(\varphi, t) = \frac{3}{2} B_m \cdot \cos(\omega t - \varphi) . \quad (2.56а)$$

Таким образом, в случае симметричной m -фазной обмотки имеем

$$b(\varphi, t) = \frac{m}{2} \cdot B_m \cdot \cos(\omega t - \varphi) . \quad (2.56б)$$

Следовательно, ориентированные синусные обмотки создают вращающееся магнитное поле постоянной величины. Однако реальные обмотки могут лишь приближаться к синусным обмоткам, так как всегда создают поля гармонических.

Уже отмечалось, что гармонические составляющие магнитного поля вращаются медленнее основного. Поэтому один только этот факт может сделать присутствие гармонических вредным.

Однако еще оказывается, что поля некоторых гармоник вращаются в сторону, противоположную направлению вращения основного поля. Это делает их присутствие недопустимым.

Например, при наличии 3-й гармонической в магнитном поле создаваемом двухфазной симметричной обмоткой, имеем

$$\begin{cases} b_A(\varphi, t) = B_m \cdot \cos \omega t (N_1 \cdot \cos \varphi + N_3 \cdot \cos 3\varphi) \\ b_B(\varphi, t) = B_m \cdot \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right) \left[N_1 \cdot \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + N_3 \cos 3\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) \right] = \\ = B_m \cdot \sin \omega t (N_1 \cdot \sin \varphi - N_3 \cdot \sin 3\varphi) \end{cases} \quad (2.57)$$

Ее результирующее поле

$$b(\varphi, t) = b_A(\varphi, t) + b_B(\varphi, t) + b_C(\varphi, t) = B_m [N_1 \cdot \cos(\omega t - \varphi) + N_3(\omega t + 3\varphi)]. \quad (2.58)$$

Отсюда видно, что поле 3-й гармоники действительно вращается в обратную сторону относительно основного поля со скоростью в 3 раза меньшей.

2.6. ЭДС обмотки

Уравнение электрического равновесия для любой обмотки определяется в соответствии со вторым законом Кирхгофа и, например, для обмотки a , имеет вид

$$u_a + e_a = r_a \cdot i_a,$$

где e_a согласно закону Фарадея определяется полным потокосцеплением рассматриваемой обмотки

$$\begin{aligned} \Psi_a = & L_a \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ac} \cdot i_c + \dots \\ & + L_{ax}(\varphi_r) \cdot i_x + L_{ay}(\varphi_r) \cdot i_y + \dots \end{aligned} \quad (2.59)$$

В уравнении отмечено, что некоторые взаимные индуктивности зависят от углового положения ротора (φ_r). Это относится к взаимным индуктивностям обмоток, расположенных по разные стороны воздушного зазора.

Для тех составляющих потокосцепления, которые не зависят от φ_r , составляющие результирующей ЭДС будут аналогичны известным из теории цепей ЭДС само- и взаимоиндукции

$$L_a \cdot \frac{di_a}{dt} + L_{ab} \cdot \frac{di_b}{dt} + \dots \quad (2.60)$$

Ранее отмечалось, что эти составляющие не вносят вклада в процесс преобразования энергии - энергия, связанная с ними идет исключительно на увеличение или уменьшение энергии, запасенной в магнитном поле воздушного зазора.

Определяя ЭДС, связанные с индуктивностями, зависящими от угла φ_r , необходимо иметь в виду, что этот угол сам может быть функцией времени, что, например, обусловлено перемещением ротора. Составляющие ЭДС этого типа имеют вид

$$L_{ax}(\varphi_r) \cdot \frac{di_x}{dt} + i_x \frac{\partial L_{ax}(\varphi_r)}{\partial \varphi_r} \cdot \frac{\partial \varphi_r}{\partial t} + \dots \quad (2.61)$$

Здесь первый член представляет собой обычную ЭДС взаимной индукции, которая может быть объединена с ЭДС, рассмотренными выше.

Вторая составляющая рассматриваемой ЭДС характерна только для электромеханических преобразователей энергии и представляет собой ЭДС, созданную исключительно посредством движения ротора, а следовательно, непосредственно связана с процессом преобразования энергии.

Для исследования этой ЭДС воспользуемся понятием синусной обмотки. В целях упрощения ограничимся рассмотрением взаимодействия одной пары гармонических обмоток.

Для ν -х гармонических синусных обмоток, принадлежащих реальным обмоткам a и x , ЭДС вращения равна

$$\begin{aligned} e_a &= i_x \cdot \frac{dL_{ax\nu}(\varphi_r)}{dt} = i_x \cdot \frac{d}{dt} \left[L_{(ax\nu)m} \cdot \cos \nu(p \cdot \varphi_r + \gamma) \right] = \\ &= -i_x \cdot (\nu \cdot p) \cdot L_{(ax\nu)m} \cdot \sin \nu(\varphi_{r\Omega} + \gamma) \cdot \frac{d\varphi_r}{dt} \end{aligned} \quad (2.62a)$$

В частном случае, при постоянной скорости вращения ротора

$$\varphi_{r\Omega} = p \cdot \varphi_r = \omega_r \cdot t .$$

Поэтому уравнение (2.62 а) принимает вид

$$e_a = -i_x \cdot \nu \cdot \omega_r \cdot L_{(ax\nu)m} \cdot \sin \nu(\omega_r t + \gamma) . \quad (2.62б)$$

Если ток i_x постоянный, ЭДС является синусоидальной функцией времени и ее действующее значение равно

$$E_a = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot I_x \cdot \nu \cdot \omega_r \cdot L_{(ax\nu)m} = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot f_\nu \cdot I_x \cdot L_{(ax\nu)m} , \quad (2.63a)$$

где $f_\nu = \nu \cdot f$.

ЭДС можно представить и в другой форме, подставив в (2.63 а) значение для $L_{(ax\nu)m}$:

$$E_a = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot (\nu \cdot p) \cdot f_\nu \cdot N_{av} \cdot \Phi_{\nu m} , \quad (2.63б)$$

где $\Phi_{\nu m}$ – амплитуда потока ν -й гармонической на один полюс.

Магнитное поле, вызванное постоянным током в обмотке x , имеет неизменную величину и неподвижно по отношению к ротору. Вследствие

вращения ротора, это поле перемещается относительно обмотки статора, заставляя изменяться ее потокосцепление.

Как правило, в большинстве реальных электрических машин ситуация несколько иная, а именно: определяется ЭДС, наведенная в обмотке движущимся магнитным полем, синусоидально распределенным в пространстве.

Если, например, сосредоточенная обмотка имеет w витков и p пар полюсов, то ее обмоточная функция представляет собой прямоугольную волну с амплитудой $w/2p$.

Гармонический анализ Фурье дает следующую величину амплитуды ν -й гармоники прямоугольной волны:

$$N_{av} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{w}{2p} \cdot \frac{1}{\nu} . \quad (2.64)$$

В таком случае уравнение (2.63 б) принимает вид

$$E_{av} = \frac{\pi^2}{\sqrt{2}} \cdot (\nu \cdot p) \cdot f_\nu \cdot \frac{4w}{2\pi \cdot \nu \cdot p} \cdot \Phi_{vm} = \sqrt{2}\pi \cdot f_\nu \cdot w \cdot \Phi_{vm} . \quad (2.65)$$

2.7. Связь поля в воздушном зазоре с напряжением обмотки

Рассматривая вращающиеся поля, мы для удобства считали токи в обмотках заданными функциями времени. При этом предположении было определено поле в воздушном зазоре и установлен характер его пространственного распределения.

Однако у большинства электрических машин, кроме статорной, имеются обмотки на роторе, по которым также протекают токи. Это делает задачу определения поля через токи значительно более сложной.

Поэтому, как правило, заданными функциями удобно считать не токи обмоток, а приложенные к ним напряжения. Установим связь поля в воздушном зазоре с напряжениями обмоток и покажем, что они однозначно определяют величину поля.

Вначале рассмотрим простое устройство в виде тороидального сердечника с двумя обмотками. Здесь имеет место пульсирующее магнитное поле.

Пренебрегая потоками рассеяния, уравнения равновесия для первичной и вторичной цепей можно записать известным способом:

$$\begin{cases} u_1 = r_1 i_1 + w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \\ 0 = (r_2 + R) i_2 + w_2 \cdot \frac{d\Phi}{dt} \end{cases}$$

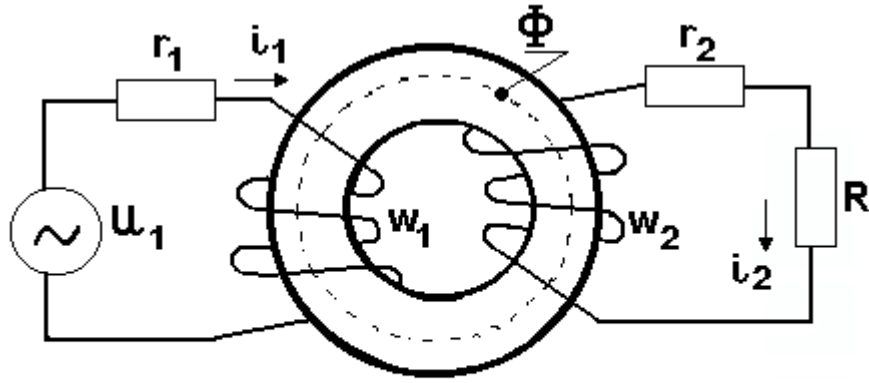


Рис. 12

Если задано u_1 , поток можно найти приближенно. Это допустимо, если

$$r_1 \cdot i_1 \ll w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} .$$

Тогда, например, для первичной цепи, имеем

$$u_1 \approx w_1 \cdot \frac{d\Phi}{dt} . \quad (2.66)$$

Следовательно, если можно пренебречь активным сопротивлением и потоком рассеяния, приложенное напряжение полностью определяет поток в сердечнике. Физически это означает, что в сердечнике должен установиться такой поток, который наводит ЭДС, способную уравновесить приложенное напряжение. Этот поток не зависит от вторичного тока.

Если приложенное напряжение определяется как

$$u = \sqrt{2}U \cdot \cos \omega t ,$$

то решение уравнения (2.66) относительно потока имеет вид

$$\varphi \approx \frac{\sqrt{2}U}{\omega \cdot w} \cdot \sin \omega t = \Phi_m \cdot \sin \omega t . \quad (2.67)$$

Таким образом, между действующим значением синусоидального приложенного напряжения и амплитудой потока в сердечнике имеет место следующее простое соотношение:

$$U \approx \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot w \cdot \Phi_m = \sqrt{2} \pi f w \Phi_m = 4,44 f w \Phi_m . \quad (2.68)$$

Установим теперь связь между вращающимся магнитным полем в воздушном зазоре и приложенным к обмотке напряжением.

