

本期要目

- | | |
|--|-------------------------------|
| 一. 會務報導 (第 1 頁) | 五. 高中生為什麼要學微積分—張海潮教授 (第 13 頁) |
| 二. 第六屆華人數學家大會活動報導 (第 2 頁) | 六. 學術活動 (第 18 頁) |
| 三. 張介玉教授專訪 (第 7 頁) | |
| 四. 書介——一條線有多長? 生活中意想不到的 116 個數學謎題 (第 12 頁) | |

地址: 10617 台北市大安區羅斯福路四段 1 號
天文數學館 5 樓 中華民國數學會
<http://www.taiwanmathsoc.org.tw/>
E-mail: tms@math.ntu.edu.tw
TEL: 886-2-2367-7625/ 886-2-3366-2821
FAX: 886-2-2391-4439

一、會務報導

(一) 2013 中華民國數學會年會暨數學學術研討會

- 日期: 2013 年 12 月 6 日 (星期五) 至 8 日 (星期日)
- 地點: 國立中山大學
- 主辦單位: 中華民國數學會
- 承辦單位: 國立中山大學應用數學系

Plenary Speakers

- Neil Trudinger (Australian National University, Australia)
- 王慕道 (美國哥倫比亞大學數學系)
- 李瑩英 (臺灣大學數學系)

Special Invited Speaker

- Miyuki Koiso (Kyushu University, Japan)

Session Program

1. 數論與代數— Organizer: 余家富(中研院數學所)
 - 50 分鐘邀請講員: 張介玉 (清大數學)、章源慶 (成大數學)
 - 25 分鐘邀請講員: 蕭仁傑 (成大數學)、郭容妙 (中興應數)
2. 離散數學— Organizer: 張飛黃 (台師大數理學科)
 - 50 分鐘邀請講員: 翁志文 (交大應數)、董立大 (中山應數)
 - 25 分鐘邀請講員: 張惠蘭 (高雄應數)、李渭天 (中興應數)、嚴志弘 (嘉義應數)
3. 機率— Organizer: 蔡志賢 (中山應數)
 - 50 分鐘邀請講員: 李育嘉 (高雄應數)、黃啟瑞 (中研院數學所)
 - 25 分鐘邀請講員: 須上苑 (中央數學)、王家禮 (東華應數)、陳美如 (中山應數)
4. 統計— Organizer: 羅夢娜 (中山應數)
 - 50 分鐘邀請講員: 銀慶剛 (中研院統計所)、程毅豪 (中研院統計所)

- 25 分鐘邀請講員：黃怡婷 (台北大學統計)、黃文瀚 (中興統計所)、陳瑞彬 (成大統計)、Toshiaki Watanabe (渡部敏明, Institute of Economic Research, Hitotsubashi University, Japan)、Daisuke Nagakura (長倉大輔, Department of Economics, Keio University, Japan)、Zhou Wang (周望, Department of Statistics and Applied Probability, National University of Singapore)
- 5. 偏微分方程— Organizer：羅春光 (中山應數)
 - 50 分鐘邀請講員：劉太平 (中研院數學所)、許正雄 (中央數學)
 - 25 分鐘邀請講員：陳兆年 (彰師大數學)、吳宗芳 (高雄應數)、劉家成 (香港中文大學數學)、林景隆 (成大數學)
- 6. 動態系統與生物數學— Organizer：黃信元 (中山應數)
 - 50 分鐘邀請講員：石至文 (交大應數)、李明佳 (交大應數)
 - 25 分鐘邀請講員：李俊璋 (新竹教大應數)、吳昌鴻 (台南應數)、羅主斌 (靜宜財數)
- 7. 幾何— Organizer：何南國 (清大數學)
 - 50 分鐘邀請講員：夏杼 (成大數學)、饒維明 (中央數學)
 - 25 分鐘邀請講員：蔡忠潤 (臺大數學)、齊震宇 (臺大數學)、邱鴻麟 (中央數學)
- 8. 計算數學— Organizer：吳金典 (交大應數)
 - 50 分鐘邀請講員：黃杰森 (中山應數)、劉晉良 (新竹教大應數)
 - 25 分鐘邀請講員：朱家杰 (清大數學)、林敏雄 (中正數學)、鄧君豪 (交大應數)
- 9. 分析與最佳化— Organizer：徐洪坤 (中山應數)
 - 50 分鐘邀請講員：陳界山 (臺師大數學)、金小慶 (澳門大學數學)
 - 25 分鐘邀請講員：杜威仕 (高師大數學)、陳鵬文 (中興應數)、何炳生 (南京大學數學)

相關訊息將不定期更新資訊於年會網站 (<http://amms2013.math.nsysu.edu.tw/bin/home.php>)。

二、第六屆華人數學家大會 (The Sixth International Congress of Chinese Mathematicians) 活動報導

(一) 緣起

第六屆華人數學家大會 (ICCM 2013) 於今年 7 月 14 日至 19 日在台北舉行。華人數學家大會每三年舉辦一次,第一屆於 1998 年 12 月在北京舉行,第二屆於 2001 年 12 月在台北舉行,第三屆於 2004 年 12 月在香港舉行,第四屆於 2007 年 12 月在杭州舉行,第五屆於 2010 年 12 月在北京舉行,今年的第六屆首度在暑假期間舉行。

會議第一天 (7 月 14 日) 在圓山飯店開幕,上午頒發晨興數學獎,下午則是論壇及兩個通俗演講,晚上另有新世界論文獎的頒獎典禮。接下來的五天 (7 月 15 日至 19 日)主要是學術

