

## Методические замечания к главе.

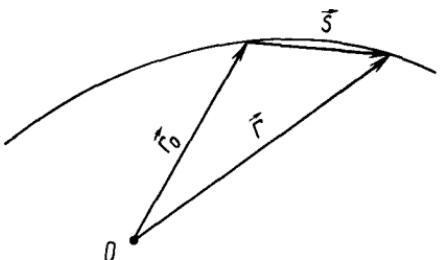


Рис. 4.3.

рый момент времени  $t$ . Связь вектора перемещения  $\vec{s}$  с радиус-вектором  $\vec{r}$  и начальным радиус-вектором  $\vec{r}_0$  видна из рисунка 4.3, откуда следует, что  $\vec{s} = \vec{r} - \vec{r}_0$ ; и даже  $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{d\vec{s}}{dt}$ , т. е. скорость

движения точки может быть определена через вектор перемещения.

Надо со всей определенностью подчеркнуть, что нет никакого смысла применять векторную форму записи кинематического уравнения в частных случаях движения, так как для любого конкретного движения исчерпывающими являются формулы в проекциях или в естественной форме. В современных школьных учебниках это обстоятельство не учитывается. Пишутся, например, векторные уравнения для одномерного движения.

В кинематике вводится понятие о сложном движении точки. Смысл понятия сложного движения тесно связан с относительным характером движения: сложное движение по определению состоит из заданного движения точки в некоторой движущейся системе и движения этой системы в неподвижной. Однако в курсах физики часто говорится о том, что тело (или материальная точка) участвует в нескольких движениях, в связи с чем формально складывают или разлагают на составляющие векторы скорости и ускорения.

И в школьном курсе физический смысл сложения и разложения скоростей и ускорений, как правило, не выясняется: дело сводится к формальной математической операции сложения и разложения векторов. Между тем выражения типа «тело участвует в нескольких движениях», «имеет составляющие скорости» и т. д. без выяснения сути дела неясны, так как по определению у тела в заданной системе одно движение, одна скорость, одно ускорение.

Выяснение соответствующего круга вопросов — важная и трудная методическая задача, разрешаемая с помощью понятия об относительном характере механического движения, т. е. с помощью неподвижной и движущейся систем координат.

## ГЛАВА II. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Если до сих пор мы изучали различные движения тел как заданные или происходящие, рассматривали без выяснений условий, при которых осуществляется то или другое движение, то теперь наша задача состоит именно в выяснении причин, побудивших тело двигаться равномерно, ускоренно (по прямолинейной или криволинейной траектории) и т. д. Раздел механики, в котором изучаются причины движения, называется *динамикой*. В отличие от кинематики, где движение описывается только с помощью координат, скоростей и ускорений, в динамике вводятся и другие величины, характеризующие взаимодействие тел: сила, масса, энергия и т. д. Именно эти величины определяют характер движения. В динамике рассматриваются основные законы механического движения, с помощью которых появляется возможность предсказывать

характер движения в тех или иных условиях, рассчитывать теоретически кинематические параметры, создавать необходимые движения, управлять механическими процессами. Поэтому с физической точки зрения динамика гораздо содержательнее кинематики.

## § 5. Основные понятия и законы динамики

**5.1. Инерциальные системы отсчета и первый закон Ньютона.** Понятие об *инерциальной* системе отсчета известно из курса общей физики. Инерциальной является система, в которой соблюдается закон инерции: *изолированная материальная точка, т. е. не взаимодействующая с какими-либо материальными объектами, находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения.* Так как закон инерции выполняется не во всех системах, то формулировку его дают и по-другому: *в природе существуют системы отсчета, в которых изолированная материальная точка находится в состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения. Такие системы называются инерциальными.*

Закон инерции называют также первым законом Ньютона. Но при этом следует иметь в виду, что сам Ньютон дал несколько иную формулировку первого закона (см. § 5.3).

Из формулировки закона следует, что в инерциальных системах невзаимодействующее с чем-либо тело движется без ускорения. Что же касается тел, подверженных взаимодействию, то они могут двигаться ускоренно. Каждое ускорение обусловлено взаимодействием данного тела с другими телами, действием на него других тел.

Понятие инерциальной системы является идеализацией, так как в реальных системах не каждое ускорение движения материальной точки удается отнести к взаимодействиям с другими телами. Например, если ускорение свободного падения на Земле  $g = 980 \text{ см}/\text{с}^2$  относят к притяжению тел Землей, то изменение этого ускорения от экватора к полюсу, имеющее порядок  $1 \text{ см}/\text{с}^2$ , одним изменением притяжения в зависимости от широты места на Земле не объясняется, оно связано и с вращением Земли. Возможность замены той или иной реальной системы моделью — инерциальной системой определяется величиной изучаемых взаимодействий и степенью точности измерений.