Если можно пренебречь активными сопротивлениями обмоток и потоками рассеяния, то для каждой из двух обмоток можно записать:

$$\begin{cases} u_a \approx d\Psi_a / dt \\ u_b \approx d\Psi_b / dt. \end{cases} \quad (2.69)$$

Предположим, что в обмотках двухфазной симметричной машины протекают токи

$$\begin{cases} i_a = I_m \cdot \cos \omega t \\ i_b = I_m \cdot \sin \omega t. \end{cases}$$

В соответствии с уравнением (2.54) индукция основной гармонической магнитного поля, создаваемого рассматриваемыми обмотками, будет равна

$$b(\varphi, t) = \mu_0 \cdot \frac{I_m}{\delta} \cdot N \cdot \cos[\omega t - (\varphi + \gamma)] = B_m \cdot \cos[\omega t - (\varphi + \gamma)] .$$

Потокоцепление с любой обмоткой, обусловленное этим полем определяется в соответствии с уравнением (2.12)

$$\Psi = rl \int_0^{2\pi} N_\varphi(\varphi) \cdot b(\varphi) \cdot d\varphi .$$

Например, для обмотки a

$$\Psi_a = rl \int_0^{2\pi} N_a \cdot \cos(\varphi + \gamma) \cdot B_m \cdot \cos[\omega t - (\varphi + \gamma)] \cdot d\varphi = \pi rl N_a B_m \cdot \cos \omega t .$$

ЭДС, наводимая в этой обмотке,

$$e_a = -\frac{d\Psi_a}{dt} = -\pi rl N_a B_m \omega \cdot \sin \omega t . \quad (2.70a)$$

Аналогично для обмотки b

$$e_b = -\pi rl N_b B_m \omega \cdot \sin \omega t . \quad (2.70б)$$

Если к обмоткам приложены напряжения

$$\begin{cases} u_a = -\sqrt{2}U \cdot \sin \omega t \\ u_b = \sqrt{2}U \cdot \cos \omega t, \end{cases} \quad (2.71)$$

то в соответствии с уравнениями (2.69), (2.70) и (2.71) между действующим значением приложенного напряжения и амплитудой индукции вращающегося магнитного поля существует зависимость

$$\sqrt{2}U \approx \pi rl N \omega B_m , \text{ т.е.}$$

$$U \approx \frac{\pi rl \omega N}{\sqrt{2}} \cdot B_m . \quad (2.72)$$

Поток на один полюс, создаваемый основной синусной обмоткой, равен

$$\Phi = rl \int B_m \cdot \cos(\omega t - \varphi_s) d\varphi = rl \int_0^{\pi/p} B_m \cdot \cos(\omega t - p\varphi) d\varphi = \frac{2}{p} \cdot rl B_m \cdot \sin \omega t. \quad (2.73)$$

С учетом этого уравнение (2.72) принимает вид

$$U \approx \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot p\omega N\Phi_m = \sqrt{2}\pi f \left(\frac{\pi}{2} \cdot pN \right) \cdot \Phi_m . \quad (2.74)$$

Полученное уравнение отличается от (2.68) только постоянным множителем, зависящим от распределения обмотки.

Вопросы для самоконтроля

1. Дайте общую характеристику существующим физическим моделям электрических машин.
2. Перечислите основные допущения (упрощения), позволяющие рассматривать реальные электрические машины как идеальные.
3. Как определяется напряженность магнитного поля, создаваемого простейшей обмоткой в виде катушки с током?
4. Что представляет собой обмоточная функция обмотки?
5. Раскройте понятие «синусная обмотка».
6. Какова связь между электрическими и геометрическими углами?
7. Какую обмотку называют основной и почему?
8. Приведите объяснение понятия «потокосцепление» обмотки.
9. Объясните физический смысл таких параметров обмотки, как собственная и взаимная индуктивности.
10. Чем определяется величина собственной индуктивности обмотки?
11. От чего зависит взаимная индуктивность двух обмоток?
12. Напишите общее уравнение для момента, возникающего между двумя обмотками в неявнополюсной модели. Объясните физический смысл знака (-) в этом уравнении.
13. Дайте объяснение физической природы момента в явнополюсной модели.
14. Почему магнитное поле, создаваемое однофазной обмоткой, называется стационарным?
15. Какова угловая скорость вращения магнитного поля, создаваемого обмоткой, выраженная через электрические и геометрические радианы?
16. Назовите необходимые условия образования вращающегося магнитного поля.
17. Как амплитуда индукции вращающегося магнитного поля, создаваемого симметричной m – фазной обмоткой, связана с амплитудой индукции магнитного поля, создаваемого одной ее фазой?
18. Какое вращающееся поле называется круговым?
19. Напишите уравнение ЭДС, создаваемой в обмотке вращающимся магнитным полем.
20. Как напряжение питания обмотки связано с индукцией магнитного поля, создаваемого этой обмоткой?

3. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ [3]

3.1. Физические предпосылки

Несмотря на многообразие типов электрических машин, все они основаны на физических явлениях, возникающих при движении проводника в магнитном поле. Это позволяет построить единую теорию так называемой обобщенной электрической машины, на базе которой, как частные случаи, могут быть исследованы различные типы электрических машин.

В основе теории обобщенной электрической машины лежит возможность замены реальной, в общем случае m -фазной и многополюсной машины, двухфазной двухполюсной машиной, с взаимно ортогональными обмотками на статоре и аналогичными обмотками на роторе.

Возможность такой замены вытекает из следующих соображений:

1. С помощью двух ортогональных обмоток можно создавать все виды магнитного поля, реализуемого в электромеханических преобразователях энергии. Так, при питании двух ортогональных обмоток постоянным током получим результирующее стационарное магнитное поле. При питании их переменными токами с одинаковыми фазами получаем результирующее пульсирующее поле. При питании обмоток переменными токами с временным фазовым сдвигом в $1/4$ периода получим бегущее или вращающееся магнитное поле.
2. Всегда можно выбрать ортогональные обмотки так, чтобы они создавали такой же электромагнитный момент, что и реальные обмотки сложной конфигурации. Во многих электрических машинах приходится рассматривать момент, действующий на рамочную (прямоугольную) катушку с током. Такая катушка показана на рис. 13 в координатах d и q .

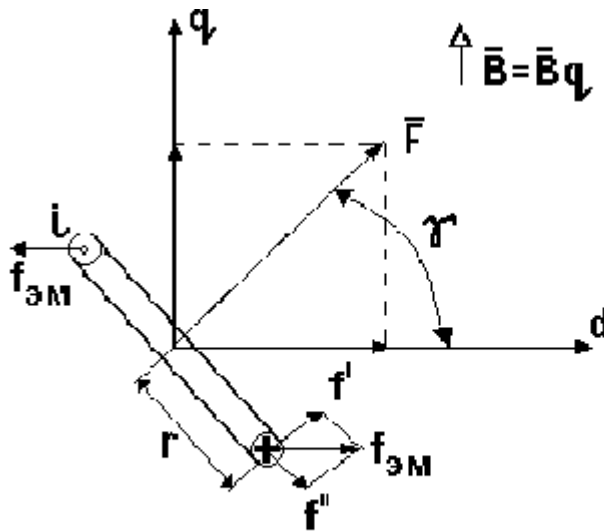


Рис. 13

Пусть магнитное поле направлено по оси q , а в катушке имеется w витков с током i , при этом ось катушки образует с осью d угол γ . Катушка создает МДС $F = i \cdot w$, и с ней сцеплен магнитный поток Φ , зависящий от ее положения в пространстве. На каждую сторону катушки длиной l действует сила $f = B_q \cdot l (i \cdot w)$, создающая электромагнитный момент

$$m = 2r(B_q \cdot i \cdot l) = \Phi_q \cdot F_d, \quad (3.1)$$

где Φ_q - максимальный магнитный поток по оси q , а F_d - составляющая МДС катушки по оси d .

Можно показать, что при произвольном направлении магнитного поля с составляющими индукции B_q и B_d получим

$$m = \Phi_q \cdot F_d - \Phi_d \cdot F_q. \quad (3.2a)$$

Очевидно, это уравнение можно записать в ином виде, а именно

$$m = \Psi_q \cdot i_d - \Psi_d \cdot i_q, \quad (3.2б)$$

где $i_d = i \cdot \cos \gamma$, $i_q = i \cdot \sin \gamma$; $\Psi_d = w \Phi_d$; $\Psi_q = w \Phi_q$.

Уравнение непосредственно применимо для системы из двух одинаковых ортогональных и механически жестко связанных катушек.

Таким образом, модель электрической машины с двумя ортогональными обмотками на статоре и двумя аналогичными обмотками на роторе позволяет имитировать любую реальную электрическую машину как по значению электромагнитного момента, так и по структуре магнитного поля.

3.2. Обобщенная модель электрической машины (модель Вудсона и Уайта)

Как было показано выше, в качестве модели, адекватно представляющей класс вращающихся электрических машин, может быть принята двухфазная двухполюсная машина, принципиальная схема которой показана на рис.14.

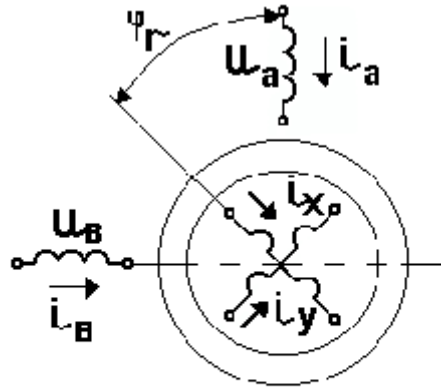


Рис. 14

Еще раз сформулируем допущения, которые следует принять при дальнейшем анализе: воздушный зазор равномерен; потери на гистерезис и вихревые токи отсутствуют; магнитная проницаемость стали много больше, чем у воздуха; двухфазные обмотки статора и ротора симметричны и синусоидально распределены в пространстве.

В общем случае ее можно характеризовать с помощью десяти переменных: четыре напряжения на зажимах обмоток, четыре тока в обмотках, угол, определяющий положение ротора, и момент нагрузки на валу.

При постановке задачи пять из этих переменных заданы – обычно напряжения и момент. Остальные переменные находятся в результате решения. Следовательно, для решения необходимы пять уравнений, четыре из которых являются уравнениями, описывающими четыре цепи обмоток, а пятое – уравнение механического равновесия ротора.

На основании 2-го закона Кирхгофа можно записать:

$$\begin{cases} u_a = r_1 \cdot i_a + d\Psi_a / dt \\ u_b = r_1 \cdot i_b + d\Psi_b / dt \\ u_x = r_2 \cdot i_x + d\Psi_x / dt \\ u_y = r_2 \cdot i_y + d\Psi_y / dt \end{cases} \quad (3.3a)$$

где индексы 1 и 2 относятся к цепям статора и ротора соответственно.

Уравнение механического равновесия получим, суммируя все моменты, действующие на ротор,

$$J \cdot \frac{d^2 \varphi_r}{dt^2} + M_2 \left(\varphi_r, \frac{d\varphi_r}{dt} \right) = M, \quad (3.36)$$

где J - результирующий момент инерции вращающихся частей;

$M_2(\varphi_r, d\varphi_r / dt)$ – внешний момент (момент нагрузки);

M – развиваемый электромагнитный момент.

Общее определение индуктивностей, данное ранее, позволяет выразить потокосцепления через токи в обмотках и индуктивности следующим образом:

$$\begin{cases} \Psi_a = L_a \cdot i_a + L_{ab} \cdot i_b + L_{ax} \cdot i_x + L_{ay} \cdot i_y \\ \Psi_b = L_{ba} \cdot i_a + L_b \cdot i_b + L_{bx} \cdot i_x + L_{by} \cdot i_y \\ \Psi_x = L_{xa} \cdot i_a + L_{xb} \cdot i_b + L_x \cdot i_x + L_{xy} \cdot i_y \\ \Psi_y = L_{ya} \cdot i_a + L_{yb} \cdot i_b + L_{yx} \cdot i_x + L_y \cdot i_y \end{cases} \quad (3.4)$$

При известных обмоточных функциях индуктивности обмоток могут быть найдены по уравнениям, полученным ранее. Например, собственная индуктивность обмотки a

$$L_a = \mu_0 \cdot \frac{\pi r l}{\delta} \cdot N_1^2.$$

Взаимная индуктивность той же обмотки, например с обмоткой x ,

$$L = \mu_0 \cdot \frac{\pi r l}{\delta} \cdot N_1 \cdot N_2 \cdot \cos \varphi_r.$$

Таким образом, можно записать:

$$\begin{cases} L_a = L_b = L_1 = \text{const}; L_x = L_y = L_2 = \text{const} \\ L_{ax} = L_{xa} = L_{by} = L_{yb} = L \cdot \cos \varphi_r \\ L_{ay} = L_{ya} = -L \cdot \sin \varphi_r; L_{bx} = L_{xb} = L \cdot \sin \varphi_r \\ L_{ab} = L_{ba} = L_{xy} = L_{yx} = 0 \end{cases} \quad (3.5)$$