演講，上午是大會演講，下午則是四十五分鐘邀請演講及十五分鐘的投稿演講。

(二) 晨興數學獎頒獎典禮

晨興數學獎頒予四十五歲以下在基礎數學和應用數學有傑出成就的華人數學家，藉此表彰他們的卓越表現，鼓勵他們開天闢地和追求數學真理。

晨興數學獎於一九九八年創立，並三年一度在中國、香港和台灣舉行的世界華人數學家大會開幕禮上公布得獎人和頒發獎項。由丘成桐教授領導多位國際知名數學家組成評選委員會，負責評選各獎項得獎人。本次的委員是 Professor Richard E. Borcherds (加州大學柏克萊分校)、Professor John H. Coates (劍橋大學)、Professor Simon K. Donaldson (英國倫敦帝國學院皇家學會)、Professor Björn Engquist (德克薩斯大學奧丁分校)、Professor Gerd Faltings (德國馬克思普朗克數學研究所)、Professor James G. Glimm (紐約州立大學石溪分校)、Professor Dorian M. Goldfeld (哥倫比亞大學)、Professor Benedict H. Gross (哈佛大學)、Professor Victor W. Guillemin (麻省理工學院)、Professor Yuri I. Manin (德國馬克思普朗克數學研究所及美國西北大學名譽教授)、Professor Stanley J. Osher (加州大學洛杉磯分校)以及丘成桐教授 (哈佛大學)等十二位。今年得獎的名單如下：

獎項名稱	得獎人	介紹人
晨興數學卓越成就獎	張益唐 (美國新漢普郡大學)	Dorian M. Goldfeld (哥倫比亞大學)
晨興數學金獎	何旭華 (香港科技大學)	翟敬立 (中央研究院)
	田野 (中國科學院)	John H. Coates (劍橋大學)
晨興應用數學金獎	顧險峰 (紐約州立大學石溪分校)	丘成桐 (哈佛大學)
晨興數學銀獎	張介玉 (國立清華大學)	于靖 (國立臺灣大學臺大數學科學中心)
	李小青 (紐約州立大學水牛城分校)	江迪華 (美國明尼蘇達大學)
	徐浩 (哈佛大學)	劉克峰 (浙江大學)
	蔡岱朋 (加拿大英屬哥倫比亞大學)	姚鴻澤 (哈佛大學)
ICCM 國際合作獎	Jean-Pierre Serre (法蘭西公學院名譽教授)	李文卿 (國家理論科學研究中心) 于靖 (國立臺灣大學臺大數學科學中心)
陳省身獎	李嗣涔 (前國立台灣大學校長)	林長壽 (國立臺灣大學)
	連文豪 (美國布蘭戴斯大學)	王金龍 (國立臺灣大學)
晨興優秀數學教師獎	潘承彪 (中國農業大學、北京大學數學系)	



嘉賓與得獎人合照

(三) 七月十四日下午研討會

「開啟我們的未來：政府政策如何促進基礎科學發展」論壇由晨興集團聯席創辦人陳樂宗博士主持，與談者有香港城市大學校長郭位教授、中央研究院院長翁啟惠教授以及國立交通大學校長吳妍華教授。

接下來由國立清華大學資訊工程學系蒙民偉榮譽講座教授劉炯朗教授主講「搭橋的藝術」，從 1736 年 Leonhard Euler 所解決的著名的「柯尼斯堡七橋問題」作起點，繼而邁往現今的應用成果。

最後由加州大學聖地牙哥分校數學與電腦科學系 Ronald Graham 教授主講「數學的魔力」，重點闡明魔術之謎和雜耍藝術，與數學的箇中關係。



左起：郭位校長、吳妍華校長、陳樂宗博士以及翁啟惠院長。

(四) 七月十五日至十九日的學術演講

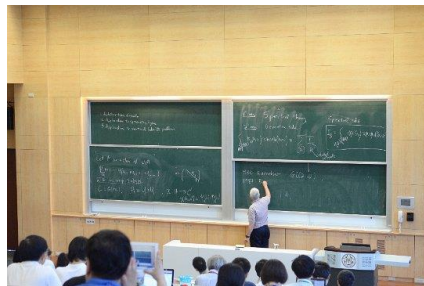
接下來是五天的會議，首先是由中央研究院頒發名譽院士給 Jean-Pierre Serre 教授，並請 Serre 教授給開場的第一個特別演講 Historical



remarks on cohomology；由於 Serre 教授的名氣超強，會場擠爆，晚來的人只好到其他會場看他的現場轉播演講。

接下來是三個時段，各有兩位同時進行的一小時大會演講。以下每一天的方式也是上午先有一位晨興講座，再有三個時段各兩人的大會演講。而每天的下午都有三個時段，各有十至十四位同時進行的四十五分鐘邀請演講。接下來是一些十五分鐘的投稿演講。

整體來說，各個領域的演講都很精采。



以上照片提供：臺大數學科學中心

(五) 張益唐與孿生質數

本次會議中一個醒目的事情是，晨興集團新產生了一個「晨興數學卓越成就獎」，藉以表揚在新漢普郡大學數學和統計系擔任講師的張益唐 (Yitang Zhang) 在孿生質數猜想前進了一大步。

早在二千多年前歐基里得就在《原本》中證明質數有無窮多個。不過質數在所有自然數裡面越來越稀疏，高斯曾經猜測在 n 以內的質數大約有 $n/\ln n$ 個，這個猜想在 1896 年由阿達瑪 (J. Hadamard) 和瓦里普桑 (C. Vallée-Poussin) 兩人獨立證明，史稱質數定理，到了 1980 年代甚至被簡化到兩三頁的證明。

不過質數的出現並不均勻。比方說，對於任意正整數 k ，介於 $k! + 2$ 與 $k! + k$ 之間的數都不是質數，也就是說，你想要第 i 個質數和第 $i+1$ 個質數相差多遠都有可能。另一方面，質數也經常成對差 2 出現，例如 3 和 5、5 和 7、11 和 13、17 和 19、29 和 31、10016957 和 10016959 等，這樣的質數對稱為孿生質數。存在無窮多對孿生質數的事實，是數論中著名未解決的問題，這個猜想正式由希爾伯特在 1900 年國際數學家大會的報告上第 8 個問題中提出。其實，在 1849 年 de Polignac 就已經提出一般的猜想：對所有自然數 k ，存在無窮多個質數對 $(p, p+2k)$; $k=1$ 就是孿生質數猜想。

張益唐在今年初證明了：存在無窮多質數對，其距離小於 70,000.000，這個數字雖然和 2



左起：張益唐教授、丘成桐院士。
照片提供：臺大數學科學中心

有很大差距，但是數學家看重的是，如何從無限跨到有限的新方法。確立了固定距離的存在，就足以證明有無窮多質數不孤獨，這是研究突破的一大步。

張益唐把他的論文《Bounded gaps between primes》投到 *Annals of Mathematics*，立刻被審稿人看出這是一流的數學工作，是一個「大躍進」，論文很快就被接受。今年 5 月 13 日，張益唐到哈佛大學發表主題演講，介紹他的論文。5 月 14 日《自然》雜誌對此做了報導。他的成就立刻引起學術界的轟動，美國各大研究機構紛紛向他發出邀請。

