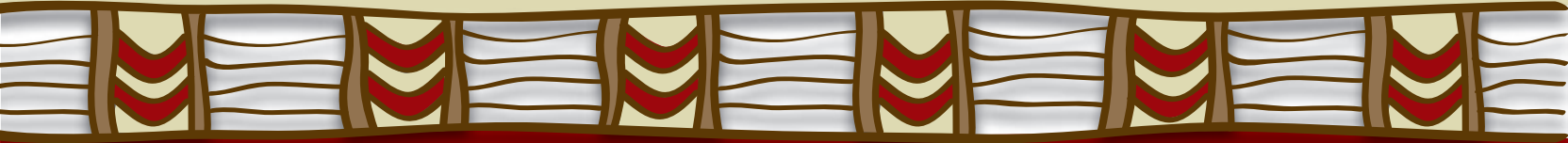




Ministerio de Educación



MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INTERCULTURAL BILINGÜE

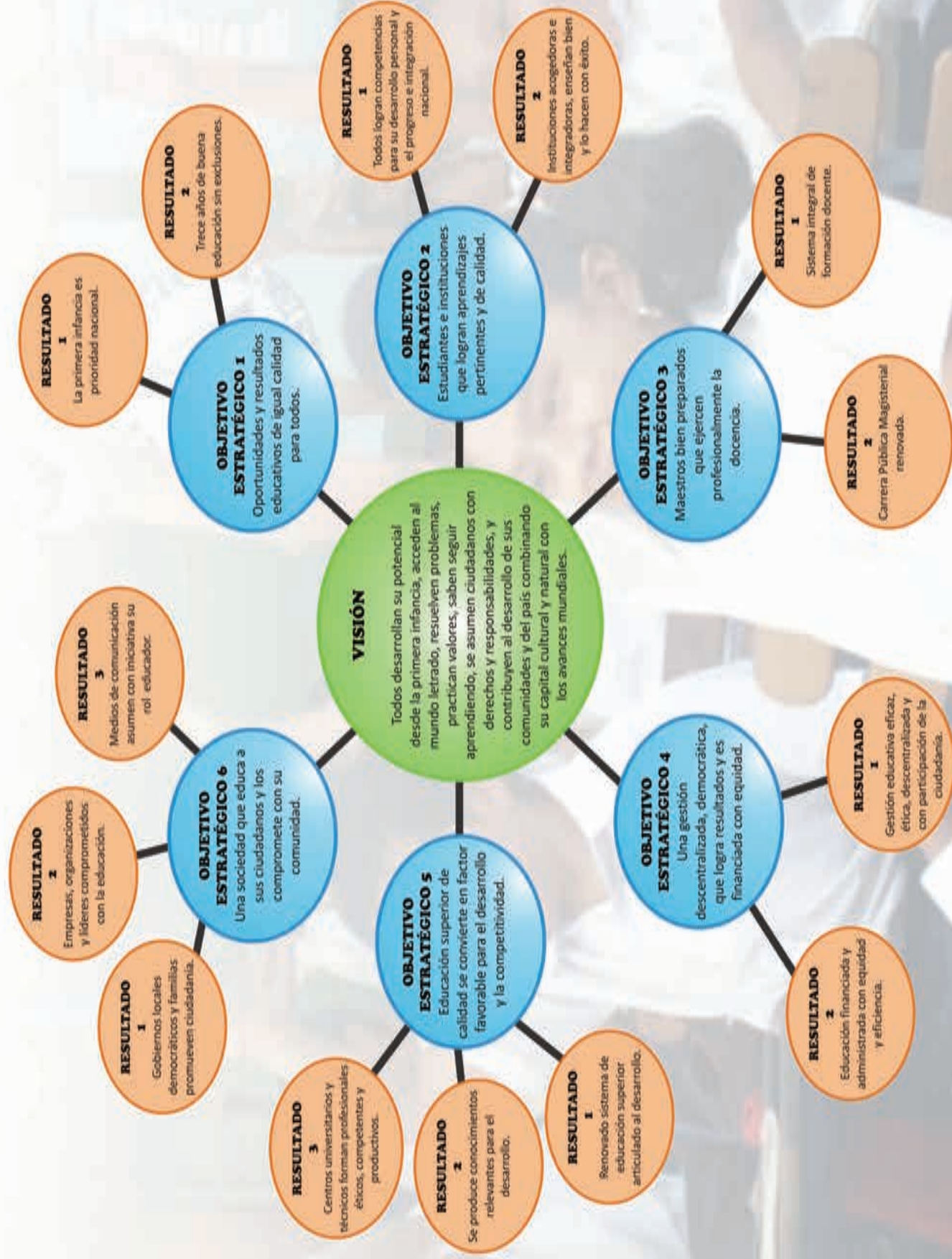
ORIENTACIONES PEDAGÓGICAS



Serie Matemáticas en EIB

1

PROYECTO EDUCATIVO NACIONAL AL 2021





MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INTERCULTURAL BILINGÜE

ORIENTACIONES PEDAGÓGICAS



Ministerio de Educación

Ministra de Educación

Emma Patricia Salas O'Brien

Viceministro de Gestión Pedagógica

José Martín Vegas Torres

Viceministro de Gestión Institucional

Fernando Bolaños Galdós

Directora General de Educación Intercultural Bilingüe y Rural - DIGEIBIR

Elena Antonia Burga Cabrera

Director de Educación Intercultural Bilingüe

Manuel Salomón Grández Fernandez

Directora de Educación Rural

Rosa María Mujica Barreda

MATEMÁTICAS EN EDUCACIÓN INTERCULTURAL BILINGÜE

Orientaciones pedagógicas

Producción del texto

Martha Rosa Villavicencio Ubillús

Revisión del texto

José Antonio Vásquez Medina

Corrección de estilo

Marcela Castro Rondón

Diseño y diagramación

Teresa Serpa

Agradecimientos

A los directores de la DIGEIBIR: Elena Burga, José Antonio Vásquez y Rosa María Mujica.

A los especialistas de la DIGEIBIR: Maritza Nuñonca, Melquiades Quintasi (quechua Collao), Genaro Quintero, Samuel Majerhua, Ricardo Gonzales y Ana María Mamani (quechua Chanka), Nicanor Apaza (aimara y jacaru), Jaime Barrientos (aimara), Elfren Ramos (asháninka), Melody Ahuanari y Lidia Gonzales (shipibo konibo).

A los profesores: Oscar Bernilla y Domingo De La Cruz (Inkawasi Cañaris, Lambayeque), Nancy Quispe (Patacancha, Cusco), Jesús Arminta (ISP de Tinta, Cusco), Víctor Manayay (Cañaris, Lambayeque), Bernardo Murayari, Luis Márquez y Fermín Cairuna (shipibo konibo, Ucayali), y a los docentes de la institución educativa San Francisco de Yarinacocha (Ucayali).

Asimismo a James Matos, Rossana Pereda, Walter Año y Fiorella Estrella León.

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú: 2013 -11122

Segunda edición, Lima, agosto de 2013

Tiraje: 20 000 ejemplares

© **Ministerio de Educación**

Calle Del Comercio N° 193, San Borja

Lima, Perú

Teléfono: 615-5800

www.minedu.gob.pe

Impreso por

Corporación Grafica Navarrete Carretera Central 759 km. 2 Sta. Anita - Lima 43

RUC: 20347258611

Todos los derechos reservados. Prohibida la reproducción de este libro por cualquier medio, total o parcialmente, sin permiso expreso de los editores.

Impreso en el Perú / Printed in Perú

ÍNDICE

Presentación	5
Introducción	7
1. Concepción y fundamentos del área Matemáticas en EIB	9
1.1. ¿Existe una o varias matemáticas?	9
1.2. ¿Qué entendemos por etnomatemática?	11
1.3. ¿Cómo asegurar la coherencia del área Matemáticas con la propuesta pedagógica de EIB?	14
1.4. ¿Qué entendemos por educación matemática con enfoque intercultural y bilingüe?	15
1.5. ¿Cuáles son los fundamentos del área Matemáticas en EIB?	16
2. Enfoque centrado en la resolución de problemas y consideraciones técnico pedagógicas	21
2.1. Enfoque del área Matemáticas EIB centrado en la resolución de problemas ..	21
2.2. Consideraciones técnico pedagógicas en EIB para el desarrollo de competencias matemáticas.....	23
2.2.1. Aprendizaje significativo y Etnomatemática	23
2.2.2. Uso de la lengua originaria y del castellano como lenguas instrumentales	35
2.2.3. El calendario comunal, recurso indispensable	38
2.2.4. Juegos y desarrollo del pensamiento, capacidades y actitudes	48
2.2.5. Niveles para la construcción de conocimientos en el área Matemáticas	51
2.2.6. Resolución de problemas, contexto para el desarrollo de competencias	52
2.2.7. Uso de materiales educativos diversos.....	62
2.2.8. Patrimonio cultural y natural vivo	86
3. Programación y desarrollo curricular para el logro de aprendizajes	89
3.1. Aprendizajes a lograr en el área Matemáticas de EIB	89
3.2. Programación, desarrollo curricular y evaluación integrados	92
3.3. Programación curricular en la práctica de EIB.....	93
4. Investigación e innovación en el área Matemáticas	125
4.1. Problemas que requieren investigación en el área Matemáticas	126
4.2. La investigación-acción en el área Matemáticas de EIB.....	128
a) Características de la investigación-acción	128
b) Procesos de investigación-acción en Matemáticas	129
c) Experiencia de investigación-acción en el desarrollo de la EIB.....	130
5. El docente de EIB y el desarrollo de competencias en Matemáticas	137
5.1. Capacidades del docente para desarrollar el área Matemáticas en EIB	137
5.2. Formación del docente de EIB en Matemáticas: Educador matemático e investigador	140
Bibliografía	143
Anexo	145

*“No hay ni puede haber número en sí. Hay varios mundos numéricos porque hay varias culturas. Encontramos diferentes tipos de pensamiento matemático y, por tanto, diferentes tipos de número; uno indio, otro árabe, otro antiguo, otro occidental. Cada uno es radicalmente propio y único; cada uno es la expresión de un sentimiento del universo; cada uno es un símbolo, cuya validez está exactamente limitada aún en lo científico; cada uno es principio de un ordenamiento de lo producido, en que se refleja lo más profundo de un alma única, centro de una cultura única. Hay, por lo tanto, más de una matemática.”**

* SPENGLER, Oswald. *La decadencia de Occidente. Bosquejo de una morfología de la Historia Universal*. Edición original:1918. Volumen I. Cap.1. Buenos Aires: Edición electrónica. 2006; p.3.



