

W. von DYCK

DIE ENCYKLOPÄDIE
DER MATHEMATISCHEN WISSENSCHAFTEN

Die Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften sollte das Thema bilden, über welches Herr FELIX KLEIN vor Ihnen sprechen wollte. Zu unser aller lebhaftem Bedauern ist Herr KLEIN verhindert, nach Rom zu kommen. Wenn das Organisationskomité des Kongresses mich eingeladen hat, an Herrn KLEIN's Stelle zu treten, so geschah dies in Würdigung des Umstandes, dass in der Tat ein Bericht über die Encyklopädie bei dem internationalen Charakter, den das grosse Unternehmen besitzt, recht eigentlich den Verhandlungsgegenständen dieses Kongresses gemäss ist.

Ich darf die Formulierung des Zieles, welches die Encyklopädie der mathematischen Wissenschaften verfolgt hier voranstellen, wie sie in dem bei Inangriffnahme des Werkes im Jahre 1895 ausgegebenen Programm niedergelegt worden ist:

„ Aufgabe der Encyklopädie soll es sein, in knapper, zu rascher Orientierung geeigneter Form, aber mit möglicher Vollständigkeit eine Gesamtdarstellung der mathematischen Wissenschaften nach ihrem gegenwärtigen Inhalt an gesicherten Resultaten zu geben und zugleich durch sorgfältige Litteraturangaben die geschichtliche Entwicklung der mathematischen Methoden seit dem Beginn des 19. Jahrhunderts nachzuweisen. Sie soll sich dabei nicht auf die sogenannte reine Mathematik beschränken, sondern auch die Anwendungen auf Mechanik und Physik, Astronomie und Geodäsie, die verschiedenen Zweige der Technik und andere Gebiete mit berücksichtigen und dadurch ein Gesamtbild der Stellung geben, die die Mathematik innerhalb der heutigen Kultur einnimmt „.

Lassen Sie mich hier vor allem betonen, wie die Durchführung dieses Programmes allein möglich geworden ist durch den allseitigen Anteil, welchen das Werk von Anfang an gefunden hat, welcher ihm schon zu Beginn des Werkes einen grossen und bedeutenden Kreis von Mitarbeitern gesichert hat; lassen Sie mich im besonderen aussprechen, wie sehr die deutschen Herausgeber dankbar sind für die hervorragende Mitarbeit gerade auch der nichtdeutschen Fachgenossen, unter denen sich auch die besten Namen Italiens befinden; lassen Sie mich hervorheben, wie es nur durch

solche Unterstützung möglich geworden ist, für jeden Artikel den geeignetsten Referenten unter den auf dem Gebiete schöpferisch tätigen Gelehrten zu finden, wie nur so die Darlegungen dem universellen Charakter aller wissenschaftlichen Arbeit gerecht werden konnten.

Mag durch diese Vielheit der Autoren und der Anschauungen nach mancher Richtung eine gleichmässige Behandlung des Stoffes verloren gegangen sein, an persönlicher Färbung, an Lebendigkeit der Darstellung, an aktuellem Interesse für die zur Zeit im Vordergrund stehenden Fragen hat die Darlegung gewonnen.

Sei es gestattet, die Aufgabe der Encyklopädie an einem Gleichnis zu kennzeichnen: Es soll eine zusammenhängende Reihe von Bildern geschaffen werden, welche uns eine weithingebreitete, reichgegliederte, vielgestaltige Gegend in ihren grossen Zügen vor Augen führt. Ob die Bilder diesen Zweck erfüllen, hängt zuvörderst ab von der Wahl der Ausschnitte aus der Natur, vom Standpunkt, von dem aus wir sie betrachten, von der Beleuchtung, die wir wählen, vom Format, das jeweils der Bedeutung des Objektes angepasst sein muss. Darüber hinaus aber müssen wir, wenn anders uns die Gegend lebendig erstehen soll, von den Künstlern, die sich der Aufgabe widmen, die Betonung des inneren Zusammenhanges, des Aufbaues fordern. Der Künstler muss jeweils das Bedeutsame und Charakteristische herausheben, muss Einzelheiten zurücktreten lassen, Nebensächliches übergehen. Wenn auch die Aufgabe gebunden ist, im Vergleich zu einer freien Schöpfung künstlerischer Phantasie, wir werden es dennoch billigen und wünschen, dass der Künstler, bei aller Treue in der Wiedergabe der Natur, seine Auffassung — etwa in einer stilisierten Darstellung — zum Ausdruck bringt, dass er seine Art, die Dinge zu sehen, seine Methode, sie zu schildern, bewusst oder unbewusst dem Bilde einprägt. Eine Reihe photographischer Aufnahmen, ohne die Belebung durch die Farbe, in zu gleichmässiger Betonung der Objekte, mit einem Vielerlei von Details, einer unsicheren Gliederung würde der Absicht nicht genügen.

Mit dieser Allegorie mag die Aufgabe der Encyklopädie genugsam bezeichnet sein, um so mehr, als eine Darlegung des gesamten Planes und ein historischer Rückblick über die bisher geleistete Arbeit in der Einleitung zum ersten Bande niedergelegt ist. Ich möchte im Folgenden versuchen, ohne irgendwelchen Anspruch auf Vollständigkeit einen kurzen Ueberblick über den gegenwärtigen Stand der Encyklopädie zu geben, und damit einzelne Bemerkungen verknüpfen über die Wandlungen, welche die fortschreitende Ausgestaltung mit sich gebracht, und über die Frage, inwieweit die Absichten und Aufgaben des Werkes in seinen bis jetzt vorliegenden Abschnitten erfüllt sind und erfüllt werden konnten.

