

ΦΩΤΟΝΙΚΗ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑ ΓΙΑ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

Μη γραμμικά φαινόμενα ΙΙ

Ηρακλής Αβραμόπουλος

Photonics Communications Research Laboratory



Διάρθρωση μαθήματος

- Επανάληψη μη γραμμικού φαινομένου Kerr
 - ✓ Μη γραμμικός συντελεστής δείκτη διάθλασης
 - ✓ Εξάρτηση του δείκτη διάθλασης από την ισχύ
 - ✓ Όρος αυτοδιαμόρφωσης φάσης
 - ✓ Όρος ετεροδιαμόρφωσης φάσης
- Ετεροδιαμόρφωση φάσης
 - ✓ Αλληλεπίδραση κυμάτων σε διαφορετικές φέρουσες
 - ✓ Σύζευξη κάθετα πολωμένων κυμάτων
 - ✓ Παρατηρήσεις
- Σημασία SPM και XPM



Διάρθρωση μαθήματος

- Μίξη τεσσάρων φωτονίων
 - ✓ Παρεμβολή λόγω FWM
 - ✓ Τρόποι Περιορισμού
- Εξαναγκασμένη Σκέδαση Raman
 - ✓ Φυσική ερμηνεία
 - ✓ Κέρδος Raman - Κατώφλι ισχύος
 - ✓ Επίδραση σε WDM δίκτυα
 - ✓ Τρόποι Περιορισμού
- Εξαναγκασμένη Σκέδαση Brillouin
 - ✓ Φυσική ερμηνεία
 - ✓ Κέρδος Brillouin - Κατώφλι ισχύος
 - ✓ Τρόποι Περιορισμού
- Ασκήσεις στα μη γραμμικά φαινόμενα ΙΙ



στο προηγούμενο μάθημα...

- ✓ τα άτομα ενός υλικού αποκρίνονται σε υπάρχον ηλεκτρικό πεδίο E με βάση τη σχέση της πόλωσης:

$$P = \epsilon_0 [\chi^{(1)} + \chi^{(3)} \cdot E \cdot E + \dots] \cdot E$$

P_L : γραμμικός όρος

P_{NL} : μη γραμμικός όρος λόγω Kerr effect

- ✓ έστω δύο πεδία $E_1 = E_1 \exp(j\omega_1 t)$ και $E_2 = E_2 \exp(j\omega_2 t)$
- ✓ με αντικατάσταση στην έκφραση της πόλωσης P :

$$P_{NL}(r, t) = (1/2) \hat{x} \{ P_{NL}(\omega_1) \exp(j\omega_1 t) + P_{NL}(\omega_2) \exp(j\omega_2 t) + P_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) \exp[j(2\omega_1 - \omega_2)t] + P_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) \exp[j(2\omega_2 - \omega_1)t] \} + c.c.$$

Όροι ταλάντωσης στις συχνότητες $\omega_1, \omega_2, 2\omega_1 - \omega_2, 2\omega_2 - \omega_1$, κτλ



στο προηγούμενο μάθημα...

$$P_{NL}(\omega_1) \approx \chi_{\text{eff}} (|\mathbf{E}_1|^2 + 2|\mathbf{E}_2|^2) \mathbf{E}_1$$

$$P_{NL}(\omega_2) \approx \chi_{\text{eff}} (|\mathbf{E}_2|^2 + 2|\mathbf{E}_1|^2) \mathbf{E}_2$$

μη γραμμικοί όροι
δείκτη διάθλασης

$$P_{NL}(2\omega_1 - \omega_2) = \dots$$

$$P_{NL}(2\omega_2 - \omega_1) = \dots$$

όροι μίξης τεσσάρων φωτονίων
(θα ασχοληθούμε σήμερα)

- ✓ είδαμε επίσης ότι ο μη γραμμικός δείκτης διάθλασης δίνεται από τη σχέση :

$$\Delta n_j \approx n_2 \left(|\mathbf{E}_j|^2 + 2|\mathbf{E}_{3-j}|^2 \right)$$

- ✓ μη γραμμικός δείκτης διάθλασης



στο προηγούμενο μάθημα...

- ✓ ο μη γραμμικός δείκτης διάθλασης εισάγει μη γραμμικότητα στη φάση διάδοσης

$$\phi_j^{NL} = \frac{\omega_j Z}{c} \Delta n_j = \frac{\omega_j Z n_2}{c} \left[|E_j|^2 + 2|E_{3-j}|^2 \right]$$

όρος αυτοδιαμόρφωσης
φάσης

Η ισχύς του ίδιου του σήματος προκαλεί μη γραμμική μεταβολή του δείκτη διάθλασης και κατά συνέπεια της φάσης του σήματος

όρος ετεροδιαμόρφωσης
φάσης

Μόνο σε περίπτωση δύο συνδιαδιδόμενων σημάτων!
Η ισχύς του ενός σήματος προκαλεί μη γραμμική μεταβολή του δείκτη διάθλασης στο δεύτερο σήμα και κατά συνέπεια της φάσης αυτού



σήμερα θα δούμε...

Παραμορφώσεις διάδοσης

- Γραμμικές

 - ✓ διασπορά

- Μη γραμμικές

 - μη γραμμικότητες Kerr

 - ✓ αυτοδιαμόρφωση φάσης

 - ✓ ετεροδιαμόρφωση φάσης

 - ✓ μίξη τεσσάρων φωτονίων

 - μη γραμμικότητες σκέδασης

 - ✓ σκέδαση Raman

 - ✓ σκέδαση Brillouin



ετεροδιαμόρφωση φάσης

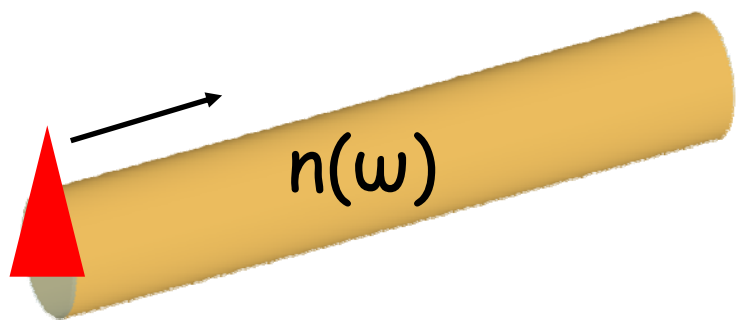
Αλληλεπίδραση κυμάτων σε διαφορετικές φέρουσες

Cross-Phase Modulation (XPM)

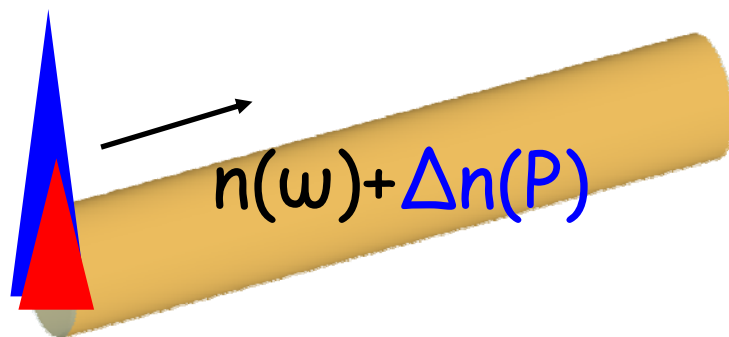
- αλληλεπίδραση συνδιαδιδόμενων πεδίων:

Η ισχύς του ενός πεδίου μεταβάλλει τη φάση του άλλου λόγω εξάρτησης δείκτη διάθλασης από την ισχύ (φαινόμενο Kerr)

μόνο κόκκινος παλμός μικρής ισχύος, **αμελητέα μη γραμμικότητα**



ταυτόχρονη διάδοση με ισχυρό μπλε παλμό, **μη γραμμικότητα $\Delta n(P)$**





ετεροδιαμόρφωση φάσης

Αλληλεπίδραση κυμάτων σε διαφορετικές φέρουσες

- ✓ Ο μη γραμμικός δείκτης διάθλασης μεταβάλλεται με την ισχύ του διαδιδόμενου ισχυρού παλμού

$$\Delta n_j \approx n_2 \left(|E_j|^2 + 2|E_{3-j}|^2 \right)$$

- ✓ και τη μεταβολή αυτή τη «βλέπει» ο ασθενής συνδιαδιδόμενος παλμός
- ✓ Ο μη γραμμικός δείκτης διάθλασης εισάγει μη γραμμική φάση διάδοσης

$$\phi_j^{NL} = \frac{\omega_j z}{c} \Delta n_j = \frac{\omega_j z n_2}{c} \left[|E_j|^2 + 2|E_{3-j}|^2 \right]$$

ετεροδιαμόρφωση φάσης

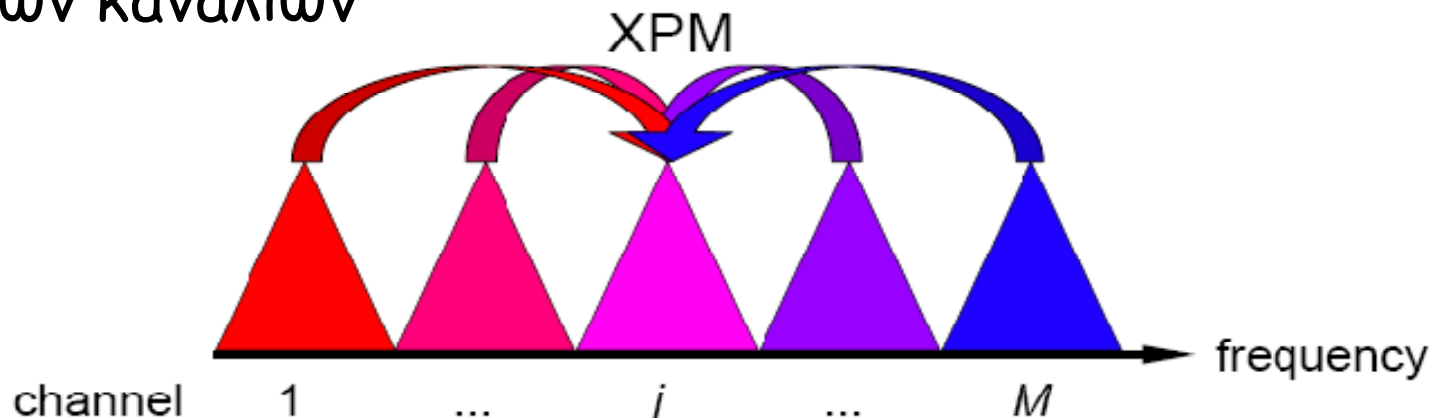
διπλάσια επίδραση από την αυτοδιαμόρφωση!