PRESENTACIÓN

El propósito de este documento es presentar a todos los docentes elementos fundamentales para ampliar la concepción del área de Matemáticas, su fundamentación y orientaciones para su desarrollo en el marco de la propuesta pedagógica de Educación Intercultural Bilingüe (EIB). Hemos recogido y nos hemos basado en los avances más relevantes obtenidos hasta la fecha en el país, desde que se inició con carácter experimental en los años ochenta la práctica de la “Educación Bilingüe”, como entonces se le denominaba.

En el Perú, la experiencia acumulada en el área de Matemáticas en EIB se ha traducido en alternativas metodológicas para desarrollar procesos de enseñanza y aprendizaje, en la elaboración de materiales educativos en algunas lenguas originarias, así como también en el diseño y aplicación de estrategias metodológicas para sistematizar la etnomatemática de un grupo sociocultural. Era necesario recoger y relacionar estos avances, identificar lo positivo en las prácticas de aula y reflexionar sobre todo ello, con el fin de continuar mejorando la calidad de la educación matemática a la luz de las actuales tendencias internacionales, prioritariamente a través del enfoque centrado en la resolución de problemas.

El diálogo y la reflexión conjunta entre los miembros del Equipo Técnico de la Dirección General de Educación Intercultural Bilingüe y Rural (DIGEIBIR) del Ministerio de Educación, los especialistas de las regiones multilingües del país y los docentes que trabajan en aulas de EIB, han hecho posible la elaboración de este documento. Hemos avanzado en el marco teórico conceptual del enfoque del área de Matemáticas en EIB; pero aún se requiere estudiar, investigar, sistematizar e innovar más, para enriquecerla y desarrollarla.

Debemos señalar que una versión preliminar de este documento fue sometida a la consideración de diversos docentes del país en el marco del Seminario Taller Nacional de Matemáticas en EIB realizado del 29 de enero al uno de febrero de 2012 en Huampaní, donde participaron docentes de los niveles de primaria, secundaria y de institutos de educación superior pedagógica de 17 regiones del Perú.

Asimismo, revisaron la versión inicial especialistas de Matemática del Ministerio de Educación y profesores de Matemática de la Universidad Nacional de Educación Enrique Guzmán y Valle, de la Universidad Femenina del Sagrado Corazón, de la Sociedad Peruana de Educación Matemática y personalidades de trayectoria profesional reconocida en el campo de la educación matemática o de la etnomatemática que participaron en una Mesa de Trabajo desarrollada en Lima el 19 de enero de 2012.

De igual manera, se recibieron valiosas sugerencias de los directores y especialistas de la

Dirección General de Educación Intercultural Bilingüe y Rural (DIGEIBIR) del Ministerio de Educación, y de docentes bilingües del país cuyos nombres figuran en los agradecimientos de este documento.

Convencidos de la potencialidad educativa de las culturas y lenguas originarias de nuestro país, esperamos continuar trabajando, conjuntamente, en el marco de una educación bilingüe con enfoque intercultural, a fin de generar sinergias que posibiliten a los estudiantes de comunidades cuyas raíces culturales son autóctonas, el logro de mejores niveles de aprendizaje que favorezcan el desarrollo humano sostenible.

INTRODUCCIÓN

El desarrollo de la EIB en el Perú ha demandado durante años orientaciones más precisas para generar oportunidades de aprendizaje que aseguren el logro de competencias matemáticas. Luego de un proceso de trabajo con docentes y consulta a diferentes expertos, ponemos a disposición del magisterio peruano este primer documento, que esperamos contribuya a la mejora de la educación matemática, especialmente en contextos bilingües; pero que también son válidas para otros contextos.

Para poder desenvolverse con eficacia y eficiencia, toda persona necesita tener una formación integral. Esta formación implica la capacidad de comprender la realidad del mundo en el cual vive. Para ello se requiere, entre otros aspectos, una educación matemática básica que desarrolle la capacidad de utilizar el razonamiento matemático en la resolución de problemas de la vida cotidiana; es decir, una educación matemática que no se circunscriba solamente al conocimiento de la terminología y las operaciones matemáticas. En tal sentido, una educación matemática básica implica, también, desarrollar la capacidad de identificar y entender el papel que la matemática tiene en la vida de las personas para hacer juicios bien fundamentados.

Dada la importancia de la matemática en la vida de las personas y en su formación integral, es evidente que todo estudiante de una institución de EIB tiene derecho a recibir una educación matemática básica de calidad.

Ahora bien, en el contexto sociocultural de los estudiantes de EIB se encuentran en contacto por lo menos dos culturas y dos lenguas. Las opciones metodológicas implementadas en castellano para lograr que aprendan matemática estudiantes que no manejan ese idioma y tienen, más bien, una lengua materna y cultura originarias, han mostrado su total ineficacia. Esto se evidencia en los resultados de las pruebas nacionales que viene aplicando la Unidad de Medición de la Calidad Educativa del Ministerio de Educación; en particular, en las evaluaciones censales realizadas en segundo grado de Educación Básica Regular (EBR). Los niveles de logro más bajos son los de los niños que manifiestan diferentes grados de bilingüismo (lengua originaria-castellano), y que pertenecen a comunidades cuya matriz cultural es originaria.

De allí la necesidad de esclarecer y ampliar la concepción del área Matemáticas en el marco de la propuesta pedagógica de EIB, y de los aportes de la ciencia. La implementación y desarrollo de estas orientaciones servirán para responder con eficiencia y efectividad a las necesidades de aprendizaje que tienen los estudiantes peruanos. Así les posibilitaremos mejores condiciones de aprendizaje, puesto que las áreas de Matemáticas y Comunicación, por ser instrumentales, son las que permiten avanzar en el logro de las competencias en otras áreas curriculares.

La educación matemática con enfoque intercultural bilingüe es un proceso complejo cuya calidad depende, no solamente de buenas propuestas pedagógicas, sino también de condiciones tales como:

- la adecuada formación en EIB de docentes y especialistas, que en la práctica actúen como profesionales investigadores e innovadores;
- la disponibilidad de materiales básicos, principalmente impresos y concretos;
- una infraestructura adecuada; y
- la participación de la comunidad organizada, cuyas acciones expresen el valor relevante que le asignan a la EIB para el desarrollo personal de los estudiantes y, por ende, para el desarrollo sostenible de la propia comunidad. Este es un factor clave.

Dado el papel central que tiene la etnomatemática en el área Matemáticas, el conocimiento de la etnomatemática de la comunidad a la que pertenecen sus estudiantes constituye una prioridad para el docente. Para lograr un mayor conocimiento de la misma, no basta recurrir a las fuentes documentales que existen sobre la etnomatemática respectiva; será preciso establecer una interrelación dialógica, informal y formal, con las personas que forman parte de la comunidad del estudiante. Esta participación no puede dejarse al azar, debe ser planificada a través de actividades en las que participen los estudiantes y el docente, conjuntamente con uno o más miembros de la comunidad. En esta línea, ya se han realizado algunas experiencias que aquí documentamos.

El documento aborda diversos ejemplos sobre todo para los niveles inicial y primaria; sin embargo, las orientaciones generales son válidas para los tres niveles de la etapa básica de EIB.

El desarrollo del área Matemáticas con el enfoque centrado en la resolución de problemas constituye un verdadero desafío, en particular, para quienes trabajamos en EIB y queremos lograr que, en la mayor brevedad posible, los estudiantes de comunidades y pueblos indígenas reciban la calidad de educación matemática que requieren tener para desempeñarse con autoconfianza en cualquier espacio, a lo largo de su vida.

YUPAYKUNAWAN PUKLLASUNCHIK



1. Concepción y fundamentos del área Matemáticas en EIB

1.1. ¿Existe una o varias matemáticas?

Actualmente el avance logrado en el estudio y reflexión sobre las matemáticas en contextos de culturas originarias o indígenas contribuye a reafirmar la idea de las matemáticas como un fenómeno pancultural¹, es decir, como una obra humana que se produce en las diferentes culturas. En este sentido, la matemática de origen occidental, que parcialmente se expresa en los contenidos de las matemáticas escolares, es una variante particular de las matemáticas desarrolladas a través de los tiempos por diversas sociedades².



Numeración Maya³

1 BISHOP, A. *Enculturación matemática. La educación matemática desde una perspectiva cultural*. Barcelona: Editorial Paidós. 1999, p.37.
 2 *Ibíd.*
 3 Extraído de la página web con el título "Imágenes de códigos de matemática de la cultura maya", el 7 de noviembre de 2012.



Quipucamayta, que se presenta en *Nueva Corónica y Buen Gobierno* de Guaman Poma de Ayala, siglo XVII

Antes de la conquista española los pueblos indoamericanos ya tenían sus propias matemáticas, que es posible identificar tanto en las actividades socioculturales de sus descendientes como en los restos arqueológicos y crónicas disponibles que nos informan al respecto. En otras palabras, así como la necesidad de comunicación de los miembros de un pueblo originario les estimuló para crear una lengua propia, cada matemática originaria específica se desarrolla como una respuesta a las necesidades de comprender y explicar los hechos y fenómenos de su entorno. La matemática de un pueblo originario tiene su propia historia y se genera en el marco de su particular cosmovisión.

¿Sabías que el sistema de numeración incaico es decimal?



¿Y estabas enterada que el sistema de numeración maya es uno de los cinco sistemas de numeración posicional creados por el ser humano?

En síntesis, no hay una matemática única, universal, sino que cada uno de los diversos grupos socioculturales tiene su propia matemática, que en adelante identificamos como su etnomatemática. Sin embargo en la actualidad, se ha reconocido en una de estas producciones matemáticas aspectos formativos y utilitarios válidos para diferentes contextos culturales que se identifica en adelante como matemática. El tratamiento intercultural del área, implica trabajar con la etnomatemática propia de cada cultura y la matemática.

1.2. ¿Qué entendemos por etnomatemática?

Desde una perspectiva que facilita el desarrollo de una educación matemática con enfoque intercultural, considerando los aportes de investigadores (Ubiratan D’Ambrosio, Alan Bishop, Radicati Di Primeglio, Marcia and Robert Ascher, Gary Urton, entre otros), que han estudiado las relaciones entre matemáticas y culturas, y basados en los estudios que venimos realizando desde la década de los años 80, asumimos el siguiente concepto de **etnomatemática**:

Entendemos por **etnomatemática** los conocimientos de un grupo sociocultural identificable, en el marco de su cosmovisión, que se manifiestan a través de las actividades siguientes: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar.

