BÖLÜM 6
DÜZLEMSEL HAREKET

6.1 Eğik Atış

Şimdiye kadar sadece bir doğru üzerindeki hareketi inceledik. Bu bölümde, eğrisel iki hareketi, eğik atış ve dairesel hareketi inceleyeceğiz Atılan bir beyzbol veya golf topunun, uçaktan bırakılan bombanın, tüfekten çıkan kurşunun hareketine eğik atış denir. Bu cisimlerin izlediği yola yörünge adı verilir. Eğik atışta yörünge hava direncinden çok etkilenir ve hareketin incelenmesini çok karmaşık hale getirir. Biz bu önemli etkiyi bir tarafa bırakarak, hareketin boşlukta yapıldığını kabul edeceğiz. Buna göre eğik olarak atılan bir cismin etkisinde kaldığı tek kuvvet, cismin kendi mg ağırlığı olacaktır. Kuvvet bilindiğine göre, Newton'un ikinci kanunundan faydalanarak ivmeyi hesaplar, kinematiğin prensiplerini kullanarak cismin hız ve konumunu bulabiliriz.

Genel olarak cismin bir ilk hızla yatayla bir açı yapacak şekilde atılır. Bu açı (θ);

$\theta = 0^0$ Olursa atış yatay

$\theta = 90^0$ Olursa atış düşey

$0 < \theta < 90^0$ Olursa atış eğik olur.

Dik bileşenler halinde Newton'un ikinci kanunu,

$$\sum F_x = m.a_x \quad , \quad \sum F_y = m.a_y$$

şeklindedir. Buradan,

$$\sum F_x = 0 \quad , \quad \sum F_y = -mg$$

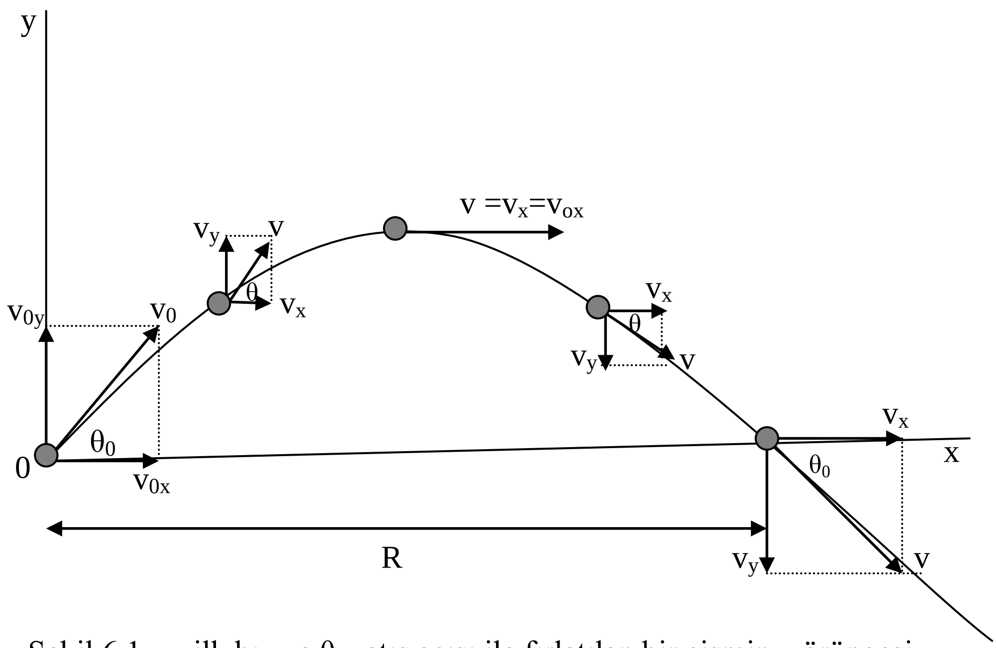
olacaktır. Buna göre

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} = 0, \qquad a_y = \frac{\sum F_y}{m} = \frac{-mg}{m} = -g$$

bulunur.

Bu bağıntılardan, ivmenin yatay bileşeninin sıfır, düşey bileşeninin ise serbest düşen bir cismin ivmesine eşit olduğu görülmektedir. İvmenin sıfır değeri sabit hıza karşılık olduğundan, hareket sabit hızlı bir yatay bileşenle, sabit ivmeli düşey bir hareketin bileşeni olarak ifade edilir.

Önce eğik atıştaki hızı hesaplayalım. Şekil.6.1 de eğik atışın başladığı, örneğin fırlatılan cismin eli terk ettiği nokta, koordinat başlangıcı olacak şekilde x ve y eksenleri çizilmiştir. Zamanı koordinat başlangıcında t = 0 olacak şekilde seçelim. başlangıç hızını v_o olarak gösterelim. θ_o açısına atış açısı denir. ilk hızın v_{ox} yatay bileşeni v_{oy} düşey bileşeni ,



Şekil.6.1. v_0 ilk hız ve θ_0 atış açısı ile fırlatılan bir cismin yörüngesi

$$v_{ox} = v_o.\cos\theta \quad , \qquad v_{oy} = v_o.\sin\theta$$

yazılabilir.

a_x yatay ivmesi sıfır olduğundan, hızın v_x yatay bileşeni daima sabit kalacak ve herhangi bir t anında , $v_x = v_o.\cos\theta$

olacaktır.

Düşey ivme $a_y = -g$ olduğunda, herhangi bir t anındaki hızın düşey bileşeni ,

$$v_y = v_{0y} - gt = v_o.\sin\theta - gt$$

olur. Herhangi bir anda v bileşke hızının şiddeti ,

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

ve bileşke hızın yatay doğrultu ile yaptığı açı,

$$\tan\theta = \frac{v_y}{v_x}$$

dır. Şimdi ise cismin konumlarını bulalım.

$$v_x = \frac{dx}{dt}, \quad dx = v_x dt \ , \quad \int dx = v_0 \cos\theta \int dt$$

$$x = v_0.\cos\theta.t$$

$$v_y = \frac{dy}{dt} \quad d_y = v_y.dt \quad \int dy = \int v_y dt = \int v_0.\sin - gt)dt$$

$$y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$$

yukarıdaki iki denklemden t yok edilirse,

$$x = v_o.\cos\theta.t \quad t = \frac{x}{v_o.\cos\theta} \qquad , \qquad y = v_o \sin\theta.\frac{x}{v_o\cos\theta} - \frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2.\cos^2\theta}$$

$$y = (\tan\theta).x - \frac{1}{2}g(\frac{1}{v_0^2.\cos^2\theta})x^2 \quad y = Ax - Bx^2$$

olur. Bu ise bir parabolün denklemi dir.

Menzilin (R) hesabı: menzil atılan cismin yatay eksen üzerinde aldığı maksimum yoldur. Bunu hesaplayabilmemiz için önce cismin bu noktaya geliş süresini bulmamız gerekir. Bunun için de çıkış süresini hesaplayalım.