張益唐另一引人注意的是他坎坷的職業生涯。他在北京大學取得學士及碩士學位後，於 1985 年赴美國普渡大學攻讀博士學位，師從華人代數專家莫宗堅。他的論文主要是代數幾何中困難的「雅克比猜想」，取得了一些進展，但後來並不滿意而沒有發表。張益唐 1992 年拿到博士學位後，由於找不到學術工作，曾經幹過臨時會計、餐館幫手、送外賣等雜活。縱使在四處漂泊、生活艱辛的日子裡，他仍然保持研究數學的熱情。1999 年，張益唐總算在新漢普郡大學找到一份非編制的助教工作，幾年後又當上講師。在教學任務繁重，並且沒有科研經費的情況下，他仍然擠出時間來做自己感興趣的數學難題，最後取得卓越的成就。他的成功，主要的原因就是「堅持下去」這四個字。

(六) 張介玉獲得晨興數學銀獎

相關報導請參考本期電子報張介玉教授專訪。

(七) 新世界數學獎

「新世界數學獎」為頒給全球傑出華人數學學生的獎項，於 2007 年由新世界發展主席及執行董事鄭家純博士與丘成桐教授共同設立，並由新世界集團及中華青年精英基金會捐資，旨在鼓勵華人學生鑽研數學，增進海內外青年數學家的交流。

新世界數學獎過去台灣得獎者：

(1) 得獎論文是在台灣的大學所完成

2007 學士金獎：蔡政江 (臺灣大學, 現於 Harvard 大學博士班)

2007 碩士金獎：陳乃嘉 (清華大學, 現於 Minnesota 大學博士班)

2010 碩士金獎：王賜聖 (中央大學, 現於臺灣大學博士班)

(2) 得獎者為台灣人，但論文是在國外大學所完成

2007 PhD 銀獎：余正道 (Harvard 大學, 現任教於臺灣大學)

2010 PhD 金獎：齊震宇 (Harvard 大學, 現任教於臺灣大學)

2010 PhD 金獎：曾于容 (Stanford 大學, 現任教於 Harvard 大學)

2010 PhD 銀獎：藍凱文 (Harvard 大學, 現任教於 Minnesota 大學)

2011 PhD 銀獎：陳泊寧 (Harvard 大學, 現任教於 Columbia 大學)

2011 PhD 銅獎：蔡忠潤 (Harvard 大學, 現任教於臺灣大學)

2013 PhD 金獎：林昱伸 (Harvard 大學)

**資料整理：王金龍教授(臺灣大學數學系)

三、張介玉教授專訪

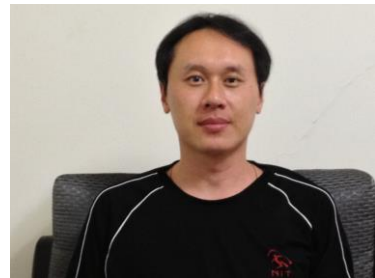
編按：首先恭喜清華大學張介玉教授榮獲晨興數學獎銀獎。除了這個獎，張介玉教授也同時獲得今年度國科會吳大猷獎、傑出研究獎、中研院年輕學者研究著作獎以及 2012 年中華民國數學會青年數學家獎。張介玉教授和陳俊全教授是歷年來唯二的二位在台灣拿到博士學位並獲得晨興數學獎肯定的數學家。相信他們二位的獲獎一定能帶給大家（特別是在台灣畢業的博士）更多的鼓勵及支持。為了爭取時效，我們透過書面進行此次專訪。我們相信張介玉教授所提供的寶貴經驗及建議應該能帶給大家很多建設性的思維及參考。

問：先請你談談得獎感言。

答：首先謝謝丘院士和晨興集團設立這個獎項勉勵年輕華人數學家。有幸獲獎，我很感謝我的指導教授于靖院士，謝謝他過去用心的指導，特別是他花很多時間與心思栽培年輕人。如果我有任何研究成果值得被提及，這都歸功於于靖院士、Greg Anderson、Dale Brownawell 以及 Matt Papanikolas 等教授，謝謝他們在我目前的研究領域為我打下重要的理論基礎。感謝清華大學的栽培，從大學到博士班我都是在清華就讀，第一份正式教職也是在清華。另外我要特別謝謝理論中心，因為這個國際級研究中心的存在，讓我從學生時代開始就有很多機會與國外學者交流，並且多次使用中心的資源出國訪問與開會，這些國際接軌經驗對我的研究幫助非常大；如果沒有于院士和理論中心，我沒有機會獲獎。最後我要感謝我的家人，謝謝他們長期在我背後支持與勉勵。

問：和國際數學家的交流是非常重要的，你如何跨出這一大步並且做出國際認同的成果？是不是也可以和大家分享這中間的過程及經驗？

答：我是 2002 年夏天開始跟著于靖院士學數論，那時候于院士是理論中心主任，數論相關的學術活動大部分都在理論中心舉行。長年下來，到理論中心訪問的國際學者不少，這樣的機緣讓我跟國際交流有個起點。2004 年的夏天，我在當學生的時候，德州農工大學的 Papanikolas 教授來訪一個月並且給



張介玉教授，2000 年清華大學大學部畢業；2007 年清華大學數學博士；2007-2011 年於中央大學及理論中心從事博士後國防役；2011 年起應聘到清華大學數學系；目前為清華大學數學系助理教授。



照片提供：臺大數學科學中心

了系列演講（當時我還沒開始做論文）。我對他的演講題材（函數體上的超越數論）很感興趣，所以主動跟他談了一些。雖然我還沒有這方面的相關背景，很難深入討論，但不難看出他演講的內容應該是突破性的工作（此工作 2008 年發表在 *Inventiones*）；那個夏天我常拿著演講筆記和于院士討論，也請益了有哪些背景知識需要唸，就這樣讀了相關的論文慢慢補起這領域的預備知識。2005 年的夏天，我正準備申請博士生千里馬計劃出國訪問，Papanikolas 教授的文章剛寫好 (preprint)，于院士建議我熟讀他的文章後去他那兒訪問，因此我 2006 年在德州訪問了 10 個月。後來因為研究上合作的關係，透過理論中心的支助，這幾年來我們經常互訪，建立起長期合作的模式。

