

# LA OBRA CIENTIFICA DE ENRIQUE CABAÑA\*

Mario Wschebor  
Centro de Matemática. Facultad de Ciencias.  
Universidad de la República.  
wschebor@cmat.edu.uy

Como Enrique Cabaña va a cumplir años en los próximos días, los compañeros con los que organizamos este IV ERPEM me han pedido que haga un resumen de su obra científica.

Uds. comprenderán que no se trata de una tarea simple para mí, no sólo porque la actividad científica de Cabaña ha sido amplia y diversificada, sino porque además nos une una vieja amistad y el riesgo de la subjetividad está fuertemente presente.

Pero al mismo tiempo, siendo yo el mayor - el más viejo, dirán algunos - de los alumnos de Cabaña, no sólo no podía rehuir esta delicada responsabilidad, sino que la he asumido con entusiasmo y cariño.

He dividido el texto en los siguientes capítulos:

1. **los años de formación**
2. **las ideas científicas**
3. **el profesor**
4. **el pionero institucional**

---

\* Conferencia dictada el 6 de noviembre de 2007 en el Cuarto Encuentro Regional de Probabilidad y Estadística Matemática (IV ERPEM), realizado en Solís, Uruguay)

## 1 Los años de formación.

Es siempre muy difícil transmitir de manera convincente el clima intelectual de otra época, y lo es especialmente cuando las condiciones han cambiado tan radicalmente como en los últimos 50 años.

Cabaña se graduó de ingeniero electricista en la Universidad. Se trataba de una carrera enciclopédica, donde el estudiante pasaba por cursos fuertes de matemática en los primeros años, muy atados a la tradición francesa de enseñanza del análisis matemático; en cambio, la formación en física era mala, no había físicos en el país. En el llamado “ciclo técnico”, los futuros ingenieros electricistas aprendían, al mismo tiempo que la electricidad de potencia y la electrónica de la época, la hidráulica, las calderas, las máquinas térmicas y el cálculo de estructuras de hormigón armado.

Sin embargo, desde muy temprano la vocación de Cabaña fue hacia el cultivo de la matemática como disciplina científica e ingresó (por concurso) como asistente del Instituto de Matemática y Estadística de la Facultad de Ingeniería cuando estaba en los primeros años de su carrera. No se si ejerció alguna vez su título de ingeniero, en el sentido estrictamente profesional del término. Sin embargo, esa formación ingenieril ha estado presente a lo largo de toda su obra, influyendo su manera de acercarse a los problemas de la matemática y estableciendo puentes con otras disciplinas, especialmente, años después, con la economía.

El Instituto era muy pequeño, su director era Rafael Laguardia, que cumplía el papel de fundador institucional y principal animador. Estaban Jose L. Massera, cuyos aportes científicos ya eran muy conocidos internacionalmente, Juan J. Schäffer, principal colaborador de Massera, que había regresado de Suiza con su doctorado, Günther Lumer, que por esa época partió del Uruguay e hizo su carrera científica en Europa, Cesáreo Villegas, dedicado a la estadística, Alfredo Jones, que estaba haciendo su doctorado en álgebra en los EEUU y los jóvenes de la generación de Cabaña, que ingresaron conjuntamente con él al Instituto: Jorge Lewowicz y Alfredo Gandulfo (quien falleció joven, en 1971). Había también algunos otros pocos colaboradores, pero que no se dedicaron luego a la matemática.

En el Uruguay de entonces no había formación profesional en matemática, no sólo en el sentido en que la podemos entender ahora, sino tampoco en ningún otro. Había una licenciatura en la fenecida Facultad de Humanidades y Ciencias, sin vida científica interna, con cursos esporádicos o sin relevancia (los primeros graduados habiendo hecho una carrera completa son posteriores al retorno democrático en 1985). Debo decir que esta situación se repetía con algunas variantes en los otros países de la región, salvo en la Argentina, donde ya existía una verdadera escuela de formación de matemáticos, además de una producción científica de alta calidad. Por cierto, para la pequeña comunidad

matemática uruguaya, las relaciones con sus colegas argentinos constituyeron una referencia constante.

