



# PARÇACIK KİNETİĞİ İMPULS & MOMENTUM



# İMPULS & MOMENTUM

Parçacığın hareketi incelenirken üç ana çözüm yöntemi kullanılır. Bunlar:

Newton hareket denklemleri  $\Sigma \mathbf{F} = m \mathbf{a}$

İş ve enerji ilkesi  $T_A + \Sigma \int_A^B \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r} = T_B$

İmpuls ve momentum.

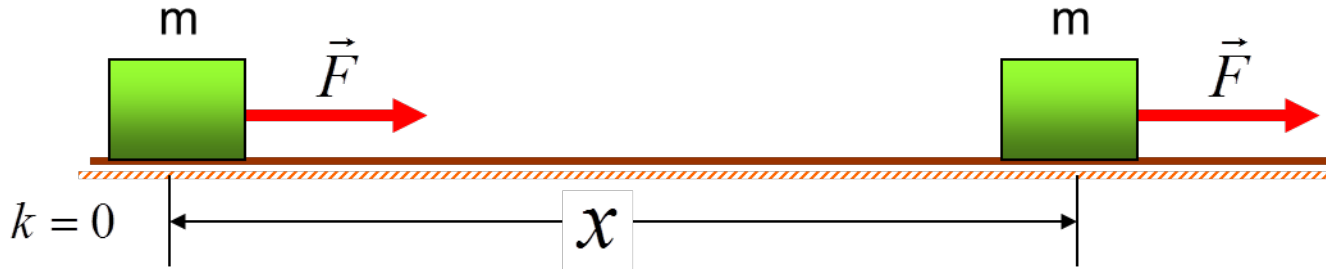


Bu bölümde, hareket denklemini zamana göre integre edecek ve bu yolla impuls ve momentum ilkesini elde edeceğiz. Elde edilen denklem, kuvvet, hız ve zaman içeren problemleri çözmeye işe yarar. Aynı zamanda, impuls ve momentum ilkelerinin, çarpışma problemlerinin, daimi akışkan akımı ve kütle kazanan ya da kaybeden sistemlerin analizi için gerekli araçları sağladığı gösterilecektir.



# İMPULS & MOMENTUM

## İMPULS

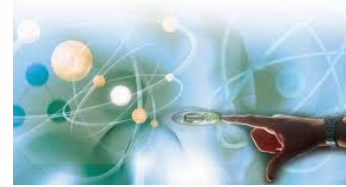


Newton'un II. Hareket Kanunu (dinamiğin temel prensibi) olarak ifade ettiğimiz

$\vec{F} = m \vec{a}$  bağıntısındaki ivme (a) yerine eşiti olan  $\Delta\vec{v}/\Delta t$  yazılırsa,

$$\vec{F} = m \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$

$\vec{F} \cdot \Delta t = m\Delta\vec{v}$  elde edilir.



Bu bağıntıya göre, m kütleli bir cisme  $\Delta t$  süreyle F kuvvetinin uygulanmasına ( $F\Delta t$  çarpımına) impuls (itme) denir.