$v_y = v_o.\sin\theta - gt \quad v_y = 0$ (en üst noktada cismin hızı sıfırdır) buradan t (çıkış süresi) yi

çekersek; $$t_{çıkı} = \frac{v_o.\sin\theta}{g}$$

bulunur.

uçuş süresi ise : $$t_{uçuş} = 2.t_{çıkı} = \frac{2.v_o.\sin\theta}{g}$$

Cismin çıktığı maksimum yüksekliği bulalım.

$$y = H = v_0 \sin\theta.t_ç - \frac{1}{2}gt_ç^2 = v_o \sin\theta\frac{v_o.\sin\theta}{g} - \frac{1}{2}g\frac{v_o^2.\sin^2\theta}{g^2}.$$

$$H = y_{max} = \frac{v_o^2.\sin^2\theta}{g} - \frac{v_0^2\sin^2\theta}{2g} = \frac{v_o^2.\sin^2\theta}{2g}$$

Menzili hesaplayalım:

$$x = R = v_o.\cos\theta.t_{uçuş} = \frac{v_o.\cos\theta.2.v_o.\sin\theta}{g} = \frac{v_o^2.2\cos\theta.\sin\theta}{g}$$

Atış, yatayın altına doğru eğik atış olursa hız ve konum denklemlerimiz:

$$v_x = v_o.\cos\theta \ \text{(sabit)}\ , \quad v_y = v_o.\sin\theta + gt \quad , \quad x = v_0.\cos\theta.t \ , \quad y = v_o.\sin\theta.t + \frac{1}{2}gt^2$$

olur.

Özel hal $\theta = 0$ olursa (yatay atış) hareket denklemlerimiz;

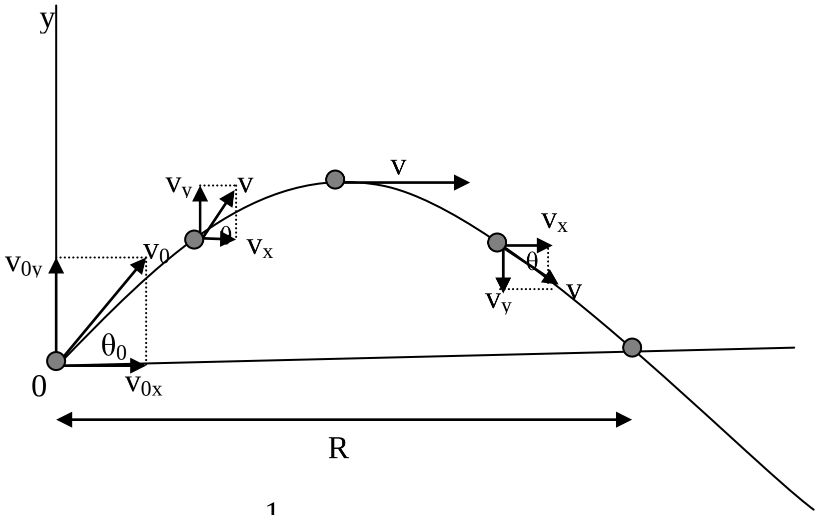
$v_x = v_o.\cos\theta$, $v_x = v_o$, $\quad v_y = v_o.\sin\theta + gt$, $\quad v_y = gt$

$x = v_0.\cos\theta.t \quad x = v_0..t \quad y = v_o.\sin\theta.t + \frac{1}{2}gt^2$, $\quad y = \frac{1}{2}gt^2$ olur.

Örnek.1 Bir cisim 37^0 yukarıya doğru 20 m / sn lik bir hızla atılıyor.

a) Cisim havada ne kadar kalır?
b) Cisim atıldığı noktadan ne kadar yükseğe çıkar?
c) 2 sn sonra cismin hızı ne olur?
d) Cisim ne kadar uzağa düşer?
e) Yere çarptığı andaki hızı ne olur?

sin37 = 0,6 , cos37 = 0,8 , g = 10 m /sn^2



Çözüm : a) $\quad y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2 \quad$ y = 0 $\quad 0 = 20.0{,}6.t - \frac{1}{2}10.t^2$

$5t^2 - 12t = 0 \qquad t(5t - 12) = 0$, $\quad t_{uçuş} = \frac{12}{5} = 2{,}4sn$

Diğer bir yol ; $\quad t_{uçuş} = \frac{2.v_o.\sin\theta}{g} = \frac{2.20.0{,}6}{10} = \frac{24}{10} = 2{,}4sn$, $t_{çıkış}$=1,2 sn

b) H = $y_{max} = \frac{v_o^2.\sin^2\theta}{2g} = \frac{20^2.(0{,}6)^2}{2.10} = \frac{400.0{,}36}{20} = \frac{144}{20} = 7{,}2m$

c) t = 2 sn $\qquad v_x = v_o.\cos\theta$ = 20. 0,8 = 16 m/ sn

$v_y = v_o.\sin\theta - gt$ = 20.0,6-10.2 = 12-20 = -8 m/sn

$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{16^2 + (-8)^2} = \sqrt{256 + 64 = \sqrt{320}} = 18m/sn$

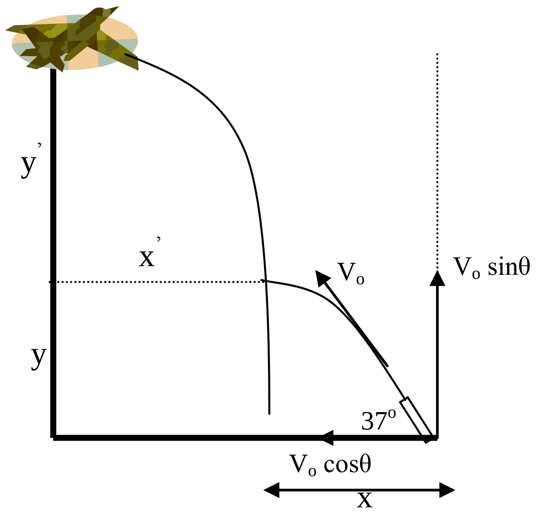
d) R = ? $\qquad R = v_0.\cos\theta.t_{uçus} = 20.0{,}8.2{,}4 = 38{,}4m$

e) $\quad v_x = v_o.\cos\theta$ = 20. 0,8 = 16 m / sn , $v_y = v_o.\sin\theta - gt$ =20.0,6 - 10.2,4 = -12 m / sn

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{16^2 + 12^2} = \sqrt{400} = 20m/sn$$

Örnek.2 Yatay doğrultuda 800 km/ h hız ile uçan bir uçaktan bir roket ve yatayla 37^0 açı yapan bir uçaksavardan bir mermi aynı anda atılıyor. 2 saniye sonra uçaksavar mermisi rokete isabet ediyor. uçak roketi bıraktığı anda uçaksavardan ne kadar yükseklikte ve ne kadar uzaklıktadır. g = 10 m / sn^2 , sin37 = 0,6 cos37 = 0,8 merminin ilk hızı v_0=300 m / sn dir.

