Les fables d'Ishango, ou l'irrésistible tentation de de la mathématique-fiction

par Olivier Keller, agrégé de mathématiques,
docteur de l'EHESS

Figure 1 : ***Carte de l'Ouganda actuel.*** *La Ville d'Ishango est en République démocratique du Congo (ancienne colonie du royaume de Belgique), près de l'Ouganda, au nord du lac Edward (son lieu a été figuré approximativement par un carré rouge).*

Les documents préhistoriques, muets par définition, dégagent un délicieux parfum de mystère. Ils attirent, on les devine chargés de sens, on cherche naturellement à les faire parler, mais il est difficile de décider s'ils ont quelque chose à dire, et, si oui, de les faire parler vrai. Toutes sortes de fictions anachroniques sont en embuscade et l'on peut très facilement se laisser prendre, surtout lorsque celles-ci se camouflent … en vérités mathématiques. Les mathématiques, en effet, se présentent spontanément sous forme de vérités définitives et hors temps, et par dessus le marché n'importe quelle trace, ou à peu près, peut se décrire ou s'interpréter en langage mathématique ; tout chercheur peut donc très facilement et de bonne foi se laisser entraîner malgré lui, céder à la sirène de l'anachronisme avec l'intime conviction de dire vrai parce que, justement, « c'est mathématique » !

C'est ainsi que, devant un biface[1] avec ses deux plans de symétries perpendiculaires, on affirmera que le fabricant de cet outil avait maîtrisé la conception euclidienne de l'espace ; et dans tel groupe de n traits ou encoches, on verra immanquablement le nombre n.

Nous proposons au lecteur une étude de cas bien typique de ce phénomène, étude inhabituelle dans le cadre de *Bibnum* : au lieu d'analyser un texte scientifique marquant, nous montrerons comment un document préhistorique, à savoir le premier des deux os d'Ishango, est parvenu à la célébrité en se faisant passer pour un texte scientifique marquant, et ceci grâce à l'illusion mathématicienne. Publié en 1957 par l'archéologue belge Jean de Heinzelin, l'objet connaît aujourd'hui une gloire certaine. Il est visible à l'Institut royal des sciences naturelles de Belgique, à Bruxelles, où le visiteur est invité à découvrir « la plus vieille calculette de l'humanité ». A l'occasion de l'année internationale des mathématiques, en 2000, la Poste belge a édité un timbre qui fait allusion (entre autres) à notre os, avec une série de trois puis de six petits traits verticaux à sa base.

***Figure 2 :* Timbre émis en 2000 par la Poste belge pour l'Année internationale des mathématiques.** *Les tirets verticaux sont une allusion aux encoches de l'os d'Ishango.*

En 2007, un congrès international « *Ishango, 22000 and 50 years later : the cradle of mathematics*[2] *?*» s'est tenu à Bruxelles, et *Le Monde* du 28 février, sous le titre 'Les os incisés d'Ishango font naître la numération en Afrique', rapporte :

> *[...] ils pourraient constituer le plus ancien témoignage des capacités mathématiques de l'humanité, quinze millénaires avant l'apparition de la numération, en même temps que de l'écriture, chez les Mésopotamiens (Irak actuel).*

1. Outil fabriqué en masse au Paléolithique inférieur par l'*homo erectus* et l'*homo ergaster*, à partir de -1,5 millions d'années.
2. « Ishango, 22000 et 50 ans plus tard : le berceau des mathématiques ? »

***Figure 3 :* Deux vues du premier os d'Ishango.** *À gauche : la dénommée « colonne du milieu », avec, de haut en bas et selon les interprètes, des groupes de 3, 6, 4, 8, 9 (ou 10), 5 et 7 encoches. A droite, une partie de la dénommée « colonne de droite » (11 encoches en haut et 9 en bas) et la « colonne de gauche » avec, de haut en bas, des groupes de 11, 13, 17 et 19 encoches.*
(Photographies de l'Institut royal des sciences naturelles de Belgique)

Il semble que l'os d'Ishango soit désormais incontournable, aussi bien dans des ouvrages d'histoire des mathématiques que dans des revues grand public, où il est vénéré comme le plus ancien, ou au moins l'un des plus anciens témoignages de l'activité scientifique humaine. Il peut même provoquer un lyrisme proprement cosmique, puisque, comme l'expliquent des intervenants au congrès de 2007 :

> *[...] la couverture médiatique débuta en Belgique en 1996 lorsque Dirk Huylebrouck écrivit* The Bone that began the Space Odyssey *dans* The Mathematical Tourist*, et se poursuivit à l'occasion des tentatives faites pour envoyer l'os dans l'espace, à titre d'hommage à la contribution centre-africaine au développement de la technologie* [3]*.*

3. Els Cornelissen, Ivan Jadin et Patrick Semal. "Ishango, a history of discoveries in the Democratic Republic of Congo (DRC) and in Belgium", dans : Dirk Huylebrouck (éd.), *Ishango, 22000 and 50 years later : the cradle of*

On conviendra qu'un objet aussi prometteur, source de tant d'enthousiasme, mérite une place dans un site consacré à l'histoire des sciences. Voyons donc de quoi il s'agit, et examinons sous les angles technique, historique et méthodologique les interprétations mathématiques[4] qui fondent sa célébrité.

LES OS D'ISHANGO ET LEURS INTERPRETATIONS NUMERIQUES

Le premier os d'Ishango (fig. 3), donc, a été trouvé dans la localité du même nom, en République Démocratique du Congo. Un fragment de quartz encastré à l'une des extrémités montre qu'il s'agit d'un manche d'outil ; on le date ordinairement de 20.000 ans avant nos jours. Il présente dans le sens de sa longueur (10 cm) trois rangées d'encoches à peu près parallèles, regroupées en paquets inégaux (fig.4) ; plusieurs sont effacées ou à peine visibles, ce qui rend déjà suspecte *a priori* toute interprétation fondée sur leur dénombrement.