ετεροδιαμόρφωση φάσης

Αλληλεπίδραση κυμάτων σε διαφορετικές φέρουσες

- η φάση του καναλιού i επηρεάζεται από την ισχύ των άλλων καναλιών



- μη γραμμική στροφή φάσης στο κανάλι j :

$$\phi_{NL,j} = \gamma \cdot L_{eff} \left(\begin{array}{c} \text{SPM} \\ P_j \end{array} + \begin{array}{c} \text{XPM} \\ 2 \sum_{m \neq j}^M P_m \end{array} \right)$$

- η ετεροδιαμόρφωση φάσης διεγείρεται όταν δύο παλμοί από δύο διαφορετικά WDM κανάλια «διασταυρώνονται» (συμπίπτουν) στο πεδίο του χρόνου



ετεροδιαμόρφωση φάσης

Σύζευξη κάθετα πολωμένων κυμάτων

Συνολικό ηλεκτρικό πεδίο:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{x}}\mathbf{E}_x + \hat{\mathbf{y}}\mathbf{E}_y) \exp(-j\omega_0 t) + \text{c.c.}$$

Μη γραμμική πόλωση :

$$\mathbf{P}_{\text{NL}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} (\hat{\mathbf{x}}\mathbf{P}_x + \hat{\mathbf{y}}\mathbf{P}_y) \exp(-j\omega_0 t) + \text{c.c.}$$

οπου $\mathbf{P}_x, \mathbf{P}_y$:

$$\mathbf{P}_i = \frac{3\varepsilon_0}{4} \sum_j \left(\chi_{\chi\chi\chi y}^{(3)} \mathbf{E}_i \mathbf{E}_i \mathbf{E}_j^* + \chi_{\chi y \chi y}^{(3)} \mathbf{E}_j \mathbf{E}_i \mathbf{E}_j^* + \chi_{\chi y y \chi}^{(3)} \mathbf{E}_j \mathbf{E}_j \mathbf{E}_i^* \right)$$

Για το SiO_2 ισχύει

$$\chi_{\chi\chi\chi y} = \chi_{\chi y \chi y} = \chi_{\chi y y \chi}$$

οπότε :

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{P}_x = \frac{3\varepsilon_0}{4} \chi_{\chi\chi\chi\chi}^{(3)} \left[\left(|\mathbf{E}_x|^2 + \frac{2}{3} |\mathbf{E}_y|^2 \right) \mathbf{E}_x + \frac{1}{3} (\mathbf{E}_x^* \mathbf{E}_y) \mathbf{E}_y \right] \\ \mathbf{P}_y = \frac{3\varepsilon_0}{4} \chi_{\chi\chi\chi\chi}^{(3)} \left[\left(|\mathbf{E}_y|^2 + \frac{2}{3} |\mathbf{E}_x|^2 \right) \mathbf{E}_y + \frac{1}{3} (\mathbf{E}_y^* \mathbf{E}_x) \mathbf{E}_x \right] \end{array} \right.$$



ετεροδιαμόρφωση φάσης

Σύζευξη κάθετα πολωμένων κυμάτων

Δείκτης διάθλασης:

$$\Delta n_x = n_2 \left(|\mathbf{E}_x|^2 + \frac{2}{3} |\mathbf{E}_y|^2 \right)$$

$$\Delta n_y = n_2 \left(|\mathbf{E}_y|^2 + \frac{2}{3} |\mathbf{E}_x|^2 \right)$$

Διαφορετικό μη γραμμικό τμήμα του δείκτη διάθλασης σε κάθε άξονα

Άρα κάθε κύμα (σε διαφορετική πόλωση) βλέπει άλλο δείκτη διάθλασης και άρα διαφορετική σταθερά διάδοσης



(Παρατηρήσεις)

- ✓ Η μεταβολή του δείκτη διάθλασης στην ορθογώνια πολωμένη συνιστώσα είναι κατά $2/3$ μικρότερη από την αντίστοιχη της παράλληλης πόλωσης
- ✓ Συγκριτικά με τις δύο περιπτώσεις ετεροδιαμόρφωσης φάσης-ΧΡΜ, η μεταβολή του ΧΡΜ όρου στις εξισώσεις στην περίπτωση διαφορετικών πολώσεων είναι το $1/3$ από την ΧΡΜ παλμών διαφορετικού μήκους κύματος
- ✓ Εισαγωγή διαφοράς φάσης μόνο στην περίπτωση κάθετα συζευγμένων πολώσεων

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} L(\Delta n_x - \Delta n_y)$$



Σημασία SPM και XPM

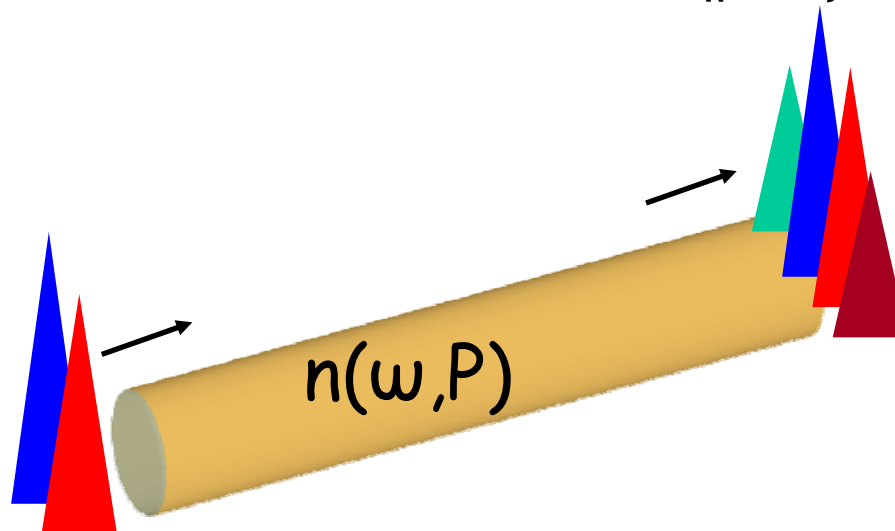
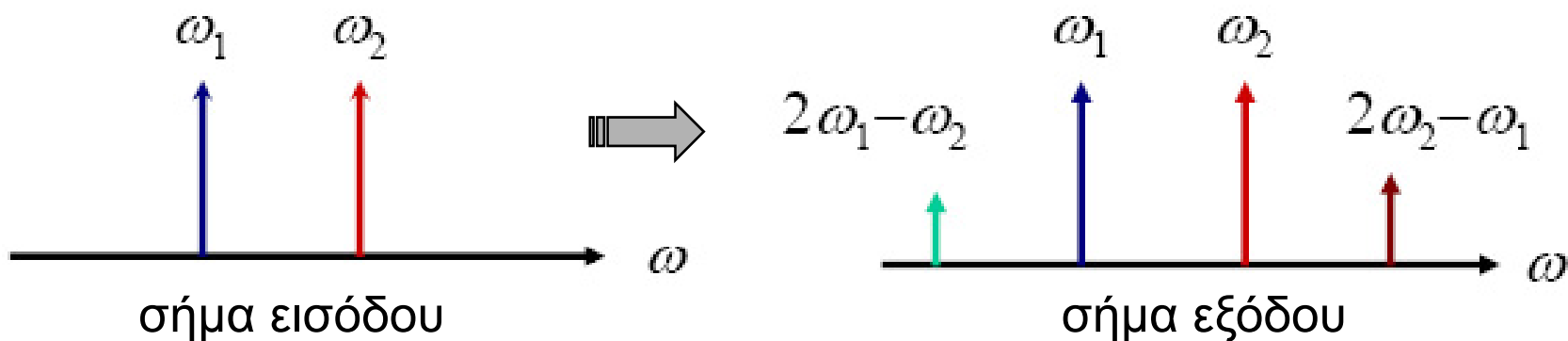
- Η αλληλεπίδραση του SPM με την διασπορά μπορεί να οδηγήσει σε διεύρυνση ή συμπίεση ενός οπτικού παλμού.
- SPM, XPM επιτρέπουν σε παλμό να τροποποιήσει άλλο παλμό, ο οποίος μπορεί να είναι σε διαφορετική πόλωση ή ακόμη και σε διαφορετική φέρουσα.
- XPM μπορεί να οδηγήσει σε διακαναλική παρεμβολή
- Χρήση των φαινομένων αυτών σε οπτικούς μεταγωγείς. Εκμετάλλευση της επιβαλλόμενης στροφής φάσης στην οπτική λογική και ειδικότερα σε οπτικές πύλες.