2006 年在德州訪問期間，我去加拿大溫哥華參加 CNTA (兩年一次的加拿大數論大會) 並且給了 20 分鐘的 contributed talk。那是我第一次在國外演講，而且沒有華人在場，那次用英文演講和獨立回答問題的經驗很特別，勇敢跨出了這一步，爾後到國外參加會議或 Seminar 演講就習以為常（參加國際研討會的經驗讓我獲益良多並且逐漸補足國內求學所欠缺之處）。2008 年我去法國諾曼第參加了為期三天的函數體會議，雖然那次並沒有被邀請演講，但見了這領域的幾個重要學者，之後在一些會議場合又碰頭，幾次碰面下來就漸漸認識這領域一些較活躍的學者，也促成了幾次的互訪。後來只要有函數體相關的會議我幾乎會參加，慢慢有些演講邀約，透過演講和私下討論的交流，讓我了解到這領域的最新發展以及別人在做哪些問題，哪些題材是重要的方向等；而且藉由演講也可以測試自己研究的題目是否會引起他人的興趣（看聽眾的反應），這對於選找題目經驗有所助益。雖然做研究找問題不需刻意迎合他人的興趣，但適度的拿捏問題的有趣性是有必要的學習過程，畢竟我們都希望自己的工作可以在國際上受到重視。

2007 年博士畢業後我到了幾個地方訪問（大部分都是研討會上認識促成的），印象比較深刻的是 2009 年到德國的 Essen 訪問 Bockle 教授。在 Essen 的兩個月，每週固定一天參加他們的 Seminar 活動：一場是數論，一場是代數幾何，一場 Colloquium。Bockle 的數論和 Esnault 及 Viehweg (當時還沒過世) 的代數幾何兩個研究群整合的相當好，他們都會參加彼此的 Seminar，因此 Seminar 的聽眾（教授、訪問學者、博士後、博士生）總是維持在 30--40 人之多。也因為 Seminar 的強度夠，長期訓練下來，我在那看到的博士生和博士後演講內容都有一定的水準。那次的訪問對我的刺激不小，這樣的薰陶也直接反應在個人的研究上（自己有篇論文中關鍵的突破就是在那時候完成）。

問：你於 2007 年獲得清華大學博士學位後於 2007 年到 2011 年分別於中央大學及理論中心從事博士後國防役。對於在台灣所受的博士養成教育你有甚麼樣的體驗？4 年博士後國防役對你的影響是甚麼？

答：關於我個人博士階段的教育體驗，可以分成兩個部分來談：前半段的基礎階段和後半段的做論文階段。于院士 2002 年到清華任教，他用心規劃了幾年研究生數論 program。在這基礎階段又分兩個部分：課程和 students' seminar。在課程部分，于院士本身除了開數論相關課程外，透過理論中心他和其他幾位老師合開代數幾何、表現理論、自守型式、丟翻

圖幾何等課程。因為數論要學的東西不少，以國內人力分佈來看，當時透過這樣合作模式來達到數論課程規劃的完整性的確很成功。

對學生而言，除了修課，收穫最多的是參與 students' seminar。當時于院士的學生和助理（準備出國留學）不少，因此每週安排一天的 students' seminar（三到四場 90 分鐘的報告），因每個學生讀的方向都不一樣，藉由聽報告從中學新東西，等於輔助與加強了課程完整性。另外，于院士對學生台上報告的要求是嚴格出了名，從小地方到大方向，只要談數學，絲毫馬虎不得。與學者交流，最自然的起始點不外乎研讀文章或聽演講/演講，而于院士對 presentation 的嚴格要求也對我後來與國際接軌的過程打下最重要的基礎。

我的博士班前三年是唸書基礎階段，到了博四上才開始做論文，可能當時做的題材相關背景掌握夠熟悉以及研究過程有些好運，在千里馬計劃出國（博四下和博五上）前就已做出一個完整的結果。博四下帶著于院士給的第二個問題到德州農工大學訪問 Papanikolas 教授，到美國三個月後這個問題就順利解決了。升博五的時候就確定隔年可以畢業並且準備服國防役，在美國剩下的那半年（博五上）就選擇挑戰性高的問題和 Papanikolas 教授一起合作。

用千里馬計劃出國訪問那十個月是個很棒的經驗。研究方面，每週幾乎 Papanikolas 教授到學校的時間我們都會會面討論（他家住休士頓，距離學校有 90 英哩遠，所以他每週只到學校三天），他算是給我很多時間討論數學的。而我們之間的師生關係就像朋友般，他不曾給我壓力，但可能過去在台灣受于院士的嚴格訓練以及自我的期許，每次會面準備報告都是戰戰兢兢，而每週兩三次的壓力使然，那段期間研究進展頗順利。除此之外，我利用在美國那段期間參加了幾次會議也到幾個學校給演講，沒有老師在身邊的情況下，自己必須回答問題，這樣的經驗累積讓我逐漸獨立、脫離對指導教授的依賴。

畢業後，我到中央大學和理論中心做了四年博士後（國防役），在這段時間，因為不需要教課也沒有其他 duty，我心無旁騖專心在研究上，在此期間也彈性運用出國訪問和參加會議，對我而言是加強研究深度的黃金時期。

問：你是否曾經擔心過本土博士不容易找到工作？如果是的話，對於有同樣困擾的人，你有甚麼樣的建議？對於國內博士生或本土博士，有甚麼學術資源可使用？

答：還沒確定找到工作前，當然心情多少會忐忑不安。當我還是學生階段，離找工作還很遠，所以也不會想太多，當時目標是希望做出有品質的博士論文可以畢業，而等到確定可以畢業時，因確定隔年畢業後要服四年的國防役，離找工作還是有段時間。等到開始做博士後，還有四年之遙，煩惱工作也無濟於事，所以當時心思都放在研究上。我們都知道數學文章投稿發表需要時間，現在回想起來，選擇做四年的國防役是個很正確的選擇，這讓我能夠專心在研究上（雖然很多人認為四年很長），不會因找工作需要論文而急著寫文章投稿；等到做出覺得不錯且完整的結果，對於未來找工作心情就比較篤定，至少會覺得找到工作的機會比較大。