Estudios realizados en algunas comunidades originarias peruanas confirman la tesis del investigador Alan Bishop respecto a la importancia de las actividades: contar, medir, localizar, diseñar, jugar y explicar, en el desarrollo de las ideas matemáticas de toda sociedad.

Contar y medir son procesos relacionados con el número. Contar y asociar objetos con números tiene una larga historia y muy bien documentada. La característica de contar es su aspecto discreto; en cambio a través de la medición se asigna números a magnitudes continuas. Contar desarrolla principalmente el lenguaje de los cuantificadores y los sistemas numéricos; medir desarrolla el lenguaje de la cuantificación, las unidades y los sistemas de medición.

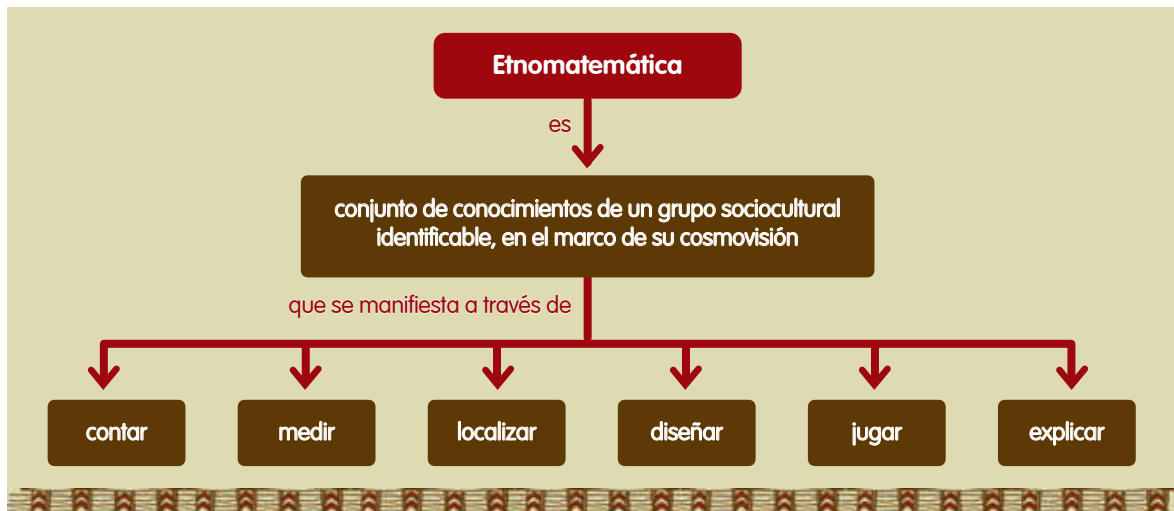
Concordamos con Bishop en el reconocimiento de la importancia de la estructuración espacial. Distinguimos dos tipos de estructuración que dan origen a tipos distintos de ideas geométricas. Una de estas actividades es **localizar**, que destaca los aspectos topográficos y cartográficos del entorno, y otra es **diseñar**, que implica las conceptualizaciones de objetos y artefactos y conduce a la idea fundamental de “forma”. **Localizar** desarrolla el lenguaje y las imágenes espaciales y los sistemas de coordenadas. **Diseñar** desarrolla imágenes, formas e ideas geométricas.

Jugar y explicar son actividades que permiten la vinculación de las personas en su entorno social. Coincidimos con Bishop respecto a que **jugar** es un tipo de actividad social de carácter diferente a cualquier otro tipo de interacción social. En el contexto de un **juego**, los participantes se convierten en **jugadores**, esto es, conocen las reglas y están de acuerdo en guiarse por ellas. Estas características se encuentran en la raíz del pensamiento hipotético, de allí que el juego puede representar la primera etapa de distanciamiento de la realidad para reflexionar sobre ella y quizá para imaginar su modificación. En este sentido, Bishop nos recuerda que según Vigotsky (1978) ‘la influencia del juego en el desarrollo del niño es enorme’ porque la acción y el significado se pueden separar y dar origen al pensamiento abstracto⁴. Es decir, “jugar se refiere a las reglas y los procedimientos sociales para la actuación y también estimula el aspecto “como si” de la conducta imaginada e hipotética”⁵.

4 BISHOP, Alan, op. cit., p. 66.

5 Ibídem, p. 43.

Explicar es la actividad de exponer las relaciones existentes entre unos fenómenos y otros. Implica aspectos cognitivos de investigar y conceptualizar el entorno y de compartir estas conceptualizaciones.



Los conocimientos etnomatemáticos se expresan mediante símbolos, que incluyen el uso de expresiones en la propia lengua originaria; sin embargo, queremos llamar la atención sobre el hecho que la etnomatemática de una cultura originaria generalmente no se expresa de modo abstracto sino que está vinculada a determinadas actividades de un grupo sociocultural o comunidad, las mismas que se desarrollan en el marco de su propia visión del mundo. Es importante tener en cuenta que la etnomatemática de cada pueblo tiene un origen distinto. Esto se puede ilustrar con los ejemplos siguientes, dos extraídos del mundo andino, y el otro, del ámbito amazónico.

● El conteo “de dos en dos” en comunidades andinas

En algunas comunidades de Apurímac es práctica usual el conteo “de dos en dos”. Los tejedores para el conteo de los ovillos de lana utilizan como unidad la *aya* que equivale a un par de ovillos. Por otro lado, la práctica de conteo vigente en algunas zonas de los Andes tiene relación con sus creencias, por ejemplo el resultado del conteo de semillas significa que tendrán abundancia o deficiencia de producción en la agricultura, según se obtenga una cantidad par o impar.

● El *lunis par*, en Patacancha

En la comunidad cusqueña de Patacancha, la profesora Nancy Quispe ha identificado una práctica etnomatemática en el ritual del traslado de papas (*llama astay*), en el cual el conteo de las llamas se realiza mediante ternas (*lunis par*). A diferencia del conteo habitual que realizamos generalmente, “de uno en uno”, en la comunidad mencionada los comuneros cuentan “de tres en tres”: *huk lunis par* (tres), *iskay lunis par* (seis), etc.

● El *kené shipibo konibo*

Kené es una palabra shipibo konibo que significa “diseño”. La palabra se utiliza para designar patrones geométricos hechos manualmente sobre superficies variadas tales como el rostro y la piel de las personas, las paredes externas de las cerámicas y las telas utilizadas en ropas, accesorios y cobertores.



Bordado shipibo konibo

El *kené* es un arte femenino, sin embargo, no solo hay diseños hechos a mano y visibles sobre los cuerpos y los objetos, también son importantes los diseños que solo se ven en visiones logradas debido a la ingestión de plantas con poder llamadas *rao* en rituales. Estas visiones de diseños son accesibles tanto a los hombres como a las mujeres y constituyen un aspecto esencial de las prácticas chamánicas. El *kené* embellece y sana a las personas y las cosas con la luz colorida de la energía de las plantas.

Los diseños de los *kené* no son meramente expresiones plásticas. Según el pensamiento shipibo konibo los diseños hechos por las mujeres son una materialización de la energía o fuerza positiva, llamada *koshi*, de las plantas llamadas *rao*. Entre todas las *rao*, la ayahuasca y el piripiri son plantas que tienen particular importancia en el arte y la cosmología porque, según los shipibo konibo, tienen el efecto de ver diseños en visiones⁶.

El *kené* tiene una finalidad eminentemente estética y terapéutica. El *kené* cambia al mundo: al cubrir a la gente y los objetos de caminos, el *kené* los embellece. Es decir, según los shipibo konibo sana a las personas, las limpia las fortalece llenándolas de salud y de buena disposición para trabajar y relacionarse positivamente con los demás.

Además la unión entre la estética y la medicina puesta en acción en los diseños tiene una dimensión musical esencial. Luisa Elvira Belaunde cita a Herlinda Agustín, ayahuasquera reconocida, quien dice que “cada diseño *kené* es un canto (*bewa*)”. Y cada canto tiene un propósito de sanación en el sentido amplio de la salud concebida por los shipibo konibo, es decir como un estado de bien-estar personal, social y espiritual. Hay diseños-cantos diversos, según el estado de la persona a quien se quiere embellecer, es decir, curar. Notamos pues que las relaciones entre las figuras geométricas que observamos en el *kené* tienen un origen peculiar y que la interpretación cultural shipibo konibo es muy diferente a la lectura que podríamos darle desde una visión occidental. Mientras que para los shipibo konibo el significado del *kené* se deriva de una especie de fusión entre lo estético y médico, para nosotros además del arte que podemos apreciar en el *kené*, podemos encontrar varias relaciones matemáticas entre las figuras geométricas representadas. El *kené* es un claro ejemplo de etnomatemática de una cultura originaria, que nos muestra la actividad de diseñar, que se genera a partir de los conocimientos chamánicos de los efectos de las plantas *rao* cuya energía posibilita ver visiones que luego se transcriben en figuras que se representan sobre rostros de personas u objetos para embellecerlas y curarlas⁷.

6 BELAÚNDE, Luisa Elvira. *Kené arte, ciencia y tradición en diseño*. Lima: INC. 2009, p. 18.

7 *Ibidem*, p. 32.

1.3. ¿Cómo asegurar la coherencia del área Matemáticas con la propuesta pedagógica de EIB?

El Perú con su amplia y rica diversidad, desde un tratamiento intercultural de la educación, reconoce la etnomatemática como parte del área Matemáticas, posicionando de este modo el conocimiento matemático indígena como legítimo y válido en el propio contexto cultural.

De allí que en EIB, el área Matemáticas del proyecto curricular de cada institución educativa comprende la Etnomatemática propia expresada en lengua originaria, y la Matemática del currículo nacional.



Esto implica que tanto los conocimientos de la Matemática como de la Etnomatemática de la propia cultura constituyen contenidos curriculares del área Matemáticas. Es decir, son aprendizajes a lograr por los estudiantes conjuntamente con el desarrollo de capacidades y actitudes. En este sentido la etnomatemática, en el marco de la cosmovisión indígena, se orienta al vivir bien, en armonía con la Madre Tierra, ayudándoles a identificarse con su cultura y a resolver problemas de su contexto; mientras que el aprendizaje de la Matemática principalmente les instrumenta para ser capaz de resolver otros problemas de la realidad y les facilita su vinculación con otras culturas.

Desde una perspectiva intercultural, la matemática de un Pueblo Originario o Etnomatemática, y la Matemática del currículo nacional tienen el mismo valor.

El docente tendrá en cuenta el escenario lingüístico de la sección de estudiantes con quienes trabaja. Durante los procesos de aprendizaje utilizará la lengua que ellos entienden y les propondrá actividades que posibiliten la adecuada articulación de los conocimientos de la etnomatemática propia con los conocimientos de la matemática del currículo nacional.