Так, система отсчета, связанная с Землей, не является инерциальной: в ней имеет место ускорение, обусловленное вращением Земли, а не действием других тел на рассматриваемое движущееся тело. Однако если это ускорение мало по сравнению с ускорениями, вызванными взаимодействием с телами, то Землю принимают за инерциальную систему. С высокой степенью точности инерциальной является другая реальная система отсчета — гелиоцентрическая; центр ее следует совместить с центром Солнца, а оси той или иной системы координат направить на удаленные (неподвижные) звезды. В этой системе изучается взаимное движение Солнца и планет, космических кораблей и станций.

**5.2. Сила и масса.** Основным понятием, отражающим в механике физические условия, в которых находится материальная точка, является понятие *силы*. Материальная точка в реальных системах тел не является изолированной, она взаимодействует с другими телами, другими материальными точками. Взаимодействия могут быть разными по своей физической природе, но влияние на движение материальной точки любых взаимодействий одинаково — материальная точка получает ускорение движения. Поэтому оказывается возможным, не вникая в природу взаимодействий, охарактеризовать их механический эффект, вводя физическую величину — силу  $\vec{F}$ .

Рассмотрим систему двух материальных точек, взаимодействующих между собой. В результате взаимодействия точки движутся с ускорениями. Если фиксировать внимание на изменении скорости одной точки, то можно увидеть, что ускорение ее вызвано действием другой. Это действие и характеризуется силой. Поскольку в данном случае единственный механический эффект (проявление силы) состоит в ускорении, то количественную характеристику силы можно установить по величине вызываемого ею ускорения, постулируя зависимость между силой и ускорением: *сила, действующая на материальную точку, пропорциональна придаваемому точке ускорению*:

$$\vec{F} = k_1 \vec{a}, \quad (5.1)$$

где  $k_1$  — коэффициент пропорциональности.

Выбирая теперь некоторое тело в качестве эталона, используемого для измерения силы, и выбирая некоторую силу в качестве единичной, устанавливаем, измеряя вызванное ускорение, величину и размерность  $k_1$ :

$$k_1 = \frac{1 \text{ ед. силы}}{a}, \quad [k_1] = \frac{[F]}{|a|}.$$

Далее, располагая эталонным телом с известным  $k_1$ , измеряем с помощью формулы (5.1) любые силы.

Правомерность введения постулата (5.1) подтверждается прямыми экспериментами. Располагая значениями сил, измеренными с помощью одного избранного тела, можно убедиться, что сила пропорциональна ускорению для любого тела (разным телам соответствуют различные коэффициенты  $k_1$ ).

Механический эффект физических взаимодействий может быть и другим — тела при взаимодействии с другими телами получают деформации. Величина наблюданной деформации упругого тела-эталона, находящегося в равновесии, также может служить мерой для силы. Силу считают пропорциональной абсолютному удлинению при упругой деформации и направленной по направлению вектора удлинения:

$$\vec{F} = k_2 \Delta \vec{l}. \quad (5.2)$$

Выбирая некоторое упругое тело (пружину) за эталонное и выбирая некоторую силу в качестве единичной, устанавливаем значение  $k_2$  и его размерность:

$$k_2 = \frac{1 \text{ ед. силы}}{\Delta l}, [k_2] = \frac{|F|}{|L|}.$$

После этого оказывается возможным измерить любую силу с помощью данного упругого эталона по формуле (5.2). Единицы силы здесь будут иными, нежели при измерении по (5.1).

При измерении сил через ускорения опираются на динамическое проявление силы, а когда измеряют силу по деформации — на статическое. Любым из указанных способов можно установить векторный характер силы и выбрать единицы измерения.

Объективный характер закономерностей (5.1) и (5.2) подтверждается также следующим важным обстоятельством: если силу измерять с помощью (5.1), то (5.2) выступает как эмпирический закон, и наоборот.

Итак, *сила есть векторная физическая величина, характеризующая действие на тело других тел, в результате чего тело получает ускорение или деформируется*.

Векторный характер силы тесно связан с правилами сложения нескольких сил, одновременно действующих на тело, т. е. с заменой нескольких сил одной, вызывающей то же физическое действие, что и несколько исходных. Эти правила являются обобщением опыта и подтверждают, что сила — вектор, так как силы складываются как геометрические векторы. (Более подробное обсуждение сложения сил нам удобно провести несколько позже.)