После подстановки этих уравнений в уравнения (3.4), а последних – в (3.3 а) получим уравнения равновесия электрических цепей модели в виде

$$\left\{ \begin{array}{l} u_a = r_1 \cdot i_a + L_1 \cdot \frac{di_a}{dt} + L \cdot \frac{d}{dt}(i_x \cdot \cos \varphi_r) - L \cdot \frac{d}{dt}(i_y \cdot \sin \varphi_r) \\ u_b = r_1 \cdot i_b + L_1 \cdot \frac{di_b}{dt} + L \cdot \frac{d}{dt}(i_x \cdot \sin \varphi_r) + L \cdot \frac{d}{dt}(i_y \cdot \cos \varphi_r) \\ u_x = L \cdot \frac{d}{dt}(i_a \cdot \cos \varphi_r) + L \cdot \frac{d}{dt}(i_b \cdot \sin \varphi_r) + L_2 \cdot \frac{di_x}{dt} + r_2 \cdot i_x \\ u_y = -L \cdot \frac{d}{dt}(i_a \cdot \sin \varphi_r) + L \cdot \frac{d}{dt}(i_b \cdot \cos \varphi_r) + L_2 \cdot \frac{di_y}{dt} + r_2 \cdot i_y \end{array} \right. \quad (3.6)$$

Поскольку только некоторые взаимные индуктивности (уравнения (3.5)) зависят от φ_r , то уравнение для момента будет иметь вид

$$M = \frac{dW_M}{d\varphi_r} = i_a \cdot i_x \cdot \frac{dL_{ax}}{d\varphi_r} + i_a \cdot i_y \cdot \frac{dL_{ay}}{d\varphi_r} + i_b \cdot i_x \cdot \frac{dL_{bx}}{d\varphi_r} + i_b \cdot i_y \cdot \frac{dL_{by}}{d\varphi_r} \quad (3.7a)$$

Согласно определению связь геометрических и электрических углов дается уравнением

$$\varphi_{\vartheta} = p \cdot \varphi_r \quad .$$

Если в уравнение (3.7 а) подставить значения взаимных индуктивностей из (3.5) и выполнить операции дифференцирования, то получим

$$M = p \cdot L \left[\left(i_b \cdot i_x - i_a \cdot i_y \right) \cdot \cos \varphi_{r\vartheta} - \left(i_a \cdot i_x - i_b \cdot i_y \right) \cdot \sin \varphi_{r\vartheta} \right] \quad (3.7б)$$

Тогда уравнение механического равновесия будет иметь вид

$$\frac{J}{p} \cdot \frac{d^2 \varphi_{r\vartheta}}{dt^2} + M_2 = L \left[\left(i_b \cdot i_x - i_a \cdot i_y \right) \cdot \cos \varphi_{r\vartheta} - \left(i_a \cdot i_x - i_b \cdot i_y \right) \cdot \sin \varphi_{r\vartheta} \right] = \frac{M}{p} \quad (3.8)$$

Уравнения (3.6) и (3.8) полностью и строго описывают рассматриваемую модель. Они характеризуют ее поведение в любом режиме работы, включая динамические.

К сожалению, эти уравнения нелинейны, так как в них содержатся произведения переменных. Это делает невозможным их общее решение.

3.3. Основные типы электрических машин

При вращении ротора угол $\varphi_{r\theta}$ в уравнении (3.7 б) для момента по аналогии с уравнением (2.30) может быть представлен в следующем виде:

$$\varphi_r = \omega_r t + \gamma, \quad (3.9)$$

где γ - угол между осями соответствующих обмоток (в нашем случае a и x) в момент времени $t = 0$.

Для осуществления преобразования энергии усредненный по времени момент должен отличаться от нуля:

$$M_{cp} = \int_t M \cdot dt \neq 0. \quad (3.10)$$

Как следует из уравнения (3.7 б), это означает, что интегралы от $i_1 \cdot i_2 \cdot \cos(\omega_r t + \gamma)$ и $i_1 \cdot i_2 \cdot \sin(\omega_r t + \gamma)$, где индексы 1 и 2 относятся к статорным и роторным обмоткам соответственно, не должны давать нулевые значения.

Допустим, что ток статора имеет циклическую частоту ω_1 , т.е.

$$i_1 = I_{1m} \cdot \cos \omega_1 t, \quad (3.11a)$$

а ток ротора – частоту ω_2 , т.е.

$$i_2 = I_{2m} \cdot \cos \omega_2 t. \quad (3.11b)$$

В таком случае из известного тригонометрического соотношения

$$\cos \omega_1 t \cdot \cos \omega_2 t \cdot \cos \omega_r t = \cos(\omega_1 \mp \omega_2 \mp \omega_r) t \quad (3.12)$$

вытекает, что значение интеграла от косинуса с таким аргументом будет отличаться от нуля при условии, что

$$\omega_1 \pm \omega_2 \pm \omega_r = 0. \quad (3.13)$$

Следовательно, данное соотношение частот является необходимым условием для осуществления преобразования энергии в обобщенной машине.

Из указанного условия вытекают следующие три возможности.

1. Если $i_1 = I_{1m} \cdot \cos \omega_r t$, то $M_{cp} \neq 0$ в случае, когда $i_2 = \text{const}$, т.е. при $\omega_1 = \omega$ и $\omega_2 = 0$. Этим условиям отвечает так называемая синхронная машина, у которой частота тока в обмотке статора (ω_1) жестко связана с угловой частотой вращения ротора (ω_r). При этом в обмотке ротора протекает постоянный ток.

2. Если же $i_1 = \text{const}$, то для обеспечения $M_{cp} \neq 0$ необходимо, чтобы $i_2 = I_{2m} \cdot \cos \omega_2 t$. Отсюда получаем условия $\omega_1 = 0$ и $\omega_2 = \omega$. Следовательно, модель описывает:

- синхронную машину, но "обращенную" по сравнению с предыдущей - индуктор (система возбуждения) находится на статоре;
- машину постоянного тока.

3. $M_{cp} \neq 0$, если $\omega_2 = \omega_1 - \omega_r$, т.е. $i_2 = I_{2m} \cdot \cos(\omega_1 - \omega_r)t$, а $i_1 = I_{1m} \cdot \cos \omega_1 t$. Указанные условия имеют место в асинхронной машине.

Вопросы для самоконтроля

1. Каковы физические предпосылки возможности создания обобщенной модели электрической машины?
2. Приведите электромагнитную схему обобщенной модели Вудсона и Уайта.
3. Сформулируйте основные допущения, принятые при рассмотрении этой модели.
4. Назовите условия, при которых рассматриваемая модель будет соответствовать:
 - а) синхронной машине;
 - б) машине постоянного тока;
 - в) асинхронной машине.

4. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ ТИПАХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ [1]

4.1. Многофазная синхронная машина

Простейшей с точки зрения принципа действия является синхронная машина. Ее элементарная модель (рис. 15) состоит из двухфазной симметричной обмотки статора, имеющей синусоидальное распределение, и одной синусоидально распределенной обмотки ротора. К статору приложена симметричная двухфазная система напряжений

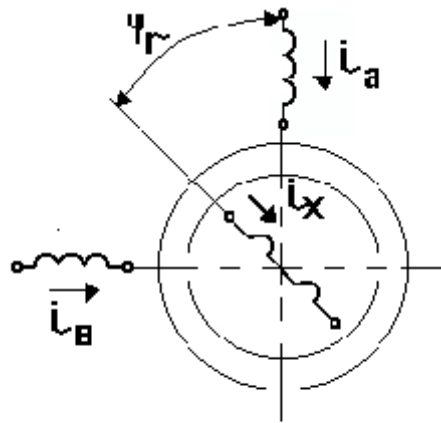


Рис. 15

$$\begin{cases} u_a = \sqrt{2}U_1 \cdot \cos \omega_1 t \\ u_b = \sqrt{2}U_1 \cdot \cos \left(\omega_1 t - \frac{\pi}{2} \right) = \sqrt{2}U_1 \cdot \sin \omega_1 t \end{cases} \quad (4.1)$$

В обмотке ротора протекает постоянный ток

$$i_x = I_x. \quad (4.2)$$

Синхронный режим имеет место, когда поле статора вращается синхронно с ротором (с полем ротора).

Электромагнитный момент создается в результате стремления магнитных полей статора и ротора расположиться так, чтобы их пространственные оси совпадали. Согласно (2.32) его величина для основной гармонической равна

$$M = -p\pi r l \delta \cdot H_m \cdot B_m \cdot \sin \theta. \quad (4.3)$$

При выводе этого уравнения уже отмечалось, что H_m и B_m могут иметь различное происхождение и им соответствует вполне определенный угол θ .

В синхронных машинах наиболее удобно выбрать за H_m напряженность магнитного поля, созданного обмоткой ротора, а за B_m взять индук-

цию результирующего магнитного поля в воздушном зазоре. Углом момента тогда будет угол между осями поля ротора и результирующего поля в воздушном зазоре.

Для этого случая выразим H_m и B_m через соответствующие напряжения и токи.

Поскольку обмотка ротора синусоидально распределена в пространстве, H_m представляет собой произведение максимума обмоточной функции на I_x/δ , т.е.

$$H_m = \frac{I_x}{\delta} \cdot N_x . \quad (4.4)$$

Индукцию B_m можно найти как функцию приложенного напряжения, если пренебречь активным сопротивлением и потоками рассеяния. В этом случае на основании уравнения (2.72) имеем

$$B_m \approx \frac{\sqrt{2}U_1}{\pi r l \omega_1 N_a} . \quad (4.5)$$

Подставив (4.4) и (4.5) в уравнение (4.3), получим

$$M = -\frac{p}{\omega_1} \cdot \frac{N_x}{N_a} \cdot \sqrt{2}U_1 \cdot I_x \cdot \sin \theta \quad (4.6a)$$

или

$$M = -\left(\frac{\sqrt{2}}{m_1} \cdot \frac{N_x}{N_a} \right) \cdot \frac{m_1 U_1 \cdot I_x}{\Omega_{MX}} \cdot \sin \theta . \quad (4.6b)$$

Таким образом, момент пропорционален напряжению на зажимах, току возбуждения (току ротора) и синусу пространственного угла между осями поля в воздушном зазоре и поля ротора.

Поскольку U_1 и I_x можно регулировать извне, изменение нагрузки сопровождается изменением угла θ . Зависимость момента от угла момента, называемая угловой характеристикой, показана на рис. 16.

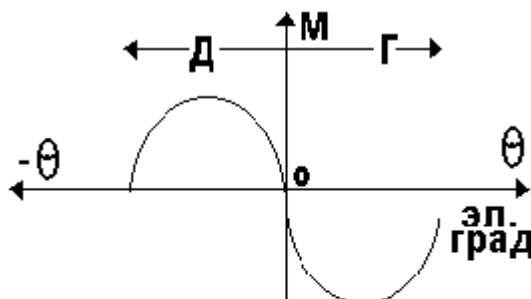


Рис. 16

Как видно из рисунка, эта зависимость имеет две зоны, соответствующие режимам работы в качестве двигателя (Д) и генератора (Г).

Общее соотношение между полем воздушного зазора и полями ротора и статора может быть установлено с помощью пространственных векторов.

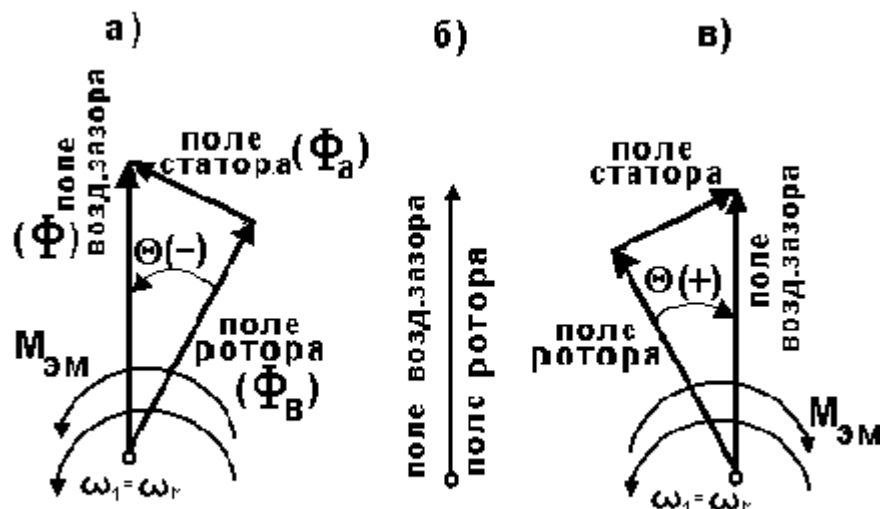


Рис. 17

Когда машина работает в режиме двигателя рис.17а, результирующий момент положителен, т.е. действует в направлении вращения, а поэтому, как следует из уравнения (4.3), угол θ отрицательный. Поле в воздушном зазоре равно сумме полей статора и ротора.