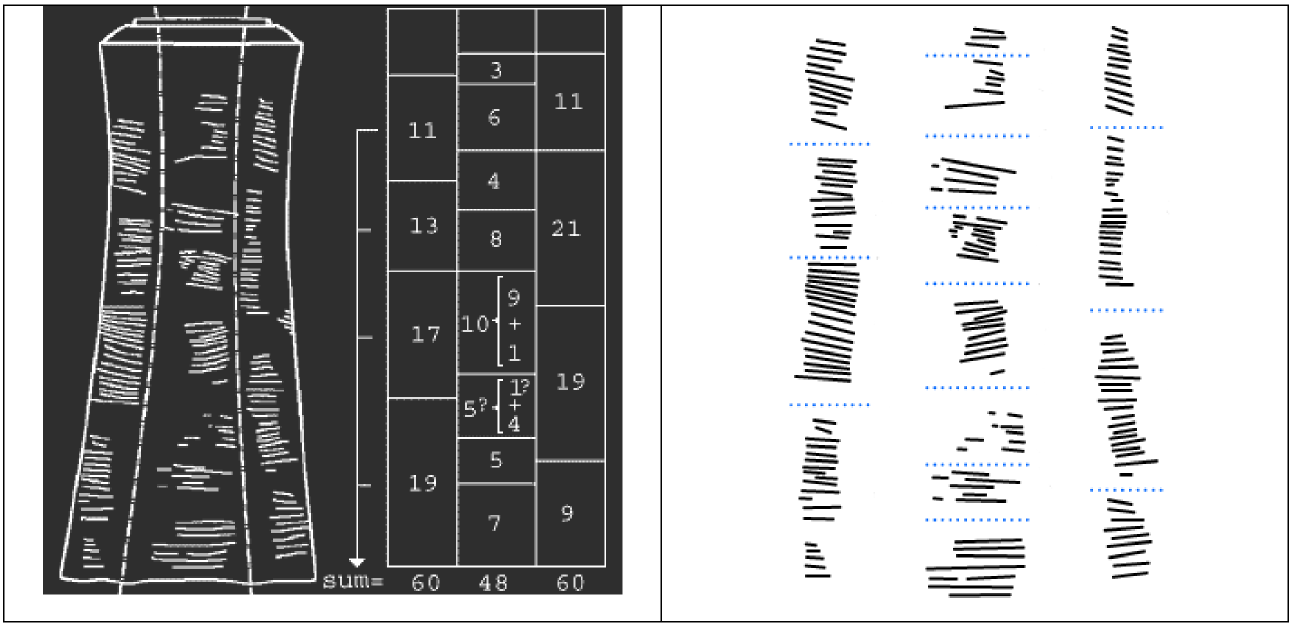


***Figure 4 :* Vues déployées du premier os d'Ishango, avec ses trois colonnes, dites 'de gauche', 'du milieu' et 'de droite'**. *Source : Dirk Huylebrouck, « L'Afrique, berceau des mathématiques », dans Mathématiques exotiques,* Dossier Pour la Science, *avril/juin 2005.*

mathematics ? 28/02-02/03 2007, pp.23-39. Brussel, Koninklijke Vlaamse Academie Van Belgie Voor Wetenschappen En Kunsten.

4. Nous laisserons de côté l'interprétation en termes de calendrier lunaire défendue par Alexander Marshack, aujourd'hui généralement abandonnée.

Mais son inventeur Jean de Heinzelin prit tout de même ce risque, et livra ses résultats dans le *Scientific American* de juin 1962 :

> *[...] considérons la première colonne, par exemple : 11, 13, 17 et 19 sont tous des nombres premiers (divisibles seulement par eux-mêmes et par un) en ordre croissant, et ils sont les seuls nombres premiers entre 10 et 20. Prenons maintenant la troisième colonne : 11, 21, 19 et 9 représentent respectivement 10+1, 20+1, 20-1, 10-1. La colonne du milieu montre un système de relations qui, pour offrir moins de cohésion, ne présente pas moins un ensemble de rapports. Les groupes de trois et six coches sont rapprochés. Puis, après un espace, nous trouvons un groupe de 4 et un groupe de 8, rapprochés eux aussi. Un autre espace amène à un groupe de 10 qui précède deux groupes de 5 rapprochés. Une telle disposition est fortement suggestive d'une saisie du concept de duplication, ou multiplication par deux.*
>
> *Il est certes possible que ces dispositions soient fortuites, mais il semble probable qu'elles aient été conçues délibérément. Auquel cas, elles pourraient représenter une sorte de jeu arithmétique inventé par une peuplade possédant un système numéral basé sur 10 ainsi qu'une connaissance de la duplication et des nombres premiers*[5]*.*

Prenons la colonne du milieu : d'après l'auteur, 3 serait doublé en 6, 4 en 8 et 5 en 10. Mais le 5 et le 10 sont douteux : l'un des paquets de 5 est sérieusement illisible, et le 10 pourrait être en réalité 9. De plus, on ne comprend pas pourquoi, en cas de duplication de 5, 3 et 4, le groupe de cinq encoches serait figuré deux fois, contrairement au groupe de trois et de quatre qui ne le sont qu'une seule fois. Et quel est le rôle de ce 7, qui n'est ni duplication ni doublé ? A moins qu'il ne faille lire au bas de la colonne du milieu non pas 10, 5, 5 et 7, mais 10, 4, 5 et 7, auquel cas nous aurions le double de 7 avec 10+4 et le double de 5 avec 10.