Μίξη τεσσάρων φωτονίων

Four-Wave Mixing (FWM)

- συνδιάδοση (μίξη) δύο σημάτων σε συχνότητες ω_1 και ω_2 παράγει σήματα σε συχνότητες $2\omega_1 - \omega_2$ και $2\omega_2 - \omega_1$





Μίξη τεσσάρων φωτονίων

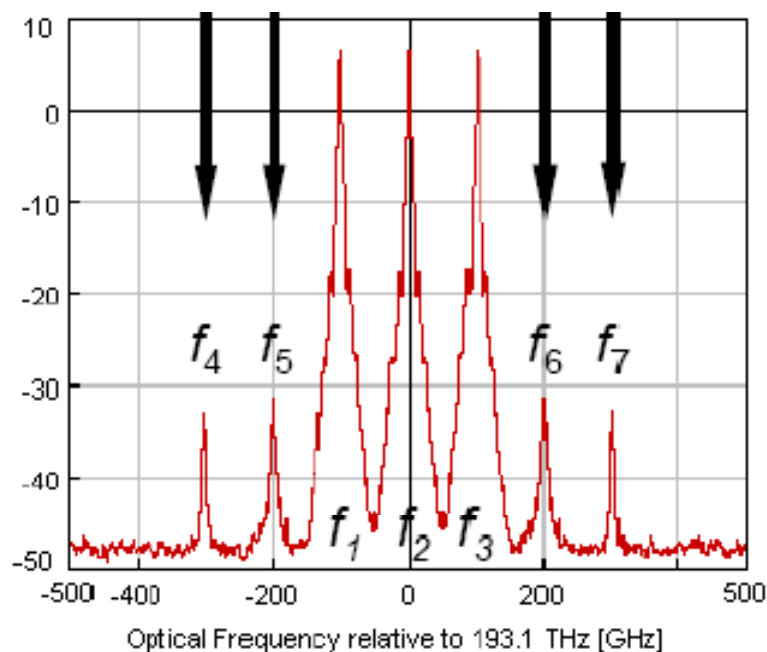
- ομοίως, σε ένα σύστημα με 3 κανάλια σε συχνότητες f_1 , f_2 και f_3 παράγονται σήματα σε συχνότητες:

$$f_n = f_i + f_j - f_k$$

όπου $f_i, f_j \neq f_k$

π.χ. $f_5 = f_1 + f_2 - f_3$

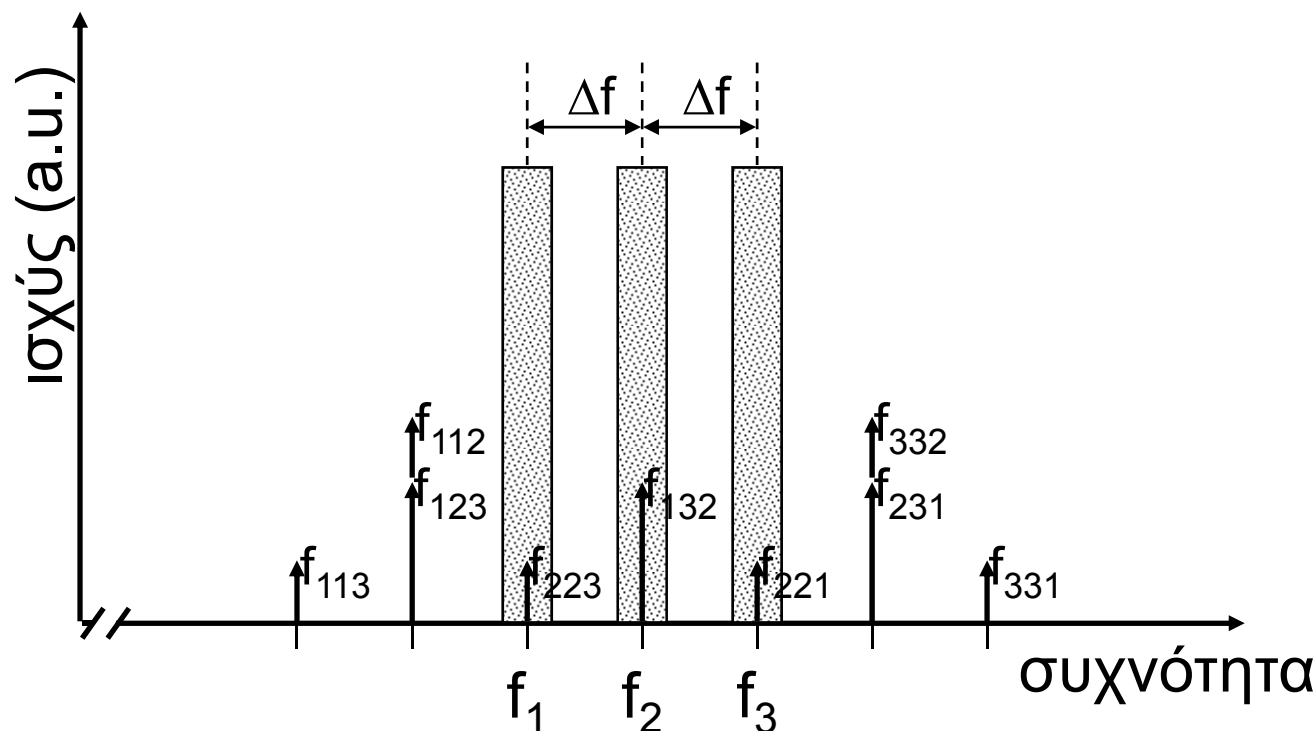
- τα παραγόμενα αυτά κανάλια διαδίδονται μαζί με τα αρχικά και αναπτύσσονται «εις βάρος τους».





Παρεμβολή λόγω FWM

- αν η φασματική απόσταση μεταξύ των καναλιών είναι ίση, κάποια από τα παραγόμενα λόγω FWM κανάλια θα βρίσκονται στις ίδιες συχνότητες με τα αρχικά και θα έχουμε **διακαναλική παρεμβολή**