Если момент нагрузки, приложенный к валу ротора, уменьшается, то при неизменных напряжении статора и токе возбуждения угол момента уменьшается. Как следует из рис.17а, уменьшается при этом и величина поля статора. Режиму холостого хода соответствует диаграмма рис.17б. Когда машина не развивает момент, угол момента равен нулю и оси полей воздушного зазора и ротора совпадают - теоретически их значения одинаковы.

Уменьшая далее нагрузку, мы должны приложить к валу момент, направленный в противоположную сторону. Тогда машина будет развивать отрицательный момент, т.е. – момент, действующий в направлении, обратном направлению вращения (θ - положителен), иными словами, - работать генератором рис.17в. Поле статора вновь увеличивается соответственно увеличению тока статора.

Тот факт, что поле статора изменяется как по величине, так и по направлению, означает, что ток статора изменяет свою величину и фазу во времени.

В реальной синхронной машине нельзя полностью устранить гармонические составляющие магнитного поля. Поля воздушного зазора и ротора содержат различные гармонические, которые могут взаимодействовать и создавать гармонические составляющие момента.

Любая гармоника не создает среднего синхронного момента, так как ее поле вращается со скоростью более низкой, чем скорость вращения основного магнитного поля. Однако если какие-либо гармоники присутствуют одновременно в полях воздушного зазора и ротора, то при плавном относительном перемещении этих полей появятся пульсации момента. Частота этих пульсаций зависит от порядка гармоник и эти пульсации не очень существенны для синхронных машин.

4.2. Многофазная асинхронная машина

Вращающий момент в многофазной асинхронной машине создается в результате взаимодействия вращающегося магнитного поля в воздушном зазоре с полем ротора, которое вызвано токами, наведенными в короткозамкнутой обмотке ротора этим полем воздушного зазора. Простейшая модель такой машины (рис. 18) состоит из статора с симметричной двухфазной обмоткой и ротора, также имеющего симметричную двухфазную обмотку, каждая фаза которой замкнута накоротко.

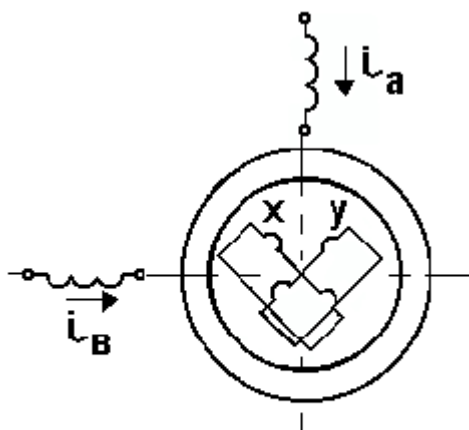


Рис. 18

Обмотка статора питается симметричной двухфазной системой напряжений

$$\begin{cases} u_a = \sqrt{2}U_1 \cdot \cos \omega_1 t \\ u_b = \sqrt{2}U_1 \cdot \sin \omega_1 t \end{cases}$$

Асинхронному режиму работы машины соответствует любая скорость вращения ротора, кроме синхронной.

Развиваемый момент может быть найден из общего уравнения для момента

$$M = -p\pi r l \delta \cdot H_m \cdot B_m \cdot \sin \theta .$$

Будем считать снова H_m амплитудой напряженности магнитного поля ротора, а B_m – амплитудой индукции магнитного поля в воздушном зазоре. Следовательно, угол θ будет аналогичен углу момента в синхронной машине.

Процесс создания вращающего момента в асинхронной машине нельзя представить столь же наглядно, как в синхронной машине. Главное отличие заключается в том, что при любой скорости вращения ротора его обмотки перемещаются относительно поля воздушного зазора. Поэтому в них наводится ЭДС, величина которой, а также и ее частота, прямо пропорциональны разности скоростей вращения поля в воздушном зазоре и ротора.

Наведенная ЭДС вызывает ток в короткозамкнутой обмотке ротора. А поскольку последняя - симметричная двухфазная, появляется вращающееся магнитное поле.

Это поле будет вращаться относительно ротора со скоростью, пропорциональной частоте тока ротора. Однако эта частота, в свою очередь, пропорциональна разности скоростей вращения ротора и поля в воздушном зазоре. Следовательно, сумма скоростей вращения ротора и его поля всегда равна синхронной скорости, а поэтому поле ротора вращается синхронно с полем воздушного зазора при любой скорости вращения ротора.

Таким образом, в асинхронной машине момент создается при любой скорости вращения ротора, благодаря способности поля ротора всегда оставаться неподвижным относительно поля воздушного зазора.

Для получения практически удобного уравнения для момента найдем H_m , B_m , и θ . Поскольку поле в воздушном зазоре определяется приложенным напряжением, то зависимость для B_m будет иметь такой же вид, как и в синхронной машине:

$$B_m \approx \frac{\sqrt{2}U_1}{\pi r l \omega_1 N_a} .$$

Амплитуда напряженности вращающегося магнитного поля ротора может быть представлена через ток ротора:

$$H_m = \frac{\sqrt{2}I_x}{\delta} \cdot N_x . \quad (4.7)$$

ЭДС ротора создается вращающимся полем воздушного зазора, поэтому нетрудно сразу записать уравнение, связывающее ее с напряжением статора. Эти две величины различаются только потому, что обмотки могут иметь различное число витков и поле воздушного зазора перемещается относительно их с различными скоростями.

При принятых допущениях ($r_1 = x_1 = 0$) напряжение обмотки статора равно ее ЭДС, а ЭДС статора и ротора линейно зависят от скоростей вращения поля и числа витков обмоток, т.е.

$$E_x \approx U_1 \cdot \frac{N_x}{N_a} \cdot \frac{\omega_1 - \omega_r}{\omega_1}, \quad (4.8)$$

где $(\omega_1 - \omega_r)$ - скорость вращения ротора по отношению к полю воздушного зазора.

Величина

$$s = \frac{\omega_1 - \omega_r}{\omega_1} \quad (4.9)$$

называется скольжением и, следовательно,

$$E_x \approx s \cdot \frac{N_x}{N_a} \cdot U_1. \quad (4.10)$$

Действующее значение тока ротора

$$I_x = \frac{E_x}{Z_x} \approx s \cdot \frac{N_x}{N_a} \cdot \frac{U_1}{Z_x}, \quad (4.11)$$

где Z_x – полное сопротивление фазы ротора.

Пренебрежение активным сопротивлением и потоком рассеяния обмотки статора не приводит к искажению результатов анализа. Однако этого нельзя сделать для обмотки ротора, так как тогда $Z_x = 0$.

При нормальных условиях работы машины ЭДС, наводимая в обмотке статора, очень близка к приложенному напряжению. Поскольку в среднем скольжение асинхронного двигателя в нормальном режиме работы имеет порядок 0,03, то согласно (4.10) такой же порядок имеет и ЭДС ротора. Хотя величина Z_x мала, пренебречь им нельзя, так как связанная с ним ЭДС от потока рассеяния составляет значительную часть всей ЭДС ротора.

Частота тока ротора может быть записана в виде

$$f_x = f_1 \cdot \frac{\omega_1 - \omega_r}{\omega_1} = s \cdot f_1, \quad (4.12)$$

где f_1 - частота напряжения, приложенного к обмотке статора.

Полное сопротивление фазы короткозамкнутой обмотки ротора

$$Z_x = \sqrt{r_x^2 + (2\pi f_x L_x)^2} = \sqrt{r_x^2 + (s \cdot \omega_1 L_x)^2}, \quad (4.13)$$

где ω_1 - угловая частота сети.

Тогда действующее значение тока ротора

$$I_x = \frac{N_x}{N_a} \cdot \frac{s \cdot U_1}{\sqrt{r_x^2 + (s \cdot \omega_1 L_x)^2}}. \quad (4.14)$$

Для определения величины угла θ обратимся к пространственной векторной диаграмме, соответствующей моменту времени, когда ЭДС в обмотке ротора равна максимальной величине (рис. 19).

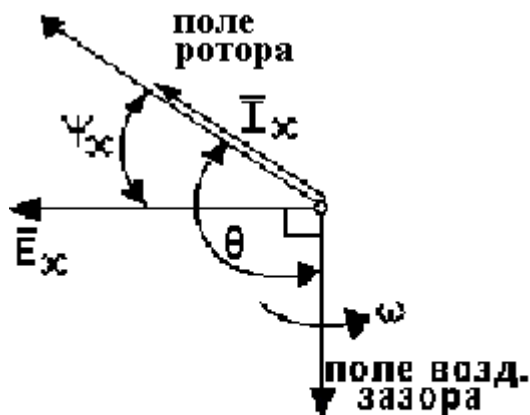


Рис. 19

ЭДС, наводимая вращающимся магнитным полем в обмотке ротора, отстает по фазе от возбуждающего ее потока на угол $\pi/2$. В свою очередь, ток в реальной обмотке отстает по фазе во времени от наведенной ЭДС на угол ψ_x . Следовательно, ось поля ротора должна отставать от оси поля воздушного зазора на угол $(90 + \psi_x)$.

Тогда угол момента равен

$$\theta = -(90 + \psi_x) . \quad (4.15)$$

Таким образом, с учетом всего сказанного момент, развиваемый асинхронной машиной, равен

$$M = \frac{2p}{\omega_1} \cdot \left(\frac{N_x}{N_a} \right)^2 \cdot \frac{s \cdot U_1^2}{\sqrt{r_x^2 + (s \cdot \omega_1 L_x)^2}} \cdot \cos \psi_x . \quad (4.16)$$

Коэффициент мощности цепи ротора

$$\cos \psi_x = \frac{r_x}{Z_x} = \frac{r_x}{\sqrt{r_x^2 + (s \cdot \omega_1 L_x)^2}} . \quad (4.17)$$

Поэтому окончательно для момента получаем

$$\begin{aligned} M &= \frac{2p}{\omega_1} \cdot \left(\frac{N_x}{N_a} \right)^2 \cdot \frac{s \cdot U_1^2 \cdot r_x}{r_x^2 + (s \cdot \omega_1 L_x)^2} = \\ &= \left[\frac{1}{m_1} \cdot \left(\sqrt{2} \cdot \frac{N_x}{N_a} \right)^2 \right] \cdot \frac{m_1 \cdot U_1^2 \cdot r_x \cdot s}{\Omega_{MX} [r_x^2 + (s \cdot \omega_1 L_x)^2]} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Пренебрежение величинами активного сопротивления и индуктивности рассеяния обмотки статора влияет лишь на величину полученного момента. Форма же зависимости $M = f(s)$ при этом существенно не меняется.

Наиболее часто асинхронная машина подсоединена к сети стабильного напряжения постоянной частоты. При этих условиях в уравнении (4.18) имеются только две переменные s и M . Их взаимосвязь, называемую механической характеристикой, принято изображать графически.

Конкретная форма кривой зависит от параметров машины. Наиболее типичная форма механической характеристики показана на рис. 20.