En este escenario el tratamiento intercultural y bilingüe del área Matemáticas, recoge los principios del “buen vivir”, “querer bien”, “hacer bien” y “aprender bien” presentados en la propuesta pedagógica de EIB, además de aquellos que se establecen en el currículo nacional, y los expresa a través de:

- Reconocimiento de la etnomatemática de la cultura propia, es decir de los conocimientos matemáticos del pueblo originario respectivo.
- La identificación de las diversas prácticas o actividades sociales y productivas de la comunidad en las cuales los estudiantes participan directamente.

- La generación de condiciones para recuperar el respeto a las expresiones culturales como: arte, medicina natural, comidas locales, danzas.
- El trabajo por la seguridad alimentaria y la mitigación de la crisis ecológica a partir de un acercamiento respetuoso y armónico con el entorno natural.

De este modo se contribuye a posibilitar el ejercicio de los derechos colectivos de los pueblos indígenas, desarrollando un currículo de orientación social. En esta dinámica, al mismo tiempo, se han de generar oportunamente espacios que permitan articular progresivamente el desarrollo de las capacidades y conocimientos etnomatemáticos de los estudiantes con las capacidades y conocimientos de la matemática que figura en el currículo nacional, a fin de que logren las competencias que debe tener todo peruano y peruana al término de los ciclos de EIB, para poder desenvolverse con eficiencia y eficacia en cualquiera de los ámbitos en que se encuentre durante su vida.

1.4. ¿Qué entendemos por educación matemática con enfoque intercultural y bilingüe?

El concepto educación matemática es más amplio que el significado de “enseñanza de las Matemáticas” y de área de Matemáticas. En este sentido, tal como se reconoce actualmente, la educación matemática comprende los procesos educativos formales y no formales que conducen al logro de aprendizajes de tipo cognoscitivo, y también al desarrollo de capacidades y valores.

Al respecto coincidimos con Alan Bishop cuando dice:

“Educar matemáticamente a las personas es mucho más que enseñarles simplemente algo de matemáticas. Es mucho más difícil de hacer y los problemas y las cuestiones pertinentes constituyen un reto mucho mayor. Requiere una conciencia fundamental de los valores subyacentes en las matemáticas y un reconocimiento de la complejidad de enseñar estos valores a los niños. No basta simplemente con enseñarles matemáticas: también debemos educarles acerca de las matemáticas, mediante las matemáticas y con las matemáticas”⁸.

Miguel de Guzmán nos hace notar, en relación con el aspecto cognoscitivo y desarrollo de capacidades, que interesa principalmente hacer hincapié en los procesos de pensamiento propios de la matemática –resolución de problemas, razonamiento y comunicación– más que en la mera transferencia de contenidos, puesto que:

“La matemática es, sobre todo, saber hacer, es una ciencia en la que el método claramente predomina sobre el contenido. Por ello se concede una gran importancia al estudio de las cuestiones, en buena parte colindantes con la psicología cognitiva, que se refieren a los procesos mentales de resolución de problemas”⁹.

En efecto, en la situación de constante cambio en la que nos encontramos, es evidente que muchas veces se tiene que priorizar unos contenidos y dejar de lado otros; en cambio, los procesos verdaderamente eficaces de pensamiento no se vuelven obsoletos con tanta rapidez. Por ejemplo, el uso de las TIC influye no solo en cómo se enseña y aprende la Matemática, sino que afecta también a qué se enseña y a cuándo tratar un tema en el currículo.

8 BISHOP, A., op. cit., p. 20.

9 DE GUZMÁN, Miguel. *Enseñanza de las Ciencias y la Matemática*. En <http://www.oei.org.co/oeivirt/edumat.htm> (2 enero 2010).

De allí que resulte mucho más valioso hacer acopio de procesos de pensamiento útiles, que de contenidos que rápidamente se convierten en lo que Whitehead llamó “ideas inertes”. En este sentido es mejor esforzarnos por lograr que los estudiantes manejen estrategias heurísticas, vale decir, recursos organizativos adecuados para la resolución de problemas en general, para estimular la resolución autónoma de verdaderos problemas.

La educación matemática que enfatiza procesos de pensamiento ayuda a que el estudiante valore la importancia de las Matemáticas porque:

- Le sirve para resolver problemas de su vida cotidiana. Sin el manejo de conocimientos básicos y formas de razonar que utilizan el lenguaje simbólico y gráfico específico de la Matemática, sería imposible afrontar buena parte de las situaciones y problemas en el cambiante mundo de hoy y, en particular, de la realidad peruana.
- Le abre mayores posibilidades y perspectivas de desarrollo personal y oportunidades laborales. Es el lenguaje que se utiliza en otras ciencias, es un instrumento para interpretar la información que encuentra en diversos documentos.
- Posibilita que desarrolle el valor de la objetividad y reconozca el valor de la lógica del razonamiento matemático, por ende, le proporciona instrumentos para participar en la construcción de una sociedad democrática.

Asimismo, en un enfoque intercultural de la educación, es importante considerar que si bien hay que reconocer que la Matemática ha posibilitado el avance de la ciencia y la tecnología, y con ello la solución de muchos problemas de la vida humana; sin embargo, tal avance científico y tecnológico actualmente está puesto en cuestión debido a que su mal uso ha dado lugar a la generación de otros problemas tales como el deterioro del medio ambiente y con ello la extinción de las especies en el planeta Tierra, tornándose en una amenaza a la vida. Dadas estas consecuencias negativas, urge la imperiosa necesidad de plantear y reformular la manera de vivir bien entre culturas diferenciadas del Perú cuidando su megabiodiversidad de recursos como país multiétnico, pluricultural y multilingüe.

1.5. ¿Cuáles son los fundamentos del área Matemáticas en EIB?

A fin de posibilitar una educación matemática de calidad, con equidad para todos los peruanos, una propuesta pedagógica adecuada de Matemáticas en EIB debe permitir que los estudiantes cuya lengua y cultura son originarias logren los aprendizajes fundamentales que establecen el Marco Curricular Nacional en construcción y el Diseño Curricular Regional correspondiente. En tal sentido cobra especial relevancia en esta propuesta, tanto la matemática del currículo nacional como la etnomatemática específica de la comunidad a la cual pertenece el educando.

La propuesta pedagógica de Matemáticas en EIB se sustenta en aportes relativamente recientes de la psicología del aprendizaje y de la didáctica de la matemática.

1.5.1. Bases sicopedagógicas

Uno de los aportes de Vygotsky es asumir que el ser humano construye su propio aprendizaje a partir del estímulo del medio social, mediatizado por un agente y vehiculado por el lenguaje. Al respecto, Vygotsky señala en su obra *El desarrollo*

de los procesos psíquicos superiores (1979) que el camino que va del niño al objeto y del objeto al niño pasa a través de otra persona¹⁰, es decir que la reconstrucción de las propiedades de un objeto de conocimiento implica el tener que interactuar con el propio objeto pero además, es necesaria la interrelación con otras personas del entorno sociocultural. En el marco *vygotskiano*, en particular los conocimientos matemáticos se construyen por medio de operaciones y habilidades cognoscitivas que se inducen en la interacción social. Por lo tanto, si aplicamos esto a la situación de los niños de matriz cultural originaria, es claro que sus aprendizajes iniciales en matemática se producen a través de experiencias en actividades etnomatemáticas efectuadas en el seno de su comunidad.

Por otro lado, Ausubel, autor de la teoría del aprendizaje significativo, al referirse a la naturaleza de este aprendizaje señala que “la esencia del aprendizaje significativo reside en que ideas expresadas simbólicamente son relacionadas de modo no arbitrario, sino sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe...”¹¹. Tales postulados teóricos permiten percibir, dada su potencialidad pedagógica, la necesidad de conocer e incluir en la planificación y desarrollo curricular la *etnomatemática* de la comunidad de la cual procede el niño o niña, en la *lengua originaria* de su contexto sociocultural.

1.5.2. Bases socioculturales

En el Perú, sobre todo a partir de los últimos decenios del siglo XX, el contacto cultural entre las comunidades rurales originarias y la sociedad urbana ha sido cada vez mayor. A ello se añade el fenómeno de la migración del campo a la ciudad. En este contexto social coexisten elementos de diferente procedencia cultural: costumbres ancestrales como el trueque y actividades comerciales en las que circula el dinero; expresiones etnomatemáticas de las culturas originarias que podemos identificar en sus tejidos y cerámica y concreciones resultantes del avance tecnológico y científico actual, como el uso de la radio, el teléfono, la televisión y la internet; el respeto e identificación con la naturaleza, que caracteriza a las culturas originarias y, por otro lado, la insuficiente e inadecuada protección y conservación del medio ambiente.

Esta realidad exige tener en cuenta, en el proceso educativo, la confluencia de las diferentes variables socioculturales que están incidiendo en los estudiantes, a fin de ayudarles a reconocer el valor de lo que encuentra en el mundo que aborda, así como a utilizar sus potencialidades educativas con la perspectiva de alcanzar un desarrollo humano sostenible. La comprensión y explicación de los hechos y fenómenos de la realidad pluricultural en que se encuentra inmerso el estudiante de EIB requiere del manejo instrumental, no

10 HERRERA ÁLVAREZ, Rafael. *La teoría del aprendizaje de Vygotsky*. En: <http://www.innovemos.wordpress.com/2008/02/> (9 de noviembre de 2012, 6 p.m.).

11 AUSUBEL, David. *Psicología educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Editorial Trillas. 1976, p. 56.

solo de su etnomatemática, sino también de la matemática. En efecto, es evidente la necesidad de aprender a razonar utilizando conceptos matemáticos básicos de matemáticas generados en otras culturas, y también a manejar estrategias para resolver problemas de la vida cotidiana en cuya solución se aplican tales conceptos, en particular en operaciones comerciales de compra y venta; y en general para estar preparado y poder responder a las exigencias de un sistema democrático, por ejemplo para ser capaz de interpretar información sobre rendición de cuentas de las autoridades, de contribuir en la elaboración del presupuesto participativo de la Municipalidad, de comprender la información estadística para decidir responsablemente en las elecciones de autoridades, entre otros.

1.5.3. Aportes teóricos de la didáctica de las matemáticas

La didáctica de las matemáticas también aporta a los fundamentos del área principalmente desde dos perspectivas teóricas: la teoría de las situaciones didácticas y la educación matemática realista. A continuación una breve reseña:

● Teoría de las situaciones didácticas

Aprender matemáticas significa construir matemáticas; asumimos en esta propuesta los aspectos positivos del modelo de aprendizaje constructivista en el área Matemáticas propuesto por Guy Brousseau, esto es, el aprendizaje por adaptación al medio.