De modo que en ese clima, hacer avanzar una actividad científica de calidad requería un extraordinario rigor intelectual y una tenacidad muy grande, que Laguardia tenía y que transmitió a sus colaboradores como un sello identificatorio. No está de más recordar esta acción pionera muchos años después, porque algunos de sus fundamentos siguen vigentes bajo nuevas condiciones, en un tiempo en el que planificadores y políticos piensan a veces que pueden reemplazar la actividad creadora por un organigrama, que es posible hacer ciencia sin poner en el centro a los que son portadores del conocimiento, que pasarían de ser investigadores a ser “operadores”. Laguardia solía repetir que hay tener cuidado con hacer el palomar sin tener las palomas: “El palomar se te llena de gatos”, decía.

A mediados de la década del 60, la formación básica de Cabaña estaba establecida, lo mismo que su opción por la estadística y la probabilidad. En gran medida, se trataba de una formación autodidacta u obtenida en la ósmosis de un medio científico pequeño, en contacto con muy buenos matemáticos. Recibió de Villegas una influencia inicial, pero rápidamente eligió un camino personal, tanto en los temas de su interés como en el estilo de hacer matemática. Es entonces que viaja a Estados Unidos, donde trabaja a lo largo de dos años en la Rockefeller University como colaborador de H. P. Mac Kean, lo que contribuyó a definir sus ideas y métodos por un período muy extenso de su vida.

## 2 Las ideas científicas.

El período de la estadística neoyorquina de Cabaña fue muy especial desde el punto de vista de la Teoría de Probabilidad, en particular, en el ambiente en el que fue a trabajar, que era un punto de acumulación de ideas, algunas de ellas ya establecidas, otras en plena gestación. Inmediatamente antes de su llegada se había publicado una obra fundamental de la teoría de probabilidad, el libro de K. Itô y H.P. Mac Kean “Diffusion Processes and Their Sample Paths” (1965) y estaba en preparación el texto, más pequeño pero que tuviera una gran influencia, “Stochastic Integrals” del mismo Mac Kean, publicado en 1969. Se trataba de uno de los puntos focales de la consolidación del análisis estocástico; quizá otros dos fueran la escuela de Kiev, con los libros de Skorokhod y de Gihkman y Skorokhod y de Estrasburgo, en el Seminario P.A. Meyer, incluyendo sus libros sobre Probabilidad y Potencial y siguientes. Algunas de las palabras clave podrían ser integrales estocásticas, ecuaciones diferenciales estocásticas, difusiones, semi-martingalas, Ecuaciones en Derivadas Parciales parabólicas, teoría de potencial, excursiones, tiempos locales.

Algunos de los problemas que suscitaban las nuevas interrogantes estaban

asociados a las dificultades originadas por las limitaciones de la teoría de semi-martingalas, derivadas del papel decisivo de la ordenación total del tiempo, cuando uno considera procesos estocásticos parametrizados sobre los reales.

Más precisamente, un cierto número de problemas naturales no permitían ser incluidos en ese modelo super-exitoso y de gran desarrollo, que había implicado una expansión enorme de la Teoría de Probabilidad a lo largo de unas 3 décadas, desde los trabajos iniciales de Kolmogorov, Lévy y Doob hasta los ya mencionados. Veamos algunos ejemplos, que interesaron a Cabaña desde el principio, y en los cuales trabajó e hizo aportes sustanciales.

- Los procesos estocásticos con parámetro en  $R^d$ , con  $d > 1$ , que poseen alguna estructura que generaliza las nociones de los procesos de incrementos independientes, (por ejemplo martingalas o propiedades markovianas), dotados de una filtración asociada a algún orden natural del parámetro (como puede ser el orden lexicográfico u otro).

Un ejemplo fundamental es el proceso de Wiener  $d$ -paramétrico asociado a la medida  $\mu$ , que se define de la manera siguiente:  $\mu$  es una medida de Borel en  $(R^+)^d$  y  $\{W_d(t) : t = (t_1, \dots, t_d), t_i \geq 0 \ i = 1, \dots, d\}$  es un proceso Gaussiano centrado, cuya covarianza está dada por:

$$E(W_d(s)W_d(t)) = \mu\left(\prod_{i=1}^{i=d} [0, s_i \wedge t_i]\right)$$

Cuando  $\mu$  es la medida de Lebesgue, a este proceso se le llama a veces “la hoja browniana” y es una generalización natural del movimiento browniano uni-paramétrico (por cierto, hay otras que no mencionaré aquí, y que presentan, a los efectos de lo que estamos diciendo, problemas análogos). No es difícil definir integrales estocásticas con respecto a  $W_d$ , de manera análoga a lo que uno hace con el browniano usual. Sólo que, la extensión de la Fórmula de Itô, base del cálculo estocástico se vuelve muy complicada y uno no encuentra una generalización natural y útil comparable a las ecuaciones de difusión y las ecuaciones de Kolmogorov-Chapman del caso uniparamétrico.