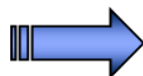
τρόποι περιορισμού

μεγαλύτερο spacing
μεταξύ των καναλιών



μίξη με μικρότερη
αποτελεσματικότητα

άνισο spacing μεταξύ
των καναλιών



ασύμφωνη διακαναλική
παρεμβολή

μεγαλύτερη διασπορά
στην ίνα

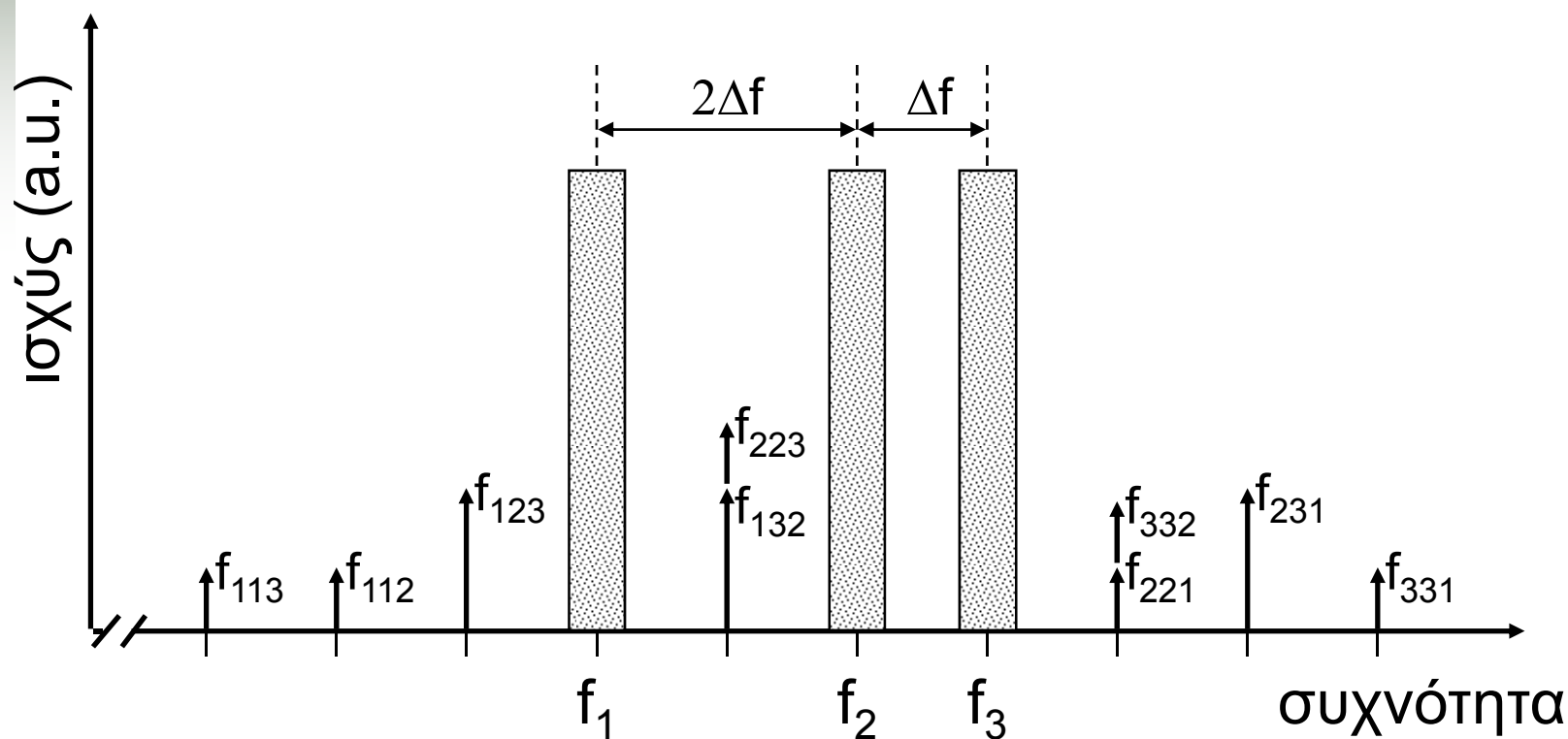


μίξη με μικρότερη
αποτελεσματικότητα



παράδειγμα

άνισο spacing μεταξύ των καναλιών





Παραμορφώσεις διάδοσης

■ Γραμμικές

- ☑ διασπορά

■ Μη γραμμικές

→ μη γραμμικότητες Kerr

- ☑ αυτοδιαμόρφωση φάσης
- ☑ ετεροδιαμόρφωση φάσης
- ☑ μίξη τεσσάρων φωτονίων

→ μη γραμμικότητες σκέδασης

- ☑ σκέδαση Raman
- ☑ σκέδαση Brillouin



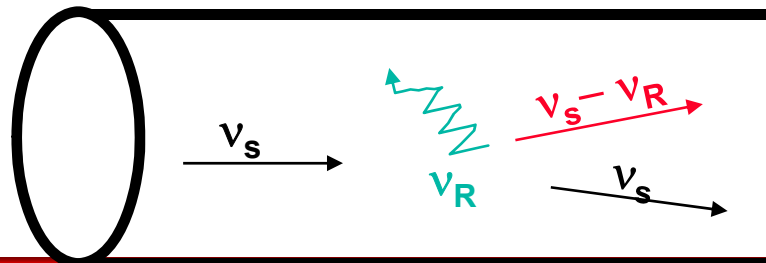
Μη γραμμικότητες σκέδασης

- Η αλληλεπίδραση ενός υψηλής ενέργειας φωτονίου με τα μόρια ενός διηλεκτρικού έχει ως αποτέλεσμα την παραγωγή ενός δεύτερου φωτονίου χαμηλότερης ενέργειας καθώς επίσης και ενός άλλου κύματος γνωστού ως φωνόνιο
- Μετατόπιση ισχύος από τη συχνότητα του προσπίπτοντος κύματος σε άλλη χαμηλότερη συχνότητα
- Σκέδαση Brillouin, σκεύδαση Raman : μηχανισμοί απώλειας ισχύος μέσα σε μία οπτική ίνα



Σκέδαση Raman

- Όταν ένα οπτικό κύμα ταξιδεύει κατά μήκος μιας ίνας, οι μεταβολές στο πεδίο του προκαλούν δονήσεις στα μόρια της ίνας
- Η αλληλεπίδραση του φωτός με τα μόρια της ίνας προκαλεί σκέδαση Raman
- Η ενέργεια του σκεδαζόμενου κύματος είναι μικρότερη από την ενέργεια του προσπίπτοντος κύματος και η συχνότητά του $<$ συχνότητα προσπίπτοντος κύματος
- Το προσπίπτον φως δρα ως άντληση για το σκεδαζόμενο κύμα





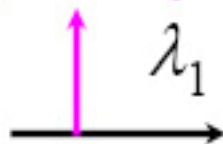
Σκέδαση Raman

Η πυκνότητα σκεδαζόμενης ισχύος (ισχύς Stokes) I_s , όπως προκύπτει από την εξαναγκασμένη σκέδαση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος αντίστοιχης πυκνότητας I_p

$$\frac{dI_s}{dz} = g_R I_p I_s$$

g_R : Η σταθερά κέρδους του μηχανισμού σκέδασης Raman (υπολογίζεται πειραματικά)

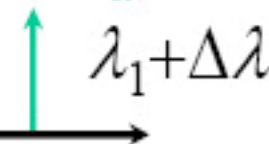
Input signal
power: P_S



Output signal



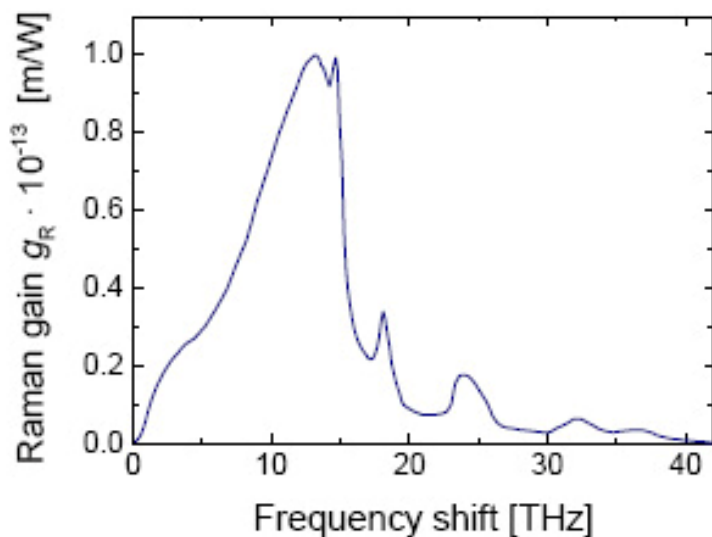
Raman signal
power: P_R





Σκέδαση Raman

Η σταθερά κέρδους στις ίνες πυριτίου εκτείνεται σε ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων (μέχρι και 40 THz) με μια ευρεία κυρίαρχη κορυφή περίπου στα 13 THz (αυτή είναι η συχνότητα ολίσθησης του κύματος Stokes)

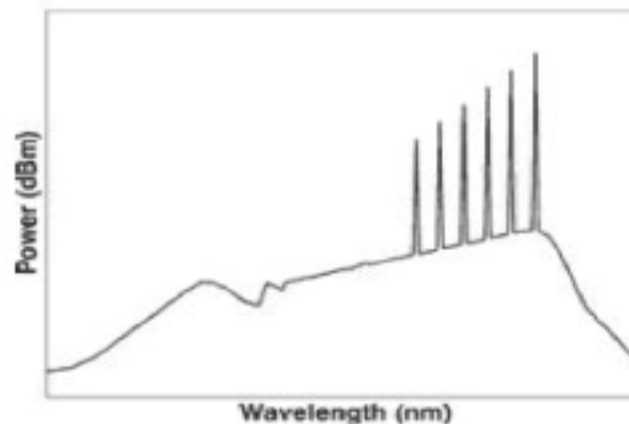
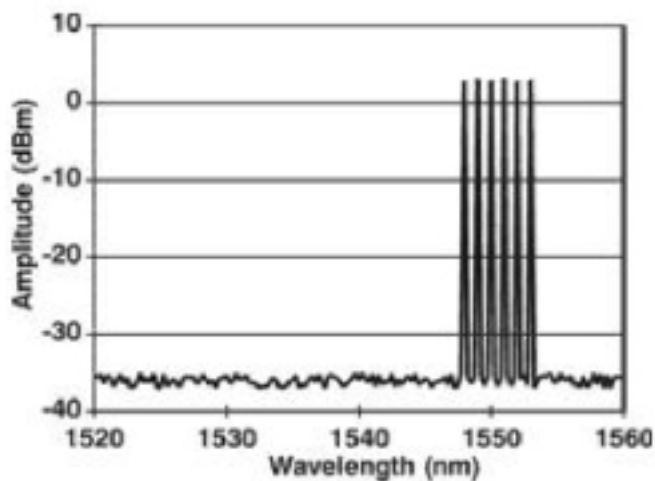


Η ισχύς του σκεδαζόμενου κύματος αυξάνει εκθετικά με την ισχύ του κύματος εισόδου

- Το μέγιστο κέρδος της καμπύλης είναι $g_R \approx 1 \times 10^{-13} \text{ m/W}$ σε μήκος κύματος $1 \mu\text{m}$
- Το φαινόμενο αυτό επηρεάζει και τις δύο κατευθύνσεις της ίνας. Είναι όμως αμελητέο για μικρές τιμές οπτικής ισχύος.