Brousseau, cuya concepción de aprendizaje está en muchos aspectos cercana a la de Jean Piaget, entiende el aprendizaje por adaptación del siguiente modo:

“El alumno aprende adaptándose a un medio que es factor de contradicciones, de dificultades, de desequilibrios, un poco como lo ha hecho la sociedad humana. Este saber, fruto de la adaptación del alumno, se manifiesta por respuestas nuevas que son la prueba del aprendizaje”¹². (El destacado es nuestro)

Según Brousseau, enseñar un **conocimiento matemático concreto** es hacer posible que los alumnos desarrollen con dicho conocimiento una actividad de **creación matemática**.

Desde la perspectiva propuesta por Brousseau, el alumno aprenderá matemáticas si:

- se involucra en el problema y lo hace suyo,
- pone en funcionamiento una estrategia de base,
- cuando la estrategia de base se hace insuficiente, trata de superar el desequilibrio y anticipa y emite hipótesis que permitan:
 - i) elaborar procedimientos, ponerlos en funcionamiento y, según los efectos producidos, adoptarlos o modificarlos.
 - ii) automatizar aquellos que sean solicitados con más frecuencia,

12 CHAMORRO, María del Carmen y otros. *Didáctica de las Matemáticas*. Colección Didáctica Primaria. Madrid: Editorial Pearson Prentice Hall. 2003, p. 47.

- iii) ejercer un control sobre los resultados,
- iv) construir con sentido un conocimiento matemático.

Aplicar la teoría de las situaciones en las matemáticas en EIB significa que en los periodos de tiempo asignados a matemáticas en las sesiones de aprendizaje, el docente siempre propondrá al estudiante por lo menos una situación problema, es decir, una actividad en la que se le plantean una o más preguntas debidamente formuladas y seleccionadas, para responder ya sea individualmente o en grupo. De esta manera se estimula la ocurrencia de procesos de pensamiento en los estudiantes, y la interacción entre pares.

En este sentido, el contrato didáctico implícito entre profesor y estudiantes en el área Matemáticas propicia la responsabilidad de los alumnos en cuanto al logro de sus aprendizajes, pues cada uno de ellos debe involucrarse en la situación por resolver y, en consecuencia, buscar la estrategia que le permita responder las preguntas formuladas por el docente. Para ello el estudiante recurrirá a sus conocimientos etnomatemáticos y matemáticos, de acuerdo a la situación planteada. El docente intervendrá orientando el trabajo del estudiante, en caso de que lo requiera, y también para puntualizar las convenciones adoptadas respecto de los contenidos del área Matemáticas.

La teoría de las situaciones didácticas implica que el docente imagine y proponga a los estudiantes situaciones matemáticas que ellos puedan vivir, que provoquen la emergencia de genuinos problemas matemáticos, en los cuales el conocimiento en cuestión aparezca como una solución óptima, asegurando que dicho conocimiento sea construido por los mismos estudiantes.

● La Educación Matemática Realista (EMR)¹³

La EMR es una teoría global cuyo fundador y propulsor fue Hans Freudenthal (1905-1990). Entre los aportes que asumimos de esta teoría tenemos el que se deriva del principio de realidad, según el cual si la matemática surge como matematización (organización) de la realidad, el aprendizaje matemático debe originarse también en esa realidad. Asimismo concordamos con el principio de niveles de la misma teoría, que implica que los estudiantes deben comenzar por matematizar un contenido o tema de la realidad para luego analizar su propia actividad matemática. En esta línea, en los procesos de aprendizaje del área Matemáticas se enfatiza el inicio del trabajo a partir de situaciones de la realidad utilizando estrategias en el contexto de la situación misma, planteando preguntas adecuadas a los estudiantes relacionadas con la vivencia de saberes culturales o también durante la realización de acti-

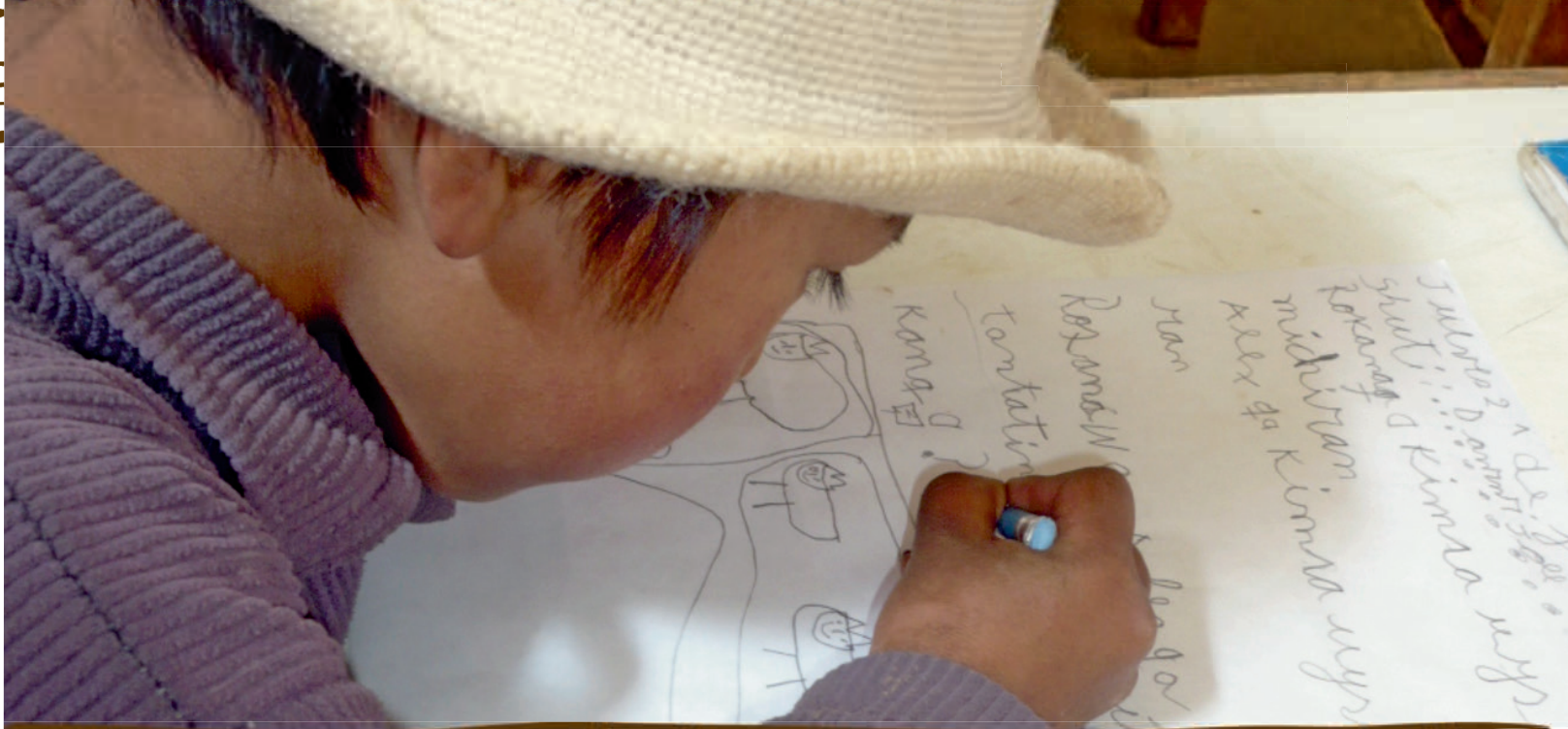
13 ALAGIA, Humberto y otros. *Reflexiones teóricas para la Educación Matemática*. Buenos Aires: Libros del Zorzal. 2005, pp. 71-92.

vidades lúdicas que implican la representación vivencial, la representación con material concreto; para luego dar espacio a la representación gráfica y simbólica que incluye el uso de modelos gráficos, notaciones, descripciones, argumentaciones, que se orientan a la búsqueda de la respuesta a la situación problema planteada. El nivel de abstracción se desarrolla a través de la exploración, reflexión y generalización de lo trabajado anteriormente, para lo cual se recurre a procedimientos y notaciones convencionales.



El problema de la realidad por qué y cómo contribuir a la conservación de la biodiversidad, es fuente para elaborar problemas específicos a proponer a los estudiantes en el área Matemáticas de EIB¹⁴

14 Foto DIGEIBIR-MINEDU. 2013.



2. Enfoque centrado en la resolución de problemas y consideraciones técnico pedagógicas

2.1. Enfoque del área Matemáticas EIB centrado en la resolución de problemas

El enfoque del área Matemáticas de EIB centrado en la resolución de problemas implica la construcción y uso de aprendizajes a través de la resolución de situaciones problemáticas, que apunta al desarrollo de determinadas competencias, desde el nivel inicial hasta el término del nivel secundaria.

El enfoque centrado en la resolución de problemas del área Matemáticas en EIB se refleja en el enunciado de cada una de las competencias, como se puede notar en la matriz siguiente.

MATRIZ DE COMPETENCIAS Y CAPACIDADES¹⁵

Dominios	Competencias	Capacidades
Número y operaciones	Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los números y sus operaciones empleando diversas estrategias de solución, justificando y valorando sus procedimientos y resultados.	Matematiza
Cambio y relaciones	Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de los patrones, igualdades, desigualdades, relaciones y funciones, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados.	Representa Comunica Elabora estrategias
Geometría	Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la construcción del significado y el uso de propiedades y relaciones geométricas, su construcción y movimiento en el plano y el espacio, utilizando diversas estrategias de solución y justificando sus procedimientos y resultados.	Utiliza expresiones simbólicas
Estadística y probabilidad	Resuelve situaciones problemáticas de contexto real y matemático que implican la recopilación, procesamiento y valoración de los datos y la exploración de situaciones de incertidumbre para elaborar conclusiones y tomar decisiones adecuadas.	Argumenta

¿Qué es una situación problemática?¹⁶

Una situación problemática es una situación de dificultad ante la cual hay que buscar y dar reflexivamente una respuesta coherente, encontrar una solución. Estamos, por ejemplo, frente a una situación problemática cuando no disponemos de estrategias o medios conocidos de solución.

Competencia matemática¹⁷

La competencia matemática es un saber actuar en un contexto particular, que permite resolver situaciones problemáticas reales o de contexto matemático. Un actuar pertinente a las características de la situación y a la finalidad de nuestra acción, que selecciona y moviliza una diversidad de saberes propios o de recursos del entorno, a través de procedimientos que satisfagan determinados criterios básicos.