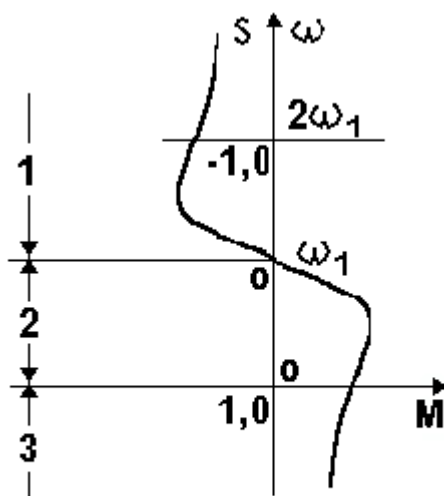


Рис. 20

Шкала скоростей (скольжений) может быть разделена на три области, внутри которых поведение машины совершенно различно.

При скольжениях больше 1 (отрицательных скоростях) машина развивает положительный момент. Но поскольку скорость отрицательна, момент действует навстречу вращению (машина работает как тормоз), а поэтому потребляет как электрическую, так и механическую энергии (зона 3).

Область между скольжениями 1 и 0 (нулевой и синхронной скоростями вращения) соответствует двигательному режиму, так как развиваемый момент и скорость положительны (зона 2). Эта область имеет наибольшее практическое значение.

При отрицательных скольжениях момент становится отрицательным и машина работает генератором (зона 1).

Поскольку практически все асинхронные машины предназначены для работы в качестве двигателей, ограничимся рассмотрением только этого режима.

Скорость вращения асинхронного двигателя определяется моментом нагрузки на валу. Номинальный режим работы, как уже отмечалось, имеет место при скоростях вращения, весьма близких к синхронной. Механическая характеристика в этой области мало отличается от линейной, в чем легко убедиться, так как при $s \rightarrow 0 \quad r_x \gg s \cdot \omega_1 L_x$.

Уравнение момента тогда упрощается

$$M \approx \frac{2p}{\omega_1} \cdot \left(\frac{N_x}{N_a} \right)^2 \cdot \frac{U_1^2}{r_x} \cdot s \quad (4.19)$$

Для оценки влияния на момент различных параметров найдем скольжение, при котором момент достигает максимального значения, взяв производную от момента по s – уравнение (4.18), и приравняв ее нулю. В результате получим

$$s_m = r_x / \omega_1 L_x \quad (4.20)$$

Подставив это значение скольжения в уравнение для момента, найдем его максимальное значение:

$$M_m = \frac{p}{\omega_1} \cdot \left(\frac{N_x}{N_a} \right)^2 \cdot \frac{U_1^2}{\omega_1 L_x} \quad (4.21)$$

Следовательно, при всяком изменении r_x изменяется положение точки максимального момента, а его величина остается постоянной. Это дает возможность управлять характером зависимости $M = f(s)$ путем регулирования отношения $r_x / \omega_1 L_x$.

Так же, как и в синхронной машине, в реальном асинхронном двигателе нельзя обеспечить идеально синусоидального распределения магнитного поля в воздушном зазоре. Вследствие конечного числа проводников в поле воздушного зазора присутствуют гармонические составляющие.

Если обмотки статора и ротора содержат гармонические составляющие с одинаковым числом полюсов, то последние могут взаимодействовать и создавать моменты, как и основные обмотки. Общий эффект будет таким, будто с валом данной машины сочленены другие машины, имеющие большее число полюсов. Поскольку некоторые гармонические вращаются навстречу основному полю, они создают отрицательные моменты. Таким образом, возможно снижение развиваемого момента и провалы в результирующей кривой $M = f(s)$.

4.3. Электрическая машина постоянного тока

Как уже отмечалось ранее, в машине постоянного тока магнитные поля ротора и статора неподвижны в пространстве, т.е. могут взаимодействовать и создавать момент.

Поле ротора остается неподвижным при вращении ротора благодаря специальному преобразующему устройству, находящемуся между внешней сетью и обмоткой ротора. Хотя проводники ротора перемещаются (рис. 21), ток в каждом из них переключается таким образом, что поле в воздушном зазоре, остается неподвижным в пространстве. Это поле эквивалентно полю, создаваемому невращающейся распределенной обмоткой. Момент, развиваемый машиной постоянного тока, вновь определим из основного уравнения момента:

$$M = -p\tau l \delta \cdot H_m \cdot B_m \cdot \sin \theta . \quad (4.22)$$

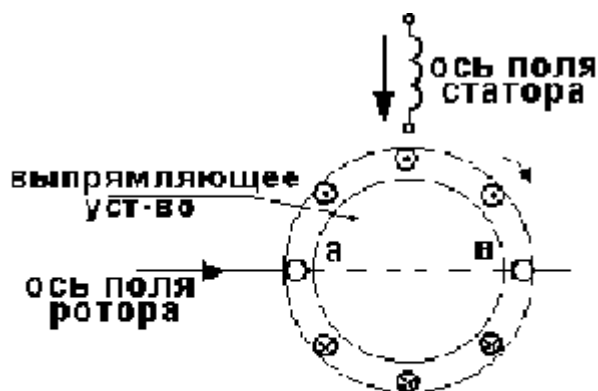


Рис. 21

Предположим, что поле статора ориентировано в пространстве так, как показано на рис. 21. Ясно, что, выбрав расположение поля статора относительно поля ротора, мы определим угол момента. С целью достижения наибольшей эффективности этот угол в машинах постоянного тока составляет 90^0 .

Пусть B_m будет максимальной индукцией поля статора, тогда H_m должна быть амплитудой напряженности магнитного поля ротора.

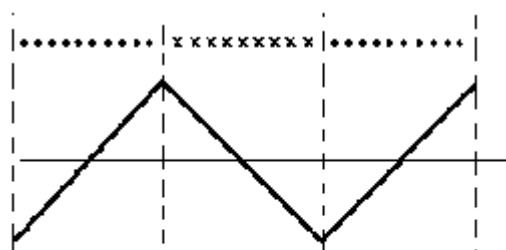


Рис. 22

Поскольку равномерно распределенная обмотка создает в пространстве поле, имеющее форму треугольника (рис. 22), напряженность магнитного поля ротора можно представить рядом Фурье вида

$$h_x(\varphi) = \frac{8}{\pi^2} \cdot \left(\frac{1}{8p} \cdot \frac{n_x \cdot I_x}{\delta} \right) \left(\sin \varphi - \frac{\sin 3\varphi}{3^2} + \frac{\sin 5\varphi}{5^2} - \dots \right), \quad (4.23)$$

где n_x – общее число проводников на поверхности ротора.

Большинство машин постоянного тока имеют сосредоточенную обмотку статора почти всегда расположенную на явно выраженных полюсах. Поэтому для прямоугольной волны разложение в ряд Фурье может быть представлено следующим образом:

$$b_a(\varphi) = \frac{4}{\pi} \cdot B_a \left(\cos \varphi - \frac{\cos 3\varphi}{3} + \frac{\cos 5\varphi}{5} - \dots \right). \quad (4.24)$$

Следовательно, магнитные поля статора и ротора имеют вид, показанный на рис. 23.

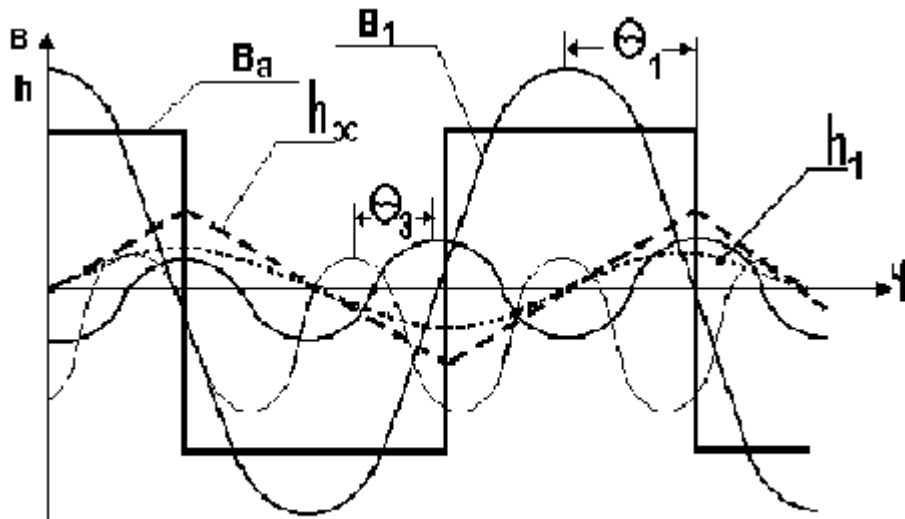


Рис. 23

Как видно из рисунка, момент ν -й гармоники имеет тот же знак, что и основной, т.е. действует в ту же сторону. Углы сдвига обеих гармоник составляют оптимальную величину 90° . Величины этих моментов можно получить с помощью основного уравнения для соответствующей гармоники:

$$M_\nu = -(\nu \cdot p) \cdot \pi r l \delta \cdot H_{\nu m} \cdot B_{\nu m} \cdot \sin(\nu \cdot \theta_\nu). \quad (4.25)$$

Здесь максимальные значения (амплитуды) гармоник магнитных полей статора и ротора в соответствии с уравнениями (4.23) и (4.24) составляют соответственно

$$\begin{cases} B_{\nu m} = B_{1m} / \nu = B_m / \nu \\ H_{\nu m} = H_{1m} / \nu^2 = H_m / \nu^2 \end{cases} \quad (4.26)$$

Поскольку угол момента $(\nu\theta)$ для всех гармоник равен 90° , уравнение (4.25) можно записать в следующем виде:

$$M_v = -p \cdot \pi r l \delta \cdot H_{1m} \cdot B_{1m} \cdot \frac{1}{v^2}, \quad (4.27)$$

откуда

$$M = M_1 \sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v^2}. \quad (4.28)$$

При нечетном v

$$\sum_{v=1}^{\infty} \frac{1}{v^2} = \frac{\pi^2}{8}$$

и

$$M = \frac{\pi^2}{8} \cdot M_1. \quad (4.29)$$

Таким образом, в отличие от машин переменного тока в машине постоянного тока гармоники увеличивают развиваемый момент в $\pi^2/8$ раз, что соответствует величине, примерно на 23% превышающей момент основной гармоники.

Используя общее уравнение для основной гармоники момента, представим момент, развиваемый машиной постоянного тока, в иной форме записи.

При взаимодействии основных гармоник магнитных полей имеем

$$M_1 = p \cdot \pi r l \delta \cdot B_{1m} \cdot H_{1m} = \left(\frac{\pi r l}{p} \cdot B_{a1m} \right) \cdot p^2 \delta \cdot H_{x1m}.$$

С учетом уравнений (4.23) и (4.24) получаем

$$M_1 = \left(\frac{\pi r l}{p} \cdot B_a \right) \cdot \frac{p \cdot n_x}{2\pi} \cdot \frac{8}{\pi^2} \cdot I_x$$

Отсюда на основании (4.29) находим

$$M = k \cdot \Phi_a \cdot I_x, \quad (4.30)$$

где $\Phi_a = \frac{\pi r l}{p} \cdot B_a$ - магнитный поток на полюс, а

$$k = p \cdot n_x / 2\pi \quad (4.31)$$

зависит только от параметров обмотки ротора и, следовательно, является константой для каждой машины.

Для полноты анализа поведения машины постоянного тока необходимо исследовать две ее электрические цепи.

В обмотке статора (возбуждения) в установившемся режиме ЭДС не наводится, поскольку поле воздушного зазора неподвижно в пространстве и имеет постоянную амплитуду.

Обмотка ротора, вследствие ее движения, имеет переменное потокоцепление, а поэтому в ней наводится ЭДС. Хотя в каждой катушке обмотки ротора наводится переменная ЭДС, действие преобразовательного устройства таково, что напряжение во внешней цепи (между точками *a* и *b* на рис. 21) является напряжением постоянного тока. Все катушки обмотки ротора в каждой из параллельных ветвей между указанными точками соединены последовательно. Поскольку все катушки одной ветви находятся в однонаправленном магнитном поле и движутся в одном направлении, они имеют одинаковую полярность. Следовательно, напряжение между точками *a* и *b* всегда будет иметь одну полярность.