至於所提的第二個問題，我很難說能給他人什麼建議，但我會自問：假如我重新來過，我會怎麼做？我的答案是我會給自己五年博士後衝刺（當然，這可能需要有老師幫忙申請博士後工作），努力做好的研究、培養找問題做問題的獨立能力以及加強國際經驗。如同剛才所說的，做研究和文章投稿都需要時間，假如有幾年安心做研究，可以試著自己找（脫離對指導教授的依賴）且做比較深入的問題，把問題做完整再投稿。除此之外，本身會希望在博士後期間加強與國際的交流，彌補在國內求學的不足，至少要在同行間走出自己的路，讓相關領域的國際學者知道自己的存在及貢獻。如果五年內走不出來，我可能會選擇離開學術界找其他工作，畢竟還是得過生活。找工作變數本來就很多，而且每年的情況可能不太一樣，盡人事後只能順其自然，因為其他並不是自己可以掌握；但我想如果做好上述幾點（這是自己可以努力的方向），找到工作的機會應該會大些。

關於學術資源，除了各大學本身有經費可以使用（如五年五百億）外，若想長時間到國外訪問，國科會有千里馬計劃可以申請，理論中心也有（但有些原則上的限定，詳情可以參考理論中心網頁上的規定）；出國開會也可以跟國科會或理論中心申請。數學推動中心有做補助相關資源詳細整理，有興趣可以上網查詢。

問：你的研究已經獲得眾多的肯定，你下一步有甚麼規劃？對於在國內就讀的博士生，你有什麼樣的具體建議？

答：我下一步的規劃是好好做自己感興趣且覺得重要的問題，希望可以做出自己的價值。對於在國內就讀的學生，我依本身的經驗比較優缺點後有下列幾個建議

I. 課程的完整性

我個人覺得在博士生階段，有些重要的 topic 必須接觸過；如果一個系無法提供該領域很完整的 graduate program，那麼修課就不必只限制在自己的學校，畢竟台灣很小、人力有限，放大格局跨校修課會有所幫助；舉例來說，目前清交都沒有 abelian variety 的課，對這 topic 有興趣的學生就應該到台大或中研院學，當然另一個方式是自己唸。

II. 多參加國內外學術活動

不論人在國內或國外，我會鼓勵學生多參與適當的 seminar 和 conference；在國內就讀很容易受到同儕的影響，但在外頭厲害的人多的是，有機會走出去多交流，感受不一樣的研究風氣，對自己會有更多的刺激和砥礪。而多聽演講除了瞭解其他人的長處（有研究上的需求才知道可以向誰請益）外，也可以放大自己的研究視野，多看多聽好的數學家如何呈現漂亮的數學會有助於靈感啟發，並且對自己看問題的觀點會有幫助。舉自己的例子來說，于院士 2005 年在中研院辦了 Winter School on Number Theory，找紀文鎮教授講了一系列的 Abelian varieties 上的 Galois 表現，演講過程紀教授提及了 Mumford-Tate 猜想，我當時對這個猜想一知半解，只隱約印象兩種來自不同地方的群應該要一樣。我在 2006 年的夏天和 Papanikolas 教授開始合作函數體上的 Gelfond 猜想，而解決這個猜想的第一步需要證明 Drinfeld 模週期猜想，然而 Drinfeld 模的 rank 很高時，這問題極為

複雜，好長一段時間都無從切入；但 2007 年底我想起紀教授的演講，於是翻出演講筆記試著 formulate 我們研究上需要的 Mumford-Tate 猜想之類比，這只要證的出來配合 Pink 在 Galois image 的結果，那 Drinfeld 模週期猜想就只是 corollary；雖然想出證明是半年後的事，但當初想出這條路是很重要的一步，很慶幸當時有聽紀教授的演講並且做筆記，這樣的經驗至今回想起還是很令人振奮。

III. 做問題須秉持熱誠

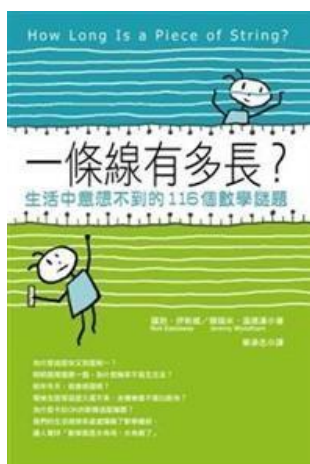
我會鼓勵學生，如果想做一個感興趣的問題就應該要表現出足夠的熱誠，也就是得下功夫對相關題材做徹底的了解，對於問題的深度和相關知識要有足夠的掌握，有機會得試著自己找問題，盡可能不要為了生論文而找小問題做，應該朝著自己有興趣、覺得有發展性的方向努力；目標應期許自己幾年後可以成為該領域的主要研究學者之一。只要秉持這樣的信念和熱誠，很自然會想找機會去訪問該領域頂尖的學者，設法讓自己的研究更上層樓，畢竟有些原始的數學想法並不會寫在論文上，透過當面的討論是最實質的幫助，跟一流的學者學習有助於跟上國際水平並且自我突破。

IV. 演講報告 (presentation) 的嚴格要求

做數學必須要走向國際化，和國外學者多交流並掌握國際上相關領域的最新動態。我個人認為要做好國際接軌，除了研究成果外最重要的是有好的演講報告，而這點是可以在國內漸漸培養起的習慣，也是老師可以幫助學生最直接的地方。有此一言：聽演講可看出這演講者在這領域的數學涵養以及掌握的深度。我會建議在國內就讀的同學，不論在任何場合演講報告，都要用高標準自我要求；英文不是我們的母語，如果用中文演講都講不好，那到國外去更別奢求會有好表現。要建立自己的聲譽並不容易，需要時間累積，但公開場合演講講不好給人印象會很糟，以後得花更多時間扭轉，那很划不來。再者，嚴格要求自己的演講內容有助於更了解相關問題的來龍去脈，這對看問題、方法操作的熟悉度、寫論文要如何呈現結果等都有直接的幫助。