Nach dem ursprünglichen Plane sollte die Anordnung des Stoffes eine alphabetische sein; mit dem Uebergang zu einer systematischen war nicht bloss einer Zersplitterung in völlig unübersehbares Stückwerk begegnet, sondern eine zusammenfassende und methodische Darlegung eigentlich erst ermöglicht und damit die Aufgabe an Bedeutung verändert und gehoben. Vielleicht hat der ursprüngliche Plan bei der ersten Disposition insofern noch nachgewirkt, als der Rahmen des Werkes, wie wir im Einzelnen noch sehen werden, ursprünglich zu enge bemessen worden ist. Mit Ausnahme weniger Aufsätze, insbesondere H. BURKHARDT's, dessen konzise und prägnante

Schreibweise bei engster Begrenzung grösstmöglichen Inhalt bietet, und mit Ausnahme der Probeartikel, deren Themata einer knappen Behandlung vorzugsweise zugänglich waren, hat jeder Aufsatz den im Entwurf vorgesehenen Raum überschritten. Mit A. PRINGSHEIM's grundlegenden Artikeln ist das System der Ueberschreitungen sozusagen legalisiert worden, und wir müssen der Verlagsbuchhandlung von B. G. TEUBNER auch an dieser Stelle aufrichtig danken, dass sie der Notwendigkeit einer wesentlich breiteren Entwicklung, wie all den vielen Wünschen, die immer wieder an sie herangetreten sind, in liberalster Weise entgegengekommen ist, und zwar schon zu einer Zeit, in der der Erfolg des Unternehmens noch keineswegs gesichert war.

Zu dem Anwachsen des Umfangs der einzelnen Artikel kam aber auch, da wo es der Inhalt bedingte, eine Vermehrung ihrer Zahl durch Teilung. Der Fortschritt der Wissenschaft machte es weiter erforderlich, an manchen Stellen ergänzende Artikel einzufügen. Waren hierdurch schon Umstellungen bedingt, so traten noch Aenderungen der Anordnung aus äusseren Gründen, im Interesse des Fortganges der Herausgabe hinzu. Für die Ungleichheit, die durch solche Wandlungen entsteht, für die Gefährdung des Aufbaus und der Uebersicht müssen wir die Nachsicht der Leser erbitten. Möge sie gewährt werden im Hinblick darauf, dass das Werk ein lebendiges ist und in lebensvoller Entwicklung begriffen, dass es sich vervollkommenet indem es fortschreitet. Wenn nach Jahren die letzten Hefte des Werkes abgeschlossen sind, wenn das gesamte Gebiet einmal durchmessen ist, dann muss wohl die Arbeit auf's neue beginnen. Dann wird es möglich sein, auf Grund der gesammelten Erfahrungen die jetzt vorhandenen Lücken auszufüllen, die Raumverteilung richtiger zu bemessen, Unterschiede auszugleichen. Aber auch dann wird sich wie heute das Werk als ein Werdenendes, in stetem Fluss befindlich kennzeichnen, wenn anders es auch dann wieder ein Bild geben soll vom augenblicklichen Inhalt der wissenschaftlichen Forschung, ihrer Verwertung in den angewandten Disciplinen, ihrer Bedeutung für unsere Naturerkenntnis und dadurch ein Gesamtbild von der Stellung der mathematischen Wissenschaften innerhalb der Kultur.

* * *

Indem ich mich nunmehr zu dem Fortschritt der Veröffentlichungen im einzelnen wende, stelle ich die Gruppe der drei ersten, der Analysis und Geometrie, also der Mathematik im engeren Sinne gewidmeten Bände voraus.

Auf dem internationalen Mathematikerkongress in Heidelberg, vor vier Jahren, konnte der erste, von FRANZ MEYER herausgegebene Band, Arithmetik und Algebra (im weitern Sinn genommen) umfassend, vollendet vorgelegt werden, ein wohlverdienter Erfolg für den Redakteur, dessen Initiative die ursprüngliche Konception des ganzen Werkes zu danken ist.

In diesem Bande kamen die soeben bezeichneten Schwierigkeiten der Begrenzung des Umfangs zuerst zum Austrag. Auf der andern Seite bot der Hauptinhalt des Bandes für die Darstellung ein im grossen Ganzen wohldurchforschtes Gebiet, bei dem die Vielheit der Einzel-Erscheinungen und-Methoden schon zu einem geschlossenen Ganzen von einheitlichem Gepräge zusammengezogen erscheint. So

konnte einmal die rein systematische Darstellung gewählt werden, für die ich HILBERTS « Theorie der algebraischen Zahlkörper » als das glänzendste Beispiel anführen will, bei dem auf eine historische Darlegung um so eher verzichtet werden konnte, als der ausführliche Bericht, den HILBERT in den Jahresberichten der Deutschen Mathematiker-Vereinigung veröffentlicht hat, ein genaues Verzeichnis der Literatur enthält. Auf der anderen Seite seien etwa PRINGSHEIMS Aufsätze über Irrationalzahlen und Konvergenz unendlicher Prozesse angeführt als Beispiele, in welchen von einer Uebersicht über die geschichtliche Entwicklung des Gebietes ausgegangen wird, der sich die Darstellung der Methoden anreihet.