Зная способы измерения ускорения и силы, устанавливаем, что величины ускорений, получаемые разными материальными точками под действием одной и той же силы, различны. Свойство тел — материальных точек — по-разному реагировать на действие одной и той же силы называется *инертностью*. Мерой инертности материальной точки является ее *масса*  $m$ . Определим инертную массу, постулируя зависимость ускорения при некоторой выбранной силе  $\vec{F}$  от массы  $m$ :

$$\vec{a} = k \frac{\vec{F}}{m}. \quad (5.3)$$

Для двух тел, испытывающих действие одной и той же силы, получим:

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{a_1}{a_2}. \quad (5.4)$$

*Массы материальных точек обратно пропорциональны модулям ускорений, получаемых точками под действием одной и той же силы.*

Выбирая этalon массы, с помощью формулы (5.4) оказывается возможным измерять массу тел. Полагая в (5.4)  $m_1 = 1$  ед. массы, получаем:

$$m_2 = 1 \text{ ед. массы} \cdot \frac{a_1}{a_2}.$$

В правомерности постулированной зависимости (5.3) убеждает распространение ее на любые силы; при определении массы фиксировалась некоторая постоянная сила, опыт же показывает, что при действии любой другой силы на тела с измеренной ранее массой обратная пропорциональность ускорения и массы выполняется. Соотношение (5.4) поэтому справедливо для любой силы. Таков первый способ измерения массы — сравнение ускорений. Измеренная этим способом масса носит название *инертной*.

Существует и *второй способ* измерения массы — взвешивание тел. Здесь сравнение массы тела с массой эталонов — гирь — производится путем сравнения сил притяжения тел к Земле. По существу измеряется не инертная масса, а другая величина — *тяжелая масса*. Однако равенство инертной и тяжелой масс (при одном и том же выборе единиц) в настоящее время экспериментально установлено с высокой степенью точности.

Экспериментальные сведения о массе тел, которые получены в различных разделах физики, позволяют сделать заключение, что масса — величина скалярная (истинный скаляр), всегда положительная, обладает свойством аддитивности. Для изолированной системы справедлив закон сохранения ее полной массы.

На аддитивности и сохранении массы в классической механике остановимся особо. Постоянство массы при действии силы на тело означает ее независимость от скорости движения тела и является экспериментальным фактом, использованным при определении массы в формулах (5.3) и (5.4). Закон сохранения полной массы изолированной системы как *суммы масс* входящих в нее тел является для классической механики утверждением тривиальным; в механических процессах тела сохраняют свою индивидуальность, не испытывают каких-либо превращений, связанных с изменением массы. Но и в классической механике можно рассматривать механическое соединение двух (или нескольких) тел в одно, разделение одного тела на несколько частей. Например, два тела можно стянуть болтами, склеить, тело можно распилить на части и т. д. Во всех этих случаях выполняется свойство аддитивности массы: масса целого равна сумме масс частей. Это утверждение имеет самостоятельное значение и является обобщением опыта. Но аддитивность массы приближительна и справедлива только для классической области движений и взаимодействий, т. е. когда рассматриваются макроскопические части тела и  $v \ll c$ .

В заключение вернемся к зависимости (5.3). Эта зависимость между величинами  $\vec{F}$ ,  $m$  и  $\vec{a}$  является одним из важнейших законов природы и носит название *второго закона Ньютона*. Далее в курсе проводится его анализ.

**5.3. Законы Ньютона.** Основные принципы классической механики были сформулированы И. Ньютоном (1643—1727) в знаменитом сочинении «Математические начала натуральной философии» в 1687 г. В честь его творца классическую механику часто именуют *ニュートン力学* («Ньютона механика»), а основные принципы механики известны под названием *законов Ньютона*. Приведем формулировки законов, данные самим Ньютоном, в переводе академика А. Н. Крылова.

### Закон I

*Всякое тело продолжает удерживаться в своем состоянии покоя или равномерного прямолинейного движения, пока и поскольку оно не подвергается приложенными силами изменить это состояние.*

## Закон II

Изменение количества движения пропорционально приложенной движущей силе и происходит по направлению той прямой, по которой эта сила действует.

## Закон III

Действию всегда есть равное и противоположное противодействие, иначе взаимодействия двух тел друг с другом равны и направлены в противоположные стороны.

Первый закон обсуждался нами выше, когда рассматривали инерциальные системы отсчета.

Второй закон является стержнем всей механики. Поскольку количество движения, по Ньютону, есть произведение массы тела на его скорость, т. е.  $\vec{m}\vec{v}$ , то математическая формулировка закона выражается формулой:

$$\frac{d(\vec{m}\vec{v})}{dt} = k\vec{F}. \quad (5.5)$$

В области нерелятивистских скоростей масса тела является величиной постоянной, не зависящей от скорости, поэтому из выражения (5.5) имеем:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = k\vec{F},$$

или

$$\vec{a} = k \frac{\vec{F}}{m}. \quad (5.6)$$

Формулировку второго закона Ньютона в настоящее время часто дают в соответствии с (5.6).