Σκέδαση Raman



- Τα κανάλια σε μικρότερα μήκη κύματος χάνουν ισχύ λόγω σκέδασης Raman, η οποία τροφοδοτεί τα κανάλια σε υψηλότερα μήκη κύματος
- Ο θόρυβος ενισχύεται
- Επομένως τα σήματα που φτάνουν στο δέκτη είναι παραμορφωμένα



Σκέδαση Raman

Το κατώφλι πάνω από το οποίο οι απώλειες που εισάγονται στο σήμα παρουσιάζουν εκθετική αύξηση, ορίζεται ως η οπτική ισχύς που όταν προσπίπτει σε μια ίνα, μειώνεται στο μισό λόγω του φαινομένου

$$\frac{g_R P_{th} L_{eff}}{A_{eff}} \approx 16$$

όπου

$$L_{eff} = \frac{[1 - \exp(-aL)]}{a}$$

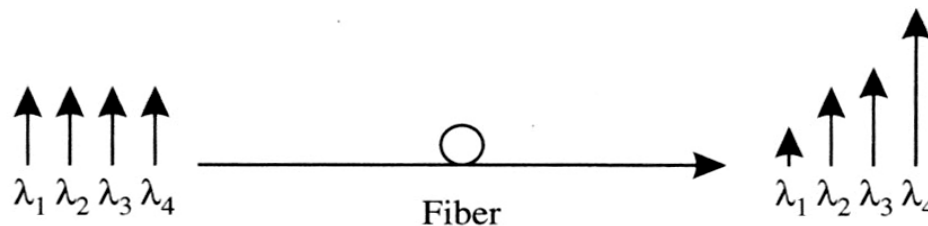
Για ενεργό διατομή $A_{eff} = 50 \mu\text{m}^2$ και απώλειες $a = 0.2 \text{ dB/km}$ βρίσκουμε ότι το κατώφλι ισχύος P_{th} είναι 570 mW στα 1.55 μm : δηλαδή μεγάλη ισχύς. Οπότε η σκέδαση Raman δεν συνεισφέρει στις συνολικές απώλειες



Σκέδαση Raman

Πολυκυματικό σύστημα

- Σε ένα πολυκυματικό-WDM σύστημα τα σήματα σε υψηλότερα μήκη κύματος ενισχύονται από αυτά που είναι σε μικρότερα μήκη κύματος, με αποτέλεσμα τον εκφυλισμό των τελευταίων



- Η αλληλεπίδραση των καναλιών λαμβάνει χώρα σε εύρος ~ 120 nm και γίνεται όλο και πιο έντονη για μεγαλύτερα μήκη κύματος.
- Το φαινόμενο χρησιμοποιείται και ως μηχανισμός ενίσχυσης ενός οπτικού σήματος με ενισχυτές Raman. Με κατάλληλη επιλογή μήκους κύματος (μικρότερο μήκος κύματος του οπτικού σήματος) τροφοδοτούμε με ισχύ άντλησης την οπτική ίνα. Λόγω της σκέδασης Raman έχουμε ύπαρξη κέρδους και μεταφορά ισχύος σε μεγαλύτερα μήκη κύματος, στα οποία θα βρίσκεται και το προς ενίσχυση σήμα.



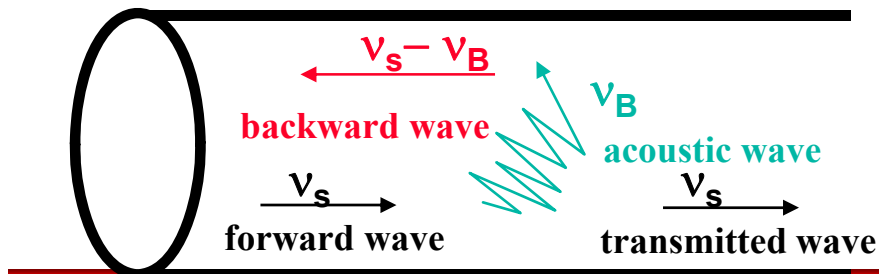
Πως μπορεί να περιοριστεί?

- ✓ Η σκέδαση Raman δεν είναι πρόβλημα στα συστήματα με μικρό αριθμό καναλιών καθώς το κατώφλι της είναι υψηλό
- ✓ **Ωστόσο** αποτελεί πρόβλημα στα συστήματα με μεγάλο αριθμό καναλιών καθώς τα κανάλια με μεγαλύτερα μήκη κύματος παίρνουν κέρδος από πολλά κανάλια μικρότερου μήκους κύματος (Raman gain is broadband)
- ✓ Για να περιορίσουμε τη σκέδαση Raman
 - ❖ Κρατάμε τα κανάλια πολύ κοντά το ένα με το άλλο
 - ❖ Κρατάμε την ισχύ των καναλιών κάτω από το κατώφλι Raman



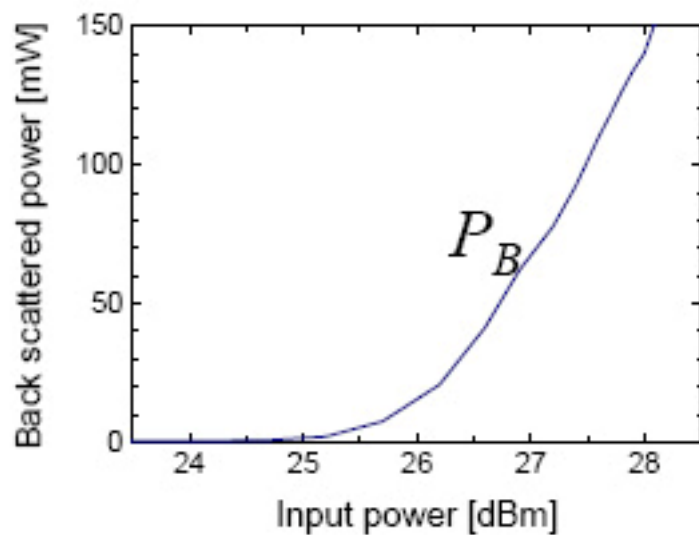
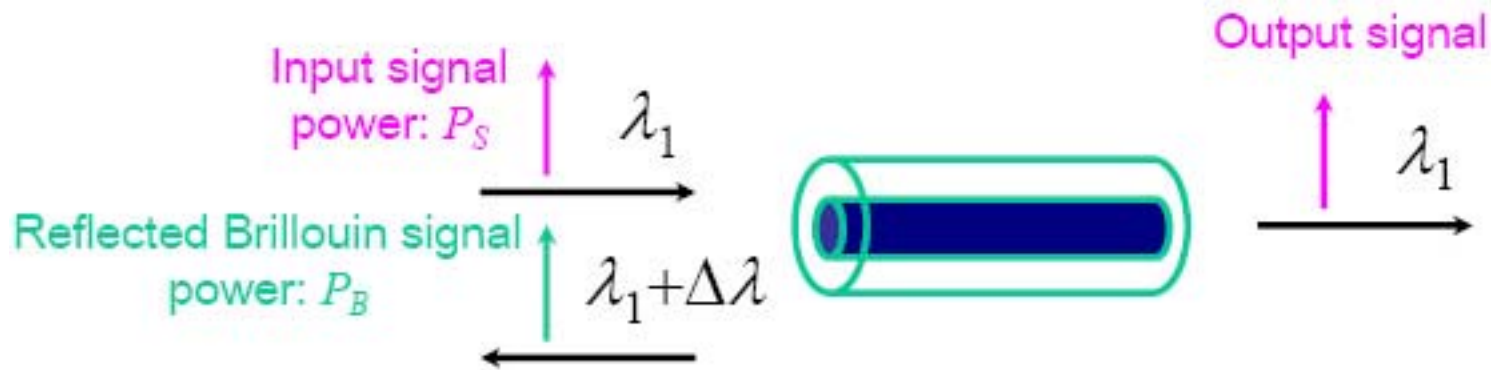
Σκέδαση Brillouin

- Όταν ένα οπτικό κύμα ταξιδεύει κατά μήκος μιας ίνας, οι μεταβολές στο πεδίο του προκαλούν ακουστικές δονήσεις
- Η αλληλεπίδραση του φωτός με τα παραγόμενα ακουστικά κύματα προκαλεί μεταβολή στο δείκτη διάθλασης της ίνας
- Ένα αντίθετα διαδιδόμενο κύμα παράγεται σε συχνότητα μετατοπισμένη από την αρχική και με ενέργεια $<$ ενέργεια του κύματος εισόδου





Σκέδαση Brillouin



Η ισχύς του αντίθετα διαδιδόμενου κύματος αυξάνει εκθετικά με την ισχύ του κύματος εισόδου



Σκέδαση Brillouin

Η πυκνότητα σκεδαζόμενης ισχύος (ισχύς Stokes) I_s , προκύπτει από την εξαναγκασμένη σκέδαση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος αντίστοιχης πυκνότητας I_p

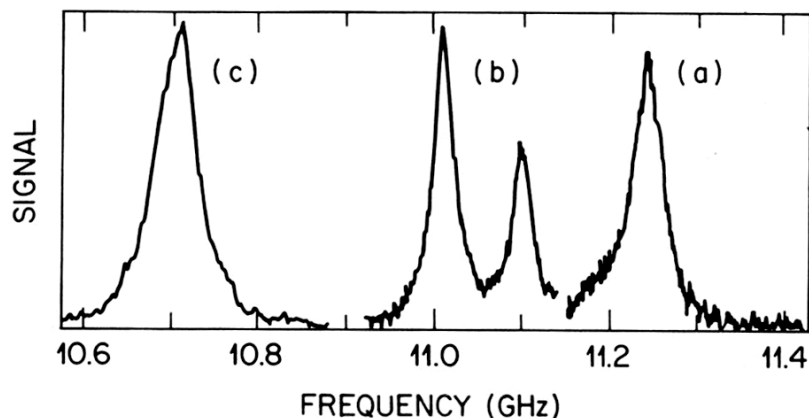
$$\frac{dI_s}{dz} = g_B I_p I_s$$

g_B : Η σταθερά κέρδους του μηχανισμού σκέδασης Brillouin (υπολογίζεται πειραματικά)



Σκέδαση Brillouin

Το εύρος ζώνης αυτού του φαινομένου καθορίζεται από την εξασθένιση των ακουστικών κυμάτων στην ίνα. Έτσι στην περιοχή του $1.5 \mu\text{m}$ το εύρος αυτό είναι $\sim 20 \text{ MHz}$. Η καμπύλη παρουσιάζει κορυφή στα 11.25 GHz