Çözüm: Roketin hızı v_r = 300 km / h = $\dfrac{800000}{3600} = 222,2m/sn$



Merminin hareketi : (eğik atış)

$x = v_0.\cos\theta.t \qquad y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$

x = 300.0,8. 2 = 480 m y = 300.0,6 . 2 - $\frac{1}{2}$ 10.4 = 340 m

Roketin hareketi (yatay atış)

$x^1 = v_o.t = 222,2.2 = 444,4m \qquad y^1 = \frac{1}{2}gt^2 = \frac{1}{2}10.4 = 20m$

Buradan $\sum X = x + x^1 = 444,4480 = 924,4m$

$\sum Y = y + y^1 = 340 + 20 = 360m$

6.2 Dairesel Hareket

Şimdi de R yarıçaplı daire çevresi etrafında dolanan küçük bir cisim göz önüne alalım. Şekil 6.2 (a) da Q ve P noktaları bu küçük cismin iki konumunu göstermektedir. Q ve P yi birleştiren Δs vektörü bu cismin yerdeğiştirmesidir. Hareketin v ortalama hızı aynen doğrusal harekette olduğu gibi Δs in , Δt süresine oranıdır.

$$v_{ort} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

v nin doğrultusu Δs nin doğrultusunun aynıdır.

P noktasındaki v ani hız , Q noktası P ye , Δ s ve Δt sıfıra yaklaşırken ortalama hız

$$v = \lim \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

limit değeri olarak tanımlanır.

(a) (b)

Şekil.6.2 (a) Parçacık Q dan P ye doğru hareketi sırasındaki v ortalama hızı Δ s ile aynı doğrultudadır. ve Δ s nin Δt ye oranına eşittir. (b) P noktasındaki v ani hızı daireye teğettir ve Q ve P ye yaklaşırken Δ s nın Δt ye oranının limit değeri olarak tanımlanır.

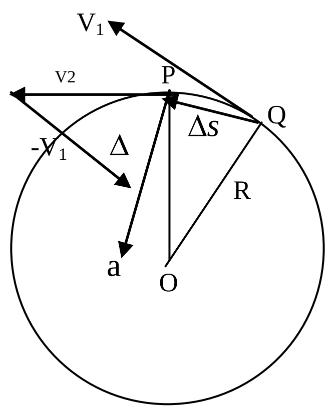
Q noktası P ye yaklaşırken Δ s vektörünün doğrultusu da P noktasındaki teğetin doğrultusuna yaklaşır. Şekil 6.2 (b) da görüldüğü gibi ani hız vektörünün doğrultusu daireye teğet olmuş olur.

Şimdi ise hızın şiddetinin sabit olduğu özel hali inceleyelim. T çevrede tam dolanımı gösteriyorsa hızın şiddeti; $2\pi R$ çevresinin T dolanım süresine oranına eşit olur.

$$v = \frac{2\pi R}{T}$$

Her ne kadar hız büyüklüğü sabit kalıyorsa da doğrultusu değişmektedir. Şekil.6.3 de v_1 ve v_2 , Q ve P noktalarındaki ani hızları göstermektedir. Gene doğrusal harekette olduğu gibi a_{ort} ivmesi, P ve Q noktalarındaki hız vektörlerinin farkı geçen süreye bölünerek hesaplanır.

$$a_{ort} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$



Şekil.6.3 Δv vektörü, P ve Q noktasındaki hız vektörünün farkıdır.

Şekil.6.3de görüldüğü gibi $v_2 - v_1$ fark vektörü , v_2 ile $-v_1$ in vektörel toplamı düşünülebilinir. Bu $-v_1$ vektörü , v_1 ile aynı boyda fakat zıt yönde bir vektördür. Böylece Şekil.6.3 da görüldüğü gibi , v_2 vektörünün ucundan $-v_1$ vektörü çizilerek üçgen metodu ile $v_2 - v_1 = \Delta v$ fark vektörü hesaplanabilir.

a_{ort} , ortalama ivme vektörü ; $\frac{\Delta v}{\Delta t}$ ye eşittir. Kenarları v_2 ,$-v_1$ ve Δv olan hız üçgeni OQP üçgenine benzerdir. v , v_1 ve v_2 vektörlerinin ortak şiddetini gösterirse ;

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta s}{R} \quad \text{veya} \quad \Delta v = \frac{v}{R}.\Delta s \quad \text{yazabiliriz.}$$

a_{ort} ortalama ivmesi ise ; $$a_{ort} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{R}.\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

şeklinde yazılır.

P noktasındaki a ani ivmesi ise gerek şiddet gerekse doğrultu bakımından Δv ve Δt sıfıra yaklaşırken ortalama ivmenin limit değeri olarak tanımlanır. Bu limite yaklaşırken Δv gittikçe küçülür ve doğrultusu PO yarıçapının doğrultusuna yaklaşır. Tam limit halde Δv , yarıçap doğrultusunu alır ve içeri doğru yönelir, bunun sonucu olarak ta a ani ivmesi de dairenin merkezine yönelmiş bulunur.

$$a = \lim \frac{v}{R}.\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v}{R}\lim\frac{\Delta s}{\Delta t}$$

diğer taraftan

$$\lim\frac{\Delta s}{\Delta t} = v$$

olduğundan $$a = \frac{v^2}{R}$$

elde edilir.

Ani ivmenin şiddeti, hızın karesinin yarıçapa oranına eşittir ve ivme vektörü dairenin merkezine yönelmiştir. Bu sebeple bu ivmeye merkezi veya radyal ivme denir.

6.3 Merkezcil Kuvvet

Daire çevresinde dolanan bir cismin ivmesi hesaplandığından, Newton'un ikinci kanunundan faydalanarak cisme etkiyen kuvveti bulabiliriz. İvmenin şiddeti v^2 / R ve merkeze yönelmiş olduğundan, m kütlesinde bir cisme etkiyen bileşke kuvvet,

$$\sum F = m.\frac{v^2}{R}$$

yazabiliriz.

Bileşke kuvvet merkeze yönelmiştir ve bu sebeple merkezcil kuvvet adını alır. Merkezcil kuvvette diğer kuvvetler gibi çubuk veya cisimlere uygulanabilen veya kütle çekimi ve diğer sebeplerle ileri gelen bir kuvvettir.

Bir kimse, sicime bağladığı bir cismi dairesel hareket yaptıracak şekilde çevirirse, merkezcil bir kuvvet uygulamak zorundadır. Bu dönme sırasında sicim koparsa hızın doğrultusu değişmez ve daireye teğet doğrultuda yoluna devam eder.

Örnek.3 20 cm uzunluğunda bir sicime bağlı 200 gr lık bir cisim sürtünmesiz yatay bir düzlem üzerinde bir çivinin etrafında dönmektedir. Cisim saniyede iki dönme yaptığına göre sicimin bu cisme uyguladığı P kuvveti ne kadardır.

Çözüm: Dairenin çevresi $Ç = 2\pi R = 2\pi 20 = 40\pi$ olduğundan $v = \dfrac{2\pi R}{T}$

$v = \dfrac{40\pi}{\frac{1}{2}} = 80\pi \quad cm/sn$ merkezcil ivmenin şiddeti, $a = \dfrac{v^2}{R} = \dfrac{(80\pi)^2}{20} = 3150 \quad cm/sn^2$

P = m.a , P = 200.3150 = $6{,}3.10^5$ dyn = 6,3 nt olur.

Örnek.4 Şekilde görüldüğü gibi L boyunda bir cisme bağlı , m kütlesinde küçük bir cismin şiddeti sabit bir v hızı ile yatay dairesel hareketi görülüyor.Cisim yörüngede dolanırken sicim düşeyle θ açısı yaptığına göre , cismin yörüngesinin de yarıçapı R = L. sinθ , v hızının büyüklüğü $\dfrac{2\pi L \sin\theta}{T}$ olur. T cismin yörüngesinde, tam bir dolanım için geçen süredir.