# İMPULS & MOMENTUM

## İMPULS

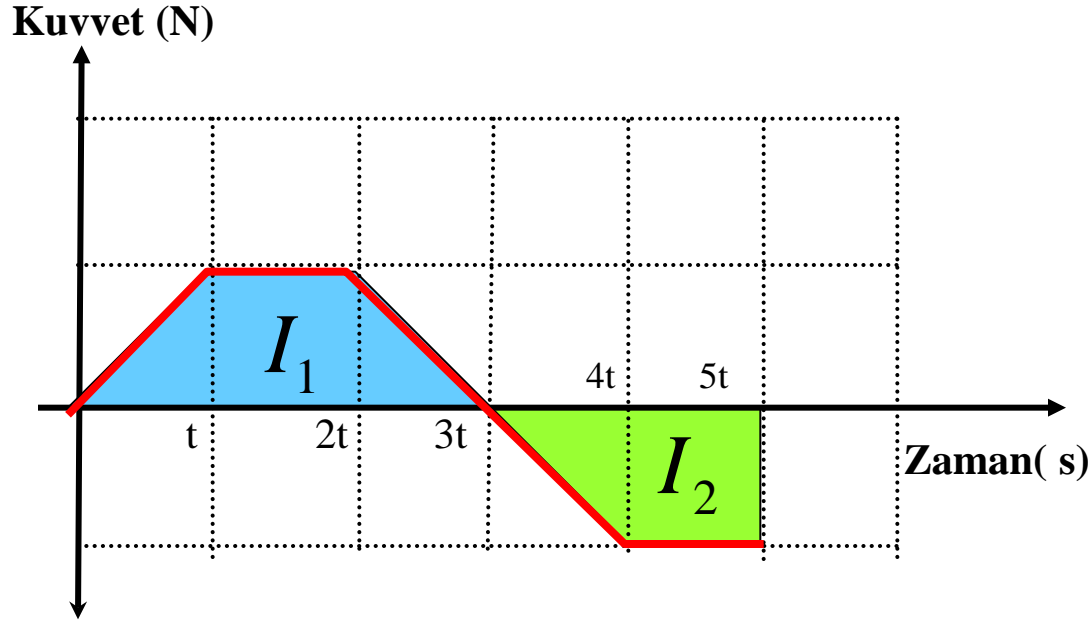
Kuvvet vektörel büyüklüktür. Dolayısı ile itmede vektörel büyüklük olup kuvvet ile aynı yönlüdür. Bir cisme birden fazla kuvvet etki ediyorsa toplam itme, itmelerin cebirsel toplamına eşittir.

$$\text{Toplam itme} = \sum F \cdot \Delta t = F_1 \Delta t_1 + F_2 \Delta t_2 + \dots + F_n \Delta t_n \text{ ' dir.}$$

Toplama işlemi yapılırken bir yöndeki kuvvetlerin işareti pozitif (+) zıt yönlü kuvvetlerin işareti negatif (-) alınır.

Nicelik	Kuvvet	Zaman değişimi	İtme (İmpuls)
Sembol	F	$\Delta t$	F. $\Delta t$
Birim	N	s	N.s

# İMPULS & MOMENTUM



$$I = F \cdot \Delta t$$

Kuvvet –zaman grafiğinde eğrinin altında kalan alan **itmeyi** verir.

# İMPULS & MOMENTUM

## MOMENTUM (Linear Momentum)

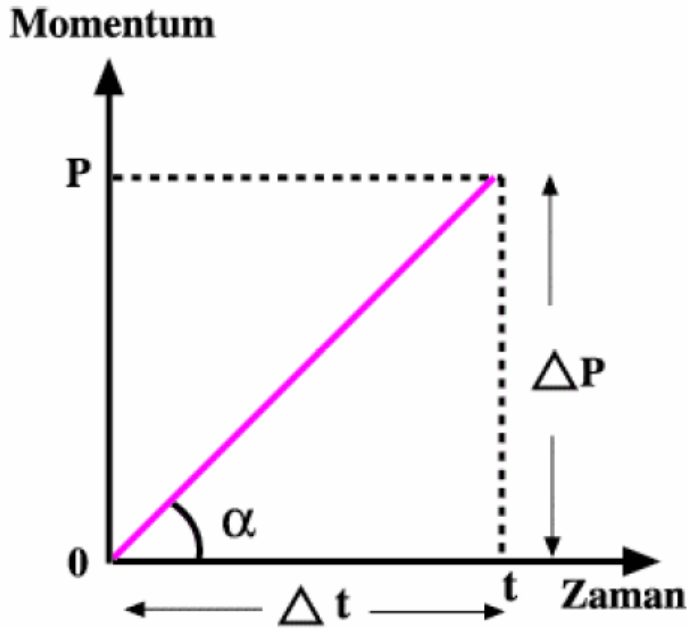
Bir cismin kütlesi ile hızının çarpımına lineer **momentum** denir.