- En el estudio de pruebas de bondad de ajuste, uno aprende en las primeras clases de estadística sobre el tema, la prueba de Kolmogorov para estudiar la hipótesis de que una muestra de observaciones i.i.d. proviene de una distribución de probabilidad  $\mu$  en  $R$ . Uno considera la sucesión de variables aleatorias

$$\kappa_n = \sqrt{n} \sup_{x \in R} |\mu_n([0, x]) - \mu[0, x]|$$

donde  $\mu_n$  es la medida empírica de la muestra de tamaño  $n$ . Es una distancia normalizada entre la medida empírica y la medida “teórica”  $\mu$ . Es fácil ver que la distribución de probabilidad de  $\kappa_n$  no depende de  $\mu$ .

Asimismo, cuando  $n \rightarrow +\infty$ , converge a la distribución del máximo de un puente browniano, que es bien conocida.

Si uno hace lo mismo, pero la medida  $\mu$  vive en dimensión 2, por ejemplo en el cuadrado  $[0, 1] \times [0, 1]$ , en cierto modo la situación no es muy distinta, salvo que deja de ser cierto que un funcional análogo a  $\kappa_n$  tenga una distribución independiente de  $\mu$ . La distribución asintótica cuando  $n \rightarrow +\infty$  es ahora la del supremo (en el cuadrado considerado) del proceso de Wiener 2-paramétrico asociado a la medida  $\mu$ .

Aun en el caso en que  $\mu$  es la medida uniforme en el cuadrado, esta distribución no es conocida y ha sido objeto de los trabajos de Cabaña en diversas épocas. Se comprende entonces que se trata de un punto crucial de la estadística de bondad de ajuste: calcular la distribución del estadístico relevante en la prueba. Si en lugar de la prueba de Kolmogorov, uno considera otros funcionales de la muestra, la situación es similar, salvo excepciones muy sencillas.

- El tercer ejemplo que quiero mencionar se refiere a las ecuaciones en derivadas parciales excitadas por una fuerza externa que es ruido. El foco inicial de la teoría clásica de semi-martingalas, estuvo concentrado en las ecuaciones diferenciales estocásticas: se toma una ecuación diferencial ordinaria con trayectorias en  $R^n$  y se la perturba con ruido. El ruido puede ser, por ejemplo, un movimiento browniano a valores en  $R^n$  amplificado por un factor que depende de la posición (y que la veleidad humana ha decidido llamar “volatilidad”, hace algún tiempo).

Bajo condiciones muy generales la solución es un proceso de Markov cuya densidad de transición es la solución fundamental de una EDP parabólica, que se describe explícitamente en términos de la ecuación dada. Como suele ocurrir con frecuencia, una vez que se descubre que dos asuntos están íntimamente relacionados, nuevos progresos importantes se generan. Los resultados de análisis en EDP parabólicas han sido un insumo esencial para estudiar las difusiones y recíprocamente, el llamado cálculo de Malliavin se originó en la devolución hecha por la probabilidad al análisis, permitiendo probar resultados en EDPs por métodos probabilísticos.

¿Qué pasa si en lugar de partir de una ecuación diferencial ordinaria, partimos de una ecuación en derivadas parciales?

Digamos que el ruido posee propiedades similares al browniano en dimensión 1, del tipo independencia de incrementos (ahora múltiples, estamos en dimensión  $> 1$ ) o incluso gaussianidad. Se requiere desarrollar un cálculo estocástico en el que el tiempo sea multidimensional.

