

Задача. Найти длину гамильтонова цикла S_4 в полном графе

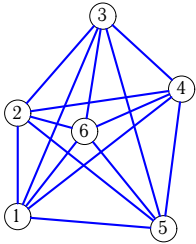


Рис. 8

K_6 (рис. 8) после четырех циклов решения задачи методом отжига. Дана начальная последовательность прохождения маршрута $\mathbf{V} = [1, 4, 3, 5, 6, 2, 1]$, последовательность замен вершин $\mathbf{Z} = [V_4 \rightleftharpoons V_6], [V_5 \rightleftharpoons V_6], [V_3 \rightleftharpoons V_5], [V_6 \rightleftharpoons V_2]$, где V_i – номер элемента в \mathbf{V} и выпавшие в процессе счета случайные числа $\mathbf{P} = 64, 62, 83, 71$. Снижение температуры происходит по закону $T_{k+1} = 0.5T_k$ от $T_1 = 100$. Верхнюю границу вероятности перехода на худшее решение рассчитывать по формуле (3.2).

Длины ребер заданы в таблице

| Ребро | $L_{i,j}$ | Ребро | $L_{i,j}$ |
|-------|-----------|-------|-----------|
| 1 – 2 | 19 | 2 – 6 | 13 |
| 1 – 3 | 41 | 3 – 4 | 20 |
| 1 – 4 | 39 | 3 – 5 | 41 |
| 1 – 5 | 27 | 3 – 6 | 22 |
| 1 – 6 | 20 | 4 – 5 | 26 |
| 2 – 3 | 24 | 4 – 6 | 20 |
| 2 – 4 | 31 | 5 – 6 | 23 |
| 2 – 5 | 35 | | |

Решение

1. Находим длину первоначального маршрута $\mathbf{V}_0 = [1, 4, 3, 5, 6, 2, 1]$ (рис. 9):

$$S_0 = L_{1,4} + L_{4,3} + L_{3,5} + L_{5,6} + L_{6,2} + L_{2,1} = 39 + 20 + 41 + 23 + 13 + 19 = 155.$$

Меняем порядок прохождения вершин. По условию задачи меняем местами четвертый и шестой элемент списка прохождения, т.е. вершины 5 и 2. Получаем новый список $\mathbf{V}_1 = [1, 4, 3, 2, 6, 5, 1]$ (рис. 10). Находим длину соответствующего маршрута

$$S_1 = L_{1,4} + L_{4,3} + L_{3,2} + L_{2,6} + L_{6,5} + L_{2,1} = 39 + 20 + 24 + 13 + 23 + 27 = 146.$$

Вычисляем приращение длины $\Delta S_1 = S_1 - S_0 = -9$. Так как приращение отрицательное, т.е. длина уменьшилась (решение улучшилось), то маршрут \mathbf{V}_1 принимается. Одновременно уменьшается температура $T_2 = 0.5T_1 = 50$.

2. Выполняем очередную замену. Меняем местами пятый и шестой элемент списка прохождения вершин. Получаем последовательность $\mathbf{V}_2 = [1, 4, 3, 2, 5, 6, 1]$ (рис. 11). Находим длину маршрута

$$S_2 = L_{1,4} + L_{4,3} + L_{3,2} + L_{2,5} + L_{5,6} + L_{6,1} = 39 + 20 + 24 + 35 + 23 + 20 = 161.$$

Вычисляем приращение длины $\Delta S_2 = S_2 - S_1 = 15$. Полученный маршрут оказался длиннее. Брать этот маршрут в качестве очередного в процедуре поиска минимума или не брать, зависит от вероятности перехода, вычисленной по формуле (3.2) и от выпавшего в генераторе случайных чисел значения P_2 (значение P_1 оказалось в решении не задействовано, на первом этапе полученный маршрут уменьшился). Так как после первого этапа температура уменьшилась $T_1 = 50$, то

$$P_* = 100 \cdot e^{-15/50} = 74.08 > 62 = P_2.$$

Выпавшее в генераторе случайных чисел значение P_2 попало в требуемый диапазон $[0, 74.08]$, следовательно, маршрут \mathbf{V}_2 принимается в качестве очередного, несмотря на то, что его длина больше.

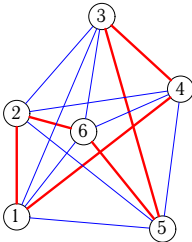


Рис. 9

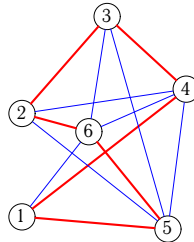


Рис. 10

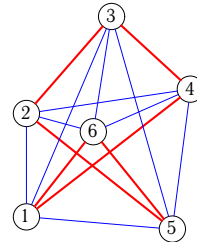


Рис. 11

3. Очередная замена элементов списка маршрута дает следующую последовательность $\mathbf{V}_3 = [1, 4, 5, 2, 3, 6, 1]$ (рис. 12). Находим длину маршрута

$$S_3 = L_{1,4} + L_{4,5} + L_{5,2} + L_{2,3} + L_{3,6} + L_{6,1} = 39 + 26 + 35 + 24 + 22 + 20 = 166.$$

Маршрут опять удлинился: $\Delta S_3 = S_3 - S_2 = 5$. Вычисляем верхнюю границу требуемого диапазона при температуре $T_3 = 0.5T_2 = 25$

$$P_* = 100 \cdot e^{-5/25} = 81.87 < 83 = P_3.$$

Генератор случайных чисел дал число $P_3 = 83$, не попадающее в необходимый диапазон, следовательно, последний маршрут не принимается в качестве очередного и алгоритм возвращается к предыдущему маршруту \mathbf{V}_2 .

4. Замена элементов 6 и 2 списка маршрута $\mathbf{V}_2 = [1, 4, 3, 2, 5, 6, 1]$ дает следующую последовательность $\mathbf{V}_4 = [1, 6, 3, 2, 5, 4, 1]$ (рис. 13).

Находим длину маршрута

$$S_4 = L_{1,6} + L_{6,3} + L_{3,2} + L_{2,5} + L_{5,4} + L_{4,1} = 20 + 22 + 24 + 35 + 26 + 39 = 166.$$

Маршрут удлинился: $\Delta S_4 = S_4 - S_2 = 166 - 161 = 5$. Уменьшаем температуру $T_4 = 0.5T_3 = 12.5$ и вычисляем верхнюю границу для допустимой вероятности

$$P_* = 100 \cdot e^{-5/12.5} = 67.03 < 71 = P_4.$$

Маршрут \mathbf{V}_4 не принят. Таким образом, после четырех циклов алгоритма выбран маршрут \mathbf{V}_2 длиной 161.

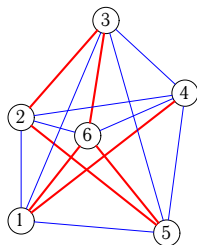


Рис. 12

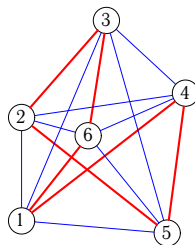


Рис. 13