Vektörel bir büyüklüktür. Birimi kg.m/s dir.

Nicelik	Kütle	Hız	Momentum
Sembol	m	v	P
Birim	kg	m/s	kg.m /s

# İMPULS & MOMENTUM

Momentum - zaman grafiğinde doğrunun eğimi cisme etkiyen kuvveti (net kuvvet) verir.



$$\text{Eğim} = \tan \alpha = \frac{\Delta P}{\Delta t} = F$$

$$\Delta P = F \cdot \Delta t$$

Momentum değişimi itmeye eşittir.

# İMPULS & MOMENTUM

## DOĞRUSAL MOMENTUMUN KORUNUMU

Eğer belli bir zaman aralığı ( $\Delta t = t_B - t_A$ ) içinde parçacığa etkiyen kuvvetlerin bileşkesi sıfır ise ( $\Delta \mathbf{F} = \mathbf{0}$ )

$$m\mathbf{v}_A = m\mathbf{v}_B$$

olacağı için bu zaman aralığı içinde doğrusal momentum korunmuş olur. Yalnız şunu belirtmekte yarar var, bazen parçacıkta doğrusal momentum her doğrultuda korunmayabilir. Örneğin x eksenini doğrultusunda korunurken y ve z eksenleri yönünde korunmayabilir.



# İMPULS & MOMENTUM

Doğrusal momentumun korunumu daha çok parçacıkların çarpışması ya da patlama kaynaklı etkileşim durumunda oluşur. Tüm sistemin SCD incelenirken, iç ya da dış impuls meydana getiren kuvvetler tespit edilir ve böylece hangi doğrultuda (ya da doğrultularda) doğrusal momentumun korunduğu belirlenir. Sistemin iç impulsları, aynı doğrultuda ama zıt yönlerdeki kuvvetlerden oluştuğu için tüm sistem düşünüldüğünde bunlar her zaman birbirlerini sıfırlar.

Hareketin incelendiği süre çok kısa ise bazı dış impulslar ya sıfırdır ya da ihmal edilebilirler.

Bunlara impulsif olmayan kuvvetler denir ve örnek olarak parçacığın ağırlığı gösterilebilir. Aynı çok kısa süre içinde etkiyen çok büyük kuvvetler ise momentumda hissedilir değişikliğe neden olacağından bunlar impulsif kuvvetler olarak adlandırılır.

# İMPULS & MOMENTUM

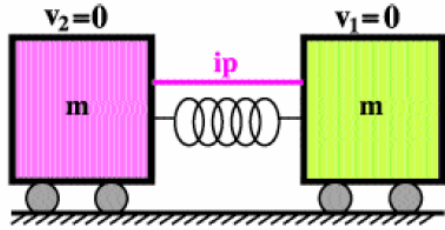
Bir futbolcu çok kısa bir süre içinde futbol topuna ayakkabısının burnuyla uyguladığı kuvvetle onun yönünü ciddi bir biçimde değiştirdiği için, bu kuvvet impulsiftir. Bu sırada, topun hareketi üstünde topun ağırlığı hissedilir derecede etkin olmadığı için impulsif değildir. Eğer topun havadaki hareketini de gözetecek biçimde impuls-momentum analizi yapılacaksa, o zaman hava direnci topun momentumunda etkili olacağından, topun ağırlığı impulsa etki eder.