La descripción de los trabajos de Enrique sobre estos temas, obviamente habrá de ser somera y hasta superficial, por las limitaciones de tiempo. Me limitaré más bien a detallar un poco más algún aspecto y seré relativamente vago en la mayor parte. Antes de eso, quiero enfatizar un punto que sobrevuela todo su trabajo, y es la interacción permanente entre temas de aplicación, en estadística o en otras disciplinas y temas de matemática llamada pura (un adjetivo que uso, pero con desagrado, al fin y al cabo, implica que hay otra que sería impura...). Si bien esto es importante, no es lo que me resulta más característico: lo que más me ha llamado la atención en el trabajo de Cabaña es la facilidad con la que es capaz de pasar de la intuición sobre un fenómeno físico o económico al comportamiento matemático que lo representa. A veces he tenido la impresión de que para él, no es una interacción, es la misma cosa, hay un objeto único.

- Los primeros trabajos de Cabaña extendiendo la integral de Itô así como la fórmula del mismo nombre (para que la extensión pudiera ser empleada de manera útil) son a operadores Brownianos entre espacios de Hilbert, a los efectos de considerar ecuaciones diferenciales estocásticas en dimensión infinita, un paso natural para tratar EDPs estocásticas. Estos artículos fueron publicados en la segunda mitad de la década del 60 y en ellos se introduce lo que en alguna literatura se ha denominado la integral de Daletzky-Cabaña.
- Poco tiempo después, Cabaña publica una serie de artículos sobre la ecuación de la cuerda vibrante excitada con ruido. La solución se escribe como una integral estocástica con respecto al ruido bivariado, el cual es aquí como una distribución aleatoria en el plano tiempo  $\times$  espacio, con incrementos (dobles) independientes. El problema central es estimar la probabilidad de que la oscilación depase un cierto nivel - lo que Cabaña llama "el problema de barrera" que es el problema básico de la mecánica aleatoria - y la obtención de desigualdades finas para esa probabilidad.

En la serie de artículos de ese período, el autor recorre también el camino inverso: para estimar el problema de barrera para un proceso dado, o una cierta familia de procesos, Cabaña observa que se pueden escribir como solución de una cierta EDP estocástica, y usa su conocimiento de las soluciones de la misma para estudiar la distribución del máximo del proceso original.

- La interconexión entre las EDPs estocásticas y la extensión del cálculo estocástico clásico a los procesos con índice multiparamétrico, fue una constante del trabajo de Cabaña en esos años. Era un tema que inquietaba por su importancia y por lo limitado de los avances que se producían sobre él, a pesar de que existen innumerables aplicaciones en áreas diversas, incluyendo la física matemática, la oceanografía física y la mecánica aleatoria como demandantes más inmediatos.

Los intentos más conocidos de ese período fueron los de Wong y Zakai y de Cairoli y Walsh. Los primeros se habían hecho célebres a principios de los años 60 por su contribución a la solución de problemas de control estocástico y produjeron un cálculo estocástico multiparamétrico que no tuvo consecuencias comparables a sus trabajos sobre control. Uno de los trabajos del segundo equipo, que aparecieron como más promisorios en aquel momento, fue el uso de la integración estocástica para hacer un símil de la teoría de funciones holomorfas de una variable compleja. J. Walsh se orientó después de manera sistemática a la teoría de EDPs estocásticas, convirtiéndose en uno de los líderes del tema. Cabaña lo invitó a dar cursos durante su estancia en Caracas y luego también a Montevideo.

- Una idea de Cabaña que fue explotada de manera sistemática en sus trabajos, es la siguiente.

Sea  $\{W(t) : t \geq 0\}$  un proceso de Wiener standard y  $M_T = \max_{0 \leq t \leq T} W(t)$ . Entonces, si  $x \geq 0$ ,

$$P(M_T > x) = 2 P(W(T) > x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_x^{+\infty} e^{-\frac{y^2}{2}} dy$$

Este “principio de reflexión de Desiré André” era conocido y utilizado desde el siglo XIX, es decir, bastante antes de que el proceso de Wiener tuviera una definición precisa. Es posible que para tener una demostración rigurosa haya habido que esperar hasta los años 50 del siglo XX.

Un resultado exactamente igual se obtiene para el Wiener asociado a una medida  $\mu$  cuando el parámetro tiene dimensión  $d = 1$ . En cambio, no hay un resultado similar para  $d > 1$ .