15 MINISTERIO DE EDUCACIÓN. *Rutas del aprendizaje: hacer uso de saberes matemáticos para enfrentar desafíos diversos*. Fascículo general. Versión 1.0. Lima: Corporación Gráfica Navarrete S.A. 2013, p. 21.

16 *Ibíd.*, p. 14.

17 *Ibíd.*, p. 19.

El logro de las competencias en los cuatro dominios indicados en la matriz presentada se da a través del desarrollo progresivo de las seis capacidades referidas, desde el II hasta el VII ciclo.

Dado que la historia de las etnomatemáticas o matemáticas de los pueblos originarios nos muestra que estas se generaron para resolver los problemas o situaciones de la vida cotidiana que estos grupos socioculturales identificables enfrentaron ante los retos que les planteó su propia realidad natural y social, es evidente que la resolución de problemas no es extraña a tales pueblos. De allí que desde una perspectiva intercultural, el enfoque del área Matemáticas de EIB centrado en la resolución de problemas posibilita enfatizar:

- 1) La resolución de situaciones de la vida cotidiana utilizando las formas de comunicación y expresión, técnicas e instrumentos de la etnomatemática o matemática de la propia cultura originaria en el marco de la cosmovisión respectiva; y
- 2) La resolución de situaciones problemáticas en un contexto sociocultural determinado, que se orienta para que los estudiantes desarrollen las competencias correspondientes a los cuatro dominios del área.

Es importante tener en cuenta que existen prácticas en los diferentes pueblos originarios que no constituyen situaciones problemáticas para ellos; sin embargo pueden ser el punto de partida o llegada como oportunidades de aprendizaje en este enfoque del área Matemáticas centrado en la resolución de problemas.

2.2. Consideraciones técnico pedagógicas en EIB para el desarrollo de competencias matemáticas

Dada la importancia de las Matemáticas en la formación integral de los estudiantes de EIB, consideramos que es necesario que el docente tenga presente lo siguiente para el desarrollo de las competencias, con el enfoque del área centrado en la resolución de problemas.

2.2.1. Aprendizaje significativo y Etnomatemática

Desde la aproximación intercultural al área Matemáticas, se espera lograr aprendizajes significativos matemáticos y etnomatemáticos. En este sentido, el docente tendrá en cuenta que la etnomatemática de una comunidad local o regional específica se ha generado en el marco de su cosmovisión y de modo independiente de la matemática de la cultura occidental, para resolver los problemas de su realidad; sin embargo cabe la posibilidad de interpretar la etnomatemática propia a la luz de modelos de la matemática, lo cual puede permitir que la etnomatemática se constituya en soporte de las capacidades matemáticas de niños y niñas desde su propia cultura. De allí que se seleccionarán actividades que implican conocimientos de la etnomatemática propia, las mismas que se articularán con actividades pertinentes orientadas al logro de aprendizajes de matemática del currículo nacional.

Explicemos esto: los números naturales, vale decir, los números que utilizamos para contar (1,2,3,...) fueron creación de diferentes grupos socioculturales del mundo, en diferentes momentos de la historia de la humanidad y como respuesta a distintos estímulos, para cuantificar las magnitudes discretas, o sea, aquellas constituidas por objetos separables, que se pueden contabilizar. No obstante la expresión oral que utilizó cada grupo sociocultural fue diferente y, en algunos casos, se llegaron a desarrollar sistemas de numeración posicional. Notemos que el proceso de conteo es el mismo, sea cual fuere el grupo sociocultural que consideremos, lo que varía es la denominación y el sistema de numeración correspondiente (en caso de que exista en la cultura respectiva); sin embargo también es de suma importancia tener presente que tal proceso de conteo está enmarcado en la cosmovisión respectiva y vinculado a la cultura de una comunidad específica. Cabe hacer referencia por ejemplo a comunidades andinas en las que está vigente la práctica del conteo cuya unidad es el par, debido al valor que le asignan al binomio de los seres para su reproducción, relacionando el resultado en número par del conteo de animales o de semillas con la abundancia en la producción; en otras palabras lo usual es contar “de dos en dos” debido a las creencias de los miembros de tales comunidades.

Indudablemente que hemos de considerar la etnomatemática de la cultura propia, que incluye la etnonumeración; pero también previo uso de los números naturales en situaciones del contexto cultural, mediante actividades pertinentes se dará a niños y niñas la oportunidad de abstraer e identificar primero en su lengua, y posteriormente en castellano el conjunto de números naturales, articulando así la concepción y uso oral de los números en su propia cultura con la concepción y uso representativo gráfico y simbólico en la matemática del currículo nacional. Progresivamente los niños y niñas notarán en los grados superiores de primaria que matemáticamente podemos establecer la igualdad entre las expresiones de los números naturales, independientemente de la cultura que los creó. En otras palabras, convencionalmente, expresamos esto de la siguiente forma:

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\}$; en el lenguaje matemático asumido en la mayoría de países del mundo actual; pero también podemos escribir

$N = \{uk, iskay, kimsa, \hat{c}usku, pichqa, suqta, qanchis, pusaq, isqun, \hat{c}unka, \hat{c}unka uk, \dots\}$, en el sistema de numeración decimal oral de la variedad de quechua Incahuasi Cañarís; y $N = \{maja, paja, kimsa, pushi, chusku, pichqa, sujta, qancxisi, pusaqa, isquña, cxunhka, cxunhka majani, \dots\}$, en el sistema de numeración decimal oral en jacaru.

Así, podríamos continuar presentando diferentes expresiones lingüísticas u otras formas concretas que cada grupo sociocultural específico utiliza para representar los números naturales.

Por lo tanto:

$N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots\} = \{uk, iskay, kimsa, \hat{c}usku, pichqa, suqta, qanchis, pusaq, isqun, \hat{c}unka, \hat{c}unka uk, \dots\} = \{maja, paja, kimsa, pushi, chusku, pichqa, sujta, qancxisi, pusaqa, isquña, cxunhka, cxunhka majani, \dots\}$

El análisis de los números naturales como expresión de cuantificación de una magnitud discreta nos permite notar que el concepto de número natural es el mismo; pero que los entornos socioculturales en que se originó son diferentes. Asimismo, el uso que se da a los números y a otros conceptos matemáticos en las diversas culturas difiere también, pues está relacionado con su visión del mundo (cosmovisión).

Así pues, prioritariamente resulta adecuado trabajar las matemáticas posibilitando al estudiante primero aprendizajes de la propia etnomatemática y proponiéndole posteriormente actividades que le permitan articular sus conocimientos etnomatemáticos con los de la matemática del currículo nacional, lo que implica también tanto el uso de lenguaje simbólico como de formas de representación gráfica aceptadas y utilizadas universalmente.

La inclusión de conocimientos etnomatemáticos en las formas de conteo ya se viene dando en la práctica de algunas escuelas de EIB. Esto se constató en la institución educativa de la comunidad de Patacancha, en cuya programación curricular de la sección de primer grado se ha incluido como contenido etnomatemático de aprendizaje la forma de conteo en *lunis par* (terna).

Por otro lado, los procedimientos algorítmicos para efectuar las operaciones numéricas que utilizan los diferentes grupos socioculturales no necesariamente son los mismos que los que aprendimos en la matemática escolar. Ilustraremos esto con algunos ejemplos.

Ejemplo 1

Incorporación de un saber etnomatemático de conteo: *el lunis par*

Una experiencia en Patacancha (Urubamba, Cusco)

El profesor Mauro Crisóstomo Masías Condori, director de la institución educativa N° 50618 de Patacancha, informó que el trabajo en su institución educativa tiene como referente el calendario agrofestivo de la comunidad, basado en la sabiduría andina.

En la sección de primer grado, la profesora Nancy R. Quispe Becerra, a las 10:30 de la mañana del día 19 de mayo, mientras trabajaba con 14 niños (de 22 matriculados) trató de generar un espacio intercultural, a partir de una vivencia significativa para los niños, el *llama astay*, actividad que implica el traslado de las papas nativas desde la chacra hasta el lugar donde se mantendrán guardadas. Esta es una actividad ritual en la que se coloca un *sinsiru* (adorno en forma de collar que contiene diferentes lanas de colores y una campana) en el cuello a las llamas delanteras. En este proceso se colocaron los *sinsirus* a tres llamas, conjunto al que los comuneros de la comunidad de Patacancha denominan *lunis par* o *pares lunis* (un conjunto formado por tres elementos). Según uno de los sabios de la comunidad, Anastacio Machaca, el *lunis par* o *pares lunis* está relacionado con la reproducción de sus animales (llamas, ovejas, alpacas), que son considerados también como sus parientes. Informada sobre la actividad *llama astay*, la profesora Nancy coordinó con miembros de la comunidad para asegurar la participación de los niños de su clase en la actividad ritual mencionada, la misma que fue filmada.

En la comunidad de Patacancha es usual el conteo por pares y por ternas (*lunis par*), de modo que para los comuneros locales, tanto el “par” como el *lunis par*, constituyen unidades que utilizan para la cuantificación de algunos productos y animales, respectivamente. Esto significa que en la práctica usualmente se habla de: un par de llamas, dos pares de llamas, tres pares de llamas, cuatro pares de llamas, etc.; o bien de: un *lunis par* de papas, dos *lunis pares* de papas, tres *lunis pares* de papas, cuatro *lunis pares* de papas, etc.

La docente, luego de proponer a los niños una serie de dinámicas que los mantuvo activos, los llevó hacia la sala de Informática y les pidió que se sentaran a mirar la filmación de la actividad ritual *llama astay* en la cual habían participado anteriormente.



Niños de primer grado de Patacancha al inicio de la clase de conteo etnomatemático

Durante diez minutos la profesora interrogó a niños y niñas sobre algunas de las escenas filmadas durante la actividad en la que había participado conjuntamente. Sus preguntas se centraron en el conteo de las tres cintas del *sinsiru*.



Profesora Nancy Quispe, del primer grado de la IE de Patacancha

Cuando retornaron al aula, la docente puso el título *llama astay* en la pizarra, luego dibujó una llama con su *sinsiru* y escribió los símbolos de los números uno, dos y tres: 1, 2, 3. Luego siguió dibujando otras dos cabezas de llama y escribió *lunis par*.



Dibujo de la profesora Nancy Quispe, de primer grado de Patacancha

La profesora pidió a los niños que dibujaran en sus cuadernos dos *lunis pares* de llamas. Finalmente socializaron sus producciones, las expusieron sobre la pizarra y respondieron en quechua a preguntas tales como: ¿cuántas llamas hay en cada *lunis par*?, ¿y en dos *lunis pares*?