# İMPULS & MOMENTUM

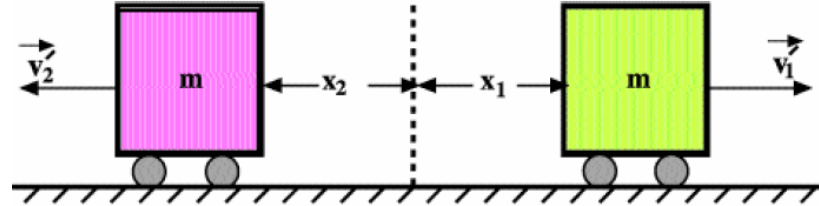
## Duran İki Cismin Etkileşmesi

Sıkıştırılmış bir yayın etkisindeki eşit kütleli iki deney arabası serbest bırakıldığında zıt yönde hareket ettikleri,  $\Delta t$  kadar sonra yer değiştirmelerinin eşit olduğu görülür



a  
Etkileşmeden önce

$$P_1 = 0 \\ P_2 = 0$$



b  
Etkileşmeden sonra

$$P'_1 = mV'_1 \\ P'_2 = mV'_2$$

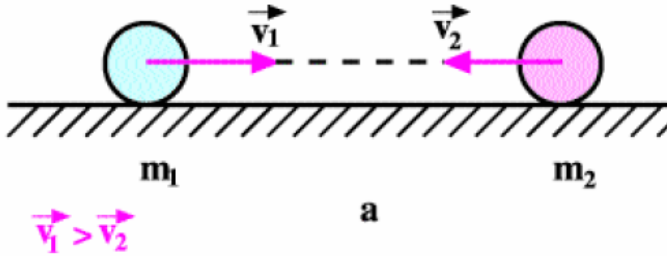
$$\vec{mV}'_1 = -\vec{mV}'_2$$

$$\vec{P}'_1 = -\vec{P}'_2 \quad \text{olur.}$$

# İMPULS & MOMENTUM

## Hareketli iki Cismin Çarpışması

Şekil'deki hareketli cisimlerin çarpışmasında, bir cismin kazandığı momentum, diğerinin kaybettiği momentuma eşittir. Yani hareketli iki cismin momentum değişimleri büyüklükçe eşit ve zıt yönlüdür.



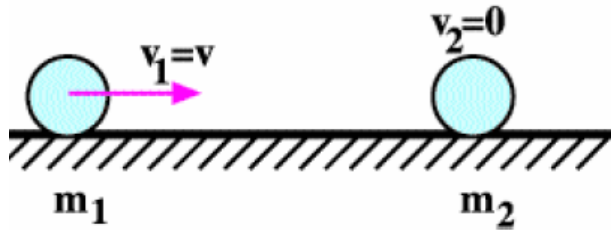
$$\Delta \vec{P}_1 = -\Delta \vec{P}_2$$

# İMPULS & MOMENTUM

Hareketli Bir Cisimle Duran Bir Cismin Merkezî

I.  $m_1 = m_2$  ise

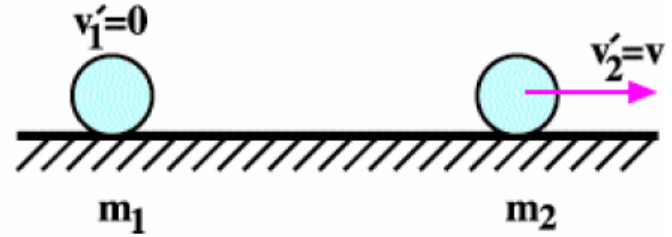
Cisimlerin kütleleri eşit olduğundan merkezî çarpışma sonrası duran cisim, çarpan cismin hızı kadar hız kazanır ve bu hızla hareket eder. Bileşke momentumun çarpışmadan sonra yönü, doğrultusu ve büyüklüğü değişmez.