Sin embargo, es sencillo probar que

$$P(\max_{t \in [0, T]^d} W_d(t) > x) \leq 2^d P(W_d(T, \dots, T) > x) = 2^d P(\xi > \frac{x}{\sigma})$$

donde  $\sigma^2 = \mu([0, T]^d)$  es la masa total de la medida  $\mu$ .

La observación interesante de Cabaña, es que hay una amplia clase de procesos estocásticos (uni o multiparamétricos) que se pueden sumergir en un Wiener con más parámetros (lo que significa considerarlos como una restricción del Wiener a un dominio más pequeño), con la astucia de elegir la medida  $\mu$  de modo que la cota obtenida para la cola de la distribución del máximo resulte fina.

El interés de estos trabajos de Cabaña y colaboradores en los años 70 y principios de los 80 (entre los cuales tuve el gusto de contarme) se vincula con los avances fundamentales que se operaron en esa década con relación

al problema de barrera, especialmente para procesos gaussianos.

En 1970, Larry Shepp, en esa época investigador de los Bell Laboratories en Nueva Jersey, que se había hecho célebre por su participación como matemático en el desarrollo de la tomografía computada, probó en un artículo conjunto con Landau, que si  $\{X_n\}_{n=1,2,\dots}$  es una sucesión gaussiana casi seguramente acotada, y  $M = \sup_{n=1,2,\dots} X_n$  entonces existen constantes  $C, \delta > 0$  tales que

$$P(M > x) \leq C \exp\left(-\frac{x^2}{2\delta}\right) \quad \forall x > 0.$$

Esto implica, en particular, que todos los momentos de  $M$  sean finitos. La demostración, que por cierto era bastante más complicada que los trabajos que lo habían hecho célebre, estableció una conexión directa entre la desigualdad isoperimétrica en la esfera y la distribución del supremo de procesos gaussianos, abriendo un cauce nuevo a los estudios de este tema.

En pocos años esta desigualdad fue mejorada, primero por el propio Shepp con M. Marcus, probando que  $\delta$  se puede elegir tan cerca como se quiera de  $\sup_{n=1,2,\dots} \text{Var}(X_n)$ , con el posible costo de agrandar la constante  $C$ , y luego por diversos autores, entre los cuales Sudakov, B. Tsirelson, C. Borell y X. Fernique. Cabaña y sus colaboradores estudiamos esos trabajos y Enrique invitó a Shepp y a Fernique a Caracas (este último a dictar un cursillo en el Primer Congreso Latinoamericano de Probabilidad y Estadística Matemática, en 1980).

Sin embargo, y a pesar de los avances sustanciales que se producían, una parte significativa del problema resistía: las desigualdades obtenidas dependen de constantes sobre las cuales sólo existen estimaciones groseras, y como consecuencia, los errores relativos cometidos al reemplazar el verdadero valor por su estimación suelen ser exponencialmente grandes cuando la "barrera"  $x$  crece. De modo que obtener estimaciones finas siguió siendo un problema central en la mayor parte de las aplicaciones y eso es lo que los métodos de Cabaña hacían posible en ciertos casos.

- Corresponde aquí una digresión un poco personal, que como verán tiene también un contenido matemático. Después de nuestra expulsión de la universidad por la dictadura militar, en octubre de 1973, asunto sobre el que volveré más adelante a propósito de otras cuestiones, la actividad matemática de algunos de nosotros se había resentido mucho. La llegada de Cabaña a mediados de 1978 a la Universidad Simón Bolívar (donde yo trabajaba desde hacía ya un año y medio) fue para mí un aliento decisivo en mi trabajo de investigación. Volví a ser su colaborador, en efecto, sobre los mismos temas que he mencionado hasta aquí. Estaba claro para nosotros que el desafío seguía siendo entender la distribución del máximo



de la hoja browniana en el cuadrado  $[[0, 1] \times [0, 1]$  modelo canónico que abriría la dura cerradura de los procesos multiparamétricos y sus grandes aplicaciones, del mismo modo que el Wiener uniparamétrico lo había sido para la teoría clásica.