Von dem weiteren Inhalt dieses Bandes möchte ich nur noch auf die Abschnitte hinweisen, welche speziellen Rechenmethoden, wie sie vor allem die angewandte Mathematik fordern muss, gewidmet sind — Ausgleichungsrechnung, Interpolation, Technik des numerischen und graphischen Rechnens mit Einschluss der Rechenapparate — und auf die Darlegung des Versicherungswesens, welches ja auch auf diesem Kongress zum ersten Male in Rahmen der mathematischen Disciplinen erscheint.

Für die Benutzbarkeit des Bandes war die Gestaltung des Registers von besonderer Wichtigkeit und hat der sorgsamsten Ueberlegung um so mehr bedurft, als dasselbe auch für alle folgenden Bände zum Muster dienen sollte. Man kann die Hauptaufgabe des Registers, dem Kundigen ein rasches und sicheres Nachschlagen zu ermöglichen, als gelöst betrachten. Der Uebersichtlichkeit kommt der knappe Raum zu statten (auf einen Bogen Text kommt etwa eine Seite des Registers). Auch an sich genommen ist das Register von Interesse, ganz abgesehen von der Vielgestaltigkeit der Wortbildungen, die uns darin entgegentreten, und die nicht immer die Billigung der Philologen finden würden. Es gewähren die den Stichworten zur Unterteilung zugefügten Beiworte wenigstens zum Teil eine Einsicht in die Wandlungen und Erweiterungen, die ein Begriff je nach seiner Anwendung im Lauf der Zeit erfährt, und deuten damit neue Zusammenordnungen verschiedener Gebiete an — ein Zweck, der ursprünglich durch die alphabetische Anordnung des ganzen Werkes miterfüllt werden sollte.

Es sei gestattet, hier einige Bemerkungen einzufügen über die französische Bearbeitung der Encyklopädie, für welche unter Mitarbeit der Autoren des Originalwerkes, die hervorragendsten Gelehrten Frankreichs ihre Beteiligung zugesagt haben. In Heidelberg konnte der Leiter der Herausgabe Herr J. MOLK das erste Heft vorlegen und in begleitenden Worten die Grundsätze der Bearbeitung bezeichnen. Heute sind 7 Hefte aus den einzelnen Abschnitten des ersten Bandes erschienen. Sie bestätigen die Erwartungen, welche man von dem klärenden Einfluss einer über die Grenzen der Nation hinausgreifenden Vereinigung von Arbeitskräften verschiedener Auffassung und verschiedener Tradition hegen durfte. Die Aufsätze, in einer etwas von der deutschen verschiedenen Zusammenfassung erschienen, haben wesentliche Ergänzungen erfahren, welche der individuellen Auffassung des Bearbeiters gegenüber dem Autor Rechnung tragen, und Erweiterungen, welche die Entwicklung der Encyklopädie im Vergleich zum ersten Plane als notwendig erscheinen liess. Besonderes Gewicht ist vom Herausgeber auf die Ausdehnung der literarischen Nachweise gelegt worden. Der durch diese verdienstvollen und erwünschten Ergänzungen beigebrachte

Stoff wird durch eine kritische Gliederung und Sichtung an Wert noch gewinnen. Für eine spätere Neubearbeitung der Encyklopädie aber wird gerade die so überaus sorgfältige französische Ausgabe die bedeutendste Vorarbeit darstellen. Man muss die grossen inneren Schwierigkeiten kennen, die es macht, alle solche für die Bearbeitung notwendigen Massnahmen einzuleiten und durchzuführen. Nur dann kann man im vollen Masse würdigen, wie Autoren und Bearbeiter eigene Wünsche dem sachlichen und allgemeinen Interesse nachgestellt haben, was der Herausgeber in umsichtiger, unermüdlicher Tätigkeit, was durch ihre Opferwilligkeit die unter der Devise „*viribus unitis*“ verbundenen Verleger TEUBNER und GAUTHIER-VILLARS geleistet haben.

Der zweite Band, redigiert von H. BURKHARDT und W. WIRTINGER umfasst die Analysis im engeren Sinne und bildet den Centralkern der Bände der reinen Mathematik. Die Gliederung des Bandes in zwei gleichwertige Teile, die Analysis reeller und die Analysis komplexer Grössen entspricht der gegenwärtigen Bedeutung des Gebietes reeller Variabler als des allgemeineren, der sich das wegen seiner besonderen Beziehungen einfachere und darum früher entwickelte der Funktionentheorie komplexer Variabler einordnet. Ich erwähne, um die Fülle des Stoffes zu bezeichnen, der hier darzulegen ist, nur einzelne neuere Probleme: Einerseits die an die LIE'schen kontinuierlichen Transformationsgruppen anschliessenden Arbeiten, die Randwertaufgaben, die ihre Ideenbildung vorzugsweise der mathematischen Physik verdanken, die Weiterbildung der Variationsrechnung auf der durch WEIERSTRASS geschaffenen Grundlage, dann die Theorie der Funktionalgleichungen, speziell der Integralgleichungen, welche ihrerseits wieder in mannigfachster Weise auf die genannten Probleme zurückwirkt. Auf der andern Seite die Theorie der automorphen Funktionen, die Fruchtbarmachung der CANTOR'schen Mengenlehre für die Funktionentheorie.