Для определения наведенной ЭДС воспользуемся методом, основанным на уравнении баланса мощностей.

Механическая мощность, развиваемая машиной постоянного тока, при скорости Ω_{MX} и моменте M равна

$$P_{MX} = M \cdot \Omega_{MX} = k \cdot \Phi_a \cdot I_x \cdot \Omega_{MX} \quad . \quad (4.32)$$

Поскольку в обмотке статора не наводится ЭДС, вся эта мощность должна возникать, благодаря наличию ЭДС в роторе. Таким образом, электромагнитная мощность в цепи ротора, которая может быть преобразована в механическую, определяется как

$$P_{эм} = E_x \cdot I_x \quad . \quad (4.33)$$

Отсюда, приравнявая (4.32) и (4.33), получаем

$$E_x = k \cdot \Phi_a \cdot \Omega_{MX} \quad . \quad (4.34)$$

4.4 Понятие об эквивалентных электрических схемах электромеханических преобразователей.

Эквивалентные электрические схемы, или эквивалентные схемы замещения (ЭСЗ), широко используются при анализе работы электромеханических преобразователей энергии, мощных энергетических систем и линий передач, а также - ряда неэлектрических систем.

Как правило, ЭСЗ состоят из пассивных элементов (сопротивлений, индуктивностей, емкостей), соединенных так, чтобы схема описывалась теми же дифференциальными уравнениями, что и исследуемая система.

Если элементами схемы замещения являются только линейные элементы (не зависящие от токов и напряжений), схема может быть описана линейными дифференциальными уравнениями. Соответственно такие схемы замещения могут представлять только линейные системы. Однако, вследствие своей простоты, линейные схемы замещения широко исполь-

зуются вопреки указанному выше ограничению там, где это возможно. Из сказанного понятно, что схемы замещения находят ограниченное применение для анализа динамических процессов, протекающих во времени.

Наиболее широко схемы замещения используются для анализа систем, возбуждаемых синусоидальными сигналами неизменной частоты. Эффективным средством решения задач, возникающих при анализе таких систем, является комбинация совместно используемых схем замещения и векторов во временной комплексной плоскости.

Для примера покажем, как из общих уравнений предыдущего раздела можно получить простую схему замещения синхронной машины.

Прежде, чем это сделать, отметим условия, при которых обобщенная модель электромеханического преобразователя (рис. 14) будет работать как синхронная машина:

- симметричное двухфазное напряжение питания обмотки статора

$$\begin{cases} u_a = \sqrt{2}U \cdot \sin \omega t \\ u_b = -\sqrt{2}U \cdot \cos \omega t \end{cases};$$

- постоянный ток возбуждения в одной обмотке ротора и отсутствие тока в другой

$$i_x = -I; i_y = 0;$$

- постоянная скорость вращения ротора

$$\Omega_r = \Omega_{MX} = \frac{\omega}{p};$$

при этом угловое положение ротора характеризуется углом

$$\varphi_r = \omega t + \theta,$$

где θ – угол начального положения ротора в момент времени $t=0$.

При этих условиях общие уравнения (3.6) будут иметь вид:

$$\begin{cases} u_a = \sqrt{2}U \cdot \sin \omega t = r_1 \cdot i_a + L_1 \frac{di_a}{dt} + \omega LI \sin(\omega t + \theta) \\ u_b = \sqrt{2}U \cdot \cos \omega t = r_1 \cdot i_b + L_1 \frac{di_b}{dt} - \omega LI \cos(\omega t + \theta) \\ i_x = -I; i_y = 0 \\ m = pLI [i_a \cdot \sin(\omega t + \theta) - i_b \cdot \cos(\omega t + \theta)] \end{cases} \quad (4.35)$$

Первые два уравнения этой системы позволяют сразу получить схемы замещения синхронной машины.

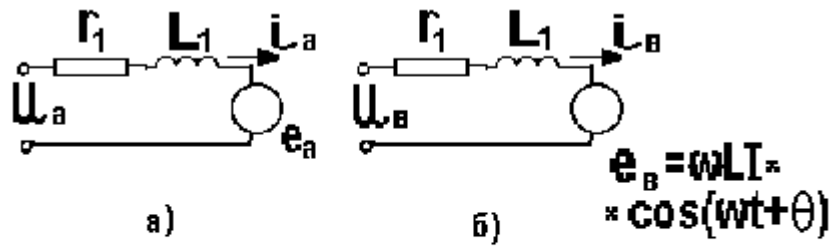


Рис. 24

Очевидно, что цепи, показанные на рис. 24, точно соответствуют этим уравнениям. Практически необходимой является только одна из цепей, так как они идентичны: различие состоит лишь в том, что токи и напряжения цепей сдвинуты по фазе на угол $\pi/2$. Поэтому принято изображать только одну из них, рассматривая ее как эквивалентную схему замещения фазы. Поскольку все напряжения и токи синусоидальны, на схеме замещения обычно указываются комплексные значения параметров и переменных. ЭДС называется внешней или наведенной, а сопротивление $x_1 = \omega L_1$ – синхронным индуктивным сопротивлением. Момент, развиваемый машиной, удобно также связать со схемой замещения. Перепишем уравнение для момента в виде

$$\begin{aligned}
 m &= \frac{P}{\omega} [i_a \cdot \omega \cdot L \cdot I \sin(\omega t + \theta) - i_b \omega L I \cos(\omega t + \theta)] = \\
 &= \frac{P}{\omega} (e_a \cdot i_a - e_b \cdot i_b)
 \end{aligned}
 \tag{4.36}$$

Отсюда видно, что момент пропорционален общей мгновенной электромагнитной мощности.

Чтобы получить простую формулу для момента, пренебрежем активным сопротивлением обмотки статора. Тогда ток в цепи (рис. 25) будет равен

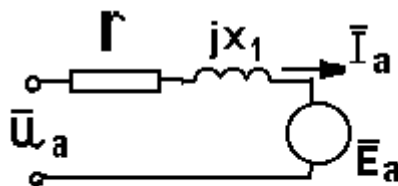


Рис. 25

$$\underline{I}_a = \frac{U_a - E_a}{jx_1} = -j \frac{U_a}{x_1} + j \frac{E_a}{x_1} . \quad (4.37)$$

Если на основании этого уравнения записать выражение для тока как функции времени, то получим

$$i_a = -\frac{\sqrt{2}U}{x_1} \cdot \cos \omega t + \frac{\omega LI}{x_1} \cdot \cos(\omega t + \theta) . \quad (4.38)$$

Ток i_b будет иметь фазовый сдвиг во времени $\pi/2$:

$$i_b = -\frac{\sqrt{2}U}{x_1} \cdot \sin \omega t + \frac{\omega LI}{x_1} \cdot \sin(\omega t + \theta) . \quad (4.39)$$

Подставив эти значения i_a и i_b в уравнение для момента (4.36), после упрощения будем иметь

$$M = -pLI \cdot \frac{\sqrt{2}U}{x_1} \cdot \sin \theta . \quad (4.40)$$

Введем сюда действующее значение наведенной ЭДС

$$E_a = \frac{\omega LI}{\sqrt{2}} .$$

В результате уравнение для момента примет наиболее удобную форму

$$M = -\frac{2p}{\omega} \cdot \frac{U \cdot E_a}{x_1} \cdot \sin \theta = -\frac{2}{\Omega_{MX}} \cdot \frac{U \cdot E_a}{x_1} \cdot \sin \theta . \quad (4.41)$$

Полученное уравнение очень похоже на то, которое было получено ранее с помощью метода вращающихся магнитных полей. Уравнения будут одинаковыми, если пренебречь потоком рассеяния статора. В этом нетрудно убедиться, записав уравнение (4.6) в виде

$$M = -p \cdot \frac{\sqrt{2}LIU}{\omega L_1} \cdot \sin \theta .$$

При отсутствии потока рассеяния

$$L / L_1 = N_2 / N_1 ,$$

откуда находим

$$M = -\frac{2p}{\omega} \cdot \frac{N_2}{N_1} \cdot \sqrt{2}U \cdot I \cdot \sin \theta . \quad (4.42)$$

Вопросы для самоконтроля

1. Покажите электромагнитную модель синхронной машины.
2. Напишите общее уравнение для момента синхронной машины.
3. Какая зависимость называется угловой характеристикой синхронной машины?
4. Поясните главные отличительные особенности генераторного и двигательного режимов работы синхронной машины.
5. Изобразите электромагнитную модель асинхронной машины.
6. Какая скорость вращения соответствует асинхронному режиму работы?
7. Каково главное отличие асинхронной машины от машины синхронной?
8. Объясните принцип действия асинхронной машины.
9. Что собой представляет параметр скольжения у асинхронной машины?
10. Как частота тока (ЭДС) в обмотке ротора асинхронной машины связана с частотой тока (напряжения) в обмотке статора?
11. Как определяется угол момента у асинхронной машины?
12. Назовите режимы работы и соответствующие им диапазоны скольжения асинхронной машины.
13. От каких параметров зависит скольжение, соответствующее наибольшему моменту, развиваемому асинхронной машиной?
14. Почему максимальный момент, развиваемый асинхронной машиной, не зависит от активного сопротивления ротора?
15. Каково принципиальное отличие машины постоянного тока от машин переменного тока?
16. Напишите общее уравнение для момента машины постоянного тока.
17. Напишите уравнение для ЭДС обмотки якоря машины постоянного тока.
18. Что понимают под эквивалентной схемой замещения электрической машины?

5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ТРАНСФОРМАЦИИ ЭНЕРГИИ (ТРАНСФОРМАТОРЫ) [2, 4]

Если проводники (обмотки) и магнитное поле не имеют относительного перемещения, то не может иметь место взаимное превращение электрической и механической энергий.

В этом частном случае возможен только процесс преобразования электрической энергии в электрическую же, часто с изменением полного сопротивления системы.

Электромагнитные устройства, выполняющие указанную функцию, называются трансформаторами энергии или просто – трансформаторами.

5.1 Полярность обмоток. Относительное направление потока

На рис. 26 показана одна из возможных схем указанного выше устройства, представляющего собой однофазный двухобмоточный трансформатор.

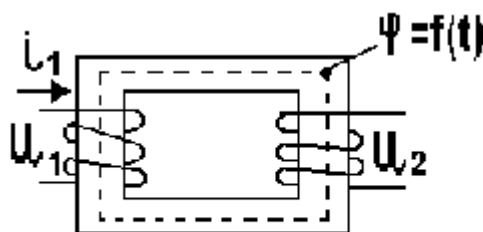


Рис. 26

Рабочий процесс в трансформаторе объясняется наведением ЭДС в проводнике при изменении магнитного потока во времени.

Принято обозначать одну обмотку как первичную, а другую – как вторичную. Вторичной обмоткой считается та, к которой подсоединена нагрузка. Следовательно, мощность передается из первичной обмотки во вторичную.

Однако трансформатор может быть установлен в такой сети, где направление потока мощности время от времени может меняться. В подобных случаях указанное представление об обмотках бессмысленно, а поэтому целесообразнее их просто нумеровать.

При применении трансформаторов в сетях часто могут существовать гальванические связи между различными обмотками магнитно-связанной системы. В этом случае важно знать зависимость между полярностью ЭДС (магнитных потоков) и направлением токов.

Условимся, направления токов, например, в двух индуктивно связанных катушках считать согласованными (положительными), если направления создаваемых ими магнитных потоков совпадают.

Направление тока и создаваемого им магнитного потока согласуются по известному правилу правоходового винта (штопора). Это правило утверждает, что направление магнитного потока совпадает с направлением поступательного движения винта, если он вращается в соответствии с тем, как ток циркулирует по виткам катушки.