El modo de razonar correspondía a cosas que eran bien conocidas. Precisemos un poco, a partir de lo que ocurre con un proceso estocástico a un parámetro  $\{X(t) : 0 \leq t \leq T\}$ ,  $X(0) = 0$ . Sea nuevamente  $M_T$  el supremo en  $[0, T]$  y  $u > 0$ . Si ponemos  $Y(t) = u - X(t)$ , entonces

$$\frac{\partial}{\partial z} P(M_T \leq u, X(T) \geq u - z) = \frac{\partial}{\partial z} P(Y(t) \geq 0 \forall t \in [0, T], Y(T) \leq z)$$

es decir, es la densidad de la posición del proceso  $Y$  en  $t = T$ , con el requisito adicional de que este proceso, que parte en  $t = 0$  del valor  $u$ , no cruce la barrera  $z = 0$  en el intervalo  $[0, T]$ . Si el proceso dado verifica una ecuación de difusión, esta densidad también la verificará para  $z > 0$  (“not feeling the boundary”). La cuestión es describir que pasa en el borde, es decir, cuando  $z \downarrow 0$ . Si se sabe hacer esto, tenemos un método que reduce el cálculo de esa densidad a un problema de EDPs e integrando una vez en la variable  $z$ , en  $[0, +\infty)$  tendremos la distribución del máximo. Este era un método conocido hacía bastante tiempo.

Pensamos que si podíamos tener una EDP que hacía el mismo trabajo en el caso multiparamétrico, procederíamos igual. Después quedaba un problema de análisis a resolver, que podría ser más o menos complicado. Cumplimos ese programa y a fines de 1979 enviamos el resultado al *Annals of Probability*, cuyo editor era Dudley, un especialista en el tema. A las dos semanas nos aceptaron el trabajo, con un informe arbitral que nos puso redondos de orgullo, en el que se decía que el resultado podía considerarse entre los más importantes de la Teoría de Probabilidad en los últimos 10 años.

Entonces nos pusimos a trabajar para extender el resultado al caso  $d \geq 3$ . Había cosas raras, que no entendíamos, hasta que tuvimos que inclinarnos ante el error, identificarlo y escribirle a Dudley para que no publicara el artículo. El número del *Annals* estaba en prensa, habían pasado algunos meses, pero afortunadamente se paró. Al poco tiempo publicamos allí un artículo con resultados más débiles sobre el mismo asunto. Los métodos son parecidos a los que mencioné, pero sólo producen desigualdades.

No sé si sirve como consuelo, pero casi 30 años más tarde, este problema permanece sin solución.

- Cabaña siguió trabajando y publicando en diversos temas de procesos de índice multiparamétrico a lo largo de los años siguientes, en realidad hasta

la época actual. En particular, quiero dar al menos el título de tres de ellos:

Primero, en sus investigaciones sobre pruebas de ajuste, cuando se trata de medidas sobre  $R^d$ ,  $d > 1$ , los teoremas asintóticos conducen naturalmente a procesos límite cuyo índice es multiparamétrico. Por lo tanto, resulta esencial entender el comportamiento de los funcionales definidos sobre ellos y poder establecer métodos eficientes para calcular sus distribuciones de probabilidad.

Segundo, ha publicado algunos trabajos sobre estructuras markovianas en los procesos multiparamétricos. Es un tema importante, en mi opinión, porque cada descubrimiento de propiedades markovianas naturales en estas funciones aleatorias implica un avance en la comprensión de un asunto particularmente difícil.

Tercero, desde principios de los años 80, Cabaña hizo aportes al estudio de los conjuntos de nivel de los procesos aleatorios multiparamétricos. Quiero destacar aquí un trabajo que considero particularmente inspirado (publicado en el SIAM Journal of Applied Mathematics en 1987), en el que usa las fórmulas para los momentos de integrales de funciones definidas sobre los conjuntos de nivel de un proceso multiparamétrico, para dar una prueba de hipótesis de isotropía de la ley de probabilidad del proceso (es decir, de invariancia de dicha ley bajo el grupo ortogonal). Es un ejemplo que considero muy bonito de mestizaje entre problemas de Estadística y Probabilidad.

- En los últimos 13 años, el centro de las investigaciones de Cabaña ha estado en el estudio, en colaboración con Alejandra Cabaña, de los procesos empíricos transformados (PET). Si bien no estoy en condiciones de dar una descripción detallada aquí, se trata de un procedimiento general para construir clases de pruebas de ajuste de distribuciones, que incluye el caso de medidas en espacios de más de una dimensión.