整體而言，台灣的學術環境很難跟國外一流大學並駕齊驅，我們的人力、財力、資源等都有限；地理位置的受限也無法像部分西方國家學術交流之便利；比如在歐洲，相鄰國家可能搭個火車就可以參加 seminar 或 conference。比起國外，在台灣就讀在某些方面還是有優勢在，比如說師生互動的時間比在國外的情況來的多（不是絕對，但普遍來說似乎是如此），相較於國外求學，在台灣唸書有很多時間可以跟老師討論並學到東西（國外的學生比較獨立），但相對的，如果過度於依賴老師未來找工作會讓人詬病。只要看清楚自己的優缺點，透過適當的資源加強自己不足之處，在國內立好根基後再出國交流，好好耕耘是可以有所作為，既使在國內就讀還是可以達到某種程度的競爭力。以上只是個人的一些淺見僅供大家參考。

四、書介：一條線有多長?生活中意想不到的 116 個數學謎題



作者：羅勃·伊斯威 (Rob Eastaway)、傑瑞米·溫德漢 (Jeremy Wyndham)

譯者：蔡承志

出版社：臉譜文化

出版日期：2008 年 4 月 25 日

書介作者：黃國卿 教授

本書是「為什麼公車一次來三班？」的姊妹作。作者承續前一本書的風格，取材自日常生活的例子，雖似難登大雅之堂，但看了作者所提供出人意表卻極有意義的解答後，讓人樂趣無窮，難怪作者要說：「這不是教科書——這是本休閒讀物」。

全書分 16 章，共 116 個來自生活中的數學謎題。不過，各章的主題並沒有絕對的關聯，因此，想看那一章就看那一章。

數學就在日常生活中，像疾病或八卦新聞的傳播可以用簡單的等比級數說明清楚，但大部份的例子，其中所隱含的數學模式卻不易為一般人所察覺。作者以深入淺出的方式，娓娓道來，即使像音樂與數學的關聯、碎形與混沌等學術味道頗濃的題材，仍舊讓人覺得趣味盎然。作者也加入心理層面的探討，雖不是什麼新鮮事，但像男士小便斗的算術問題，則令人心有戚戚焉。當面臨各式各樣的選擇與做決策時，怎樣做才算拿捏得當，並獲取最大利益？作者舉了相當多例子來說明，並提供了必要的數學知識。誠如「水能載舟，亦能覆舟」，作者一方面說明統計數字如何騙人，另一方面也說明如何利用統計數字防止受騙，形成有趣的對比。另一個有趣的體驗是，搭計程車時總不免會懷疑是否被佔了便宜？或許作者的註解可以讓您節省荷包。還有一些例子，如果運用巧思甚至可以打敗電腦呢！

尋找數學模式並解決問題是本書最主要的課題，但不必嚴肅看待。總的來說，這是一本老少咸宜的科普書籍，相信讀者可以從閱讀中獲得許多樂趣。

五、高中生為什麼要學微積分—張海潮教授

高中生為什麼要學微積分？這個問題至少有兩個答案：第一是微積分的發明在數學及相關問題上的突破，值得高中生學習。第二是微積分的方法對高中階段能夠解決的問題有所幫助。

我們將從這兩個角度論述，當然，任何一個學科都有值得學習的理由，以現階段高中生的程度學習微積分是否有困難？關於這個問題，我們會在本文的末段討論。



(一) 微積分的起源

微積分的發明源自四大問題：

- (1) 嘗試了解非等速運動。
- (2) 研究曲線的切（法）線。
- (3) 求函數的極值。
- (4) 求曲線（面）圍出的面（體）積，和曲線的弧長。

本節將以 (1) 所言運動學的部分略加說明微積分的起源與成就。研究運動者早先對速度的理解，簡單的說，是平均速度，即以行經的距離除以經過的時間。當時間從 t_1 到 t_2 ，且質點在直線上的位置從 s_1 改變到 s_2 時，平均速度就是 $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ 。但是由於在這段時間內，質點

的位置可能既前進又後退（最極端的情形是 $s_2 = s_1$ ，平均速度 = $\frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1} = 0$ ），因此嘗試儘量縮小 $t_2 - t_1$ 來計算平均速度應該是比較精準的做法。但是一再縮小 $t_2 - t_1$ ，不免得考慮 $t_2 - t_1 = 0$ 的情形，此時 $s_2 - s_1$ 當然也等於 0，於是平均速度的公式就變成了 $\frac{0}{0}$ ，這是一個無意義的表示。

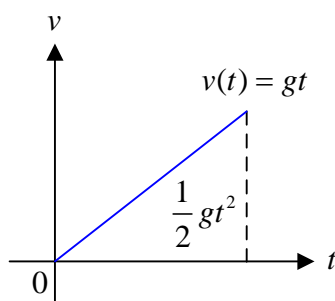
現在，我們知道速度的正確表示應該是 $\lim_{t_2 \rightarrow t_1} \frac{s_2 - s_1}{t_2 - t_1}$ ，但是由於在極限的語言尚未精確發展，並且也還沒有 \lim 這類記號的時候，速度的概念是用一種近似的說法，就是 Δs 和 Δt 之比，但是 Δt 可以儘量的小，越小就越精確。

牛頓是第一個理解並能精準使用這種極限概念的數學物理學家，他在鉅作“自然哲學的數學原理”中的命題 6 定理 5（中文版 64 頁）已經使用了 $x(t) = x(0) + v(0)t + \frac{1}{2}A(0)t^2 + (t^3 \text{ 項})$ ，式中 $x(t) - x(0)$ 是位移向量， v 是速度向量， A 是加速度向量。事實上，他使用的是

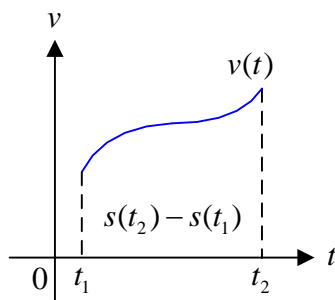
$A(0) = 2(x(t) - x(0)) - 2v(0)t/t^2$ 一當 t 甚小時 $A(0)$ 的近似表示，並且成功的從刻卜勒的行星律導出 A 是平方反比，亦即萬有引力定律。