Dans la colonne de gauche, Heinzelin voit une liste de nombres premiers : dans ce cas, les hommes d'Ishango auraient eu une connaissance profonde de la multiplication en général, bien au delà de la duplication, ce qui aurait rendu un peu ridicule la table de doubles placée à côté, un peu comme si une table d'addition figurait à côté d'un tableau de primitives dans un traité contemporain. Et si la colonne de droite représentait 10+1, 20+1, 20-1 et 10-1, pourquoi la colonne de gauche, plutôt qu'une liste de nombres premiers, ne serait-elle pas par exemple 15-4, 15-2, 15+2, 15+4, sorte de « jeu arithmétique » à partir de la moyenne des 10

5. Cité par Alexander Marshack dans *Les racines de la civilisation*, Plon, 1972, p.23.

et 20 de la colonne de droite ? Voici encore un autre « jeu » possible : à gauche, les deux extrêmes ont pour total 30, comme les deux du milieu, tandis qu'à droite le premier et le troisième ont pour total 30, comme le second et le quatrième.

Il est donc clair qu'à partir du moment où l'on a décidé que les paquets d'encoches sont des nombres, il est assez facile, moyennant quelque petits arrangements, de « faire parler » notre os, et même, en creusant un tout petit peu comme ci-dessus, de lui faire dire des choses contradictoires.

@@@@@@@

L'os d'Ishango ne doit pas sa célébrité aux calculs de Jean de Heinzelin, mais au dévouement et aux nouveaux calculs de deux scientifiques belges, le mathématicien Dirk Huylebrouck et Vladimir Pletser, de l'Agence Spatiale Européenne. S'ils rejettent les conclusions particulières de Heinzelin, ils en acceptent les prémisses, à savoir une interprétation purement mathématique. Ils vont même plus loin que leur prédécesseur en affirmant que les nombres des trois colonnes sont liés de telle sorte que leur ensemble forme une règle à calcul.

Dans un article de 1999[6], les auteurs proposent un premier schéma, en supposant que le cinquième nombre de la colonne du milieu en partant du haut est égal à 9 et non à 10. En prenant les groupes d'encoches (toujours assimilés à des nombres) de la colonne du milieu tantôt par deux, tantôt par trois, ils les additionnent et lisent la somme tantôt dans la colonne de gauche, tantôt dans la colonne de droite. Voici le résultat :

Colonne de gauche	**Additions sur la colonne du milieu**	**Colonne de droite**
	3+6 (+2)	11
11	6+4 (+1)	
13	3+6+4	
	4+8+9	21
17	8+9	
	9+5+5	19
19	7+5+5 (+2)	
	7 (+2)	9

6. Vladimir Plester and Dirk Huylebrouck : 'The Ishango Artefact : the Missing Base12 Link'. *Forma*, 14, 1999, pp.339-346.

Il n'y a que quatre additions exactes ; mais comme les auteurs *veulent* que notre os soit une table d'additions, il leur faut en fabriquer d'autres de force. Par exemple, nous disent-ils, le 3 et le 6 du milieu sont presque en face du 11 de droite ; c'est *donc* que 3 et 6 ont été additionnés et le résultat mis à droite. Il est vrai qu'il manque 2 (entre parenthèses dans le tableau ci-dessus) : c'est *donc* que le 2 a été omis pour une raison inconnue ! C'est par le même procédé que Pletser et Huylebrouck inventent trois autres additions, notées sur la deuxième et les deux dernières lignes du tableau ci-dessus avec les nombres manquants entre parenthèses.

En supposant même qu'il s'agisse d'additions, quel profit tirer d'une table aussi brouillonne, où il faut prendre les nombres tantôt par deux, tantôt par trois, et où les résultats sont tantôt à droite et tantôt à gauche ? Et quel serait l'intérêt de telles additions, dans la mesure où la fusion de trois paquets de 3, 6 et 4 encoches, par exemple, en un seul paquet de 13 n'apporterait rien de plus qu'une lecture plus difficile de ce nombre ? Il est bien connu qu'avec les premières véritables notations numériques, une telle « addition » n'aurait eu aucun sens, puisque le nombre 13, pour reprendre le cas qui nous occupe, n'aurait jamais été écrit avec 13 encoches régulièrement espacées, mais uniquement sous la forme de paquets distincts, pour en faciliter la lecture ; en Egypte antique par exemple, le hiéroglyphe de 9 n'était pas 9 barres alignées à égale distance les unes des autres, mais 4 barres placées au dessous de 5 autres, ou plus souvent trois paquets de 3 barres les uns en dessous des autres.

Au congrès de 2007, les auteurs fournissent un schéma supplémentaire[7] en supposant que le cinquième nombre de la colonne du milieu est 10. Cette fois-ci, toutes les opérations sont fausses :

Colonne de gauche	**Additions sur la colonne du milieu**	**Colonne de droite**
	3+6 (+2)	11
11	6+4 (+1)	
13	4+8 (+1)	

7. Vladimir Plester and Dirk Huylebrouck : 'An Interpretation of the Ishango Rods', dans les Actes du Congrès déjà cités, pp. 139-170.

	4+8+10 (-1)	21
17	8+10 (-1)	
	10+5+5 (-1)	19
19	5+5+7 (+2)	
	7 (+2)	9

La justification ne change pas. Pour le calcul de la première ligne, par exemple :

> *Pourquoi l'addition supplémentaire de 2 ? Aucune raison ne peut être proposée mais il semble que les positions relatives de ces trois groupes ne sont pas une coïncidence et reflètent une intention inconnue*[8]*.*

L'affaire ne marche pas, donc il y a des intentions inconnues ! A cela s'ajoutent des spéculations peu convaincantes sur des comparaisons des longueurs ou des inclinaisons des encoches, qui de toute manière ne parviennent pas à justifier les ajouts nécessaires de 2, 1 ou -1 pour donner un semblant de cohérence à l'ensemble.