Cismin şekilde görülen konumda, etkisinde bulunduğu kuvvetler, mg ağırlığı ve sicimin P gerilmesidir. P yi yatay P.sinθ ve düşey P.cosθ bileşenlerine ayıralım.Cisim düşey ivme etkisinde bulunmadığına göre , P.cosθ ve mg kuvvetleri eşittir ve merkeze yönelmiş bileşke kuvvet , yani merkezcil kuvvet , P.sinθ dır. Buna göre

$$P.\sin\theta = m.\frac{v^2}{R}, \qquad P.\cos\theta = mg$$

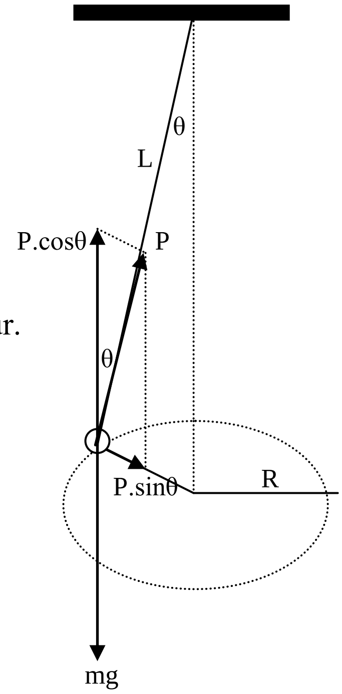
yazılabilir.

Birinci denklem, ikinciye oran edilirse ,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{R.g}$$

bulunur.

Yukarıdaki denklem θ açısının v hızına nasıl bağlı olduğunu göstermektedir. v büyürse tan θ , dolaysıyla θ açısı büyür. θ açısı hiçbir zaman 90^0 olamaz çünkü böyle bir sonuç v = ∞ olması gerektirir.



R = L. sinθ ve $v = \dfrac{2\pi L\sin\theta}{T}$ bağıntılarından faydalanarak

$\cos\theta = \dfrac{gT^2}{4\pi^2.L}$ veya $T = 2\pi\sqrt{L.\cos\theta / g}$ yazabiliriz.

Örnek.5 Şekil. (a) da, yatay bir yolda R yarıçapında bir virajı dönen otomobil görülmektedir. Dönen cisme etkiyen kuvvetler , mg ağırlığı , N normal kuvvet ve T merkezcil kuvvettir. T merkezcil kuvveti, otomobil için sürtünme ile sağlanmak zorundadır. Sürtünmeye pek güvenmemek lazımdır. Bunun için şekil .(b) de görüldüğü gibi yollar eyimli yapılır.Bu halde N normal kuvvetin , N.cosθ düşey ve merkeze yönelmiş , merkezi kuvvet yerini tutan N.sinθ yatay bileşenleri vardır. Yolun θ eyim açısı aşağıdaki şekilde hesaplanır. R virajın yarıçapı v virajı dönme hızı ise

$$N.\sin\theta = \frac{mv^2}{R}$$

olmalıdır. Harkette düşey ivme olmadığına göre,

$$N.\cos\theta = mg$$

yazılabilir.

Birinci denklem ikinciye bölünürse ,

$$\tan\theta = \frac{v^2}{Rg}$$

bulunur.

Yolun eyim açısının tanjantı, hızın karesi ile orantılı virajın yarıçapı ile ters orantılıdır. Belli bir yarıçap için tek açı bütün hızlar için uygun olmaz. Yollar ve demir yolların yapılmasında virajdaki eyim, oradaki ortalama trafik hızına uygun olarak ayarlanır.

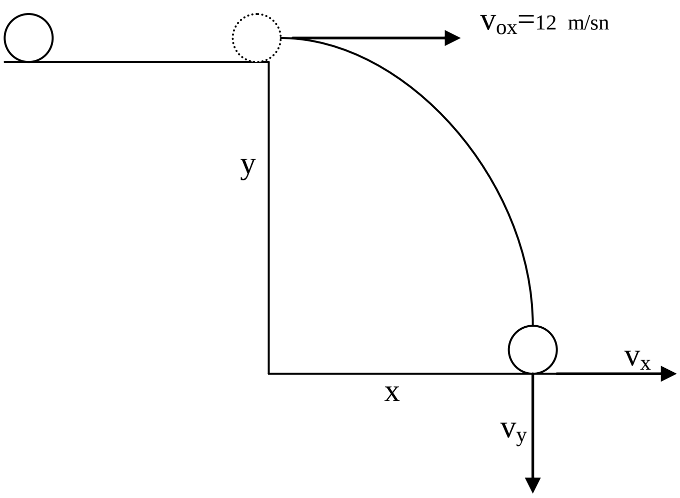
Uçakların yatay uçarken viraj almaları sırasında eğilmesi, yukarıdaki açıklamaya bağlanabilir.

ÇÖZÜMLÜ PROBLEMLER

6.1. Bir cisim 4 m yüksekliğinde yatay bir masanın üzerinde, 12 m / sn lik hızla kaymaktadır. Cisim yere düştüğü anda

a) masanın yatay uzaklığını

b) aynı anda hızının yatay ve düşey bileşenlerini bulunuz.



Çözüm : $y = 4m$, $\theta = 0$ (yatay atış)

$y = (1/2)\, g\, t^2$ $\quad x = v_0 .t$

$y = 0{,}5.9{,}8.t^2$ $\quad x = 12.\ 0{,}9 = 10{,}8$ m

$t^2 = 0{,}816$

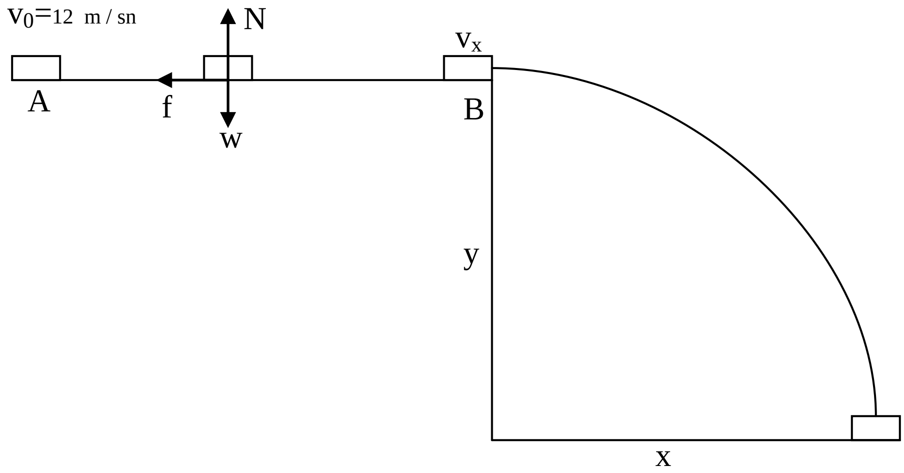
$t = 0{,}9$ sn

b) $v_x = v_0 = 12$ m / sn

$v_y = gt = 9{,}8.\ 0{,}9 = 8{,}82$ m / sn

6.2 Bir cismin , masanın üzerinde kenardan 10 m uzaklıkta bir noktada hızı 12 m / sn dir. Cisim kayarak yoluna devam ediyor ve masanın kenarından düşüyor. Masanın yüksekliği ve cismin düştüğü noktanın masadan olan yatay uzaklığı 4 m dir. Masa ile cismin arasındaki sürtünme katsayısını bulunuz.