Σκέδαση Brillouin

- Με παρόμοια διαδικασία όπως για το φαινόμενο Raman καταλήγουμε στο κατώφλι πάνω από το οποίο η σκέδαση Brillouin γίνεται αξιοσημείωτη

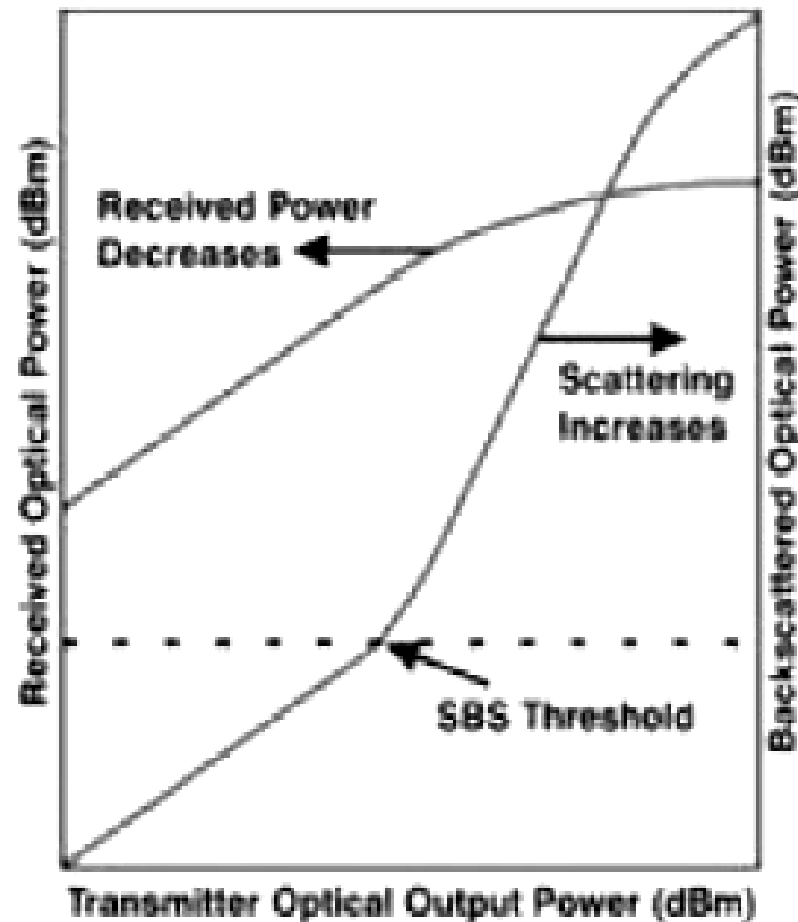
$$g_B P_{th} L_{eff} / A_{eff} \approx 21$$

- Η σταθερά κέρδους $g_B \approx 5 \times 10^{-11} \text{ m/W}$ για την περίπτωση των ινών με προσμίξεις πυριτίου. Συνεπώς, η ισχύς κατωφλίου προκύπτει ότι είναι $P_{th} \sim 10 \text{ mW}$. Η ισχύς αυτή είναι εξαιρετικά μικρή γι' αυτό και το φαινόμενο αυτό αποτελεί κύρια μη γραμμική διαδικασία
- Ωστόσο δεδομένου ότι το εύρος φάσματος κέρδους της σκέδασης Brillouin είναι εξαιρετικά στενό ($< 20 \text{ MHz}$), δεν εμφανίζεται η σκέδαση Brillouin σε διαμορφωμένο σήμα. Εμφανίζεται μόνο σε συνεχές σήμα, στενού εύρους φάσματος.



Σκέδαση Brillouin

- ✓ Όσο η ισχύς εισόδου αυξάνεται πάνω από το κατώφλι, η ισχύς του αντίθετα σκεδαζόμενου κύματος αυξάνει δραματικά
- ✓ Αντίθετα η ισχύς του διαδιδόμενου κύματος (και άρα του σήματος που δέχεται ο δέκτης) μειώνεται
- ✓ Αυτό συνεπάγεται υποβάθμιση της απόδοσης του συστήματος





Πως μπορεί να περιοριστεί?

- ✓ Χρήση ινών με μεγαλύτερο A_{eff} ώστε να αυξηθεί το κατώφλι Brillouin
- ✓ Διατήρηση ισχύος ανά κανάλι κάτω από το κατώφλι Brillouin
- ✓ Αύξηση του φασματικού εύρους του σήματος εισόδου μιας και η σκέδαση Brillouin είναι ένα φαινόμενο που εμφανίζεται σε σήματα μικρού φασματικού εύρους
- ✓ Χρήση διαμόρφωσης φάσης αντί διαμόρφωσης πλάτους. Έτσι μειώνεται η παρουσία ισχύος στο οπτικό φέρον



Ασκήσεις στη μη-γραμμικότητα ΙΙ





Άσκηση 1

Στον ωκεανό υπάρχουν τα νησιά Παπάγια, Ποντογόνατο και Απάπα. Η απόσταση μεταξύ Παπάγιας και Ποντογονάτου, καθώς και μεταξύ Ποντογονάτου και Απάπας είναι 500 km και στα 3 νησιά υπάρχουν τερματικοί κόμβοι για το σημείο-προς-σημείο, αμφίδρομο, σύστημα μετάδοσης οπτικών ινών των νησιών. Μέχρι πριν λίγες μέρες το δίκτυο υποστήριζε ρυθμούς μετάδοσης 2.5 Gb/s μεταξύ των 3 νησιών. Λόγω θεομηνίας οι τερματικοί σταθμοί στα νησιά Ποντογονάτο και Απάπα έχουν καταστραφεί και εσείς σαν μηχανικοί του τηλεπικοινωνιακού φορέα των νησιών, καλείστε να προτείνετε την οικονομικότερη λύση επισκευής. Με την ευκαιρία, καλείστε επίσης να αναβαθμίσετε το σύστημα μετάδοσης σε 10 Gb/s.



Άσκηση 1 (συνέχεια...)

Γνωρίζετε ότι ένας πομπός/δεκτης των 2.5 Gb/s κοστίζει 1U μονάδες κόστους, ενώ ένας πομπός/δέκτης των 10 Gb/s κοστίζει 2U μονάδες κόστους, καθώς και ότι το κόστος μη ποντισμένης ίνας είναι αμεληταίο. Γνωρίζετε ότι το β_2 της ποντισμένης ίνας είναι $-20 \text{ ps}^2/\text{km}$, $n_2 = 2.6 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$, $A_{\text{eff}} = 60 \text{ }\mu\text{m}^2$ (εμβαδόν οπτικής δέσμης στην ίνα) και το μήκος κύματος των πομπών είναι στη περιοχή των $1.5 \text{ }\mu\text{m}$.



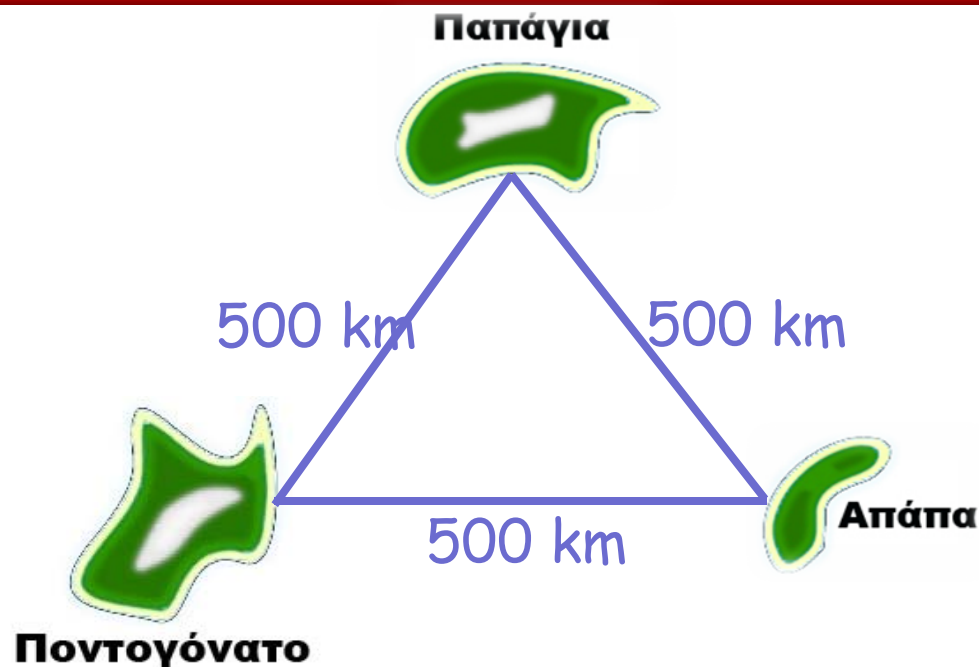
Άσκηση 1 (συνέχεια...)

Η απώλεια της ίνας αντισταθμίζεται περιοδικά με οπτικούς ενισχυτές (αν και αυτό δε θα χρειαστεί στους υπολογισμούς σας) και αυτοί δε χρειάζονται αντικατάσταση. Μπορείτε επίσης να υποθέσετε ότι για μετάδοση χωρίς σφάλματα, η ενέργεια/bit που πρέπει να παρέχει ο πομπός είναι 50 fJ/bit , ανεξάρτητα του ρυθμού μετάδοσης και ότι οι πομποί εκπέμπουν παλμούς με εύρος ίσο με $1/(\text{ρυθμό μετάδοσης})$. Προτείνετε λύση.