S'agissant du cinquième nombre de la colonne du milieu, on peut se demander pourquoi les auteurs ont choisi de prendre 10, avec lequel toutes les additions sont fausses, plutôt que 9, avec lequel quatre sont exactes. La raison est qu'avec 10, le total des nombres de la colonne du milieu est 48, qui est un multiple de 12, comme le total de 60 des colonnes de droite et de gauche.

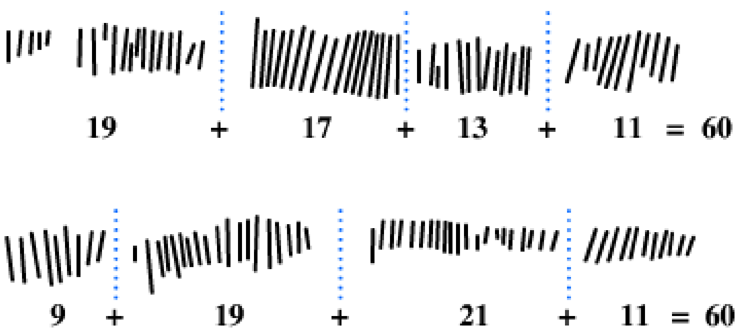


Figure 5 : Somme supposée des colonnes de gauche (en haut) et de droite (en bas).

Pour rendre compte du choix des nombres présents sur l'os, Pletser et Huylebrouck avancent en effet l'idée que :

8. Idem.

> *Les nombres 3 et 4 pourraient avoir constitué la base du système arithmétique en usage dans l'ancienne population d'Ishango pour opérer sur les petits nombres, et la base dérivée 12 pour les grands nombres*[9].

Où voit-on les bases 3 et 4 ? Dans la colonne du milieu, selon les auteurs, puisque nous avons, de haut en bas :

- 3 puis 6, donc 3 puis 3×2
- 4 puis 8, donc 4 puis 4×2
- 9 ou 10, donc $4\times2+1$ ou $4\times2+2$
- deux fois 5 « pour montrer deux manières d'obtenir le nombre composé 5 en ajoutant 1 ou 2 aux bases 3 et 4[10] »
- 7 « montre comment obtenir le nombre composé 7 en additionnant les bases 3 et 4[11] »

Mais si 5 est écrit deux fois parce qu'il y a deux bases, pourquoi les autres nombres 6, 8, 9 ou 10 et 7 ne figurent-ils qu'une seule fois ? Si l'objectif, d'autre part, avait été de mettre une base en relief, celle-ci apparaîtrait nettement ; on devrait voir clairement deux ensembles de 3 au sein du paquet de 6, deux ensembles de 4 au sein du paquet de 8 et ainsi de suite. Or il n'est rien de tel, il n'y a aucun groupement visible régulier faisant penser à une base.

Où voit-on la base 12 ? D'une part, comme nous l'avons dit, dans les totaux de chaque colonne qui sont des multiples de 12. Et d'autre part, affirment les auteurs, par le fait que dans la colonne du milieu :

- 6 intervient dans deux des additions supposées (deux premières lignes du tableau ci-dessus) : $2\times6 = 12$
- 4 intervient dans trois des additions supposées : $3\times4 = 12$
- 8 intervient dans trois des additions supposées : $3\times8 = 24 = 2\times12$

Nous avons donc la situation suivante : 6 n'est gravé qu'une fois, sous forme d'un groupe de six encoches de la colonne du milieu ; mais comme on a *supposé* qu'il intervient dans deux additions, et bien que celles-ci soient *fausses* à cause d'une *intention inconnue*, cela donne 12 ! De même pour 4 et 8 qui interviendraient trois fois chacun, donnant respectivement 12 et 2×12. Est-il possible d'être

9. Idem. À noter que la numérotation babylonienne est sexagésimale (base 60), en utilisant un symbole (le clou) en base 10 et un autre (le chevron) en base 6. Voir l'analyse par B. Rittaud de ce document sur BibNum.
10. Idem.
11. Idem.

convaincu par de tels tours de passe-passe dignes de la plus plate littérature numérologique ?

Par dessus le marché, il se trouve qu'on ne peut faire le même « tour » avec 10, 5 et 7 : comme 7, par exemple, intervient dans deux additions, on obtiendrait 14 avec la logique ci-dessus. Qu'à cela ne tienne, comme il *faut* fabriquer des 12, il suffira de prendre un 5 et un 7 des deux avant-dernières lignes du tableau ci-dessus, puis un 5 de l'avant-dernière ligne et le 7 de la dernière ! Même en acceptant les calculs des auteurs, quelle en aurait été l'utilité pour nos ancêtres d'Ishango ? À quoi bon des bricolages aussi confus ?

@@@@@@@

Jean de Heinzelin a trouvé en 1959, toujours à Ishango, un deuxième os marqué d'encoches, et a proposé en 1998 une interprétation, qui, d'après Pletser et Huylebrouck, confirme ce qui précède. Il ne sera pas utile d'ennuyer beaucoup plus longtemps le lecteur avec cela. Il sera suffisamment édifié en jetant simplement un coup d'œil sur la figure 6 et en lisant ce qui suit :

> *De Heinzelin ajoutait que le petit tiret sur la colonne E était à la dixième place, et se demandait si cela annonçait « un passage de la base 10 à la base 12 » [...] Puisque la colonne C a un total de 20 encoches, et la colonne E 18, les bases 6 et 10-20 semblent se faire jour. De plus, il y a deux concordances spatiales entre les rangées : E10 = F1 = G10 et E12 = F2 = G12*[12].