Çözüm :



$y = (1/2)\, g\, t^2$

$4 = 0{,}5 .9{,}8.t^2$

$t = 0{,}9$ sn

$x = v_x .t$, $4 = v_x .0{,}9$

$v_x = 4{,}4$ m / sn

AB = 10 m

Cisim AB arasında sabit ivmeli hareket yapar. B den sonra aşağı doğru ise yatay olarak yoluna devam eder.

AB arası için Newton'un ikinci kanunu;

F = m.a $\mu.m.g = m.a$ $\mu = \dfrac{a}{g}$

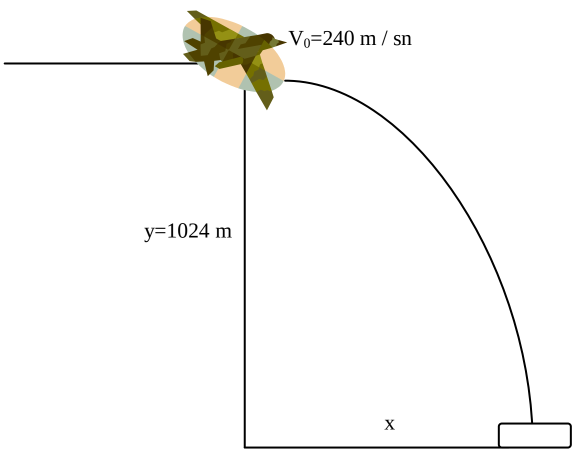
$$v_x^2 = v_0^2 - 2ax \qquad a = \frac{(12)^2 - (4{,}4)^2}{2.10} = 6{,}23 \quad m/sn^2$$

$$\mu = \frac{a}{g} = \frac{6{,}23}{9{,}8} = 0{,}6$$

6.3 1024 m yükseklikte 240 m/ sn lik hızla yatay olarak uçan bir bombardıman uçağı 80 m / sn lik hızla seyreden bir torpidobotu aynı doğrultuda takip ediyor. isabet alması için bomba torpidonun arka tarafından ne kadar uzakta bırakılmış olmalıdır.

Çözüm:

uçağın hareketi,



$$y = \frac{1}{2} g t^2 \qquad 1024 = \frac{1}{2} 9{,}8.t^2 \quad t = 14{,}4\ sn$$

$x_1 = v_0.t = 240.\ 14{,}4 = 3456$ m

torpidonun hareketi;

$x_2 = v.t = 80.\ 14{,}4 = 1152$ m

$x = x_1 - x_2 = 3456 - 1152 = 2304$ m

bombanın torpidoya isabet etmesi için bomba torpidonun arka tarafından 2304 m uzaktan atmalıdır.

6.4 Bir top,yatay hız bileşeni 80 m / sn , düşey hız bileşeni 100 m / sn olan yukarı yönelmiş bir ilk hızla atılmıştır. Topun ,

a) 2 sn, 3 sn, 6 sn sonraki konum ve hızını bulunuz.

b) Yörüngenin en üst noktasına ulaşması için ne kadar süre gerekir ?

c) En üst noktanın yerden yüksekliği ne kadardır?

d) Topun ilk düzeyine dönmesi için gerekli süre nedir ?

e) Bu süre içinde yatay olarak ne kadar yol gider ?

Çözüm : $v_{ox} = v_o.\cos\theta = 80$

$v_{oy} = v_o.\sin\theta = 100$

) t = 2 sn x = ? y = ?

$v_x = v_o.\cos\theta$ (sabit) , $v_x = v_o.\cos\theta = 80$ m /sn

$v_y = v_o.\sin\theta - gt$,

$v_y = 100 - 9{,}8.2 = 80{,}4 \quad m/sn$

$x = v_0.\cos\theta.t$, x = 80. 2 = 160 m

$$y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2 \ , \quad y = 100.2 - \frac{1}{2}9{,}8.4 = 180{,}4m$$

$v^2 = v_x^2 + v_y^2 \qquad v^2 = (80)^2 + (80{,}4)^2$ v = 113,4 m / sn

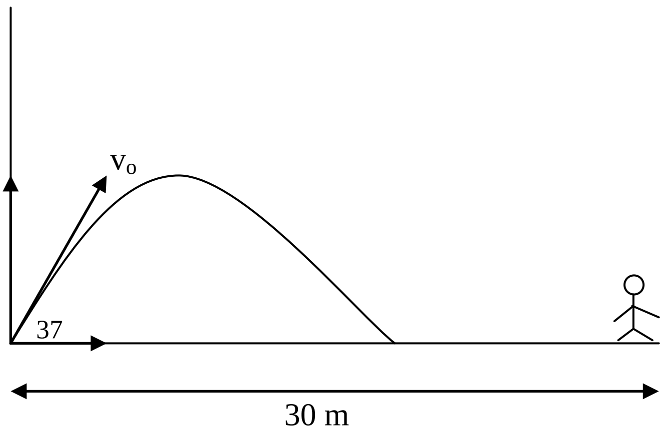
b) $v_y = v_o.\sin\theta - gt \quad t_{çıkı} = \dfrac{v_o.\sin\theta}{g} = \dfrac{100}{9{,}8} = 10{,}2 \quad sn$

c) $y = v_o.\sin\theta.t_ç - \dfrac{1}{2}gt_ç{}^2 = 100.10{,}2 - \dfrac{1}{2}9{,}8.(10{,}2)^2 = 510{,}2\ m$

d) $R = x = v_o.\cos\theta.t_{uçuş} \quad t_{uçuş} = 2.t_{çıkı} = 2.10{,}2 = 20{,}4sn$

e) $R = x = v_o.\cos\theta.t_{uçuş} \ R = x = 80.20{,}4 = 1632m$

6.5 Bir futbolcu yatayla 37^0 açı yapacak şekilde topa vuruyor ve top 15 m / sn lik ilk hızla fırlıyor. Vuruş doğrultusunda 30 m uzakta bulunan ikinci bir oyuncu, topa vurulur vurulmaz onu karşılamak üzere koşmaya başlıyor. İkinci futbolcunun topu yere düşmeden yakalaması için hızı ne olmalıdır?