雖然牛頓在從刻卜勒的行星律得出萬有引力定律的過程中只用了微分的方法——位置對時間的微分是速度，速度對時間的微分是加速度——但是牛頓充分的理解積分和微分的可逆關係，此即微積分基本定理。

早先，伽利略得到自由落體的位置——時間關係： $s \propto t^2$ ，即位置與經歷時間的平方成正比，用現在的式子表達就是 $s(t) = \frac{1}{2}gt^2$ 。如果將 $s(t)$ 對 t 微分，得到 $v(t) = gt$ ，或者反過來說，當 $v(t)$ 與經歷的時間 t 成正比的時候， $v(t) = gt$ 的函數圖形下所覆蓋的面積剛好就是 $\frac{1}{2}gt^2$ （三角形面積公式）。



從基本的物理知道無論 v 對 t 的關係如何，從時刻 t_1 到 t_2 ， $v(t)$ 函數圖形所覆蓋的面積都是 $s(t_2) - s(t_1)$ ，即 t_1 到 t_2 的位移。



即使 $v(t) < 0$ ，這樣的解釋也是對的。由於 $\frac{ds}{dt} = v$ 而 v 之下覆蓋的面積是 $s(t_2) - s(t_1)$ ，加之 s 又是 v 的反導數，上述的結論就是微積分基本定理。

可以這麼說，牛頓所發現的微積分基本定理不僅統合了求切線（微分）和求面積（積分）這兩個看似無關的問題，更進一步，從運動學的角度來看，微分是從位置得到速度的過程，因此反微分當然是從速度得回位置的過程，但是如果我們使用 $v-t$ （速度—時間）的函數圖形， v 下所覆蓋的面積就變成了 s （位置），因此反微分就成了求面積的過程。

讀者試想，如果不是先已發明了在坐標平面上畫函數圖形，又將面積的概念聯繫到 v 與 s 的關係，微積分基本定理可能不是那麼明顯，在此不免令人讚嘆以幾何（如面積）來表達物理概念（ v 下覆蓋的面積是位移）經常能撥雲見日（另外一個撥雲見日的例子是向量之於物理，此處不再詳論）。

總之，微積分的發明對解決問題確有幫助，微積分的思想——從微量的變動和微量的加總切入問題——拓展了我們的視野，使數學方法得以面對新的挑戰。

(二) 微積分與傳統高中數學的關聯

許多高中要解的問題或者本質上屬於微積分的思想，或者因為微積分的方法而有大的突破。以下試舉數例來說明：

1. 拋物線及圓錐曲線的切線問題

現行求切線的方法，基本上是令一條直線與曲線相交時有重根，列下判別式為 0，然後解未知數（如斜率，或切點）。解的過程繁複而瑣碎。

2. 函數 $f(x, y) = ax + by$ 在圓域上的極值問題和類似的線性規畫問題，都是將 $ax + by = c$ 令 c 變動至脫離可行解區域，本是微積分變動思維下的解法。

3. 對一個多項式在 $[a, b]$ 上的根的個數，完整的處理要靠 Sturm 定理，單用勘根或是賈憲法是不夠的。關於 Sturm 定理請參考臺大數學系網站微積分經典問題。

4. 牛頓法求多項式的根的近似值是解純多項式實根最具體的方法，可以回答例如 $x^3 + x - 1 = 0$ 的根介於 0.68 和 0.69 之間，不必訴諸卡丹解法。

5. 多項式 $f(x)$ 的重根恰是 $f(x)$ 和 $f'(x)$ 的公根，這顯然不是單憑代數方法就能得出的結果。

6. 與物理有關的積分問題，例如脫離地心引力所需的作功。

總的來說，如果沒有微積分，高中能解的方法只是代數（加減乘除開根號），並佐以幾何的思維。能夠處理的函數基本上止於二次多項式和一些三角、指對數的恆等關係，而這些關係基本上仍然是代數的。一旦牽涉到極值或不等式或三次以上函數的問題，代數方法顯然不夠用。不但如此，即使是處理二次的情形，微積分的方法也值得參考，例如對 $y = ax^2 + bx + c$ 的函數圖形的完整分析等等。底下再舉一例說明如何藉由分析函數圖形和微積分的方法來解題。

問題：求證在 $-1 \leq x \leq 1$ 的區域上，函數 $|x^3 + ax^2 + bx + c|$ 的最大值大於或等於 $\frac{1}{4}$ 。

令 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c = (x^3 + bx) + (ax^2 + c)$ ，我們先看簡單的情形： $x^3 + bx$ 。

(1) $b \geq 0$ ，因為 $x^3 + bx$ 的導函數是 $3x^2 + b$ ，所以 $x^3 + bx$ 在 $[-1, 1]$ 上遞增，

因此最小值 m 發生在 $x = -1$ ，此時 $m = -1 - b$

最大值 M 發生在 $x = 1$ ，此時 $M = 1 + b$

$$\Rightarrow M - m = (1 + b) - (-1 - b) = 2 + 2b \geq \frac{1}{2}$$

(2) $b < 0$, 令 $b = -l, l > 0$

$$(x^3 - lx)' = 3x^2 - l, \text{ 令 } 3x^2 - l = 0 \text{ 得 } x = \pm\sqrt{\frac{l}{3}}$$

當 $x = 1$ 時 $x^3 - lx = 1 - l$

$$x = -1 \text{ 時 } x^3 - lx = -1 + l$$

兩者之差為 $|2 - 2l|$

如果 $-\frac{1}{2} \leq 2 - 2l \leq \frac{1}{2}$, 這表示 $\frac{3}{4} \leq l \leq \frac{5}{4}$, 因此 $\sqrt{\frac{l}{3}} < 1$

此時, 若 $x = \sqrt{\frac{l}{3}}$, $x^3 - lx = -\frac{2}{3}l\sqrt{\frac{l}{3}}$

$$x = -\sqrt{\frac{l}{3}}, \quad x^3 - lx = \frac{2}{3}l\sqrt{\frac{l}{3}}$$

兩者之差為 $\frac{4}{3}l\sqrt{\frac{l}{3}} \geq \frac{1}{2}$

由 (1), (2) 可知, 可以找到兩點 $-z$ 與 z , $-1 \leq -z < z \leq 1$ 使得 $x^3 + bx$ 在此對稱兩點之差 $\geq \frac{1}{2}$ 。