Cet os, selon des hypothèses de De Heinzelin reprises par Pletser et Huylebrouck, pourrait être le témoignage d'un changement de base, avoir eu une fonction didactique, ou même avoir servi dans l'échange entre groupes ethniques, l'un pratiquant la base 10, l'autre une autre base comme 12, 16 ou d'autres encore. Rappelons encore une fois que l'on ne peut sérieusement soutenir la présence de bases que si l'on est en face de regroupements *clairs* et *systématiques* ; il ne suffit pas que 18 = 3×6 pour démontrer pas la présence d'une base 6 !

12. Idem.

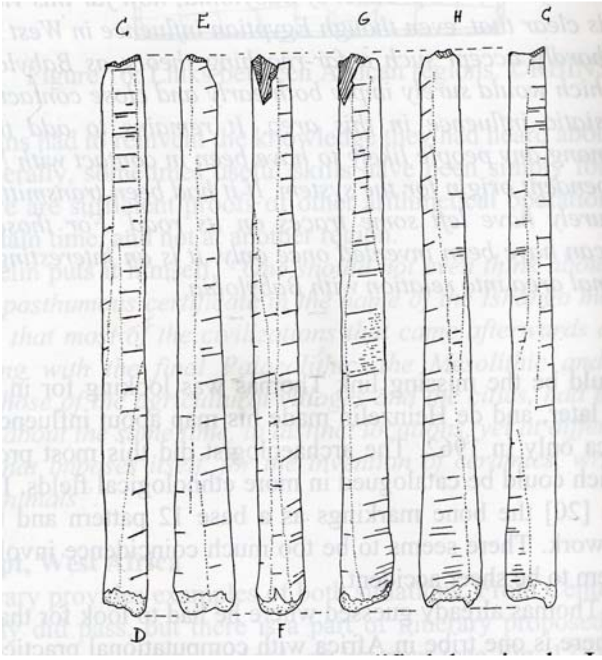


Figure 6 : Le deuxième os d'Ishango, reproduit par De Heinzelin*. Source : Actes du Congrès 'Ishango, 22000 and 50 years later : the cradle of mathematics ?', Dir. Huylebrouck (éd.), p. 166.*

Les quelques exemples ethnographiques donnés par les auteurs dans les Actes du Congrès de 2007[13] ne peuvent pas davantage nous convaincre. Car si, chez tel peuple du Congo, on dit l'équivalent de 'douze-un' pour notre treize, on peut bien parler de base 12, mais cela signifie justement que la seule façon de *dire* 13 est de prononcer 12, puis 1 ; l'équivalent graphique serait de graver un paquet de 12, puis une autre encoche bien séparée. Il en est de même avec les nombres simplement figurés avec les doigts. Les Shambaa de Tanzanie montrent 6 en étendant trois doigts de chaque main, et disent l'équivalent de 'trois-trois' pour six. Même accord entre le geste et le mot pour 8 qui se dit 'quatre-quatre' et se montre avec quatre doigts de chaque main. Il y a désaccord pour 7, qui se dit 'dix moins trois' et se montre par 4 doigts de la main droite et 3 de la main gauche ; mais le geste de 7, comme celui de 8 et de 6, sépare nettement les bases 3 et 4, si bases il y a. Or de telles séparations claires systématiques en sous-ensembles de 3, 4 ou 12 encoches n'existent sur aucun des os d'Ishango. Les exemples ethnographiques ne font donc qu'enfoncer un peu plus les théories de Pletser et Huylebrouck.

13. Idem.

LE PIEGE DE LA MATHEMATIQUE-FICTION

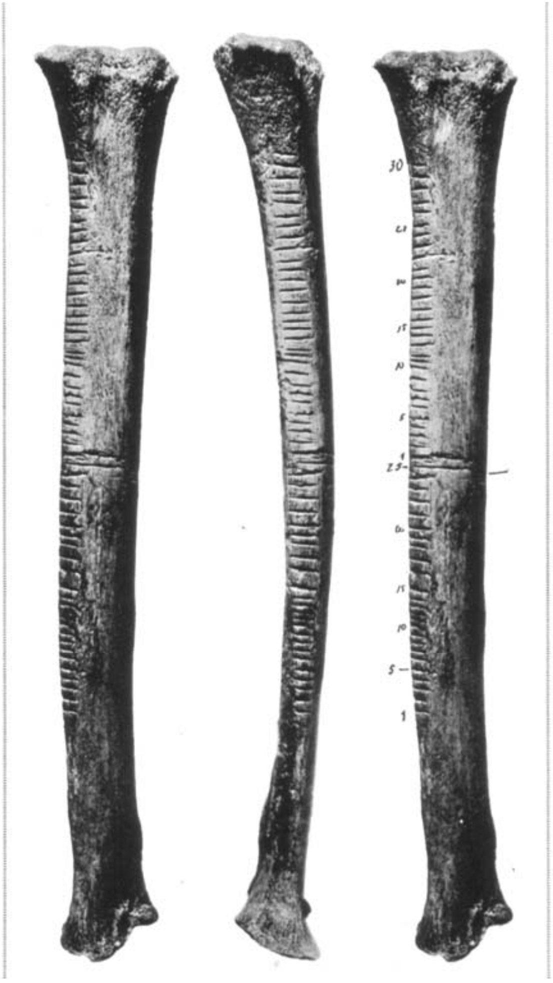
On peut faire dire tout ce que l'on veut aux statistiques ; adage bien connu, qu'il faudrait étendre aux mathématiques. Le problème avec les mathématiques en effet, c'est qu'en tant que formes abstraites, on peut les plaquer sur beaucoup de choses[14] ; puis, ayant plaqué ces formes sur un contexte quelconque, on se laisse emporter par la rigueur intrinsèque des formes abstraites *au point de prendre ce qui n'est qu'un canevas formel pour un contenu réel*. Au besoin, on n'hésite pas, comme nous venons de le voir, à faire rentrer de force le document réel dans le canevas formel. On invente ensuite quelque contexte concret et on imagine une histoire pour ne fabriquer en fin de compte qu'une *fiction mathématique*. C'est ce à quoi nous venons d'assister avec les spéculations de Heinzelin, Pletser et Huylebrouck, lesquels ne sont d'ailleurs que les derniers en date d'une longue lignée de victimes de l'illusion mathématicienne ; illusion d'autant plus tentante et fréquente qu'il s'agit de préhistoire. On peut citer les deux ingénieurs anglais, Alexander Thom (1894-1985) et son fils Archie qui, à partir de relevés d'alignements mégalithiques en Bretagne et en Angleterre, ont réussi à faire avouer à ceux-ci des constructions géométriques fondées sur des triplets pythagoriciens[15] ; l'important mathématicien B.L. van der Waerden (1903-1996) s'y est laissé prendre[16]. Mentionnons également l'historien russe Boris Frolov qui, à partir de graffitis préhistoriques sur des documents d'Europe de l'Est, conclut à l'existence de divers systèmes de dénombrements basés sur 3, 5, 7 et leurs multiples[17].