$\rightarrow P_1$

Çarpışmadan önce

$$m_1 = m_2 = m$$



$\rightarrow P'_2$

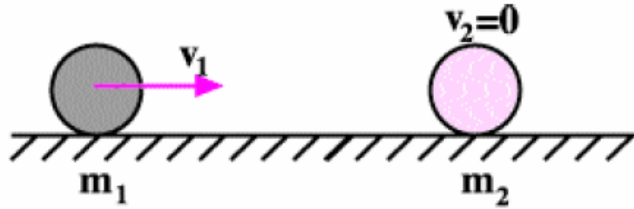
Çarpışmadan sonra

# İMPULS & MOMENTUM

## Hareketli Bir Cisimle Duran Bir Cismin Merkezî Çarpışması

### II. $m_1 > m_2$ ise

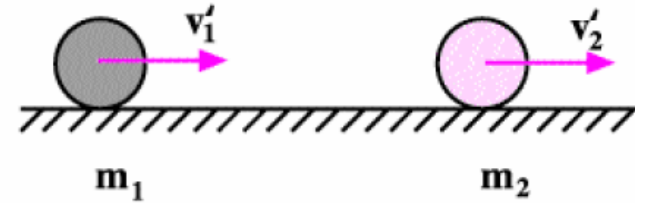
Şekilde  $m_1 > m_2$  olduğunda merkezî çarpışma sonrası  $m_2$  kütesinin hızının,  $m_1$  kütesinin ilk hızı yönünde olduğu görülmektedir.



$\rightarrow \vec{P}$

$m_1 > m_2$

Çarpışmadan önce



$\rightarrow P'_1$

$\rightarrow P'_2$

Çarpışmadan sonra

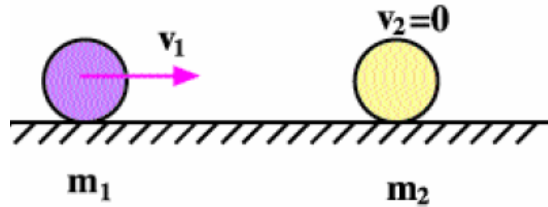
# İMPULS & MOMENTUM

## Hareketli Bir Cisimle Duran Bir Cismin Merkezî Çarpışması

### III. $m_1 < m_2$ ise

$m_1 < m_2$  olduğunda merkezî çarpışma sonrası  $m_1$  ve  $m_2$  kütleli cisimlerin hızlarının zıt yönlü olduğu görülmektedir.

**Momentumun ve enerjinin korunduğu çarpışmalara esnek çarpışma denir.**



$\rightarrow \vec{P}_1$

$$m_1 < m_2$$

Çarpışmadan önce



$P'_1 \leftarrow$

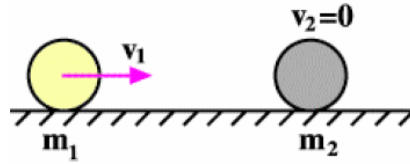
$\rightarrow P'_2$

Çarpışmadan sonra

# İMPULS & MOMENTUM

Hareketli Bir Cisimle Duran Cismin Merkezî Çarpılma Sonunda Kenetlenerek Hareket Etmesi

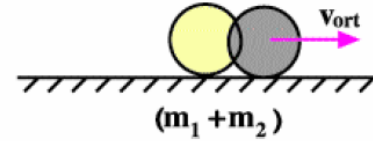
Çarpışma sonrası, cisimler kenetlenerek hareket ettiklerinden hızları ortaktır. Ortak hızın yönü  $v_1$  hızı ile aynı yönlü olup aynı doğrultuludur. Momentumun korunduğu, ancak enerjinin korunmadığı böyle çarpışmalara esnek olmayan çarpışma denir.