Ускорение движения материальной точки совпадает по направлению с приложенной к ней силой; по модулю прямо пропорционально модулю силы и обратно пропорционально массе материальной точки.

Если все величины взять в международной системе единиц, то второй закон Ньютона выразится векторным равенством

$$\vec{ma} = \vec{F}. \quad (5.7)$$

Формула (5.7) может рассматриваться также в качестве динамического определения силы и служит для выбора ее единицы измерения — ньютона:  $1\text{Н} = 1\text{кг} \cdot \text{м}/\text{с}^2$ .

В связи с этим часто поднимается вопрос о сути второго закона: является ли он отражением объективно существующей в природе зависимости между величинами или только определением силы? Но такое противопоставление неправомерно потому, что введение какого-либо определения в физике, не опирающегося на объективную закономерность, ничего не дает.

Смысл второго закона и его фундаментальное для всей классической механики значение состоит в том, что силу и массу можно определить независимо друг от друга, т. е. определить силу, дей-

ствующую на теле, не зная его массы, и определить массу, не измеряя силы. В таком случае возникает возможность рассчитать ускорение, сообщаемое телу данной силой. Возможно решение и другой задачи: измеряя ускорение кинематически и определяя массу (независимо от силы), вычисляют силу. Те и другие расчеты имеют практическое значение потому, что как сила, так и масса тел отражают реальные свойства взаимодействия тел, а между силой, массой и ускорением объективно существует зависимость.

В первом и втором законах говорится о теле, считающемся материальной точкой: в первом законе оно изолировано от всех остальных тел, а во втором — рассматривается действие на него другого тела без анализа последствий этого действия для другого тела. В третьем законе Ньютона рассматриваются два тела, моделируемые материальными точками. Точки на расстоянии взаимодействуют между собой, т. е. действуют друг на друга с некоторыми силами. Третий закон Ньютона, или закон равенства действия и противодействия, устанавливает характер взаимодействия материальных точек. Удобна и следующая формулировка третьего закона, в которой использованы введенные ранее понятия материальной точки и силы: *силы, с которыми две материальные точки действуют друг на друга, расположены по прямой, соединяющей точки, равны по модулю и противоположны по направлению.*

Эти силы являются центральными. Для центральной силы линия силы всегда проходит через некоторую точку — центр, в котором помещается источник силы — действующая точка.

Обозначая вектор силы, с которой точка  $M_1$  действует на точку  $M_2$  через  $\vec{F}_{1,2}$ , а силы, с которой точка  $M_2$  действует на точку  $M_1$ , через  $\vec{F}_{2,1}$ , по третьему закону Ньютона имеем:

$$\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1} \quad (5.8)$$

(точки и векторы сил взаимодействия изображены на рис. 5.1).

На практике часто имеют дело с системой взаимодействующих между собой материальных точек, число которых больше двух. Возникает вопрос: каковы законы совместного действия нескольких точек на рассматриваемую? Ответ на этот вопрос дает прин-

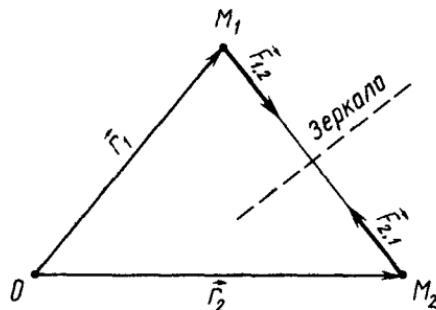


Рис. 5.1

цип независимости действия сил, или *принцип суперпозиции сил*, который является необходимым дополнением законов Ньютона: *ускорение, получаемое материальной точкой при одновременном действии на нее нескольких сил, равно геометрической сумме ускорений, получаемых точкой при действии каждой из этих сил в отдельности.*

Из принципа суперпозиции следует, что *равнодействующая сила*, т. е. сила, заменяющая действие нескольких сил, приложенных к точке, равна геометрической сумме векторов этих сил. Пусть к материальной точке приложены силы  $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n$ . По второму закону они сообщают точке ускорения:

$$\vec{a}_1 = \frac{\vec{F}_1}{m}, \vec{a}_2 = \frac{\vec{F}_2}{m}, \dots, \vec{a}_n = \frac{\vec{F}_n}{m}.$$

Результирующее ускорение в соответствии с принципом суперпозиции при совместном действии сил

$$\vec{a} = \vec{a}_1 + \vec{a}_2 + \dots + \vec{a}_n = \frac{1}{m} (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n).$$

Отсюда следует, что равнодействующая сила  $\vec{F} = \vec{a}m$  определяется формулой

$$\vec{F} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (5.9)$$

Таким образом, векторный характер силы подтверждается этим выводом из принципа суперпозиции. Важно отметить, что принцип суперпозиции сил является обобщением опытных данных.