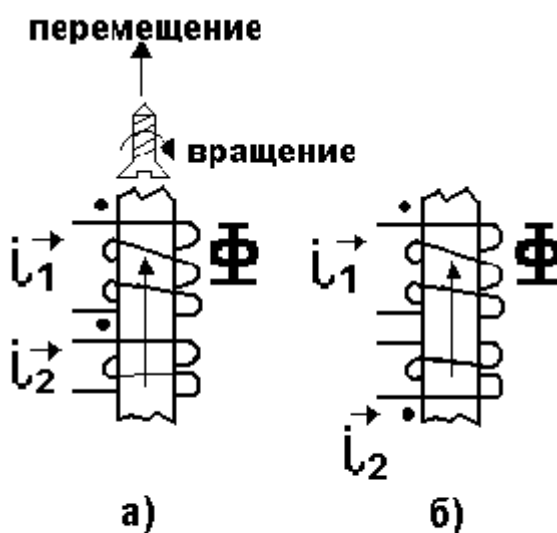


Рис. 27

На рис. 27 показаны индуктивно связанные катушки на общем сердечнике. В зависимости от направления намотки катушек (витков) выбраны такие направления токов i_1 и i_2 (положительные), при которых их магнитные потоки совпадают. Таким образом, рис. 27 иллюстрирует согласное направление токов. При согласном направлении токов в двух индуктивно связанных катушках те зажимы катушек, относительно которых токи направлены одинаково, называются одноименными или однополярными. На рисунке эти зажимы отмечены точками.

Таким образом, однополярные зажимы индуктивно связанных катушек характерны тем, что при одинаковом направлении токов относительно этих зажимов их магнитные потоки складываются.

Следовательно, нет необходимости показывать направление намотки витков, а достаточно лишь пометить на схеме однополярные зажимы.

Схематическое изображение индуктивно связанных катушек с обозначением однополярных зажимов и выбранных направлений токов пока-

зано на рис. 28, причем рис. 28а соответствует их согласному направлению, а рис. 28б – встречному.

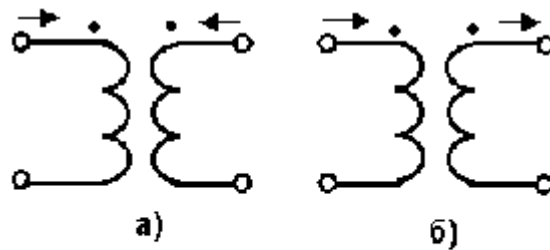


Рис. 28

5.2 Основные соотношения. Эквивалентная электрическая схема

Электромагнитная схема однофазного двухобмоточного трансформатора, изображенного на рис. 25, представлена на рис. 29.

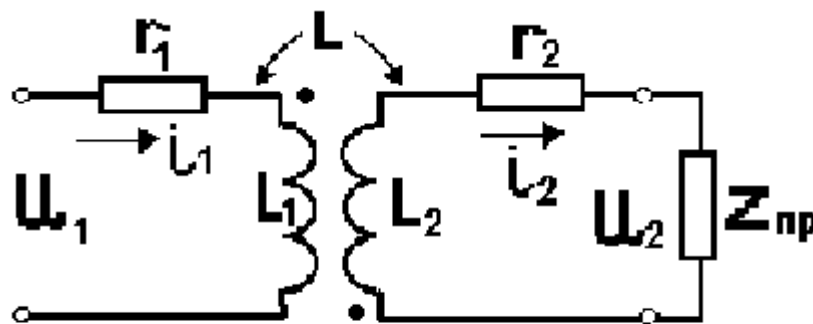


Рис. 29

Для определенности к зажимам второй обмотки подключен приемник энергии (нагрузка).

На основании второго закона Кирхгофа имеем

$$\begin{cases} u_1 + e_{L1} + e_L = r_1 i_1 \\ e_{L2} + e_L = r_2 i_2 + Z_{\text{пр}} \cdot i_2 \end{cases} \quad (5.1a)$$

или

$$\begin{cases} u_1 = r_1 \cdot i_1 + L_1 \cdot \frac{di_1}{dt} + L_{12} \cdot \frac{di_2}{dt} \\ 0 = r_2 \cdot i_2 + L_2 \cdot \frac{di_2}{dt} + L_{21} \cdot \frac{di_1}{dt} + u_2 \end{cases} \quad (5.16)$$

Если напряжение u_1 изменяется по гармоническому закону, то эти уравнения можно записать в комплексной форме, учитывая, что $L_{12} = L_{21} = L$,

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = r_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega L \underline{I}_2 \\ 0 = r_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega L \underline{I}_1 + \underline{U}_2 \end{cases} \quad (5.1в)$$

Введем следующие обозначения

$$\begin{cases} \omega L_1 = x_1 \\ r_2 + R_{\text{пр}} = r \\ \omega L_2 + X_{\text{пр}} = x \end{cases} \quad (5.2)$$

Тогда из (5.1 в) получим

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = (r_1 + jx_1) \underline{I}_1 + j\omega L \underline{I}_2 \\ 0 = (r + jx) \underline{I}_2 + j\omega L \underline{I}_1 \end{cases}$$

Решая эту систему уравнений методом подстановки, найдем

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_1}{\left[r_1 + \frac{(\omega L)^2}{r^2 + x^2} \cdot r \right] + j \left[x_1 - \frac{(\omega L)^2}{r^2 + x^2} \cdot x \right]} = \frac{\underline{U}_1}{Z_{\text{BX}}} \quad (5.3)$$

Величина $Z_{\text{BX}} = r_{\text{BX}} + j x_{\text{BX}}$ представляет собой комплекс входного (эквивалентного) сопротивления всей цепи, состоящей из трансформатора и приемника.

Из уравнения (5.3) видно, что эквивалентное активное сопротивление больше, чем r_1 . Увеличение эквивалентного активного сопротивления связано с тем, что необратимые преобразования энергии во втором контуре происходят за счет энергии, передаваемой от первого контура, где имеется источник энергии. Поскольку для заданного тока активная мощность, определяющая необратимые преобразования энергии, прямо пропорциональна активному сопротивлению, то поглощение энергии во втором контуре приводит к увеличению сопротивления всей цепи.

Эквивалентное реактивное сопротивление может быть больше x_1 , если $x < 0$ и меньше x_1 , если $x > 0$.

Физическая картина процессов, имеющих место при указанных вариантах, может быть проиллюстрирована с помощью векторных диаграмм.

На рис. 30 представлены предельные случаи, когда вторичная цепь имеет чисто реактивный характер.

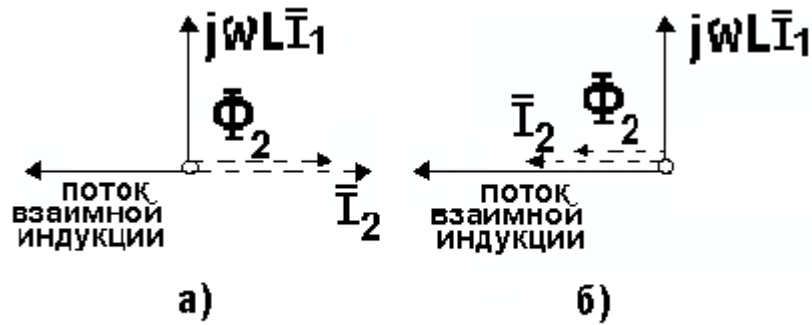


Рис. 30

Тогда при индуктивном характере цепи второго контура (рис. 30а) магнитный поток, создаваемый его током, будет уменьшать поток взаимной индукции, что ведет к уменьшению реактивного сопротивления первичного контура. Во втором случае, когда цепь носит емкостной характер, картина будет прямо противоположной (рис. 30б).

Возвращаясь к условиям электрического равновесия в первичной и вторичной цепях – уравнения (5.1 в), нетрудно заметить, что они равносильны следующим уравнениям:

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = r_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega(L_1 - L)\underline{I}_1 + j\omega L(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) \\ 0 = r_2 \cdot \underline{I}_2 + j\omega(L_2 - L)\underline{I}_2 + j\omega L(\underline{I}_1 + \underline{I}_2) + Z_{\text{пр}} \cdot \underline{I}_2 \end{cases} \cdot (5.4)$$

Схема электрической цепи, для которой справедлива данная система уравнений, имеет вид показанный на рис. 31.

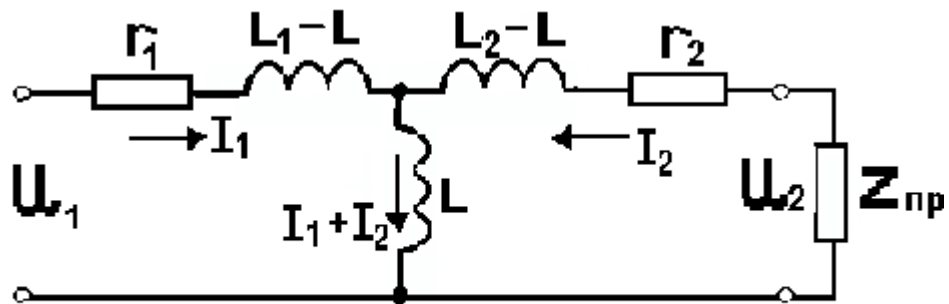


Рис. 31

Поскольку здесь токи I_1 , I_2 и напряжения U_1 , U_2 равны таковым в реальном трансформаторе, эта схема является эквивалентной электрической схемой (схемой замещения) трансформатора.

Известно, что степень магнитной связи контуров принято характеризовать величиной $c = L / \sqrt{L_1 \cdot L_2}$. Поскольку в природе не существует магнитных изоляторов, то всегда имеет место рассеяние магнитного потока, и в реальных случаях $c < 1$.

Следовательно, если $L_1 = L_2$, то $L_1 = L_2 > 0$ и $L_2 - L > 0$. При неравных значениях L_1 и L_2 одна из разностей может оказаться отрицательной.

Таким образом, разности $(L_1 - L)$ и $(L_2 - L)$ имеют физический смысл только при одинаковом числе витков первичной и вторичной обмоток, представляя собой индуктивности рассеяния L_{1S} и L_{2S} соответствующих обмоток трансформатора.

При неодинаковом числе витков обмоток ($W_1 \neq W_2$) на практике часто пользуются так называемой приведенной схемой замещения трансформатора (рис. 32).

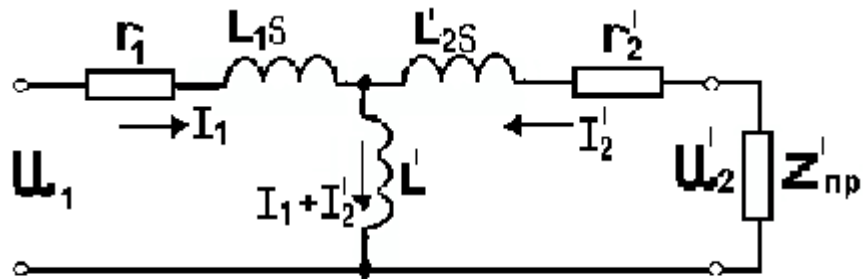


Рис. 32

Операция приведения заключается в том, что напряжение U_2 и ток I_2 заменяются фиктивными их значениями, определяемыми по следующим соотношениям:

$$\begin{cases} \underline{I}_2' = \underline{I}_2 / k \\ \underline{U}_2' = k \cdot \underline{U}_2 \end{cases}, \quad (5.5)$$

при которых энергетические соотношения сохраняются. Тогда постоянная $k = W_1/W_2$ называется коэффициентом приведения или трансформации.

В этом случае уравнения (5.4) принимают вид

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = r_1 \cdot \underline{I}_1 + j\omega L_{1S} \cdot \underline{I}_1 + j\omega L'(\underline{I}_1 + \underline{I}_2') \\ 0 = r_2' \cdot \underline{I}_2' + j\omega L_{2S}' \underline{I}_2' + j\omega L'(\underline{I}_1 + \underline{I}_2') + \underline{U}_2' \end{cases}, \quad (5.6)$$

где

$$\begin{cases} L_{1S} = L_1 - L' = L_1 - k \cdot L \\ L_{2S}' = L_2' - L' = k^2(L_2 - L/k) = k^2 \cdot L_{2S} \\ Z_{пр}' = k^2 \cdot Z_{пр} \end{cases}. \quad (5.7)$$

Индуктивные сопротивления ωL_{1S} и $\omega L_{2S}'$ представляют собой сопротивления рассеяния соответствующих обмоток, а индуктивное сопротив-

ление $(\omega L) \cdot k$ – сопротивление ветви намагничивания. Соответственно ток, протекающий в этой ветви и равный $(I_1 + I_2 / k)$, называется намагничивающим током трансформатора.