Çözüm : v_o = 15 m / sn x = 30 m

$$R = x = v_o.\cos\theta.t_{uçuş}$$

$$R = v_o.\cos\theta.\frac{2.v_o.\sin\theta}{g}$$

$$R = \frac{2.v_o^2.\cos\theta.\sin\theta}{g} = \frac{2.225.0{,}6.0{,}8}{9{,}8}$$

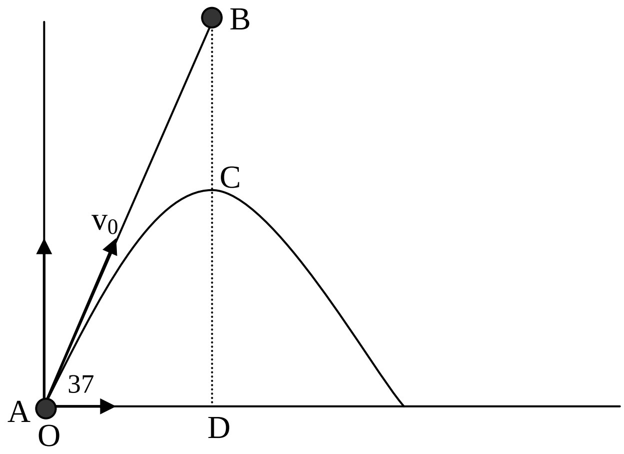
$R = \frac{216}{9{,}8} = 22m$, x = 30 – 22 = 8 m $\qquad t_{uçuş} = \frac{2v_o.\sin\theta}{g} = \frac{2.15.0{,}6}{9{,}8} = 1{,}83 \quad sn$

Oyuncunu hızı ; $\quad v = \frac{x}{t_{uçuş}} = \frac{8}{1{,}83} = 4{,}37 \quad m/sn$

6.6 Bir A topu, O noktasından yatayla 37^0 açı yapan doğrultuda gidecek şekilde v_o =700 cm / sn lik hızla atılıyor. O dan 300 cm uzakta başka bir B topu, yatayla 37^0 açı yapan bir doğru üzerinde, A harekete başlarken serbest bırakılıyor.

a) B, A ya çarpıncaya kadar ne kadar inmiş olur.

b) A, B ye çarptığı zaman hangi yönde hareket etmektedir.



Çözüm : v_o = 700 cm / sn OBD üçgeninde

$$\text{Cos}37 = \frac{OD}{AB}$$

OD = 300. cos37 = 300.0,8 = 240 cm

A topunun yatayda aldığı yol ;

$$x = v_0.\cos\theta.t$$

$$t = \frac{x}{v_0.\cos\theta} = \frac{240}{700.0{,}8} = \frac{3}{7} \quad sn$$

B de serbest bırakılan topun t = 3 / 7 sn içinde C noktasına gelmesi gerekir.

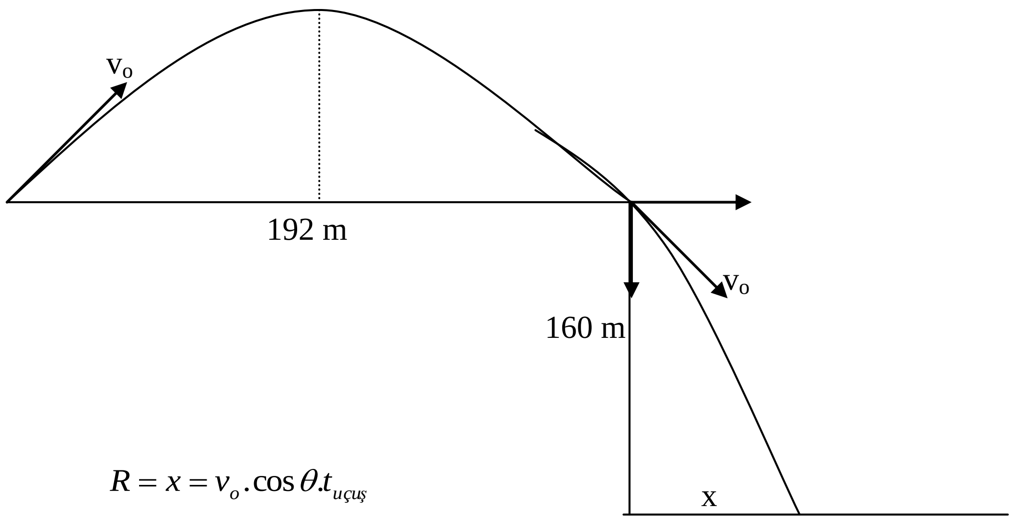
$$BC = \frac{1}{2}g.t^2 = \frac{1}{2}980.(\frac{3}{7})^2 = 90\ cm$$

b) $t_{çıkı} = \dfrac{v_o.\sin\theta}{g} = \dfrac{700.0,6}{980} = \dfrac{3}{7}\,sn$ birinci topun çıkış süresi ile ikinci topun C noktasına süreleri eşit olduğu için A topu ile B topu en üst noktada çarpışırlar. A topu sağa doğru hareket etmektedir.

6.7 Bir top, Şekil de görüldüğü gibi 160 m derinlikte bir uçurumun 192 m gerisinden, yatayla 37^0 açı yapacak şekilde, bir v_0 hızı ile fırlatılıyor. Bu atışta, top tam uçurumun kenarından geçiyor.

a) ilk hızı,

b) uçurumun dibinde topun düştüğü noktanın uçurum kenarına olan yatay x uzaklığını bulunuz.



a) $R = x = v_o.\cos\theta.t_{uçuş}$

$$R = \frac{2.v_o^2.\cos\theta.\sin\theta}{g} = \frac{2.v_o^2.0{,}8.0{,}6}{9{,}8} = 192 \qquad v_o^2 = \frac{192.9{,}8}{2.0{,}8.0{,}6} = \frac{1881{,}6}{0{,}96} = 1960$$

$v_o = 44{,}27 \quad m/sn$

b) Hareketin tümü göz önüne alındığında , y ve g ler (-) alınır. $y = v_o.\sin\theta.t + \frac{1}{2}gt^2$

$-y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$ -160 = 44,3.0,6.t - (1/2) 9,8.t^2

4,9.t^2 - 26,58. t – 160 = 0 Buradan toplam zaman t_{top} = 9 sn çıkar. Alınan toplam yol ise ,

$R = x = v_o.\cos\theta.t_{top} = 44{,}3.0{,}8.9 = 318{,}96m$

x = 318,96 – 192 = 126,96 m

İkinci yol: yatayın altına eğik atış:

$$y = v_o.\sin\theta.t + \frac{1}{2}gt^2$$

$160 = 44{,}3.0{,}6 + 4{,}9.t^2$, $4{,}9.t^2 + 44{,}3.0{,}6 - 160 = 0$ $t^2 + 5{,}4.t - 32{,}65 = 0$

t =3,6 sn x = v_0.cosθ.t x = 44,3.0,8.3,6 = 127 m

6.8 2400 kg lık otomobil, 400 m yarıçaplı yatay bir virajı 40 km/ h lık hızla dönüyor.

a) Otomobilin devrilmemesi için, yolla lastikler arasındaki sürtünme katsayısının en küçük değeri ne olmalıdır

b) Bu hız için yolun eğim açısı ne olmalıdır.

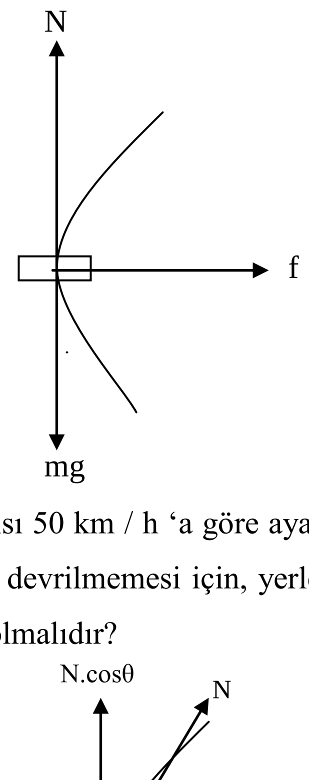
Çözüm : m = 2400 kg R = 400 m v = 40 km/ h μ = ?