Pour les amateurs, il y a encore du pain sur la planche. Les sirènes de l'illusion mathématicienne ne manquent pas parmi les documents de la préhistoire ; il y a en particulier dans les musées français des dizaines de baguettes gravées en os ou en ivoire, datées de -35 000 à -10 000 ans environ, qui attendent le mathématicien

14. Jean-Pierre Adam s'est amusé avec les diverses dimensions d'une guérite de marchande de billets de loterie, avenue de Wagram à Paris ; il lui a fait avouer entre autres la distance Terre-Soleil, le nombre pi, le cycle de Meton. Jean-Pierre Adam : *Le passé recomposé. Chroniques d'archéologie fantasque*. Editions du Seuil, 1988.
15. Pour une critique détaillée, on pourra consulter : Olivier Keller, *Aux origines de la géométrie, le Paléolithique et le monde des chasseurs-cueilleurs*, Vuibert, 2004, pp16-18.
16. B.L. Van der Waerden : *Geometry and Algebra in Ancient Civilizations*. Springer, 1983.
17. Frolov, B.A. 'Comment on Alexander Marshack's paper'. *Current Anthropology* (1979) 20 (3):605-607. Du même auteur : 'Aspects mathématiques dans l'art préhistorique', communication au Symposium international d'art préhistorique, Valcamonica, 1968. Et 'Les bases cognitives de l'art préhistorique', communication au Symposium de Valcamonica, 1979.

naïf pour être promues au rang de document scientifique et sortir ainsi de l'obscurité de leur tiroir[18]. La concurrence promet d'être rude, et il y a des précédents.

En 1937, Karl Absolon présente dans *The Illustrated London News*[19] un radius de loup de 18 cm, découvert à Vestonice (République Tchèque) et daté de 30 000 ans (fig. 7). L'os comporte 55 encoches dont 25, nous dit l'auteur, sont groupées par 5 ; l'objet est donc une preuve directe que l'homme préhistorique faisait des calculs. Or, on a beau scruter les photographies, il n'y a pas moyen de discerner un groupement par cinq[20].



<u>Figure 7 :</u> Trois vues du radius de loup publiées par Karl Absolon dans The Illustrated London News du 2 octobre 1937.

---

18. Un grand nombre de baguettes sont reproduites dans : Marthe Chollot-Varagnac, *Les origines du graphisme symbolique. Essai d'analyse des écritures primitives en préhistoire*. Fondation Singer-Polignac, 1980.
19. The World's Earliest Portait-30.000 Years Old'. 2 oct. 1937.
20. Pour les amateurs : le même article présente une belle aiguille d'os, avec trois colonnes bien distinctes d'encoches bien régulières, tout ce qu'il faut pour fabriquer un instrument arithmétique.

Un autre objet entre en scène en 1987 ; c'est un péroné de babouin daté de -35 000, avec 29 encoches, « qui peut prétendre au titre de plus vieil artefact mathématique connu[21] », l'argument avancé étant qu'il ressemble aux marques calendaires utilisées de nos jours par les Bushmen de Namibie. Evidemment, la lecture très simple de ces deux documents ne soutient pas la comparaison avec l'interprétation sophistiquée qui est avancée pour les os d'Ishango. Néanmoins, que les prétendues lectures soient simples ou sophistiquées, toutes reposent sur un même fondement arbitraire, qui consiste à croire que des encoches ont nécessairement un caractère numérique. Claudia Zaslavsky[22] raconte que certaines femmes africaines font de temps en temps une encoche dans le manche de leur cuillère en bois. Marquent-elles des jours ? Jouent-elles avec des nombres ? Nullement : elles font une marque chaque fois qu'elles reçoivent un coup de leur mari ; et dès que le manche de la cuillère est rempli, elles demandent le divorce. Une encoche peut donc n'être qu'une marque, ce qui ne paraît pas grand-chose si l'on est obnubilé par l'arithmétique ; il y a pourtant là la plus importante invention que nous devons à nos ancêtres du Paléolithique supérieur, celle du signe. Et à s'égarer dans des spéculations numériques hasardeuses, on gaspille du temps, de l'argent et du papier alors qu'il y a tant à découvrir dans les signes préhistoriques, y compris en ce qui concerne la gestation intellectuelle du concept de nombre, en les confrontant avec la documentation ethnographique.