5.3. Совершенный и идеальный трансформаторы

Рассмотрим некоторые свойства трансформатора в предельных (идеализированных) случаях.

Предположим, что $r_1 = r_2 = 0$ и $c = 1$. При этом уравнения трансформатора запишутся в виде

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = j\omega L_1 \underline{I}_1 + j\omega L \underline{I}_2 \\ 0 = j\omega L_2 \underline{I}_2 + j\omega L \underline{I}_1 + \underline{U}_2 \end{cases} \quad (5.8)$$

Выразив \underline{U}_1 и \underline{I}_1 через \underline{U}_2 и \underline{I}_2 , получим

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = -\frac{L_1}{L} \cdot \underline{U}_2 + j\omega \left(L - \frac{L_1 \cdot L_2}{L} \right) \underline{I}_2 \\ \underline{I}_1 = -\frac{\underline{U}_2}{j\omega L} - \frac{L_2}{L} \cdot \underline{I}_2 \end{cases} \quad (5.9)$$

Легко заметить, что при $c = 1$ имеем $L - L_1 \cdot L_2 / L = 0$

Тогда, обозначая $L_1 / L = a$, получим

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = -a \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_1 = \underline{U}_1 / j\omega L - \underline{I}_2 / a \end{cases} \quad (5.10)$$

Трансформатор, для которого соблюдается условие $\underline{U}_1 / \underline{U}_2 = a$ при любой нагрузке, называется совершенным трансформатором.

Если кроме вышеуказанных условий принять, что $L_1 = \infty$ (практически L_1 должна иметь достаточно большое значение, чтобы можно было пренебречь током $\underline{U}_1 / \omega L_1$ по сравнению с током \underline{I}_2 / a), то между токами и напряжениями имело бы место соотношение

$$\begin{cases} \underline{U}_1 = -a \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_1 = -\underline{I}_2 / a \end{cases} \quad (5.11)$$

Трансформатор, для которого соблюдаются эти условия, называется идеальным. Такой трансформатор действительно обладает свойством преобразовывать токи и напряжения (независимо от величины сопротивления включенного во вторичный контур) в определенное число раз.

Для идеального трансформатора на основании уравнений (5.11) получаем

$$\frac{\underline{U}_1}{\underline{I}_1} = Z_{\text{вх}} = \frac{-a \cdot \underline{U}_2}{-\underline{I}_2 / a} = a^2 Z_{\text{пр}} . \quad (5.12)$$

Откуда видно, что при помощи идеального трансформатора можно также произвести и преобразование сопротивления, в определенное число раз не зависящее от характера этого сопротивления.

Это обстоятельство особенно важно для рационального конструирования отдельных элементов электрических цепей, например для согласования отдельных участков цепей по их сопротивлениям.

Совершенный трансформатор можно представить, присоединив к зажимам идеального трансформатора индуктивности по схеме рис. 33.

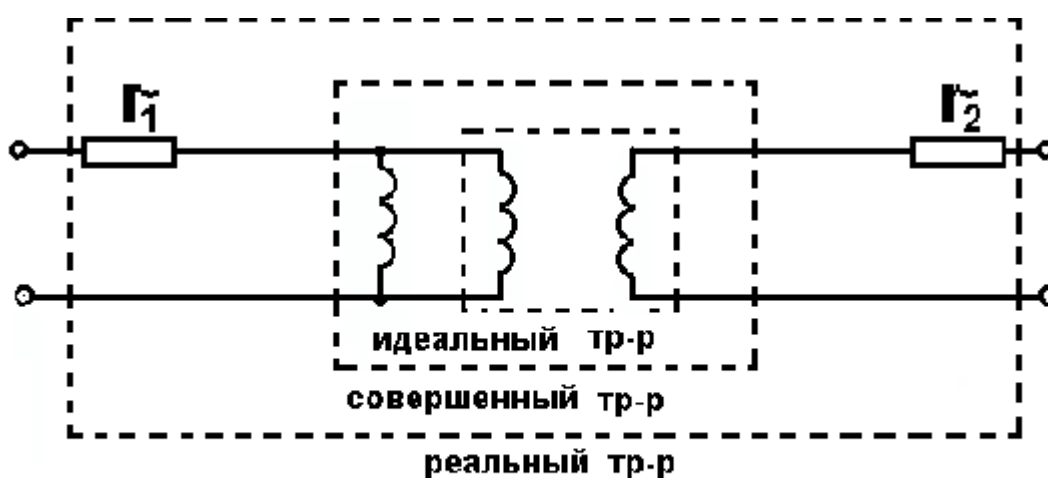


Рис. 33

Реальный трансформатор можно представить при помощи идеального трансформатора и дополнительных индуктивностей и активных сопротивлений r_1 и r_2 обмоток, а также – условия $s < 1$ (рис. 33).

Свойствами, близкими к свойствам идеального и совершенного трансформатора, обладают трансформаторы с ферромагнитными сердечниками с достаточно большим числом витков и большой магнитной проницаемостью ферромагнитного материала.

Вопросы для самоконтроля

1. Какие электромагнитные устройства называют трансформаторами?
2. Как связаны между собой направления тока и магнитного потока, в частности, в цилиндрической катушке?

3. Какие зажимы обмоток трансформатора называют однополярными (однопотенциальными)?
4. Нарисуйте схему замещения трансформатора.
5. Что такое коэффициент трансформации?
6. Какой трансформатор называется совершенным?
7. Какой трансформатор может быть назван идеальным?

ЛИТЕРАТУРА

1. Шмитц Н., Новотный Д. Введение в электромеханику – М.: Мир, 1969.
2. Сили С. Электромеханическое преобразование энергии – М.: Энергия, 1968.
3. Уайт Л.С., Вудсон Г.Х. Электромеханическое преобразование энергии – М-Л.: Энергия, 1964.
4. Наумов А.Л., Жигоцкая Н.И., Лузик Э.В. Аналитическая электромеханика – Киев: Изд. Киевского ун-та, 1974.

ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ

Асинхронная машина	46, 51.
Вращающееся магнитное поле	33, 34, 38, 41.
Гармонический анализ	20, 37.
Двухфазная обмотка	33, 48, 51.
Двухфазная симметричная машина	39, 43.
Закон непрерывности потока. (Закон Гаусса)	21.
Закон полного тока	17.
Индуктивность взаимная	7, 11, 22, 25, 26, 44.
- рассеяния	70.
- собственная	7, 11, 21, 22, 28, 30.
Конструкция –	
- неявнополюсная	24.
- явнополюсная	28.
Короткозамкнутая обмотка ротора	53.
Коэффициент трансформации	70.
Магнитное сопротивление	29.
Магнитный поток	17, 21, 27, 42.
Машина постоянного тока	46, 56.
МДС в воздушном зазоре	27, 42.
Механическая характеристика	55.
Мощность –	
- механическая	60.
- электромагнитная	60.
Обмотка –	
- распределенная	57.
- сосредоточенная	58.
Обмоточная функция	19, 20, 22, 23, 24, 49.
Обобщенная модель	41, 43, 61.
Обращенная конструкция	28, 46.
Однополярные (однопотенциальные) зажимы	66.
Основная обмотка	20.
Потокосцепление	7, 8, 12, 21, 28, 42.
Принцип обратимости	14.
Принцип суперпозиции	16.
Правило правоходового винта	66.
Проводимость воздушного зазора	30.
Пространственный вектор	31.
Пространственная векторная диаграмма	50, 54.
Пульсирующее магнитное поле	32, 37, 41.

Режим –	
- генератора	50, 55.
- двигателя	50, 55.
- электромагнитного тормоза	55.
Ротор	15, 25, 42, 48, 51, 56.
Синусная обмотка	20, 22, 25, 34, 36.
Синхронная машина	46, 48.
Система –	
- линейная	7, 9, 60.
- нелинейная	9.
Синхронное индуктивное сопротивление	62.
Скольжение	53, 55.
Сопротивление ветви намагничивания	71.
Статор	15, 25, 43, 46, 48, 51.
Трансформатор	65, 71.
Трансформатор –	
- идеальный	71, 72.
- реальный	72.
- совершенный	71, 72.
Угол момента	26, 49, 50, 54.
Угловая характеристика	49.
Физическая модель	15, 28.
Число пар полюсов	23, 26.
ЭДС движения (вращения)	13.
Эквивалентная электрическая схема, (схема замещения)	60, 67.
Электромеханический преобразователь энергии	15, 36, 60.
Электромеханическая система	4, 5, 13.
Электрическая машина	4, 15, 20, 30, 41, 46.
Электрический угол	20.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
ВВЕДЕНИЕ	4
1. ЭНЕРГИЯ, СИЛЫ И ЭДС В ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ	5
1.1. Баланс видов энергии	5
1.2. Энергия системы неподвижных проводников с током	6
1.3. Влияние нелинейности	9
1.4. Выражение сил через изменение энергии	10
1.5. Силы и моменты между контурами, выраженные через изменение взаимной индуктивности	11
1.6. ЭДС в электромеханической системе	13
Вопросы для самоконтроля	14
2. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ИДЕАЛИЗИРОВАННОГО ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ	15
2.1. Физическая модель	15
2.2. Магнитное поле в воздушном зазоре. Обмоточная функция.	16
2.2.1. Простейшая обмотка	17
2.2.2. Произвольная обмотка	18
2.2.3. Синусная обмотка	20
2.3. Потокосцепление и индуктивности обмотки	21
2.3.1. Общий случай	21
2.3.2. Синусная обмотка	22
2.4. Момент идеализированной электрической машины	24
2.4.1. Неявнополюсная конструкция	24
2.4.2. Явнополюсная конструкция	28
2.5. Магнитные поля, создаваемые обмотками	31
2.5.1. Однофазная обмотка	31
2.5.2. Многофазная обмотка	33
2.6. ЭДС обмотки	35
2.7. Связь поля в воздушном зазоре с напряжением обмотки	37
Вопросы для самоконтроля	40

3. ОБОБЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ	41
3.1. Физические предпосылки	41
3.2. Обобщенная модель электрической машины (модель Вудсона и Уайта)	43
3.3. Основные типы электрических машин	46
Вопросы для самоконтроля	47
4. ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ В РАЗЛИЧНЫХ ТИПАХ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕЙ ЭНЕРГИИ	48
4.1. Многофазная синхронная машина	48
4.2. Многофазная асинхронная машина	51
4.3. Электрическая машина постоянного тока	56
4.4. Понятие об эквивалентных электрических схемах электромеханических преобразователей	60
Вопросы для самоконтроля	64
5. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ТРАНСФОРМАЦИИ ЭНЕРГИИ (ТРАНСФОРМАТОРЫ)	65
5.1. Полярность обмоток. Относительное направление потока	65
5.2. Основные соотношения. Эквивалентная электрическая схема	67
5.3. Совершенный и идеальный трансформаторы	71
Вопросы для самоконтроля	72
ЛИТЕРАТУРА	74
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	75

Воробьёв Виктор Евгеньевич

Основы электромеханики

Письменные лекции

Редактор И.Н. Кочугина
Сводный темплан 2002 г.
Лицензия ЛР N 020308 от 14.02.97

Подписано в печать
Б.кн.-журн.

П.л. 5,062 Б.л. 2,531
Тираж 75 Заказ

Формат 60x84 1/16.
РТП РИО СЗТУ.

Северо-Западный государственный заочный технический
университет
РИО СЗТУ, член Издательско-полиграфической ассоциации
вузов Санкт-Петербурга
191186, Санкт-Петербург, ул. Миллионная, 5