Bei einer ersten Bearbeitung war die Gruppierung nach Gegenständen für die Zwecke der Encyklopädie die natürlich sich darbietende, neben welcher die Entwicklung einzelner in sich abgeschlossener Kreise von Methoden mehr zurücktrat. Wo solche eine weitergehende selbständige oder eine historische Bedeutung gewonnen haben, wie vor allem die auf WEIERSTRASS zurückgehende elementare Behandlung der analytischen Funktionen, werden Ergänzungen einzugreifen haben. Die neueren ausführlichen, besonders von französischer Seite geförderten Untersuchungen über ganze Funktionen schliessen ja vielfach an die WEIERSTRASS'sche Theorie an. Es ist dabei aber interessant zu sehen, wie gerade hier elementare Fragen durch die Modulfunktionen ihre Erledigung finden (z. B. der PICARD'sche Satz). Andererseits sind auf dem Gebiete der reellen Funktionen alte Fragen allgemeiner Art zum Abschluss gekommen und neue entstanden. Ich darf statt weiterer Andeutungen auf die Vorträge, die PICARD in Amerika über die moderne Entwicklung der Analysis gehalten hat, hier verweisen. Sie geben eine Reihe von Beispielen wesentlichen Fortschrittes, welche seit der Zeit der ursprünglichen Disposition der Encyklopädie entstanden sind, und welchen in ergänzenden Artikeln Rechnung zu tragen sein wird. In der französischen Ausgabe konnten diese Erweiterungen auf Grund einer wesentlich anderen Gruppierung des Stoffes grossenteils schon jetzt Berücksichtigung finden.

Im dritten Bande, welcher, von FRANZ MEYER redigiert, die gesamte Geometrie umfasst, kommen die engen Beziehungen und Analogieen, welche alle Gebiete

der Mathematik unter einander darbieten, am reichsten zum Ausdruck. Ist doch seit DESCARTES jedes Gebiet der Grössenlehre (die ihrerseits wieder ihre Terminologie zumeist geometrischen Vorstellungen entlehnt) für die Geometrie fruchtbar gemacht worden. So haben neben der Weiterbildung der Differentialgeometrie, von deren Entwicklung uns soeben Herr DARBOUX berichtet hat, die Algebra, die Zahlentheorie, die Gruppentheorie, die Mengenlehre, die mehrdimensionalen Probleme von der Mitte des vorigen Jahrhunderts an die Geometrie um ganz neue Gebiete bereichert. Auf der andern Seite hat sich das Interesse den Untersuchungen über die Tatsachen, welche der Geometrie zu Grunde liegen und über die Tragweite der einzelnen Axiome wieder zugewendet. Ich möchte weiter noch ein Gebiet besonders herausgreifen, das der algebraischen Kurven und Flächen und ihrer Integrale, im Zusammenhang mit der Analysis situs. An diesen zunächst in Deutschland erwachsenen, in Italien durch die Lebensarbeit CREMONA's geförderten Problemen hat sich neuerdings der Wettstreit französischer und italienischer Geometer mit Erfolg betätigt und — ich verweise auf das gestern vorgetragene Referat des Herrn SEGRE zum GUCCIA-Preis — neue, an überraschenden Resultaten reiche Untersuchungen gezeitigt.

Solchem lebendigen Interesse für die geometrische Forschung verdanken wir es, wenn sich gerade der geometrische Band der Encyclopädie der hervorragenden Mitarbeit unserer italienischen Fachgenossen erfreut.

* * *

Ich komme zu kurzen Betrachtungen über die zweite Gruppe der Bände IV bis VI der Encyclopädie, in denen die gegenseitige Stellung und Wechselwirkung der rein mathematischen Disciplinen und ihrer Anwendungen zu umfassender Darstellung gelangen soll. Es ist mir eine besondere Ehre, der Versammlung im Auftrag der beiden Redacteurs, FELIX KLEIN und CONRAD MUELLER und der Verlagsbuchhandlung den soeben abgeschlossenen ersten Teil des vierten Bandes überreichen zu können. Er umfasst die Grundlegung der Mechanik und die elementare Mechanik der Punkte und starren Systeme. Ich möchte es als ein glückliches Omen bezeichnen für den Fortschritt und Erfolg der auf die angewandte Mathematik bezüglichen Bände der Encyclopädie, dass eine erste Stufe ihrer Bearbeitung gerade bei Gelegenheit dieses Kongresses in Italien erreicht erscheint. Ist doch Italien das Vaterland des ARCHIMEDES, dessen schöpferische Kraft alle Gebiete der mathematischen Wissenschaften umspannt, das Geburtsland der Renaissance, von dem aus jene gewaltige Woge neuer Anschauungen und neuer Impulse in Wissenschaft und Kunst in die Welt gegangen ist, das Vaterland GALILEIS, des Schöpfers der experimentellen Physik, LEONARDO DA VINCI's, des Ingenieurs, das Vaterland von LAGRANGE, der der modernen analytischen Mechanik ihre Form gegeben hat!