El análisis de esta actividad de Matemáticas nos permite hacer notar la significatividad del aprendizaje de *lunis par* para los niños, concepto etnomatemático que corresponde a lo que en castellano denominamos terna, por estar enmarcado en una ceremonia ritual que lleva a cabo su comunidad.

Asimismo, el procedimiento de conteo que toma como unidad el *lunis par* es un procedimiento que forma parte de la etnomatemática de la comunidad, tan legítimo como el conteo por unidades simples. Adviértase que, actividades en que se usa la noción de *lunis par* se pueden articular con actividades que impliquen el uso del patrón aditivo “+3” en secuencias numéricas, la construcción del concepto de “triple”, entre otras.

Estrategias metodológicas como la que aplicó la profesora Nancy Quispe generan espacios a través de los cuales se refuerzan conocimientos locales de la comunidad. Dicha estrategia metodológica recoge la propuesta consensuada en el taller realizado en la ciudad del Cusco del 16 al 20 de octubre del 2007, en referencia al desarrollo de estrategias metodológicas interculturales para el tratamiento de la Matemática y las aproximaciones a la etnomatemática en inicial y primaria EIB¹⁸.



Alternativa metodológica para lograr aprendizajes significativos etnomatemáticos:

La alternativa metodológica para el abordaje y tratamiento de conocimientos etnomatemáticos locales referida en el ejemplo anterior se viene generalizando progresivamente en la práctica de la EIB. En ella identificamos tres pasos, que son los mismos utilizados por la profesora Nancy Quispe.

a) Coordinación con los padres de familia, comunidad y niños

Debe realizarse en el periodo de planificación de las actividades pedagógicas, con participación de los padres de familia y la comunidad, en el marco de un acercamiento amable, cariñoso y de respeto, a fin de lograr apoyo en la planificación y ejecución de las actividades locales identificadas.

Específicamente, el profesor debe coordinar en un primer momento con el dueño de la chacra para concertar el día y la forma de participación de los niños en la actividad. Además, esta acción debe permitirle acercarse al saber local en función de la capacidad programada. Posteriormente, debe realizar la coordinación con los padres de familia del aula para facilitar el desarrollo de la actividad prevista.

18 Para ello se ha considerado el reporte de Jesús Arminta en el documento de trabajo “Estrategias metodológicas interculturales para el tratamiento de la matemática y aproximaciones a la etnomatemática en inicial y primaria” presentado a la DEIB-DIGEIBIR en diciembre 2007.

Es fundamental que los niños tengan conocimiento de la actividad que van a realizar. El profesor debe planificarla conjuntamente con los niños, para que estos conozcan el lugar, día, hora, forma de participación e “instrumentos” que necesitarán para desarrollar con éxito la actividad programada.

b) Vivencia

Implica la participación directa en una actividad agrícola, ganadera, ritual o festiva, respetando el tiempo y el espacio en la que esta se desarrolla. No debe tratarse de una simulación.

Los estudiantes participan del desarrollo de la actividad planificada. Ello supone estar atentos a lo que dispone el padre de familia o el *yachaq*¹⁹, quien es responsable de la conducción de la actividad. Se debe cuidar que los niños participen con respeto conforme a los patrones culturales de la actividad. El docente debe estar atento al momento en que, por ejemplo, se realiza la actividad de clasificación desde la perspectiva local, de tal manera que alerte oportunamente a los niños.

c) Sistematización

Es la etapa en la que se construyen los aprendizajes de manera participativa, respetando la lógica local de los saberes.

En el aula, el docente y los niños deben hacer un recuento de la actividad realizada, enfatizando a través de dibujos o escritos los hechos más importantes de la actividad. Conjuntamente con los niños se sistematizarán los aprendizajes locales con respecto a la clasificación. Se puede invitar a un padre de familia o *yachaq* para que converse con los niños sobre otras formas de clasificación local de los alimentos, animales, plantas, etc.

El docente debe aprovechar estos espacios para propiciar que los niños valoren la sabiduría local, los conocimientos propios de cada pueblo andino o amazónico y, consecuentemente, contribuir con ello al fortalecimiento de la identidad cultural propia, de los niños y de la comunidad. Con tal propósito, se recomienda formular un diálogo intercultural con preguntas referidas a autoestima y reconocimiento de lo propio; conocimientos, saberes y prácticas locales; y conocimientos y prácticas de los otros.

¹⁹ *Yachaq* término que se utiliza en quechua Collao y que significa “persona que es miembro de la comunidad y sabe sobre su cultura”.

Ejemplo 2

Sistemas de numeración en algunas etnomatemáticas andinas y amazónicas

Si bien cada uno de los sistemas de numeración de las culturas quechua (Collao e Incahuasi Cañaris), aimara, shipibo konibo y asháninka tiene su propia historia, actualmente sabemos que tienen como base principal el número diez. A continuación se presenta en la tabla los nombres de los primeros números naturales hasta 20 y de algunos múltiplos de 10, que se usan en las lenguas mencionadas.

Número	Quechua Collao	Quechua Incahuasi Cañaris	Aimara	Shipibo Konibo	Asháninka
1	<i>huk</i>	<i>uk</i>	<i>maya</i>	<i>westiora</i>	<i>aparoni</i>
2	<i>iskay</i>	<i>iskay</i>	<i>paya</i>	<i>rabe</i>	<i>apite</i>
3	<i>kimsa</i>	<i>kimsa</i>	<i>kimsa</i>	<i>kimisha</i>	<i>maba</i>
4	<i>tawa</i>	<i>chusku</i>	<i>pusi</i>	<i>chosko</i>	<i>otsi</i>
5	<i>pichqa</i>	<i>pichqa</i>	<i>qallqu</i>	<i>pichika</i>	<i>koni</i>
6	<i>suqta</i>	<i>suqta</i>	<i>suxta</i>	<i>sokota</i>	<i>iko</i>
7	<i>qanchis</i>	<i>qanchis</i>	<i>paqallqu</i>	<i>kanchis</i>	<i>tsón</i>
8	<i>pusaq</i>	<i>pusaq</i>	<i>kimsa qallqu</i>	<i>posaka</i>	<i>soti</i>
9	<i>isqun</i>	<i>isqun</i>	<i>llätunka</i>	<i>iskon</i>	<i>tin</i>
10	<i>chunka</i>	<i>chunka</i>	<i>tunka</i>	<i>chonka</i>	<i>tsa</i>
11	<i>chunka hukniyuq</i>	<i>chunka uk</i>	<i>tunka mayani</i>	<i>chonka westiora</i>	<i>tsapani</i>
12	<i>chunka iskayniyuq</i>	<i>chunka iskay</i>	<i>tunka payani</i>	<i>chonka rabe</i>	<i>tsapite</i>
13	<i>chunka kimsayyuq</i>	<i>chunka kimsa</i>	<i>tunka kimsani</i>	<i>chonka Kimisha</i>	<i>tsa maba</i>
14	<i>chunka tawayyuq</i>	<i>chunka chusku</i>	<i>tunka pusini</i>	<i>chonka chosko</i>	<i>tsa otsi</i>
15	<i>chunka pichqayyuq</i>	<i>chunka pichqa</i>	<i>tunka qallquni</i>	<i>chonka pichika</i>	<i>tsa koni</i>
16	<i>chunka suqtayyuq</i>	<i>chunka suqta</i>	<i>tunka suxtani</i>	<i>chonka sokota</i>	<i>tsa iko</i>
17	<i>chunka qanchisniyuq</i>	<i>chunka qanchis</i>	<i>tunka paqallquni</i>	<i>chonka Kanchis</i>	<i>tsatson</i>
18	<i>chunka pusaqniyuq</i>	<i>chunka pusaq</i>	<i>tunka kimsa qallquni</i>	<i>chonka posaka</i>	<i>tsasoti</i>
19	<i>chunka isqunniyuq</i>	<i>chunka isqun</i>	<i>tunka llätunkani</i>	<i>chonka Iskon</i>	<i>tsatin</i>
20	<i>iskay chunka</i>	<i>iskay chunka</i>	<i>paya tunka</i>	<i>rabe chonka</i>	<i>pitetsa</i>
30	<i>kimsa chunka</i>	<i>kimsa chunka</i>	<i>kimsa tunka</i>	<i>kimisha chonka</i>	<i>mabatsa</i>
40	<i>tawa chunka</i>	<i>chusku chunka</i>	<i>pusi tunka</i>	<i>chosko chonka</i>	<i>otsitsa</i>
50	<i>pichqa chunka</i>	<i>pichqa chunka</i>	<i>qallqu tunka</i>	<i>pichika chonka</i>	<i>konitsa</i>
60	<i>suqta chunka</i>	<i>suqta chunka</i>	<i>suxta tunka</i>	<i>sokota chonka</i>	<i>ikotsa</i>
70	<i>qanchis chunka</i>	<i>qanchis chunka</i>	<i>paqallqu tunka</i>	<i>kanchis chonka</i>	<i>tsontsa</i>

Número	Quechua Collao	Quechua Incahuasi Cañaris	Aimara	Shipibo Konibo	Asháninka
80	<i>pusaq chunka</i>	<i>pusaq chunka</i>	<i>kimsa qallqu tunka</i>	<i>posaka chonka</i>	<i>sofítsa</i>
90	<i>isqun chunka</i>	<i>isqun chunka</i>	<i>llätunka tunka</i>	<i>iskon chonka</i>	<i>títsa</i>
100	<i>pachak</i>	<i>pachak</i>	<i>pataka</i>	<i>pacha</i>	<i>sheki</i>
1 000	<i>waranka</i>	<i>waranka</i>	<i>waranqa</i>	<i>waranka</i>	<i>irinka</i>
10 000	<i>chunka waranka</i>	<i>chunka waranka</i>	<i>Tunka waranqa</i>	<i>chonka waranka</i>	
100 000	<i>pachak waranka</i>	<i>pachak waranka</i>	<i>Pataka waranqa</i>	<i>pacha waranka</i>	
1 000 000	<i>hunu</i>	<i>hunu</i>	<i>waranqa waranqani</i>		

Estructura de los nombres de los números en quechua, aimara, shipibo konibo y asháninka.

El análisis de la denominación de los números naturales en las lenguas quechua, aimara, shipibo konibo y asháninka evidencia con claridad que la base del sistema de numeración es diez; a partir de once, el término correspondiente en lengua originaria está compuesto por los términos que representan 10 y 1, estructura que se mantiene para los números sucesivos.