F = m.a μ.m.g = m.$\frac{v^2}{R}$

v = 40000/3600 = 100 / 9

$$\mu = \frac{v^2}{R.g} = \frac{(\frac{100}{9})^2}{400.9{,}8} = 0{,}0315$$

tanθ = $\frac{v^2}{R.g}$ = 0,0315 θ = $2^0\ 50^1$

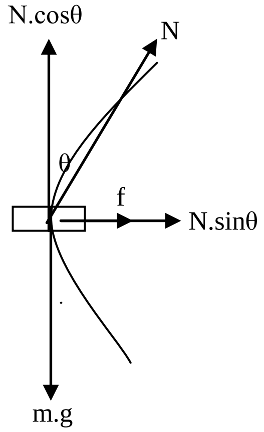


6.9 Yatay bir arazide 180 m yarıçaplı bir virajın eyim açısı 50 km / h ‘a göre ayarlanmıştır. Bu virajı 90 km / h lık hızla dönen bir otomobilin devrilmemesi için, yerle lastikler arasındaki sürtünme katsayısının en küçük değeri ne olmalıdır?

Çözüm : R = 180 m v = 50 km/h v^1= 90 km/h μ =?

$$v = \frac{50.000}{3600} = 13{,}9\ m/sn\ ,\ \tan\theta = \frac{v^2}{R.g} = \frac{(13{,}9)^2}{180.9{,}8} = 0{,}109$$

Otomobili yörüngede tutan bileşke kuvvet ; f + N.sinθ



$F = m.a$, $f + N.\sin\theta = m.\dfrac{v^2}{R}$

$f = \mu.N.$, $N.\cos\theta = m.g$, $N = \dfrac{mg}{\cos\theta}$

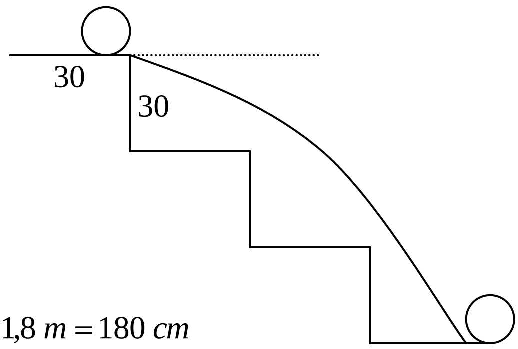
$$\mu.N.\cos\theta + N.\sin\theta = m.\frac{v^2}{R}$$

$$\mu.\frac{mg}{\cos\theta}\cos\theta + m.g\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = m.\frac{v^2}{R} \quad , \quad \mu.mg + mg.\tan\theta = m\frac{v^2}{R}, \quad \mu = \frac{v^2}{R.g} - \tan\theta$$

$$\mu = \frac{(25)^2}{180.9,8} - 0,109 = 0,245$$

6.10 Basamakların genişliği ve yüksekliği 30 cm olan bir merdivenden bir bilye 3 m / sn hızla yatay olarak atılıyor. Bilye kaçıncı basamağa düşer. g = 10 m / sn^2

Çözüm : atış yatay olduğundan ;



$$y = \frac{1}{2}gt_{uçuş}^2 \qquad x = v_0.t_{uçuş} \qquad t_{uçuş} = \frac{x}{v_0}$$

$$y = \frac{1}{2}g.\frac{x^2}{v_0^2}$$ x = y olduğundan

$$\frac{1}{2}gt_{uçuş}^2 = v_0.t_{uçuş} \qquad \frac{1}{2}g.\frac{x}{v_0} = v_o \qquad x = \frac{2.v_0^2}{g} = \frac{2.9}{10} = 1,8\ m = 180\ cm$$

x = y =180 cm basamak sayısı = n $= \dfrac{180}{30} = 6\ basamak$

6.10 Bir cisim yatayla 60^0 yapacak şekilde yukarı doğru 40 m / sn hızla atılıyor. Cisim 100 m uzakta bir binanın penceresine çarpıyor.

a) Atıldıktan kaç sn sonra pencereye çarpar?

b) Pencere cismin atıldığı seviyeden kaç m yüksekliktedir?

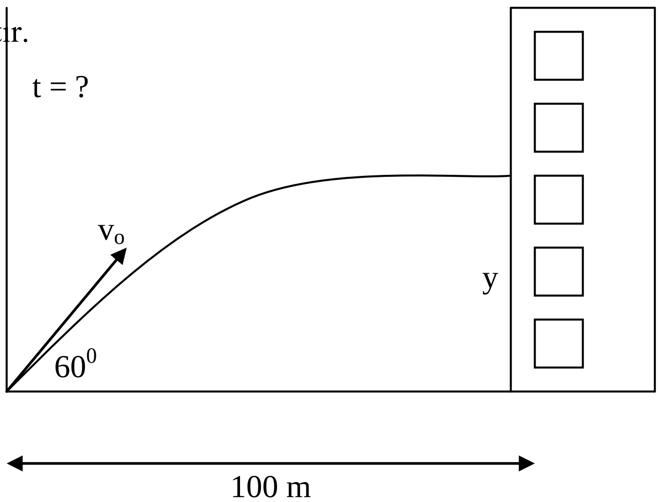
c) Cisim pencereye hangi hızla çarpmıştır.

Çözüm : $\theta = 60^0$ v_o= 40 m / sn x = 100 m t = ?

$x = v_0.\cos\theta.t$

100 = 40. cos 60^o.t

t = 5 sn



b) $y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$

$y = 40.0{,}86.5 - \frac{1}{2}9{,}8.25$

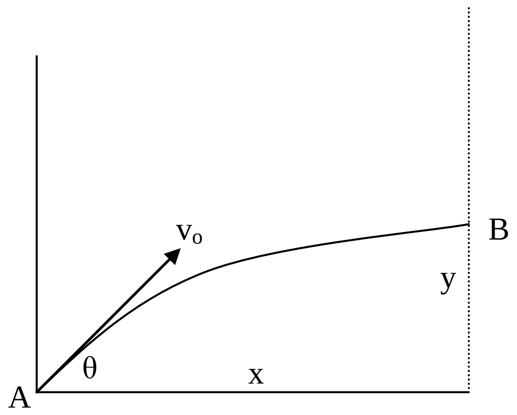
$y = 47\ m$

$v^2 = v_0^2 - 2gh$

$v^2 = 40^2 - 2.9{,}8.47$

$v = 26\quad m/sn$

6.11 A da bulunan bir silahtan 200 m / sn lik ilk hızla 500 m yükseklikte ve 3000 m yatay uzaklıktaki B hedefine bir mermi atılmıştır. Hava direncini ihmal ederek θ atış açısını bulunuz. $1 / \cos^2\theta = 1+\tan\theta$



Çözüm $y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$

$x = v_0.\cos\theta.t$

3000 = 200. cos θ.t $\quad t = \frac{3000}{200.\cos\theta} = \frac{15}{\cos\theta}$