**5.4\*. Связь первого и третьего законов Ньютона со свойствами пространства и времени.** В первом законе говорится о не взаимодействующей с чем-либо материальной точке, т. е. по существу о единственной материальной точке во всем пространстве. Рассмотрим два положения ее: в точке  $x_1, y_1, z_1$  в момент времени  $t_1$  и в точке  $x_2, y_2, z_2$  в момент времени  $t_2$ . В силу однородности пространства и времени переход материальной точки из одного положения в другое не может изменить какую-либо физическую характеристику ее, в частности скорость. Отсюда следует, что для такой материальной точки единственно возможным является движение с постоянной скоростью  $\vec{v}$  (в том числе  $\vec{v} = 0$ , т. е. покой). Легко видеть, что движение с постоянным ускорением невозможно, так как при нем будет изменяться скорость, что в силу однородности пространства и времени запрещено. Изотропия пространства приводит к тому, что при движении по инерции возможно любое направление скорости. Итак, закон инерции связан с однородностью и изотропностью пространства и с однородностью времени.

Обсудим третий закон. Рассмотрим систему, состоящую из двух материальных точек. Поскольку пространство и время однородны, то силы, с которыми взаимодействуют точки, не могут зависеть от координаты точки пространства и момента времени. Но может

иметь место зависимость силы от расстояния между точками, т. е.  $F_{1,2} = F(r_{1,2})$ , причем направление  $\vec{F}_{1,2}$  может быть только совпадающим или противоположным  $r_{1,2}$ , так как никакие другие направления в силу изотропности в пространстве не выделены. Но это и отражено в третьем законе в утверждении о направлении сил. Таким образом, центральный характер взаимодействия между парами точек обусловлен свойствами пространства.

Силы взаимодействия могут зависеть еще от масс точек  $m_1$  и  $m_2$ . Если точки поменялись местами, физическое состояние системы, а значит и взаимодействие точек, не изменится благодаря зеркальной симметрии пространства (см. рис. 5.1). Единственная возможность сохранения картины сил при отражении — выполнение равенства:  $\vec{F}_{1,2} = \vec{F}_{2,1}$ . Это — вторая часть формулировки третьего закона.

Таким образом, третий закон Ньютона связан с однородностью, изотропностью и зеркальной симметрией пространства. Кроме того, он связан с механической моделью мгновенной передачи взаимодействия между точками системы: силы равны лишь при условии, что второе тело мгновенно реагирует на изменение расстояния до первого, т. е. взаимодействие передается с бесконечно большой скоростью.

**5.5. Механическая концепция взаимодействия и силы в механике.** Изучение природы сил не входит в содержание механики и выполняется в других разделах физики. По данному вопросу можно высказать только самые общие соображения, вытекающие из модели материальных объектов и модели взаимодействия между ними, принятых в механике и составляющих основу механической концепции. Сведем сейчас воедино сведения, уже приводившиеся ранее по этому вопросу, т. е. изложим механическую концепцию движения и взаимодействия.

Исходной для механики является система материальных точек в пустоте, связанных взаимодействием, мгновенно передающимся от одной точки к другой, т. е. дальнодействием. Силы взаимодействия, возникающие между двумя точками в любой их паре, имеют центральный характер и подчиняются третьему закону Ньютона.

Под действием сил возможен единственный механический эффект в системе: движение ее точек с ускорениями, определяемыми формулой второго закона Ньютона.

Перейдем от взаимодействия между парами точек к понятию силового поля. Рассмотрим равнодействующую сил, действующих на некоторую точку в системе со стороны всех остальных. Так как каждая из составляющих сил зависит от расстояний рассматриваемой точки до других точек, а эти расстояния — от положения рассматриваемой точки в пространстве, то величина равнодействующей будет функцией координат материальной точки, т. е.  $\vec{F} = \vec{F}(r)$ .