ΑΙΤΙΟΛΟΓΕΙΣΤΕ την πρότασή σας σε σχέση με τα φαινόμενα διασποράς, αυτοδιαμόρφωσης καθώς και σε σχέση με το κόστος της.



Λύση 1



Η αναβάθμιση μπορεί να γίνει με δύο τρόπους:

- Εγκατάσταση συστήματος στα 10 Gb/s χρησιμοποιώντας πομπούς/δέκτες των 10 Gb/s
- Εγκατάσταση συστήματος πολυπλεξίας διαίρεσης μηκών κύματος WDM που θα υποστηρίζει 4 κανάλια ρυθμού 2.5 Gb/s σε διαφορετικά μήκη κύματος.



Λύση 1 (συνέχεια...)

Έχουμε $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$

$$\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$$

$$n_2 = 2.6 \times 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$$

$$A_{\text{eff}} = 60 \mu\text{m}^2$$

$$E = 50 \text{ fJ/bit}$$

Ο μη γραμμικός συντελεστής γ υπολογίζεται από τη σχέση 1.150 του βιβλίου:

$$\gamma = \frac{n_2 \omega_0}{c A_{\text{eff}}} \quad \textcircled{1}$$

όπου
$$\omega_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot c}{\lambda_0} = \frac{2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^8}{1.5 \times 10^{-6}} = 1256.6 \times 10^{12} \text{ Hz}$$

Αντικαθιστούμε στην $\textcircled{1}$:
$$\gamma = \frac{2.6 \times 10^{-20} \times 1256.6 \times 10^{12}}{3 \times 10^8 \times 60 \times 10^{-12}} = 18.15 \times 10^{-4} \text{ m}^{-1} \text{ W}^{-1}$$



Λύση 1 (συνέχεια...)

Για τον υπολογισμό του μέγιστου μήκους της ζεύξης χωρίς αυτή να περιορίζεται από τη διασπορά και από τη μη-γραμμικότητα χρησιμοποιούμε για κάθε κανάλι τις σχέσεις:

$$L_D = \frac{T_0^2}{|\beta_2|}$$

②

$$L_{NL} = \frac{1}{\gamma P_0}$$

③

Το P_0 στη σχέση ③ προκύπτει από την απαίτηση για την ενέργεια/bit E :

$$P_0 = \frac{E}{T_0}$$

④

Με αντικατάσταση από την ④ :

$$L_{NL} = \frac{T_0}{\gamma E}$$

⑤



Λύση 1 (συνέχεια...)

Χρησιμοποιώντας τις σχέσεις ② και ⑤, κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα:

	Κόστος	T_0	L_D (km)	L_{NL} (km)
Πομποδέκτης 2,5 Gb/s	1U	400 ps	8000 km	4408 km
Πομποδέκτης 10 Gb/s	2U	100 ps	500 km	1102 km
Μη ποντισμένη ίνα	0			

Συμπέρασμα: Στην περίπτωση των 2,5 Gb/s ούτε τα φαινόμενα διασποράς ούτε τα μη γραμμικά φαινόμενα επιδρούν στη διάδοση του παλμού.

Αντίθετα στην περίπτωση των 10 Gb/s τα μη γραμμικά φαινόμενα δεν επιδρούν στη διάδοση του παλμού ενώ τα φαινόμενα διασποράς περιορίζουν οριακά τη διάδοση του παλμού.



Λύση 1 (συνέχεια...)

Γι' αυτό, στην περίπτωση των 10 Gb/s καλό θα ήταν η διασπορά να αντισταθμιστεί (dispersion compensation) σε κάθε ζεύξη, χρησιμοποιώντας κατάλληλο μήκος ίνας με θετικό συντελεστή διασποράς β_2 . Η ίνα αυτή δεν χρειάζεται να τοποθετηθεί υποθαλάσσια, καθώς μπορεί να προστεθεί στο τέρμα κάθε ζεύξης, οπότε το κόστος της θεωρείται αμελητέο.



Λύση 1 (συνέχεια...)

Το κόστος αναβάθμισης στην περίπτωση των 2,5 Gb/s ισούται με το κόστος των πομποδεκτών που πρέπει να τοποθετηθούν. Μετά τη θεομηνία παραμένει ανέπαφος μόνο ένας πομποδέκτης 2.5 Gb/s στην Παπάγια, άρα χρειάζονται άλλοι τρεις για την Παπάγια καθώς και τέσσερις για καθένα από τα άλλα δύο νησιά. Συνολικά $3+4+4=11$ πομποδέκτες 2.5 Gb/s, που συνεπάγονται κόστος $11*1U = 11U$ μονάδες.

Αντίθετα στην περίπτωση των 10 Gb/s το κόστος αναβάθμισης ισούται με το κόστος των πομποδεκτών που πρέπει να τοποθετηθούν. Όλοι οι πομποδέκτες θα αντικατασταθούν από καινούριους των 10 Gb/s, άρα απαιτούνται 3 πομποδέκτες των 10 Gb/s, με συνολικό κόστος $3*2U = 6U$ μονάδες.

Συμπέρασμα: Η πιο συμφέρουσα λύση είναι η εγκατάσταση καινούριων πομποδεκτών ρυθμού 10 Gb/s, σε συνδυασμό με αντιστάθμιση της διασποράς.



Άσκηση 2:

Το υποθαλάσσιο σύστημα μετάδοσης οπτικών ινών μεταξύ Παπάγιας και Ποντογονάτου λειτουργεί στα 10 Gb/s, με ένα μήκος κύματος, στη φέρουσα 193.5 THz, που είναι και το σημείο μηδενικής διασποράς των ινών μετατοπισμένης διασποράς (DSF) που χρησιμοποιεί. Το δίκτυο πρέπει τώρα να αναβαθμιστεί για μετάδοση σε 4 μήκη κύματος που να συμμορφώνονται με το ITU grid γραμμών μήκους κύματος με φέρουσες που απέχουν 100 GHz μεταξύ τους. Πρέπει να βρίσκονται στη περιοχή 193.1 THz μέχρι 194.1 THz. Επιλέξτε τις 4 φέρουσες ώστε να μην υπάρξει πρόβλημα μίξης 4 φωτονίων.



Λύση 2:

Για να μην αναγκαστώ να αντικαταστήσω το υπάρχον σύστημα μετάδοσης κρατάω τη φέρουσα των 193.5 THz, την οποία θα συμβολίσω με f_0 . Το ζητούμενο είναι τώρα να επιλέξω άλλες 3 φέρουσες (έστω f_1 , f_2 και f_3) ώστε να μην υπάρξει πρόβλημα μίξης 4 φωτονίων.



Λύση 2 (συνέχεια...)

Για να μην έχω επιβάρυνση στη μετάδοση λόγω μίξης τεσσάρων φωτονίων θα πρέπει τα κανάλια που θα παραχθούν από τη μίξη να μην συμπίπτουν με τις αρχικές φέρουσες. Σύμφωνα με τη θεωρία, τα παραγόμενα κανάλια θα βρίσκονται σε συχνότητες :

$$f_n = f_i + f_j - f_k$$

όπου $f_i, f_j \neq f_k$



Λύση 2 (συνέχεια...)

Για αρχή μας ενδιαφέρουν τα παράγωγα που είναι κοντά στην αρχική φέρουσα των 193.5 THz. Μερικά από τα παράγωγα αυτά μπορεί να είναι :

$$f_{n1} = 2f_0 - f_1$$

$$f_{n2} = f_0 + f_1 - f_2$$

$$f_{n3} = f_0 + f_3 - f_1 \quad \text{κ.ο.κ...}$$

Τα παραγόμενα αυτά κανάλια δεν θα πρέπει να συμπίπτουν με τις f_0 , f_1 , f_2 και f_3 .



Λύση 2 (συνέχεια...)

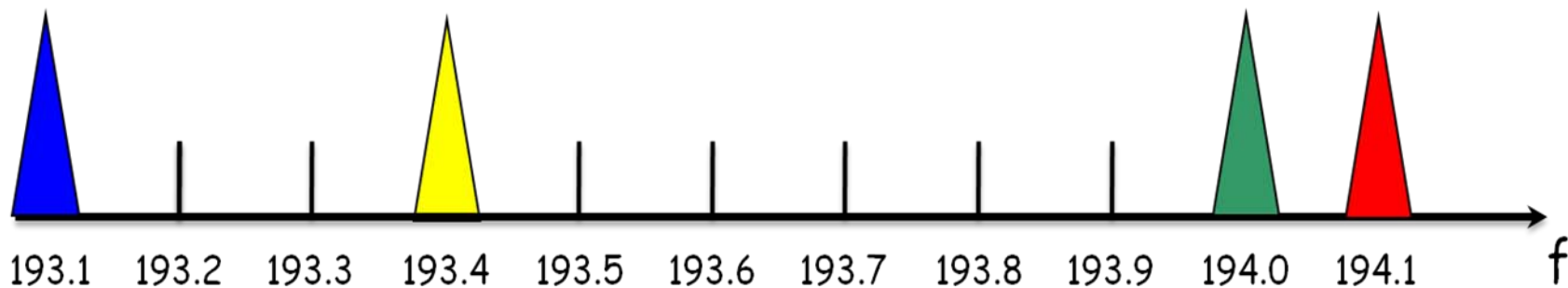
Ένας από τους τρόπους περιορισμού του FWM είναι η επιλογή μεγαλύτερου spacing μεταξύ των αρχικών φερουσών. Αν επιλέξω τις δύο ακριανές συχνότητες $f_1=193.1$ THz και $f_2=194.1$ THz, αυτές σε συνδυασμό με την $f_0=193.5$ THz θα μου δώσουν παράγωγα που δεν θα συμπίπτουν με τις f_0 , f_1 και f_2 .