$$\rightarrow \vec{P}_1$$

$$m_1 < m_2$$

Çarpışmadan önce



$$\rightarrow \vec{P}$$

Çarpışmadan sonra



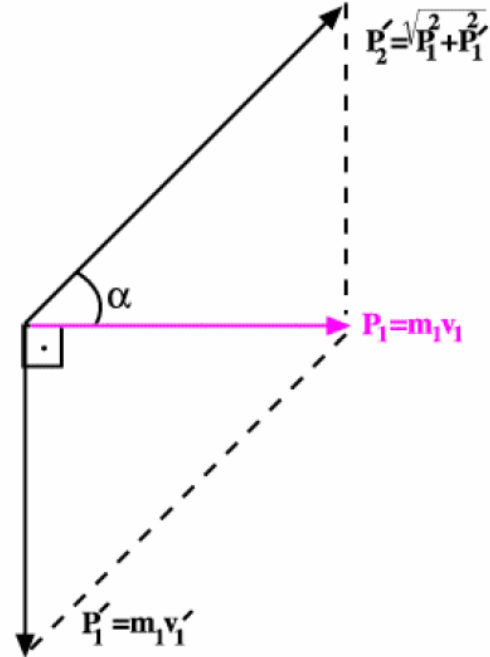
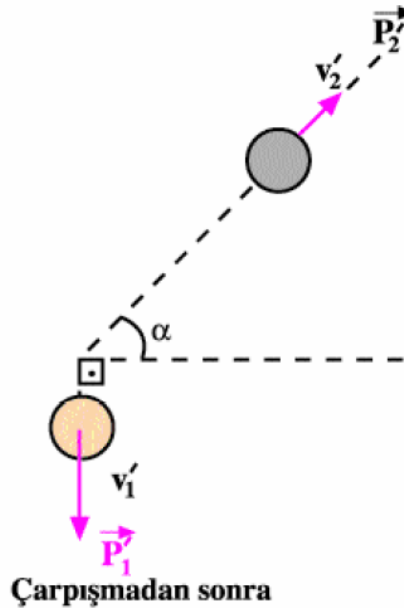
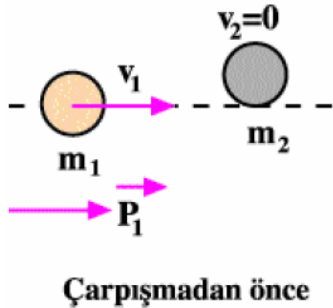
# İMPULS & MOMENTUM

## Hareketli Bir Cisimle Duran Bir Cismin Merkezî Olmayan Çarpışması

$m_1 < m_2$  olduğunda merkezî olmayan çarpışma sonrası  $P'_1$  ve  $P'_2$  momentumlarının bileşkesi

$$\tan \alpha = \frac{P'_1}{P_1}$$

$$m_1 < m_2$$



# İMPULS & MOMENTUM

## MOMENTUMUN KORUNUMU

$$\begin{aligned}\Delta\vec{P}_1 &= -\Delta\vec{P}_2 \\ \Delta P_1 + \Delta P_2 &= 0\end{aligned}$$

Bu bağıntıdan, sistemdeki toplam momentum değişiminin sıfır, ya da toplam momentum değişiminin sabit olduğu söylenebilir. Buna Momentumun Korunumu Kanunu denir ve iki cismin “Çarpışmadan önceki toplam momentumları, çarpışmadan sonraki toplam momentumlarına eşittir.” şeklinde ifade edilir.

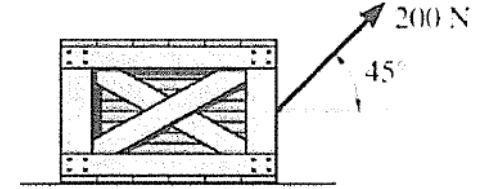
$$\begin{aligned}\vec{P}_1 + \vec{P}_2 &= \vec{P}'_1 + \vec{P}'_2 \\ m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 &= m_1\vec{v}'_1 + m_2\vec{v}'_2\end{aligned}$$

Bu bağıntı esnek ve esnek olmayan çarpışmaların her ikisi için de geçerlidir.