$y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$

$500 = 200.\sin\theta.\frac{15}{\cos\theta} - \frac{1}{2}9{,}8.\frac{15^2}{\cos^2\theta}$

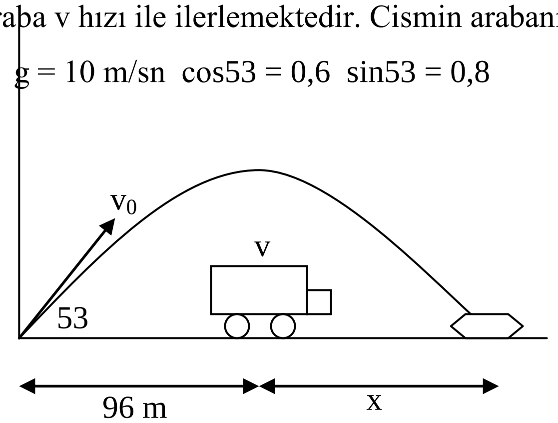
$500 = 3000\tan\theta - \frac{1100}{\cos^2\theta}$

$1 / \cos^2\theta = 1+\tan\theta$ $\quad 1100.\tan^2\theta - 3000.\tan\theta + 1600 = 0$ bu denklemin kökleri ;

$\tan\theta_1 = 0{,}64 \quad \theta_1 = 32{,}6^0$

$\tan\theta_2 = 2{,}35 \quad \theta_2 = 67^0$

6.12 Bir cisim 100 m / sn lik bir hızla şekildeki gibi yatayla 53^0 lik açı yapacak şekilde atılıyor. Cisim atıldığı anda 96 m ilerdeki bir araba v hızı ile ilerlemektedir. Cismin arabanın içine düşmesi için arabanın hızını (v) bulunuz g = 10 m/sn cos53 = 0,6 sin53 = 0,8



Çözüm: cismin hareketi eğik atış;

Menzili ; R = x = $v_o.\cos\theta.t_{uçuş}$

96 + x = 100.0,6 .$t_{uçuş}$

.$t_{uçuş} = \frac{2.v_0.\sin\vartheta}{g} = \frac{2.100.0{,}8}{10} = 16\quad sn$

$96 + x = 100.0{,}6 .t_{uçuş}$

$96 + x = 60.16 \quad x = 864$ m

Arabanın hareketi ;

$x = v.t_{uçuş} \quad 864 = v. \ 16 \quad v = 864 / 16 = 54$ m / sn

6.13 400 m / sn namlu hızına sahip bir uçaksavar mermisi , 3000 m yüksekliğinde yere paralel şekilde 720 km / h hızla uçmakta olan bir uçağa isabet etmesi için ,

a) θ açısı ne olmalıdır.

b) Merminin uçağa çarpana kadar geçen süreyi bulunuz g = 10 m/ sn

Çözüm: Uçağın hareketi ;

$x_2 = v \,.\, t_1 \quad t_1 = t_2 = t$

$v = 720000/ 3600 = 200$ m / sn

uçaksavarın hareketi;

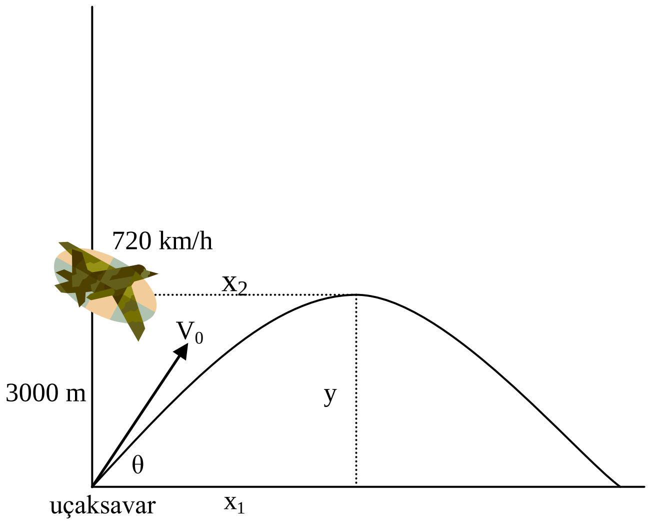
$x_1 = v_o.\cos\theta.t_2 \quad x_1 = x_2$

$v.t_1 = v_o.\cos\theta.t_2$

$200 = 400. \cos\theta$

$\cos\theta = 200/ 400 = 1/2$

$\theta = 60^0$



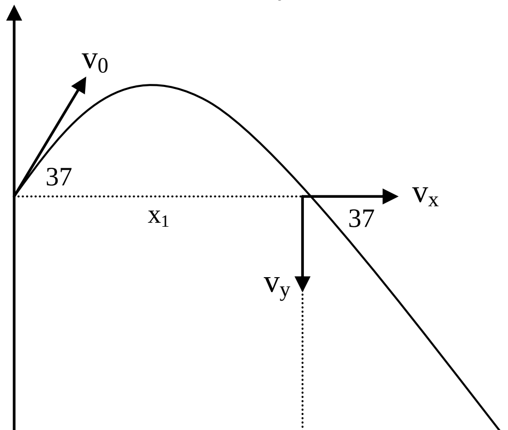
b) $y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$

$3000 = 400.0{,}86.t - 5.t^2$

$5.t^2 - 344 .t + 3000 = 0$

$t^2 - 69. t + 600 = 0$ denklemin pozitif kökü $t_1 = 10$ sn çıkar.

6.14 135 m yükseklikte 50 m /sn lik bir hızla atılan bir cisim yere düştüğünde yatayda ne kadar



yol alır?

Çözüm : x_1+x_2 = ?

1.nci atış eğik atış , v_o=50 m / sn

$$x_1 = v_o.\cos\theta.t_{uçuş}$$

$$x_1 = v_o \cos\theta.\frac{2.v_o.\sin\theta}{g}$$

$$x_1 = 50.0{,}8.\frac{2.50.0{,}6}{10} = 240\ m$$

$$x_1 = 240m$$

$$t_{uçuş} = \frac{2.50.0{,}6}{10} = 6\ sn$$

2.ci atış yatayın altına eğik atış : $y = v_o.\sin\theta.t + \frac{1}{2}gt^2$

$$135 = 50.0{,}6.t + 5.t^2$$

$$t^2 + 6.t - 27 = 0$$

Bu denklemin kökleri t_1 = 3 sn t_2 = -9 sn

Düşme süresi pozitif kök alınır. t_1=3 sn

$x_2 = v_o.\cos\theta.t$ x_2 =50.0,8.3 = 120 m x_1+x_2 = 240 +120 = 360 m olur.

2.nci yol : burada hareketin tümü göz önüne alınır. O zaman y ve g değerleri (-) alınır.

$$-y = v_o.\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$$

$-135 = 50.0{,}6.t - 5t^2 = 0$, $5t^2 - 30t - 135 = 0$, $t^2 - 6t - 27 = 0$ bu denklemin pozitif kökü

t = 9 sn çıkar. Buradan, toplam yol $x_1 + x_2 = v_o.\cos37.t_{top} = 50.0{,}8.9 = 360$ m çıkar.