Estas pruebas de ajuste se basan en ciertas medidas aleatorias signadas, que juegan el mismo papel aquí que los procesos empíricos tradicionales en las pruebas de Kolmogorov-Smirnov y sus extensiones y generalizaciones. Las pruebas que se obtienen son consistentes ante cada alternativa fija y su virtud principal consiste en la posibilidad de elegir las funciones de score de modo de mejorar la potencia contra una sucesión dada de hipótesis alternativas contiguas.

Quizá las mejores referencias para la primera fase de este extenso programa de trabajo, sean los artículos de ambos autores en el Ann. of Statistics en 1994 y 1997 y la monografía que contiene el curso dictado por Enrique en

Mérida, Venezuela en 1997. En una segunda fase, los autores han examinado la comparación caso a caso de su método con los métodos clásicos de la estadística no-paramétrica (Cramér-Von Mises, Anderson-Darling, pruebas de normalidad, exponencialidad, simetría, y otros), mostrando las ventajas del uso de los PET por ellos introducidos.

### 3 El Profesor

Cabaña ha enseñado Matemática durante 50 años, en los medios y con las orientaciones más diversas. Por lo tanto, es imposible en esta reseña dar una descripción satisfactoria de su tarea como profesor y he elegido algunos puntos generales que me parecen relevantes, con riesgo de que el resumen diste excesivamente de la realidad.

- Su labor como profesor ha tenido una gran influencia en la generación de escuelas y grupos de trabajo en Probabilidad y Estadística Matemática, en Uruguay y en Venezuela. En mi opinión, en ambos casos, ha sido su labor de enseñanza, en el aula y en el diálogo con sus discípulos directos y las personas que ha orientado a la investigación, el principal aporte para la existencia de esas escuelas.
- Su influencia en la modernización de los cursos de Matemática en nuestra Facultad de Ciencias Económicas y de Administración fue decisiva. Cuando asumió como Profesor, a mediados de la década de los 60, la asignatura a su cargo era un curso para economistas y administradores, que sin embargo seguía básicamente los textos franceses de análisis matemático de principios del siglo XX, como Goursat o de la Vallée Poussin. En poco tiempo, pasaron a ocupar un lugar central los temas de optimización y otros aspectos vinculados con los intereses reales de los estudiantes. Paralelamente, desde hace unos 10 años, Enrique es el principal animador de la Licenciatura en Estadística, cuyo alumnado está formado mayoritariamente por estudiantes que tienen una formación económica y se proponen tener una formación sólida en Estadística, con una variedad de orientaciones aplicadas. Si señalo estos aspectos de manera específica, es porque son reveladores de la visión de Cabaña sobre la diversidad cultural de la Matemática. A veces, y es de lamentar, nuestros colegas, aún aquellos que tienen talento y habilidad técnica, ven nuestra disciplina de manera estrecha, limitada.
- También aquí quisiera hacer una referencia más o menos personal. En 1974, un grupo de matemáticos uruguayos fuimos a trabajar a la Facultad de Ingeniería de la Universidad de Buenos Aires, a raíz de la situación política imperante en nuestro país. Eso duró poco. Empezamos el 4 de febrero y nos destituyeron (junto a varios miles

de argentinos, por cierto) el 18 de septiembre de ese año.

A partir de allí, el grupo se dispersó en diversas direcciones, según las situaciones de cada uno. Pero, para los que se fueron de Buenos Aires, eso demandó algunos meses de contactos, organización, búsqueda de papeles y de oportunidades de trabajo o de estudio en otros países. Mientras tanto, nos reuníamos varias veces por semana a seguir un curso de estadística no-paramétrica que Enrique dictaba para sus colegas en su apartamento porteño. Era un tema que, visto desde hoy, estaba en sus albores, porque tuvo una gran expansión en las décadas siguientes; había aparecido el libro de Hájek y Šidák, "The theory of rank tests", que era entonces la biblia del tema de la inferencia basada en los estadísticos de orden. Yo no había sido antes su alumno en un curso y aprendí a conocerlo como profesor. Todavía guardo las notas que Enrique escribió, una mezcla impecable del arte de la combinatoria y de aplicaciones extremadamente interesantes, cuyo autor se las había arreglado para presentar de manera mucho más sencilla y atractiva que la literatura preexistente. Como quien dice, para entretener a aquel grupo humano que no sabía muy bien que iba a hacer de su vida en el futuro inmediato.