DEUX CONTRE-EXEMPLES ETHNOGRAPHIQUES

Dans les maisons des Bambara, nous raconte Germaine Dieterlen[23], des dessins sont tracés à la bouillie de mil sur les murs de l'une des pièces. L'un d'entre eux (fig. 8) nous suggère une belle fiction :

---

21. Bogoshi, Naidoo et Webb : 'The Oldest Mathematical Artefact'. *The Mathematical Gazette*, vol 71, n°458, déc.1987.
22. Claudia Zaslavsky : *L'Afrique compte ! Nombres, formes et démarches dans la culture africaine*. Editions du Choix, 1995. L'original anglais est de 1973.
23. Germaine Dieterlen : *Essai sur la religion bambara*. Bruxelles, Editions de l'Université de Bruxelles, 1988, pp 154-155. Réédition de l'ouvrage paru aux Presses Universitaires de France en 1951.

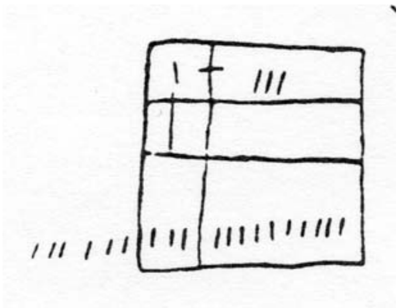


Figure 8 : ***Rectangle rituel sur un mur de maison bambara****. (Banankoroni, Mali).*
Source : G. Dieterlen (1988), p. 155.

Les nombres de la ligne du bas sont 10 et 3. 10 divisé par 3 donne 3, avec un reste de 1, et ce sont justement 3 et 1 qui sont inscrits dans la ligne du haut. Le trait vertical de la ligne du milieu indique le lien entre les données de la ligne du bas et le résultat de la ligne du haut, et confirme donc l'hypothèse susdite. Quant au 6 qui est à l'extérieur du rectangle, il intervient dans deux opérations : 6+3 (ligne du haut)+1 (ligne du haut) = 10 (ligne du bas), et 6 = 3 (ligne du bas)+3 (ligne du haut). De plus, les nets groupements par 3 confirment l'existence d'une base 3 et de la base 6 dérivée.

Telle est l'affabulation que l'on pourrait défendre bec et ongles si nous ne connaissions pas le sens de la figure, au cas où elle aurait été découverte par exemple sur la paroi d'une grotte ornée paléolithique. La réalité est celle-ci : les trois lignes du rectangle représentent les trois divisions de l'univers, le ciel et l'eau, l'air et la terre. Puis,

> *Dans le carré supérieur à gauche, un trait connote Faro dans sa toute puissance, seul maître du ciel, de l'eau, de la vie. Un trait horizontal rappelle la domination qu'il exerce sur le monde. Ceux qui suivent sont ses enfants. Le total évoque la forme féminine du génie*[24]*. [...] Le rectangle central est le domaine de Téliko : air et vent. Le petit trait qui traverse verticalement le carré de gauche représente le génie tentant de pénétrer le plan de Faro pour le vaincre. [...] Le rectangle inférieur délimite la terre, siège des génies Soba. La ligne de 22 bâtonnets*[25] *qui le recouvre rappelle les 22 éléments de la création, les 22 choses indispensables à l'homme de ce monde*[26]*.*

@@@@@@@

24. Quatre est féminin parce que les femmes ont quatre lèvres.
25. La figure n'en comporte que 19.
26. Dieterlen, *ouvrage cité*.

Exerçons maintenant notre sagacité avec les *message-sticks* utilisés par des aborigènes d'Australie, décrit au début du siècle dernier[27]. Ils comportent sur les côtés des encoches bien régulières et partagées en groupes incontestables, gravées sur des baguettes ou sur des planchettes, lesquelles deviennent de ce fait des proies idéales pour le piège mathématicien. Voici l'une d'entre elles (fig. 9), avec ses cinq, puis dix encoches sur le côté droit, et ses huit, puis quatre, puis trois encoches sur le côté gauche.

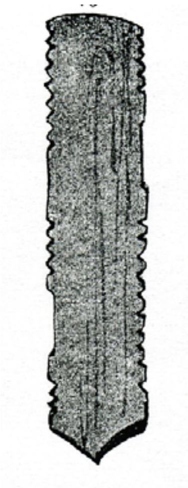


***Figure 9 :* Message-stick utilisé par les aborigènes d'Australie, avec des encoches de chaque côté.** *Source : Howitt (1904), p. 704.*

Et voici une fable, tout aussi ou tout aussi peu plausible que celles qui nous ont occupés dans cet article: le total étant de 15 de chaque côté, nous avons à l'évidence la comparaison entre deux bases. A droite, la base 5 avec 5 et son double ; à gauche la base 3 avec 3, puis 4, c'est-à-dire *une* fois 3 plus *un*, suivi par 8, c'est-à-dire *deux* fois trois plus *deux*. De plus, comme 8 (à gauche) est presqu'en face de 5 (à droite), et que 4 et 3 (à gauche) sont presqu'en face de 10 (à droite), « ce ne peut être l'effet du hasard » : et en effet il y a le même écart de 3 entre 8 et 5 d'une part, et entre 4+3 et 10 d'autre part.