Если рассматривать теперь одну движущуюся точку, испытывающую на себе действие сил со стороны других движущихся точек, то очевидно, что силы окажутся зависящими от времени, так как положение других точек изменяется, т. е. вектор силы в общем случае может быть функцией координат и времени:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, t). \quad (5.10)$$

Таким образом, рассматривая равнодействующую системы сил, действующих на отдельную точку, мы приходим к понятию *силового поля* — это пространство, в каждой точке которого на движущуюся или неподвижную материальную точку действует сила, зависящая от координат точки и момента времени. В данном случае понятие силового поля полностью согласуется с механической моделью материальных объектов и концепцией дальнодействия, дополняя их удобной математической формой описания взаимодействия: вместо подробного рассмотрения всех попарных взаимодействий достаточно знать или задать силовое поле. Но это поле не материальный объект, заполняющий пространство и входящий в механическую систему, а вспомогательное математическое понятие. В механике считают, что взаимодействуют точки через пустоту, без помощи какого-либо переносчика взаимодействия.

В реальной действительности рассмотренная механическая концепция прежде всего охватывает *гравитационные взаимодействия*: с высокой степенью точности сила взаимного притяжения двух материальных точек обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена по линии, соединяющей точки. Формула (5.10) в общем виде выражает силу, действующую на материальную точку в гравитационном поле.

Кроме гравитационных, в природе широко распространены *электромагнитные взаимодействия*. Чтобы материальные точки участвовали в них, необходимо снабдить точки электрическими зарядами, так что материальная точка будет характеризоваться двумя скалярными величинами — массой  $m$  и зарядом  $q$ . Опыт показывает, что электромагнитные силы зависят от скорости движения точки. В рамках механической концепции силы взаимодействия двух точек могут зависеть, кроме расстояния между ними, еще от модуля относительной скорости их движения, т. е.  $\vec{F}_{1,2} = \vec{F}(\vec{r}_{1,2}, v_{1,2})$ .

Благодаря изотропности пространства эта сила может быть направлена только по линии, соединяющей точки. Силы взаимодействия зависят от зарядов  $q_1$  и  $q_2$ .

Сменим места частиц, отразив систему в зеркале (см. рис. 5.1). Зеркальная симметрия силовой картины возможна только при условии:  $\vec{F}_{1,2} = -\vec{F}_{2,1}$ .

Третий закон Ньютона для сил, зависящих от относительной скорости, справедлив.

Рассмотрим равнодействующую сил, действующих в этом случае на некоторую точку в системе со стороны остальных точек. Так как каждая из составляющих сил зависит от относительной скорости, а эта скорость — от скорости движения точки в пространстве,

то величина равнодействующей будет функцией вектора скорости рассматриваемой точки (при неподвижных остальных):  $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v})$ .

Если учесть движение остальных точек, то окончательно формула приобретает вид:

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}, \vec{v}, t). \quad (5.11)$$

Формула (5.11) дает общий вид зависимости механической силы, действующей на материальную точку, от ее положения в пространстве, скорости и времени.

К механическим силам относят также силы *упругости, трения и сопротивления среды*, действующие на макроскопические тела. По своей природе это электромагнитные силы, обусловленные взаимодействиями между заряженными микрочастицами, входящими в состав макроскопических тел. Они возникают при соприкосновении тел. Поэтому силы упругости, трения, сопротивления среды называют контактными. Задача о подробном рассмотрении взаимодействия в сложнейшей системе микрочастиц в механике не ставится. Вместо этого рассматривается и эмпирически определяется суммарный макроскопический эффект — упругая сила, сила трения, сила сопротивления вязкой среды движению тела. Последняя сила оказывается зависящей от скорости. Подчеркнем, что для двух тел, взаимодействующих посредством контактных сил, третий закон Ньютона справедлив.

Подводя итог, можем констатировать, что в самом общем случае сила (равнодействующая всех сил), приложенная к материальной точке, есть векторная функция радиус-вектора точки, ее скорости и времени.

В соответствии с формулой (5.11) проекции силы на оси прямоугольной декартовой системы координат будут функциями координат точки, проекций ее скорости и времени:

$$\begin{cases} F_x = F_x(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t), \\ F_y = F_y(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t), \\ F_z = F_z(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t). \end{cases} \quad (5.12)$$

Вид этих функций должен определиться или на основании экспериментов, или на основании дополнительных физических гипотез и теорий. В механике же функциональная зависимость силы от координат, скорости и времени предполагается известной, если решается задача о нахождении ускорения тела под действием силы.

**5.6. Полевая концепция взаимодействия и ее связь с механической.** Если в рамках механической концепции укладываются основные известные нам проявления гравитационных взаимодействий, то электромагнитные взаимодействия описываются ею лишь в частных случаях. Что касается *сильных и слабых* взаимодействий, то они не соответствуют механической концепции в главном: для них полностью исключается применение модели дальнодействия.