## 4 El pionero institucional.

Cabaña fue designado Director del Instituto de Matemática y Estadística de la Facultad de Ingeniería en 1970. Tenía 30 y pocos años, pero nadie pensaba que era demasiado joven, esas son cosas de ahora. El período que le tocó, hasta 1973, fue muy difícil, nada de lo que ocurría en Uruguay era apto para desarrollar la vida científica. Cuando vino la dictadura y la intervención de la universidad, Enrique consideró su deber intentar mantener la mayor unidad posible de los matemáticos uruguayos y fue él quien hizo las gestiones ante la Universidad de Buenos Aires con ese fin. Tuvo éxito, pero fue efímero, la situación argentina caía en picada.

Después de un tiempo en Santiago de Chile, en el Centro Interamericano de Enseñanza de la Estadística (CIENES), se instaló en Caracas en 1978, trabajando en la Universidad Simón Bolívar, y como dije antes, ejerció una influencia decisiva en la creación de una escuela de probabilidad y estadística matemática en Venezuela.

En 1986 regresó a Uruguay para ser el Subdirector del Programa de Desarrollo de las Ciencias Básicas (PEDECIBA), un programa original, dirigido de hecho por la comunidad científica, que tuvo no pocas dificultades para establecerse. A pesar que estamos en un país en el que la ciencia era considerada marginal o innecesaria, la historia del PEDECIBA es exitosa, y después de más de 20 años de su establecimiento, es probablemente

la estructura mas respetada y con mayor continuidad de nuestro medio científico, la referencia. El primer Director del PEDECIBA fue Roberto Caldeyro Barcia, un distinguido médico y fisiólogo, que fue a Caracas en junio de 1986 para invitar a Cabaña a que lo acompañara en la empresa. Enrique vino y se convirtió en la base del funcionamiento real del Programa. Poco después de la muerte de Caldeyro, Enrique fue nombrado Director.

Al regreso a Uruguay, Cabaña participó activamente en la creación del Centro de Matemática, y fue su primer director. Sus planes para que fuera un instituto central, como había sido el proyecto de Rafael Laguardia antes de la dictadura, chocaron con las estructuras feudales de nuestro sistema universitario y el Centro es hoy el instituto de matemática de la Facultad de Ciencias (que fue una creación posterior, a fines de 1990). En el 2000, Enrique fue nombrado pro-rector de investigación de la Universidad de la República, cargo en el que permaneció hasta el 2006.

Como se ve, las tareas de servicio a la comunidad han sido parte integrante de la actividad de Enrique Cabaña como científico. A ellas ha dedicado sus esfuerzos y su talento, además de a la investigación y a la enseñanza.

Para terminar, y especialmente teniendo en cuenta que es ésta una reunión internacional, quiero recordar como esa concepción de servicio se reflejó en Cabaña por una gran dedicación a construir instrumentos de unificación a nivel de América Latina. Fue su iniciativa la creación de la Regional Latinoamericana de la Sociedad Bernoulli. En 1980 Cabaña se puso en contacto con Klaus Krickeberg, a la sazón Presidente de la Sociedad Bernoulli internacional, para proponerle crear una sección en América Latina, como instrumento para reunir al (entonces) pequeño grupo de personas que hacían Probabilidad y Estadística Matemática en la región. Fue así que se organizó el CLAPEM 1 en Caracas, en el que participaron colegas de varios países. Constituida la Regional, Cabaña fue nombrado su primer presidente y se acordó que el segundo congreso se realizaría en San Pablo o, alternativamente, en Buenos Aires. Ello no fue posible, por motivos circunstanciales y entonces, para dar continuidad a la estructuración de una comunidad regional, Enrique propuso hacer el CLAPEM 2 nuevamente en Caracas, donde ya había un conjunto de jóvenes especialistas que tomó el asunto a su cargo. El CLAPEM 3 fue en Montevideo, al retorno del exilio y el CLAPEM 4 en México en 1990. Cuando éste se hizo, Enrique me dijo: eso realmente existe ...