Λύση 2 (συνέχεια...)

Ένας άλλος τρόπος περιορισμού του FWM είναι η επιλογή άνισου spacing μεταξύ των αρχικών φερουσών.

Άρα θα επιλέξω f_3 τέτοια ώστε αν διαλέξω οποιοσδήποτε 2 φέρουσες από τις f_0, f_1, f_2 και f_3 , η απόσταση μεταξύ τους να μην είναι ίση με την απόσταση μεταξύ οποιωνδήποτε 2 άλλων φερουσών. Η φέρουσα $f_3=194.0$ THz είναι μια λύση στο παραπάνω ζητούμενο.





Άσκηση 3:

Μη-γραμμικοί παλμοί σε μονορυθμικές ίνες: Υπολογίστε την ισχύ κορυφής P_p που χρειάζεται ένας παλμός, ώστε να μεταδίδεται χωρίς μεταβολή, δηλαδή η διασπορά της ίνας να αντισταθμίζεται από την αυτοδιαμόρφωση φάσης σε απειροελάχιστο βήμα μετάδοσης δz .

(α) Υποθέστε ότι ο παλμός είναι γκαουσιανής μορφής:

$$E(t) = \sqrt{P_p} \cdot \exp\left(-\frac{t^2}{2 \cdot T_o^2}\right)$$



Άσκηση 3 (συνέχεια...)

(β) Για τον υπολογισμό της στιγμιαίας αλλαγής φάσης λόγω αυτοδιαμόρφωσης χρησιμοποιείτε τη σχέση :

$$\Delta\phi(t, \delta z) = \frac{2\pi \cdot n_2 \cdot P(t) \cdot \delta z}{\lambda \cdot A_{\text{eff}}}$$

Υπολογίστε την ισχύ κορυφής P_p , που χρειάζεται για έναν παλμό εύρους 1 ps, σε μια standard single mode ίνα που έχει $\beta_2 = -20 \text{ ps}^2/\text{km}$ και $A_{\text{eff}} = 100 \mu\text{m}^2$.

Το μήκος κύματος του παλμού είναι $\lambda = 1.5 \mu\text{m}$ και ισχύει $n_2 = 3.2 \cdot 10^{-20} \text{ m}^2/\text{W}$.



Λύση 3:

Θεωρώντας ένα πλαίσιο παρατήρησης που διαδίδεται μαζί με τον παλμό στην ίνα

$$T = t - \frac{z}{v_g}$$

μπορούμε να υπολογίσουμε τα ακόλουθα τόσο για μη-γραμμικό, όσο και για το γραμμικό φαινόμενο:



Λύση 3 (συνέχεια...)

1. Μη γραμμικότητα

Ισχύει ότι σε απειροελάχιστο μήκος ίνας δz , η στιγμιαία αλλαγή της φάσης του παλμού λόγω μη γραμμικότητας είναι

$$\Delta\phi_{\text{NL}}(T, \delta z) = \frac{2\pi \cdot n_2}{\lambda \cdot A_{\text{eff}}} \cdot P(T) \cdot \delta z$$

και επειδή $P(T) = |E(T)|^2 = P_p \cdot \exp\left(-\frac{T^2}{T_o^2}\right)$

Ισχύει ότι σε απειροελάχιστο μήκος ίνας δz , η στιγμιαία αλλαγή της φάσης του παλμού λόγω μη γραμμικότητας είναι

$$\Delta\phi_{\text{NL}}(z, T) = \frac{2\pi \cdot n_2}{\lambda \cdot A_{\text{eff}}} \cdot P(T) \cdot \delta z = \frac{2\pi \cdot n_2}{\lambda \cdot A_{\text{eff}}} \cdot P_p \cdot \exp\left(-\frac{T^2}{T_o^2}\right) \cdot \delta z$$



Λύση 3 (συνέχεια...)

1. Μη γραμμικότητα

Ο συντελεστής τριλίσματος (chirp) C_1 λόγω μη γραμμικότητας δίνεται από η σχέση :

$$C_1 = \frac{\partial^2 \Delta \phi_{NL}}{\partial T^2} T_0^2$$

και αντικαθιστώντας από την προηγούμενη σχέση προκύπτει :

$$C_1 = \frac{4\pi \cdot n_2}{\lambda \cdot A_{\text{eff}}} \cdot P_p \cdot \delta z \cdot \exp\left(-\frac{T^2}{T_0^2}\right) \cdot \left[\frac{2T^2}{T_0^2} - 1\right]$$



Λύση 3 (συνέχεια...)

2. Διασπορά

Σε απόσταση z η περιβάλλουσα του παλμού αποδεικνύεται (βλ. άσκηση A.2.4 βιβλίου ή άσκηση 3 στις διαφάνειες Διασπορά ΙΙ) ότι έχει τη μορφή

$$E(z, T) = \sqrt{P_p} \cdot \frac{T_o}{\sqrt{T_o^2 - j \cdot \beta_2 \cdot z}} \cdot \exp\left(-\frac{T^2}{2 \cdot (T_o^2 - j \cdot \beta_2 \cdot z)}\right)$$

Σύμφωνα με τη σχέση 1.167 του βιβλίου η φάση του παλμού λόγω διασποράς μπορεί να γραφτεί ως:

$$\phi_L(z, T) = \frac{1}{2} \tan^{-1}\left(\frac{z}{L_D}\right) - \frac{\text{sgn}(\beta_2) \cdot z / L_D}{1 + \left(z / L_D\right)^2} \cdot \frac{T^2}{T_o^2}$$



Λύση 3 (συνέχεια...)

2. Διασπορά

Παραγωγίζοντας την τελευταία σχέση ως προς z , βρίσκουμε τη στιγμιαία μεταβολή της φάσης του παλμού λόγω διασποράς σε μια μικρή απόσταση δz :

$$\Delta\phi_L(z, T) = \left[\frac{\frac{1}{2} \cdot L_D}{1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2} - \frac{\text{sgn}(\beta_2)}{L_D} \cdot \frac{1 - \left(\frac{z}{L_D}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right]^2} \cdot \frac{T^2}{T_0^2} \right] \delta z$$

Ο συντελεστής τριλίσματος (chirp) C_2 λόγω διασποράς δίνεται από η σχέση :

$$C_2 = \frac{\partial^2 \Delta\phi_L}{\partial T^2} T_0^2 = \frac{2 \cdot \text{sgn}(\beta_2)}{L_D} \cdot \frac{1 - \left(\frac{z}{L_D}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right]^2} \cdot \delta z$$



Λύση 3 (συνέχεια...)

Τα δύο φαινόμενα μπορούν να αλληλοαναιρεθούν μόνο στο κεντρικό σημείο του παλμού λόγω του ότι μόνο σε εκείνο το σημείο το κομμάτι του chirp λόγω μη γραμμικότητας C_1 είναι γραμμικό. Επομένως για τη λύση της άσκησης περιοριζόμαστε στην περιοχή του παλμού γύρω από τη κορυφή του ώστε $T/T_0 \rightarrow 0$. Στην περιοχή αυτή οι συντελεστές τριλίσματος C_1 και C_2 γίνονται :

$$C_1|_{T=0} = -\frac{4\pi \cdot n_2}{\lambda \cdot A_{\text{eff}}} \cdot P_p \cdot \delta z$$

$$C_2|_{T=0} = \frac{2 \cdot \text{sgn}(\beta_2)}{L_D} \cdot \frac{1 - \left(\frac{z}{L_D}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right]^2} \cdot \delta z$$



Λύση 3 (συνέχεια...)

Για να αλληλοαναιρεθούν τα δύο φαινόμενα θα πρέπει το άθροισμα των συντελεστών C_1 και C_2 να είναι ίσο με το μηδέν. Συνεπώς θα πρέπει να ισχύει :

$$C_1 + C_2 = 0 \Rightarrow$$

$$-\frac{4\pi \cdot n_2}{\lambda \cdot A_{\text{eff}}} \cdot P_p \cdot \delta z + \frac{2 \cdot \text{sgn}(\beta_2)}{L_D} \cdot \frac{1 - \left(\frac{z}{L_D}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right]^2} \cdot \delta z = 0$$

και καταλήγουμε στη σχέση :

$$-\frac{2\pi \cdot n_2}{\lambda \cdot A_{\text{eff}}} \cdot P_p + \frac{\beta_2}{T_0^2} \cdot \frac{1 - \left(\frac{z}{L_D}\right)^2}{\left[1 + \left(\frac{z}{L_D}\right)^2\right]^2} = 0$$



Λύση 3 (συνέχεια...)

Για να ισχύει η αλληλοαναίρεση των φαινομένων, θα πρέπει καταρχάς η παραπάνω σχέση να ισχύει για $z=0$. Άρα τελικά προκύπτει ότι για να μεταδίδεται ένας παλμός χωρίς μεταβολή, δηλαδή η διασπορά της ίνας να αντισταθμίζεται από την αυτοδιαμόρφωση φάσης σε απειροελάχιστο βήμα μετάδοσης δz , πρέπει η ισχύς κορυφής P_p να είναι :

$$P_p = \frac{\beta_2 \cdot \lambda \cdot A_{\text{eff}}}{T_0^2 \cdot 2\pi \cdot n_2}$$

Αντικαθιστώντας προκύπτει ότι η απαιτούμενη ισχύς κορυφής είναι $P_p = 14.9 \text{ W}$.