Auf den Inhalt zunächst des vierten Bandes der Mechanik einzugehen, so ist die Abgrenzung gegenüber dem fünften, der Physik gewidmeten, naturgemäss bis zu einem gewissen Grade willkürlich. Hier ist die Mechanik der Continua noch mithereingezogen, insbesondere die gesamte Elastizitätslehre. Sie beansprucht für uns ein doppeltes Interesse; einmal nach ihrer technischen Bedeutung, andererseits nach

ihrer hohen theoretischen Entwicklung, wie sie im Anschluss an BETTI und BELTRAMI gerade von den modernen italienischen Mathematikern besonders gepflegt worden ist.

Schon in den bei der gestrigen feierlichen Eröffnung des Kongresses gehaltenen Reden ist der Bedeutung des gegenseitigen Durchdringens mathematischer Gedanken und Formulierungen, naturwissenschaftlicher Anschauungen, technischer Probleme besonders gedacht worden, die auch in der Gliederung der Sectionen des Kongresses zum Ausdruck kommt. Hier dehnt sich ein unendliches Arbeitsfeld, in welchem von Tag zu Tag sich neue Quellen erschliessen, die der Fassung in die mathematische Form bedürfen. Die Mathematik wird dabei genötigt, ihr Rüstzeug immer auf's neue zu stählen und zu vervollkommen. Es gewinnen von diesen Gebieten ausgehend ihre Methoden selbständiges Leben, verlieren aber dabei leicht, in Folge ihrer Entwicklung nach der abstrakten Seite, den Zusammenhang mit der Bearbeitung der Tatsachen. Und doch ist wiederum gerade von dieser Seite her eine Fülle von Anregungen und neuen Problemen zu gewinnen. So ist es denn auch eine der Hauptaufgaben der Encyclopädie, welche besonders in den der angewandten Mathematik gewidmeten Bänden hervortritt, gerade diese Beziehungen klarzulegen und ihnen im Einzelnen nachzugehen. Im vorliegenden vierten Bande sind neben die Grundlagen der rationellen Mechanik und ihren Aufbau zur klassischen analytischen Mechanik die Gebiete der technischen Mechanik gestellt und es ist das in diesem Umfang wohl zum ersten Mal gesteckte Ziel, den Gesamtbereich der statischen und dynamischen Probleme der Technik ausführlich nach ihrem mathematischen Inhalt kritisch zu sichten. Die Aufgabe ist nicht leicht. Es gilt, um beim vorigen Bilde zu bleiben, da und dort veraltete Brunnenstuben zu beseitigen, die den Lauf der Gewässer verlegt haben, ehe die reine Quelle in die ihr gemässe Fassung geleitet werden kann. Dafür tritt aber auch die Freude an ihrer Erschliessung und an ihrem Ausbau gerade in den der Technik gewidmeten Aufsätzen lebendig zu Tage „Wir meinen“, sagt KLEIN am Schlusse seiner Vorrede, „wenn erst Band IV vollendet vorliegt, etwas Bestimmtes und Nützliches geleistet zu haben. Aber freilich ist es, vom höheren Standpunkte, nur eine Vorbereitung. Mechanik, überhaupt angewandte Mathematik, kann nur durch intensive Beschäftigung mit den Dingen selbst gelernt werden; die Literatur gibt nur eine Beihilfe. Anleitung zum Beobachten mechanischer Vorgänge von früher Jugend an, und auf höherer Stufe Verbindung des mathematischen Nachdenkens mit der Arbeit im Laboratorium, das ist, was behufs gesunder Weiterbildung der Mechanik daneben und vor allen Dingen in die Wege geleitet werden muss. Die moderne Entwicklung hat ja auch in dieser Hinsicht in vielversprechender Weise eingesetzt. Möge die Wissenschaft der Mechanik, die eine Grunddisciplin aller Naturwissenschaft ist, solcherweise einer neuen Blüte entgegengeführt werden. Möge insbesondere auch das Wort LEONARDO DA VINCI's sich wieder bewahrheiten, dass die Mechanik das Paradies der Mathematiker ist!“.

Der fünfte Band, redigiert von Herrn A. SOMMERFELD, umfasst die Physik. Wir stehen hier inmitten einer Evolutionsperiode physikalischer Tatsachen und einer Revolutionsperiode der grundlegenden Anschauungen. Wir müssen es der Redaktion besonderen Dank wissen, dass es ihr gelungen ist, gerade die Männer für die Dar-

legung zu gewinnen, die selbst an dieser Neugestaltung am erfolgreichsten mitgewirkt haben. So sind in einer Reihe von Aufsätzen die neuerschlossenen Gebiete vielfach zum ersten Male im Zusammenhange dargestellt. Ich nenne den Aufsatz von KAMMERLINGH-ONNES, welcher die an Van der WAALS und GIBBS anschliessenden Arbeiten der Leydener Schule enthält, die beiden grundlegenden Aufsätze von LORENTZ, in welchen von MAXWELL ausgehend, die moderne Elektronentheorie aufgebaut ist, WIEN's Aufsatz über die Theorie der Strahlung.