Et voici la réalité. Il s'agit d'un aide-mémoire à usage du porteur d'un message destiné à un certain groupe. Le message est le suivant :

Je suis actuellement à une distance de cinq « camps » (étapes) de chez vous. Au bout de tant de temps je viendrai vous rendre visite, untel et untel sont

27. Alfred William Howitt : *The native tribes of South East Australia*. Londres, Macmillan, 1904. Chapitre XI.

avec moi. Envoyez moi un peu de farine, de thé, du sucre et du tabac. Comment vont Bulkoin, sa femme et Bunda[28] *?*

Et l'aide mémoire fonctionne ainsi :

Cinq encoches sont les cinq « camps » qui séparent l'auteur du message et son destinataire [...] ; dix encoches donnent le temps au bout duquel le premier rendra visite au second ; huit encoches les huit personnes qui campent avec l'auteur du message ; quatre encoches les objets demandés ; et les trois dernières les trois personnes dont on demande des nouvelles[29]*.*

Il y aurait beaucoup d'autres exemples. Ces deux là sont suffisamment cruels pour les auteurs de fables mathématiques, il n'est pas besoin d'en rajouter.

ORIENTATIONS POUR UNE RECHERCHE

S'il est désolant que des fictions du style « calculette d'Ishango » circulent et soient souvent prises pour argent comptant, ce n'est pas seulement en raison de leur faiblesse interne et de leur invraisemblance, mais c'est aussi qu'il y aurait mieux à faire avec toute cette documentation venue de l'archéologie et de l'ethnographie. Nos exemples, ainsi que tous les autres du même type chez les peuples traditionnels, montrent que les marques peuvent représenter tantôt des individus particuliers, tantôt une collection d'individus non spécifiés, tantôt des types d'objets (tabac, sucre etc.), tantôt une énumération de jours de marche, et parfois même une pluralité indéterminée, ce qui est loin de suffire pour en faire des nombres. Je n'ai pas besoin du nombre quatre si, chargé de demander des nouvelles de Pierre, Paul, Jacques et Jean, je fais quatre encoches dans un bout de bois pour ne pas en oublier : j'ai bien réalisé une bijection, mais une bijection n'est pas un nombre.

Et justement, c'est là l'aspect essentiel : le dénominateur commun à *tous* les documents ethnographiques de ce type est qu'ils réalisent à coup sûr des bijections, c'est-à-dire des correspondances élément par élément entre des choses et des signes. Pour ce faire, il faut déjà avoir inventé le signe, c'est-à-dire une représentation purement abstraite n'ayant matériellement rien à voir avec la chose

28. Idem, p.695.
29. Idem.

représentée. Puis, beaucoup plus subtil, il faut inventer la bijection, correspondance élément par élément entre des individus et des signes identiques, qui a pour effet de réduire une collection donnée à une collection abstraite d'individus indifférenciés, c'est-à-dire à une *pluralité*. Avec les encoches, les traits, les points, toutes les particularités des objets-sources (individus, objets, jours ...) sont gommées, chacun de ces objets est devenu identique aux autres et pourtant distinct des autres. Identiques, et pourtant différents, telle est la contradiction qui est à la source du concept de pluralité ; cela implique de tracer des signes les plus indiscernables possibles, non seulement dans l'aspect mais aussi dans la disposition. Trois points disposés en ligne, et régulièrement espacés, valent mieux pour exprimer cela que trois points disposés en triangle, par exemple. L'idée de pluralité implique de gommer toutes les particularités des objets, mais quelque chose dont on a gommé toutes les particularités n'est plus *rien* : d'où le tracé de signes les plus discrets possibles, sortes de marques purement abstraites, un existant inexistant. Les points, barres, encoches, font évidemment mieux l'affaire pour exprimer cela que des mammouths, des chevaux ou des signes géométriques complexes.

On voit donc, sans qu'il soit besoin pour cela de se lancer dans des interprétations ou des calculs hasardeux, et en s'appuyant sur l'ethnographie des chasseurs-cueilleurs, qu'il est tout à fait raisonnable de prendre pour hypothèse que les chasseurs-cueilleurs du Paléolithique supérieur ont inventé la pluralité, et qu'ils étaient donc sur la voie du nombre. Pour passer de la pluralité au nombre, il faut un système de signes qui remplisse trois conditions :

- que parmi toutes les marques possibles (points, encoches, parties du corps etc.) certaines soient choisies comme « collections-types »[30] spécialement chargées d'exprimer des pluralités.

- que pour comparer deux ensembles d'objets, on ne le fasse plus directement, par correspondance élément par élément entre ces deux ensembles, mais que l'on opère par l'intermédiaire de la collection-type.

- que la collection-type soit organisée en une suite ordonnée de degrés de quantité, par exemple :

I, II, III, etc. s'il s'agit d'entailles

index, annulaire, majeur, etc. s'il s'agit de parties du corps,

30. J'emprunte cette expression au mathématicien français Henri Lebesgue (1875-1941)

de telle sorte qu'avec « III » ou « majeur », par exemple, on comprenne à la fois l'aspect cardinal (trois) et ordinal (troisième).

Il est clair que, face aux documents bruts de la préhistoire, il paraît impossible de déterminer si certaines de ces conditions sont remplies ou non. On peut néanmoins espérer des progrès dans ce sens avec des travaux du type de ceux de Francesco d'Errico[31] ; ce chercheur et son équipe tentent en effet de déterminer, grâce à des critères techniques et non au moyen d'hypothèses interprétatives, si les marques sont un décor ou non, et si elles n'en sont pas, si nous avons affaire à un « artificial memory system » et lequel. Mais à l'heure actuelle le moyen le plus efficace pour avancer est la confrontation entre les documents de l'archéologie et les documents de l'ethnographie[32] ; un tel rapprochement, nous venons de le voir, est au minimum un garde-fou efficace contre la tentation de la mathématique-fiction !

■

(août 2010)

31. Francesco d'Errico : 'A New Model and its Implications for the Origin of Writing : The La Marche Antler revisited'. *Cambridge Archeological Journal*, vol 5 (2), 1995, pp 163-206.
32. Cela fait partie des recherches actuelles de l'auteur, pour une *Préhistoire de l'arithmétique* à paraître dans quelques mois.