由此, 若各自再加上 $az^2 + c$, 在此兩點之差仍然 $\geq \frac{1}{2}$, 問題得證。

在找出 $-z$ 與 z 的過程中, 對函數圖形的分析是關鍵, 此時, 最有效的工具是微積分。

讀者可能辯論: 本題超過高中程度。這是當然, 不過, 高中不是經常充斥著超過高中程度的題目嗎? 此處呈現的事實是, 如果懂點微積分, 剛才談到的這個題目反而令人眼睛一亮, 變成一個有想法、有方法的經典題目了。

(三) 高中生學微積分的困難

微積分的學習由於涉及極限, 所以對初學者而言, 思考的過程比過去多了一步“求極限”。例如, 從

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} \text{ 到 } \frac{dy}{dx} \quad (\Delta x \rightarrow 0)$$

以及從

$$\sum_{i=1}^n f(x_i)\Delta x \text{ 到 } \int_a^b f(x)dx \quad (\Delta x \rightarrow 0, n \rightarrow \infty)$$

因此非常明顯, 在學習微分的時候, 必須先熟悉符號 $\frac{\Delta y}{\Delta x}$, 在學習積分的時候, 必須先熟悉符

號 $\sum f(x_i)\Delta x$ 以及符號所代表的意義。

雖然如此，在多項式的情形， $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ 的極限遠比 $\sum f(x_i)\Delta x$ 的極限容易計算。前者透過二項式定理得到 x^n 的導函數是 nx^{n-1} ，而後者需要處理 $1^k + 2^k + \dots + n^k$ 的求和公式，難度大大增加。求和公式的難度可以從利用

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad \text{和} \quad 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = (1+2+\dots+n)^2$$

分別求 x^2 和 x^3 的積分看出。

因此學積分一定要學習微積分基本定理，此一定理的運動學理解已在本文第一段說明。

對一般的函數 y 實際上是嘗試理解 $\frac{\Delta z}{\Delta x}$ ，其中 z 代表函數 $y=f(x)$ 圖形與 x -軸之間的面積。

同時，在學習微積分基本定理的時候，不要忘了回去驗證 $\int_0^T x dx = \frac{1}{2}T^2$ 、 $\int_0^T x^2 dx = \frac{1}{3}T^3$ 和

$$\int_0^T x^3 dx = \frac{1}{4}T^4。$$

一般而言，利用微分來理解函數的圖形和求函數的極值，過程比學習積分要容易一些。積分由於牽涉到將求面積、體積轉化成黎曼和的形式，以便使用微積分基本定理，技術上比較困難。例如，以 $\int 2\pi r dr$ 求圓面積、以 $\int A \frac{y^2}{h^2} dy$ 求錐體體積……等等。

總之，學習任何一個新的主題，都不免有困難之處。多做一些好的習題，慢慢建立微積分核心的思想和方法，不但可以掌握高中所要求的“多項式”部分，正確的思考更可延伸到大學的學習。

(四) 結語

本文主要說明微積分和傳統的高中數學學習是相容的，並且在某些部分是超越的。回顧過去，在七三年版的統編本，微積分的份量太多，因此不免揠苗助長。但是到了八八年版的一綱多本，微積分的份量又太少，令人難窺堂奧。目前上手的九五暫綱，微積分的份量比較適中，而且以多項式函數為主體的設計，大大減少了許多求 $\frac{0}{0}$ 型極限的困難。

希望這樣的設計能夠至少引領自然組的同學在進入大學之前已經建立健全的微積分觀念，而將更複雜的函數（如指對數、三角函數）留到大一再行處理。目標是否達成，還有待教與學的共同努力。

六、學術活動

研討會	
2nd 非線性方程及其相關領域之數學問題研討會 時間：2013/09/04、09/06、09/13、10/04 地點：靜宜大學 聯絡單位：靜宜大學財務與計算數學系	2013 NCTS Taiwan-France Workshop on Theoretical Sciences 時間：2013/09/16 ~ 2013/09/16 地點：清華大學綜合三館四樓 聯絡單位：國家理論科學研究中心(新竹)
France-Taiwan Joint Conference on Nonlinear Partial Differential Equations 時間：2013/10/21 ~ 2013/10/25 地點：臺灣大學新數館 101 室 聯絡單位：臺大數學科學中心	International Conference on Nonlinear Analysis: Fluid Dynamics and Kinetic Theory 時間：2013/10/21 ~ 2013/10/25 地點：中央研究院數學所 (台大校區) 聯絡單位：中央研究院數學所
2013 NCTS Conference on Mathematical Physiology 時間：2013/10/31 ~ 2013/11/02 地點：清華大學綜合三館四樓 聯絡單位：國家理論科學研究中心(新竹)	The 3rd India-Taiwan Conference on Discrete Mathematics 時間：2013/11/19 ~ 2013/11/22 地點：國立交通大學 聯絡單位：國立交通大學應用數學系
2013 NCTS Workshop on Numerical Linear Algebra and High Performance Computing (2013 NLA-HPC) 時間：2013/12/09 ~ 2013/12/12 地點：清華大學綜合三館四樓演講廳 A 聯絡單位：國家理論科學研究中心(新竹)	2013 Taiwan International Conference on Geometry 時間：2013/12/16 ~ 2013/12/20 地點：臺灣大學天文數學館 102 室 聯絡單位：國家理論科學研究中心(台北)
2013 Mathematical Conference and Annual Meeting of the Taiwan Mathematical Society (AMMS2013) 2013 年數學學術研討會暨中華民國數學會年會 時間：2013/12/7 ~ 2013/12/8 地點：國立中山大學 聯絡單位：國立中山大學應用數學系	The International Conference on Nonlinear Analysis and Optimization (ICNAO2013) 國際非線性分析和最佳化研討會 時間：2013/12/20 ~ 2013/12/22 地點：國立中山大學 聯絡單位：國立中山大學應用數學系
Taipei Conference on Representation Theory IV 時間：2013/12/20 ~ 2013/12/23 地點：中央研究院數學所 聯絡單位：中央研究院數學所 國家理論科學研究中心(台北)	