Die neuere und neueste Forschung hat inzwischen den Fortgang der Berichte überholt und macht die Einfügung ergänzender Artikel — ich denke an die Erscheinungen der Radioaktivität, an die Relativitätstheorie — notwendig. Charakteristisch für die grundlegenden Anschauungen erscheint das erneute Hervortreten der Molekulartheorie in Gebieten, die ihr bisher fremd waren. Die experimentellen Ergebnisse auf dem Gebiete der Elektrizitätslehre und der Optik leiten zu ihr zurück. Auch die Chemie, die um einen Ausdruck PICARD's zu gebrauchen, ihre prämathematische Periode (das ursprüngliche Stadium jeder Naturwissenschaft) verlassen hat, hat naturgemäss in dem Abschnitt über Molekularphysik ihre Stelle. Am glänzendsten aber tritt die Bedeutung der Molekularhypothese wohl in BOLTZMANN's genialer Auffassung der kinetischen Gastheorie als eines Problems der Wahrscheinlichkeitsrechnung hervor. Der Aufsatz über die kinetische Theorie der Materie ist das letzte Zeugnis der Mitarbeit BOLTZMANN's an der Encyklopädie; seiner tätigen Hilfe, wie seiner gewaltigen, einzigartigen Persönlichkeit werden wir stets in Treue und Dankbarkeit gedenken.

Eine besondere Absicht für die Darlegung der einzelnen Gebiete ist es gewesen, die mathematische Physik überall in engste Verbindung mit der Experimentalphysik zu setzen. So gliedert sich, um nur ein Beispiel zu nennen, der Aufsatz über Wärmeleitung in einen mathematischen Teil, welcher die analytischen Methoden von FOURIER bis KELVIN behandelt und in einen physikalischen, die Methoden der Messung umfassend.

Wenn die Fourier'schen Entwicklungen das klassische Beispiel bilden für die Dienste, welche die naturwissenschaftliche Forschung der reinen Analysis geleistet hat, so mag hier der Vektorentheorie als eines Beispiels für die Ausbildung spezieller Methoden des mathematischen Ansatzes auf der Grundlage physikalischer Vorstellungen gedacht sein. In den mathematischen Bänden finden sich die Anschauungen GRASSMANN's und HAMILTON's eingereiht in der Theorie der höheren komplexen Grössen, wie in den Systemen geometrischer Analyse. Hieran schliesst sich im vierten Bande die Entwicklung der Vectoralgebra und Vectoranalysis, während im fünften Bande die Theorie ihre spezifische, den Bedürfnissen des elektromagnetischen Feldes angepasste Form erhält. Mit Rücksicht auf die von den Herrn BURALI-FORTI und MARCOLONGO angeregte Besprechung der Vektorenbezeichnung auf dem gegenwärtigen Kongress sei betont, dass die in der Encyklopädie durchgeführte Behandlungsweise, die auf MAXWELL und namentlich auf HEAVISIDE zurückgeht, sich bereits dank dem hervorragenden Einfluss der LORENTZ'schen Encyklopädieartikel bei der jüngeren Generation Eingang zu verschaffen scheint.

Der sechste Band spaltet sich in zwei wesentlich verschiedene Gebiete. Der erste Teilband, redigiert von den Herren PH. FURTHWAENGLER und E. WIECHERT

umfasst Geodäsie und Geophysik, der zweite, von K. SCHWARZSCHILD redigiert, die Astronomie.

Dem Mathematiker tritt in der Behandlung der beiden Bände vor allem der Umstand entgegen, dass es sich hier zumeist um die Darlegung von Präzisionsmessungen handelt. Dadurch tritt einmal die Fehlerdiscussion im Einzelnen hervor und weiter gewinnt das Instrumentelle, wie übrigens auch in einigen Aufsätzen zur Mechanik und Physik, gegenüber dem Mathematischen besondere Bedeutung.

Für die Geodäsie bildet der Artikel von PIZZETTI über höhere Geodäsie den Mittelpunkt. Es ist naturgemäss, wenn hierbei neben der theoretischen Grundlegung die geschichtliche Entwicklung dieser uralten Wissenschaft, die der mathematischen Forschung so viele Probleme gestellt hat, zu ihrem Rechte kommt; während auf der andern Seite jene internationale Organisation wissenschaftlicher Arbeit in die Erscheinung tritt, wie sie die Aufgabe der Erdmessung und der Schweremessung in ihrer modernen Inangriffnahme darbietet.

Von dem astronomischen Bande der Encyclopädie sagt sein Redacteur, dass er „in gewissem Grade ein Geschenk der Astronomen an die Mathematik bedeutet“. Und in der Tat bilden ja die Astronomen im Kreise unserer Wissenschaften eine geschlossene Familie, die ihre eigene Sprache redet, ihre gesonderte Familientradition besitzt und eine eigene, grossartige, über die Welt gebreitete Organisation ihrer Arbeiten. So war es vielleicht vermessen, die Astronomie mit in den Bereich der Encyclopädie zu ziehen und um so mehr, als kurz vor der Inangriffnahme der Encyclopädie in Deutschland das VALENTINER'sche Handbuch der Astronomie erschienen war, an dem sich die meisten deutschen Astronomen die überhaupt Neigung zu encyclopädischer Tätigkeit besitzen, beteiligt hatten. Und doch rechtfertigt der Inhalt der beiden ersten erschienenen Hefte den Versuch, und zeigt, vielleicht gerade durch die verschiedenartige Behandlungsweise, dass auch dieser Band auf seine Art zu den Zielen der Encyclopädie beiträgt, dass es sich hierbei nicht um einem einseitigen Vorgang handelt, dem der Wärmeleitung analog, bei dem Wärme nur vom wärmeren zum kältern Körper übergeht, sondern, einbegriffen den Widerstand, welcher sich der Annäherung entgegensetzt, um die Erscheinung der wechselseitigen Induction zweier Stromkreise aufeinander.