Механическая концепция не может претендовать на охват всего материального мира, т. е. не может быть положена в основу его физической картины. Особенно существенный пробел в механической концепции — отсутствие в системе наряду с материальными телами материальных полей, взаимодействующих с телами. Поля

передают взаимодействие между точками системы с высокой, но не бесконечной скоростью  $c$ , действуя на точку там, где она находится в поле. Такое взаимодействие и называют близкодействием.

Не анализируя природу, свойства и происхождение поля, рассмотрим, к каким изменениям представлений о взаимодействии приводит включение поля в механическую систему материальных точек.

Поле непрерывно заполняет пространство. Основное его механическое действие заключается в том, чтобы дать ускорение материальным точкам, помещенным в поле, это силовое действие. Примером силы, действующей на заряженную материальную точку в поле, являются сила тяжести и сила Лоренца. Для сил, действующих в физических полях на материальные точки, справедлив второй закон Ньютона, если движение точки существенно не изменяет параметры поля, и точкой моделируется макроскопическое тело.

Рассмотрим две взаимодействующие через поле материальные точки. Первая точка создает поле, а вторая — испытывает на себе его действие. Взаимодействие передается с конечной скоростью, так что сила, действующая на вторую точку со стороны первой в момент времени  $t$ , определяется положением (и скоростью) первой точки в предыдущий момент времени  $t - \tau$ , т. е. с учетом времени на передачу взаимодействия, так называемого времени запаздывания  $\tau = \frac{r}{c}$ . Это и нарушает равенство действия и противодействия; третий закон Ньютона не выполняется. Особенно наглядно объясняется нарушение, если использовать закон сохранения импульса (см. § 9).

В чистом виде основная механическая модель материальных объектов — система точек — и взаимодействие между ними — дальнодействие — может применяться тогда, когда материальное поле, передающее взаимодействие, можно не учитывать, заменив его силовым. Это правомерно, если временем запаздывания можно пренебречь. А последнее возможно, если скорости движения точек  $v \ll c$ . В таком случае точка не успеет за время распространения взаимодействия сместиться, и такой случай сводится к мгновенному взаимодействию. Кроме того, поле должно изменяться сравнительно медленно, так, чтобы на протяжении времени запаздывания оно могло считаться стационарным. Для этого также нужны условия нерелятивистского движения:  $v \ll c$ .

Движение макроскопических тел с нерелятивистскими скоростями осуществляется в сравнительно слабых и медленно изменяющихся полях — электромагнитном и гравитационном; это движение изучается в механике без применения понятия материального поля.

Рассмотрим выход, связанный со свойствами микрочастиц, за пределы механической концепции взаимодействия. В механике материальная точка, как подчеркивалось ранее, заменяет собой макроскопическое тело или его макроскопическую часть. В этом случае оказывается возможным применение бесструктурной модели — точки, не обладающей какими-либо *направленными в пространстве параметрами*.

Когда же мы имеем дело с микрочастицами, то такие параметры неизбежно появляются, например векторы спинов. Из рисунка 5.2 видно, что осевая симметрия задачи о двух взаимодействующих точках, обладающих векторным параметром  $\vec{S}$ , нарушена, т. е. силы взаимодействия в принципе могут зависеть от взаимных направлений векторов  $\vec{S}_1$ ,  $\vec{S}_2$ ,  $\vec{r}_{12}$  и могут быть направлены под углом к  $\vec{r}_{12}$ . Иными словами, могут существовать нецентральные силы.

Считается, например, что нецентральная составляющая имеется у сил взаимодействия между нуклонами в ядре.

Нечентральные силы, хотя и удовлетворяют равенству  $F_{1,2} = F_{2,1}$ , не подчиняются третьему закону Ньютона, так как не лежат на прямой, соединяющей взаимодействующие частицы. Тем самым они выходят за рамки механической концепции.

Наконец, в микромире при очень малых расстояниях между частицами — порядка  $10^{-13}$  см — все взаимодействия приводят не к ускоренным движениям, а либо к взаимным превращениям микрочастиц, либо к образо-

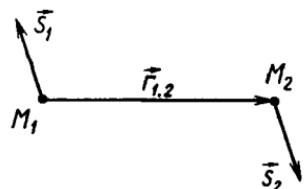


Рис. 5.2.

ванию из них сравнительно устойчивых систем. В этих случаях механическая концепция целиком утрачивает смысл.

**5.7. Принцип относительности Галилея.** Преобразования Галилея (3.11) служат для перехода от некоторой неподвижной инерциальной системы отсчета  $Oxyz$  к подвижной  $O'x'y'z'$ :  $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}_0 t$ ,  $t' = t$ .