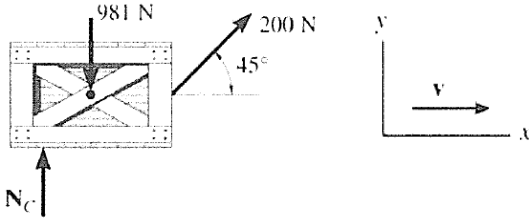
# İMPULS & MOMENTUM

## Örnek Soru

100 kg'lık sandık, pürüzsüz yatay yüzey üzerinde durmaktadır.  $45^\circ$ 'lik bir açıyla etkiyen 200 N'luk bir kuvvet 10 s süreyle uygulandığına göre, sandığın son hızını ve bu zaman aralığında sandık üzerine etkiyen yüzey kuvvetlerini belirleyiniz.



Bu problem, kuvvet, hız ve zaman içerdiğinden, impuls ve momentum ilkesi kullanılarak çözülebilir.



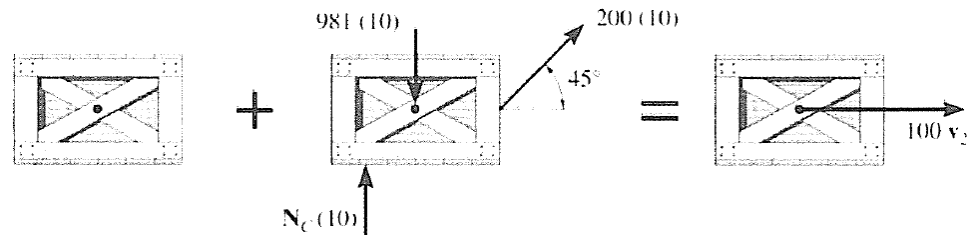
## İmpuls ve Momentum İlkesi

$$(\rightarrow) \quad m(v_x)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_x dt = m(v_x)_2$$

$$0 + 200 \text{ N}(10 \text{ s}) \cos 45^\circ = (100 \text{ kg})v_2$$
$$v_2 = 14.1 \text{ m/s} \rightarrow$$

$$(+ \uparrow) \quad m(v_y)_1 + \sum \int_{t_1}^{t_2} F_y dt = m(v_y)_2$$

$$0 + N_C(10 \text{ s}) - 981 \text{ N}(10 \text{ s}) + 200 \text{ N}(10 \text{ s}) \sin 45^\circ = 0$$
$$N_C = 840 \text{ N}$$

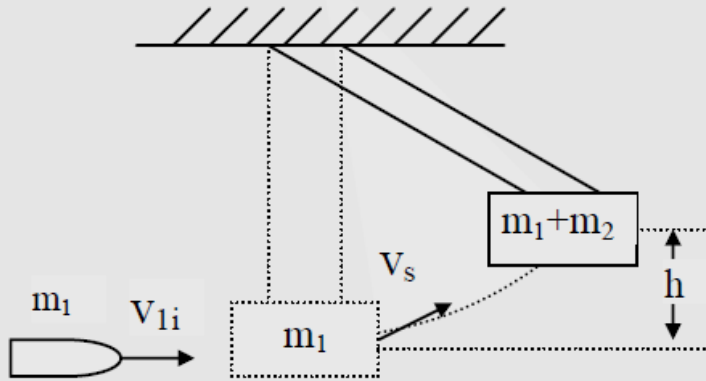


# İMPULS & MOMENTUM

Örnek

*Balistik Sarkaç:* Balistik sarkaç, mermi gibi hızlı hareket eden cisimlerin hızını ölçmek için kullanılan bir sistemdir. Çarpışma tam esnek olmayan türdendir

Çözüm:



$$K_s = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_s^2$$

$$v_{2i} = 0$$

$$v_s = \frac{m_1 v_{1i} + m_2 v_{2i}}{(m_1 + m_2)} = \frac{m_1 v_{1i}}{m_1 + m_2}$$

$$K_s = \frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)}$$

$$K_s = U_{\text{potansiyel}} \Rightarrow \frac{m_1^2 v_{1i}^2}{2(m_1 + m_2)} = (m_1 + m_2)gh \Rightarrow v_{1i} = \left(\frac{m_1 + m_2}{m_1}\right)\sqrt{2gh} \text{ bulunur}$$