*
* *

Auf die im Vorstehenden in kurzem Umriss gezeichneten sechs Bände, welche den eigentlichen Inhalt der mathematischen Disciplinen in sich begreifen, ist zuvörderst die Herausgabe beschränkt worden. Die Geschichte, die Philosophie und Didaktik der mathematischen Wissenschaften soll in einem Schlussbände angereicht werden, dessen Disposition freilich nur erst in ihren Grundzügen vorliegt. Die Gebiete sind gerade in den letzten Jahren zu immer steigender Bedeutung gelangt, wie ihnen auch im gegenwärtigen Kongresse die Arbeit der vierten Sektion mit einem überaus reichhaltigen und interessanten Programm gewidmet ist.

In der Geschichte der mathematischen Wissenschaften haben Neudurchforschungen ein tieferes Verständnis für die Anschauungen der Alten herbeigeführt. Vor allem sei hier der glänzenden Bestätigung gedacht, welche die Auffassung

ZEUTHEN's über die Einführung und Verwertung infinitesimaler Betrachtungen bei ARCHIMEDES gefunden hat durch die Heibergsche Entdeckung jener wichtigen Handschrift ueber „des Archimedes Methodenlehre von den mechanischen Lehrsätzen“.

Die Gesamtdarstellung der Entwicklungsgeschichte der mathematischen Wissenschaften ist eben jetzt mit der Vollendung des im Zusammenwirken einer Anzahl von Gelehrten entstandenen vierten Bandes des grundlegenden CANTOR'schen Werkes in bedeutungsvoller Weise gefördert. Daneben hat man sich mit der historischen Darlegung einzelner Disziplinen näher beschäftigt und dadurch Aufschluss über die Kontinuität in der Entwicklung der Methoden erhalten. Ganz besonders aber erschliessen uns Gesamtausgaben der Werke hervorragender Forscher das Verständnis für die einzelne Persönlichkeit und für die Zeit in der sie lebte. Hier finden die Akademien ein wichtiges Gebiet ihrer Betätigung. Von der Herausgabe der Klassiker des 19. Jahrhunderts abgesehen, wie sie in Deutschland, in Frankreich, Grossbritannien, Italien von den gelehrten Gesellschaften schon seit lange begonnen, ist gegenwärtig die Herausgabe der Werke von LEIBNIZ durch das kooperative Zusammenwirken des internationalen Verbandes gelehrter Körperschaften auf Anregung Frankreichs eingeleitet. Eben dieser Verband hat neuerdings die alte Forderung nach der Errichtung eines ähnlichen monumentalen Werkes nach der Veranstaltung einer Gesamtausgabe der Schriften EULER's erhoben. Es haben nunmehr auch die für die Wissenschaft interessierten Kreise der Schweiz und insbesondere die Schweizer Naturforschende Gesellschaft die Unterstützung des ihrem grossen Landsmanne geltenden Werkes zugesagt (worüber uns Herr KRAZER noch berichten wird), so dass die Verwirklichung des für die Geschichte wie für den Fortschritt der mathematischen Wissenschaften gleich bedeutungsvollen Unternehmens nunmehr gesichert erscheint.

Dem Interesse für die Zusammenfassung des gesamten Gebietes der Mathematik seiner historischen Entwicklung nach stellt sich an die Seite die Frage nach der Stellung der Mathematik im Gesamtbereich wissenschaftlicher Erkenntnis, nach ihrer Würdigung nach philosophischer Richtung. Nach der psychologischen: im Eingehen auf die Grundlagen des Zahlbegriffes, auf die Entstehung und Festlegung unserer Vorstellungen von Zeit und Raum; nach der Seite der Logik und Erkenntnistheorie: in der Frage nach der Denknötwendigkeit und Tragweite der Axiome der Arithmetik, der Geometrie und Mechanik, in der Analyse der Methoden für Deduktion und Beweis und deren Wert für die Anordnung und Beschreibung der Tatsachen unserer Gedanken- und Erscheinungswelt. So ist es heute, im Gegensatz zu einer vergangenen Periode, das spezielle Fachgebiet, von dem aus der Uebergang zu den philosophischen Fragen versucht wird. Es sind die Mathematiker selbst, wie die Naturforscher, welche mit der Untersuchung der Grundlagen und Grenzen ihrer Wissenschaft sich Fragen zuwenden, die früher von ausschliesslich philosophischer Seite her in Angriff genommen und unter Zurücksetzung des Tatsachenmaterials behandelt worden sind. So ist schon FECHNER vorangegangen, so sind MACH's historische und philosophische Untersuchungen grundlegend geworden; so ist das allseitige Interesse, welches die gedankenreichen Ausführungen PICARDS, POINCARÉ'S finden, durch den Zug nach zusammenfassender philosophischer Betrachtung begründet.

Die Fragen des Unterrichtes an unseren Hoch- und Mittelschulen stehen gegenwärtig in lebhaftester Diskussion. Hier ist es die veränderte Stellung und die erhöhte Wertschätzung unserer Disziplinen im Rahmen des gesamten Bildungstoffes und innerhalb der Aufgaben unserer modernen Kultur, wie andererseits unmittelbar die Bedürfnisfrage, welche eine neue Gestaltung und Abgrenzung des für die einzelnen Entwicklungsstufen der Schule festzusetzenden Lehrstoffes herbeiführt.