В частном случае выбора осей имеем формулы (3.12):

$$x' = x - Vt, \quad y' = y, \quad z' = z, \quad t' = t.$$

Отсюда следует преобразование скоростей по формулам (3.13):

$$v'_{x'} = v_x - V, \quad v'_{y'} = v_y, \quad v'_{z'} = v_z,$$

которое дает возможность заключить, что материальная точка, движущаяся в нештрихованной системе с постоянной скоростью  $\vec{v}$ , в штрихованной движется также с постоянной скоростью  $\vec{v}'$ , хотя и иной по величине. Следовательно, закон инерции справедлив и в подвижной, штрихованной, системе, а эта система является инерциальной. Если имеется одна инерциальная система, то все остальные, движущиеся в ней равномерно, прямолинейно, поступательно, также инерциальны.

Важные свойства однородности и изотропности пространства и однородности времени постулированы в § 1 для некоторой инерциальной системы отсчета. В силу линейности преобразований Галилея эти и другие названные ранее свойства справедливы для пространства и времени в любой инерциальной системе. Все инерциальные системы поэтому геометрически эквивалентны.

Оказывается, что инерциальные системы эквивалентны и физически. Механическая эквивалентность систем отражена в *принципе относительности Галилея*. В классической механике постулируется, что *все инерциальные системы отсчета эквивалентны для механических взаимодействий*. Другими словами, принцип относительности состоит в том, что любое механическое явление происходит во всех инерциальных системах по одним и тем же законам, имеющим инвариантную форму. Имеются также неизменные величины — инварианты преобразований Галилея. Они оказываются особенно существенными при изучении движения, так как выражают неизменные во всех системах отсчета свойства тел и движений.

Рассмотрим величины, входящие в формулу (5.7) второго закона Ньютона. В соответствии с преобразованиями Галилея ускорение — величина инвариантная, как это следует из равенства  $\vec{a} = \vec{a}'$ . По принципу относительности система материальных точек находится в одинаковых механических условиях в любой инерциальной системе отсчета, т. е. сила, действующая на материальную точку, должна быть инвариантом преобразований Галилея. Это видно непосредственно из преобразований, если учесть, что согласно механической концепции взаимодействия сила определяется в данный момент времени расстояниями от рассматриваемой точки до других точек и относительными скоростями взаимодействующих точек. Так как эти величины

инвариантны при преобразованиях координат Галилея, то инвариантна и сила. Например, силы сопротивления среды зависят от относительной скорости тела, движущегося в среде, неизменной во всех инерциальных системах, и поэтому инвариантны. (Что касается электромагнитных сил, действующих на движущиеся с высокой скоростью электрические заряды в электромагнитном поле, то они имеют разную величину в разных системах отсчета, о чем говорится в части II курса.)

В целом по принципу относительности второй закон Ньютона должен быть инвариантен. Для этого необходимо, чтобы масса материальной точки была инвариантной величиной, т. е.

$$m = m'. \quad (5.13)$$

В справедливости этого утверждения убеждает опыт изучения и применения движений с нерелятивистскими скоростями: масса не зависит от скорости движения тела.

Итак, второй закон Ньютона не только сохраняет свою форму во всех инерциальных системах, но и связывает инвариантные величины. То же относится и к третьему закону, и к принципу независимого действия сил — они справедливы во всех инерциальных системах.

Утверждая, что любое механическое явление (с точки зрения разных наблюдателей) во всех инерциальных системах протекает одинаково, необходимо иметь в виду именно законы динамики. Кинематические же характеристики движения — скорость, траектория движения, уравнение движения, — как это видно из преобразований Галилея, различны в разных системах.

В связи с существованием множества инерциальных систем естественно поставить вопрос о некоторой исходной системе, которая была бы абсолютно неподвижной, а все остальные двигались бы в ней с определенными скоростями. Такую систему можно назвать привилегированной. Очевидно, что с помощью наблюдения механических явлений как-то выделить одну из инерциальных систем нельзя, хотя всегда можно найти скорости движения систем относительно друг друга. Однако Ньютон, по-видимому, думал, что неподвижная система существует и она связана с «абсолютным» пространством. В настоящее время известно, что такое допущение ошибочно, а инерциальные системы физически эквивалентны во всех отношениях, т. е. привилегированной или абсолютно неподвижной системы нет. Анализ этого важного положения выполняется ниже, в части II, а сейчас достаточно учитывать, что выбор неподвижной и подвижной систем условен.

## § 6. Дифференциальные уравнения движения материальной точки

**6.1. Две задачи динамики.** Рассмотрим одну материальную точку, подверженную действию тел или полей. Как было показано в § 5, материальная точка находится в силовом поле, описанном формул