Um unsere deutschen Verhältnisse zu bezeichnen, hat die von der Gesellschaft deutscher Naturforscher und Aerzte eingesetzte Unterrichtskommission soeben einen umfassenden Bericht über ihre bisherige Tätigkeit (durch Herrn GUTZMER) erstattet, welcher mit der Aufstellung eines bestimmten, auch auf die naturwissenschaftlichen Gebiete erstreckten Lehrprogrammes für die Mittelschulen abschliesst und mit Vorschlägen für die Hochschulausbildung der Lehrer. Besonders instruktiv werden sich für diese allerorten in Fluss befindlichen Fragen vergleichende Betrachtungen der Unterrichtsverhältnisse in den einzelnen Ländern gestalten, zu denen die in der vierten Sektion unseres Kongresses angekündigten Referate reichen Anlass bieten werden.

Doch ich breche diese Entwicklungen, die vielleicht schon allzusehr ins Einzelne gegangen sind, hier ab und komme zum Schlusse. Möchte es mir gelungen sein, den Plan des ganzen Werkes und die Absicht der einzelnen Darstellungen richtig zu bezeichnen.

* * *

Die Aufgabe, deren Lösung die Encyklopädie sich stellt, ist von Jahr zu Jahr und weit über die ursprüngliche Vorstellung vom Umfang des zu bewältigenden Gebietes gewachsen.

Ebenso aber, wie es für die Erschliessung neuer wissenschaftlicher Gebiete ein Vorzug ist, die ersten Schritte in gewisser Naivität zu tun, noch ohne Kenntnis ihrer Schwierigkeiten im Einzelnen und ohne auf Einschränkungen zu achten, welche sich einer allgemeinen Anwendbarkeit der Methoden entgegenstellen mögen, so war es auch hier für die Verwirklichung des Gedankens gut, dass mit Unbefangenheit an die Ausführung geschritten worden ist. So können wir heute, vierzehn Jahre nach Beginn der Arbeit, sagen, dass der frische Impuls des ersten Angriffs der Arbeit treu geblieben ist, dass das Werk in allen seinen Teilen in rüstigem Vorwärtsschreiten begriffen, wenn auch noch lange nicht zu Ende geführt ist. Und auch von dieser Arbeit gilt das Wort von GAUSS: „Wahrlich, es ist nicht das Wissen, sondern das Lernen, nicht das Besitzen, sondern das Erwerben, nicht das Dasein, sondern das Hinkommen, was den grössten Genuss gewährt“.

Von den ursprünglich durchaus objektiven Referaten ist, wie schon eingangs erwähnt, vielfach zu subjektiver Darlegung übergegangen worden, und zwar tritt diese individuelle Auffassung gerade da am stärksten zu Tage, wo es sich um die Klarlegung der grundlegenden Prinzipien und um den inneren Zusammenhang der einzelnen Gebiete handelt. Gerade mit diesen Betrachtungen aber ordnet sich die Aufgabe der Encyklopädie in die grössere ein, welche sich auf die Frage nach der Stellung unserer Wissenschaft im Gesamtgebiete menschlichen Erkennens bezieht. Es

liegt im Zuge unserer Zeit, wenn gerade diese gegenwärtig ein erhöhtes Interesse beansprucht.

„Wir sind es müde“, sagt DIELS in der Festschrift zur zweihunderjährigen Jubelfeier der preussischen Akademie der Wissenschaften, „wir sind es müde, blos Stoffe zu sammeln, wir wollen geistig des Materiales Herr werden; wir wollen hindurchdringen durch die Einzelheiten zu dem was doch der Zweck der Wissenschaft ist, zu einer allgemeinen, grossen Weltanschauung“.

Für dieses Streben nach einer wissenschaftlich begründeten Lebensauffassung und für die klare Herausarbeitung des Anteils, den die Mathematik dabei besitzen mag, wird die Encyklopädie eine Stufe sein, welche uns von einer Stelle aus den innern Zusammenhang des Baues überschauen und die möglichen Richtungen seiner Weiterführung erkennen lässt. Dann aber müssen wir weitere Bausteine brechen und zubereiten.

Die Anschauungen, welche uns aus jener anderen Epoche zusammenfassender Tätigkeit vor anderthalb Jahrhunderten in D'ALEMBERT's glänzender Vorrede zur französischen Encyklopädie entgegentreten, jener, dem Kraftgefühl einer beispiellosen Entwicklung der mathematisch-physikalischen Disciplinen entsprungene Glaube an einen unbegrenzten Gültigkeitsbereich mathematischer Formulierung, welchen der bekannte Ausspruch von LAPLACE bezeichnet, sie sind heute, nach einer erneuten Sichtung und Zusammenfassung dessen, was die mathematische Einkleidung bedeutet und vermag, einer nüchterneren Auffassung gewichen. In höherem Masse freilich als je zuvor hat sich auf allen Gebieten der Naturwissenschaften die Notwendigkeit der mathematischen Formulierung dargetan, aber wir fassen diese der Beschreibung dienenden Formeln nicht als oberste Gesetze auf im Sinne jenes *ἀεὶ ὁ Θεὸς γεωμετρεῖ* von Plato, sondern wir sehen in der Einführung der Zahl das einzige unserem Verstande zugängliche Mittel, welches uns ein genaues Bild der Vorgänge in der Natur zu bieten vermag, und in diesem bescheidenerem Sinne mögen wir sagen:

Verstehen heisst berechnen.