Así, los nombres de los números naturales en quechua son: *huk* (1), *iskay* (2), *kimsa* (3), *tawa* (4), *pichqa* (5), *suqta* (6), *qanchis* (7), *pusaq* (8), *isqun* (9), *chunka* (10); y en los nombres de los números siguientes se nota con mucha claridad la base principal: *chunka* (**diez**), así:

11	once	<i>chunka hukniyuq</i> 10 y uno: 10 + 1
12	doce	<i>chunka iskayniyuq</i> 10 y dos: 10 + 2
13	trece	<i>chunka kimsayuq</i> 10 y tres: 10 + 3
14	catorce	<i>chunka tawayuq</i> 10 y cuatro: 10 + 4
15	quince	<i>chunka pichqayuq</i> 10 y cinco: 10 + 5
16	dieciséis	<i>chunka suqtayuq</i> 10 y seis: 10 + 6
17	diecisiete	<i>chunka qanchisniyuq</i> 10 y siete: 10 + 7
18	dieciocho	<i>chunka pusaqniyuq</i> 10 y ocho: 10 + 8
19	diecinueve	<i>chunka isqunniyuq</i> 10 y nueve: 10 + 9
20	veinte	<i>iskay chunka</i> dos dieces: 10 + 10
21	veintiuno	<i>iskay chunka hukniyuq</i> dos dieces y uno: 10 + 10 + 1

La estructura de los números naturales en aimara y en shipibo konibo es similar: evidencia la base diez en sus denominaciones numéricas.

Ejemplo 3

Uso de la etnonumeración en algoritmos de las operaciones numéricas básicas en situaciones de la vida cotidiana

En los siguientes ejemplos se ilustra cómo se puede responder a preguntas²⁰ de la vida cotidiana de modo significativo mediante el uso de algoritmos que tienen íntima relación con la estructura lingüística de los nombres de los números en las lenguas quechua y aimara, respectivamente.

En quechua Collao:

Qayna p'unchawmi Juaquin 15 wachu papata tarpun, Pedro wayqintaqmi 23 wachu patata. ¿Hayk'a wachutataq iskayninkumanta tarpunku?

(Joaquín sembró ayer 15 surcos de papas. Su hermano Pedro sembró 23. ¿Cuántos surcos sembraron entre los dos?)

Joaquín, utilizando su propia lengua, puede razonar del modo siguiente:

$$15 = 10 + 5$$

$$23 = 10 + 10 + 3$$

Hayk'a wachukuna qasqanta yachanaypaq khaynatam yapanay:

(Para hallar el total de surcos, debo sumar las cantidades correspondientes, así:)

Chunka pichqayuqmanta huk chunkata hurquni, iskaychunka kimsayuqmantaq iskaychunkata, huñuspaytaq kimsa chunkaman tukupun.

(Un diez de 15 más dos dieces de 23, me da 3 dieces:)

$$15 = 10 + 5$$

$$+23 = 10 + 10 + 3$$

$$10 + 10 + 10$$

Hinamantaq pichqaman 5 yapaykuni kimsata chayqa 8 pusaqman tukupun:

(Y sumando 5 más 3 me resulta ocho:)

$$15 = 10 + 5$$

$$+23 = 10 + 10 + 3$$

$$10 + 10 + 10 + 8$$

²⁰ En la matemática escolar, tales preguntas se incluyen en los enunciados verbales denominados comúnmente “problemas”. En esta propuesta, por razones estrictamente pedagógicas, en los primeros grados de EIB evitemos utilizar el término “problema” en lenguas originarias. Sencillamente, en el área Matemáticas invitamos a los estudiantes a responder preguntas en contextos de actividades diversas.

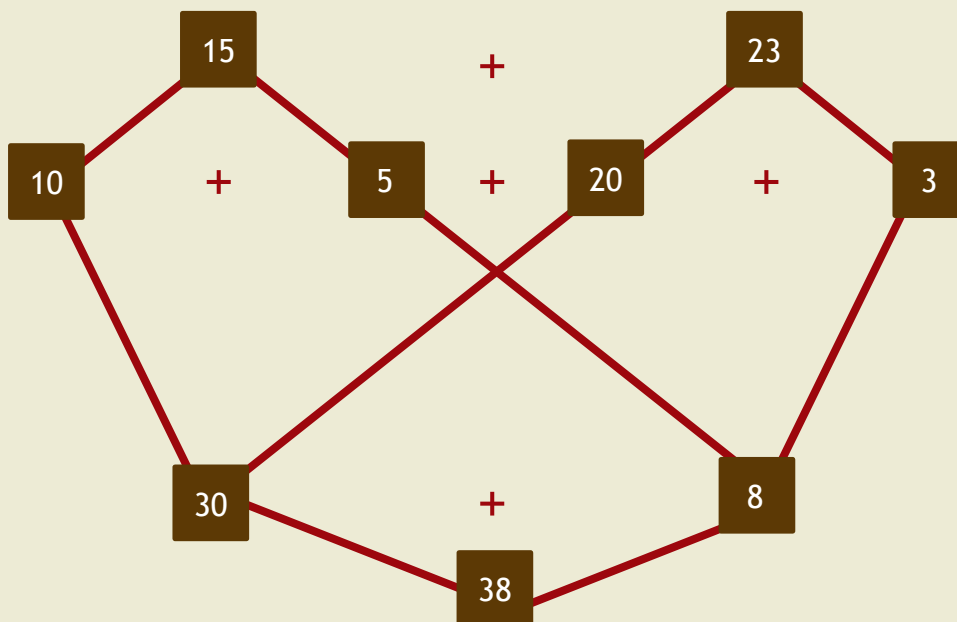
Llapanta huñuspataq kimsachunka pusaqniyuqman tukupun.

(Por lo tanto, me resulta en total treinta y ocho:)

$$\begin{array}{r} 15 = 10 + 5 \\ +23 = 10 + 10 + 3 \\ \hline 10 + 10 + 10 + 8 = 38 \end{array}$$

Como podemos ver, se trata de un algoritmo con significado para el niño, que tiene como soporte para el aprendizaje comprensivo los términos numéricos en su propia lengua.

Otra forma de representar el algoritmo utilizado es la siguiente:



En aimara:

Juwansuxa 35 juñiniwa. 28 sawuñataki apti. ¿Qhawqha juñisa qhipaqaskixa?

(Juana tiene 35 ovillos de lana. Si utiliza 28 en un tejido, ¿cuántos ovillos de lana le quedaron?)

Maya wawa akhama aru kutiyi:

(Un niño responde así:)

$$35 = 10 + 10 + 10 + 5 \text{ (kimsa tunka qallquni)}$$

$$28 = 10 + 10 + 8 \text{ (pätunka kimsa qallquni)}$$

Juwansuxa 10 + 10 + 8 juñi sawuñataki apti, 10 + 10 + 8 juñiwa pisixi; ukhamapansti, 10 + 10 + 10 + 5 juñita, 10 + 10 + 8 apaqañajawa

(Como Juana ya utilizó 28 ovillos, tiene 28 ovillos menos, por lo tanto debo quitar 10 + 10 + 8 de 10 + 10 + 10 + 5)

$$35 = 10 + 10 + 10 + 5 \text{ (kimsa tunka qallquni)}$$

Paya tunkata kimsa qallquni apaqäwa kimsa tunkata, payawa jilt'askani. Ukatxa, payampi phisqampixa paqallquwa jilt'axa.

(Quito dos dieces de treinta y cinco, me queda un diez y un cinco. Ahora quito ocho de diez, me queda dos. Luego el resultado es : $2 + 5 = 7$).

Lo que el estudiante hizo se puede representar mediante el algoritmo siguiente, que corresponde al razonamiento seguido en su propia lengua y que, indudablemente, es correcto.

$$\begin{array}{r}
 35 = 10 + 10 + 10 + 5 \\
 - 28 = -(10 + 10 + 8) \\
 \hline
 35 = \cancel{10} + \cancel{10} + 10 + 5 \\
 - 28 = -(10 + 10 + 8) \\
 \hline
 35 = \cancel{10} + \cancel{10} + \cancel{8} + 2 + 5 \\
 - 28 = -(\cancel{10} + \cancel{10} + \cancel{8}) \\
 \hline
 2 + 5 = 7
 \end{array}$$

Este algoritmo es diferente al algoritmo usual que generalmente se trata de imponer en las instituciones educativas, muchas veces directamente en castellano y sin lograr ninguna comprensión por parte del estudiante.

Ejemplo 4

Técnicas e instrumentos aimaras de medición²¹

4.1. Medidas de longitud

El Chilqi (Paso)

Consiste en dar pasos largos. Equivale al paso que da una persona con los pies y el equivalente es aproximadamente a un metro.

Kayu (Pie)

Se utiliza para la medición de una planta (papa) a otra planta, cuya distancia aproximadamente es de 30 cm.

Luqa (Brazada)

Consiste tomar medidas a un objeto, con las manos extendidas de extremo a extremo, sea sogas, frazadas, paredes, telas y otros. Es equivalente a 1,80 metros aproximadamente.

²¹ Sistematización realizada por Jaime Barrientos, especialista aimara de la DIGEIBIR.

Wara (Vara)

Es una medida que consiste en medir un objeto, se denomina media brazada y su equivalente es aproximadamente 85 cm. Esta medida consiste en sujetar un objeto con el brazo extendido y con la punta de los dedos hasta la parte del esternón. Es útil para medir sogas, telas y otros.

Mujlli (Codo)

Es una medida que se da con la mitad del brazo, concretamente con la parte del codo y la mano. Es útil para medir madejas de lana, la boca de un costal y otros.

Chhiya (Cuarta)

Esta medida se realiza con la mitad de la mano extendida. La distancia consiste entre el dedo pulgar y meñique. Es útil para medir tejidos, palos, partes de un objeto y del cuerpo.

Wiku (Jeme)

Es una medida que se utiliza con la mano, concretamente con el dedo pulgar y el índice. Sirve para medir las partes de una frazada, espacios de pared, sogas, hilos y otros.

T'axlli (Palma)

Consiste tener extendida la palma de la mano con los dedos juntos y su equivalente es aproximadamente 8 cm. Se utiliza para medir el ancho de objetos pequeños.

Kapa (Palmo)

Consiste en medir objetos con la palma de la mano extendida, se usa para mediciones de objetos de madera, telas y otros.

Luk'ana (Dedo)

Consiste en usar el dedo índice, para medir objetos pequeños y equivale al ancho de un dedo, su valor es de 2 cm aproximadamente.

4.2. Medidas de masa**Jach'i (Puñado)**

Es una medida de cálculo de masa en la que se utiliza la palma de la mano en forma de hoyo. Se usa para medir granos de cebada, quinua, trigo y otros. Su equivalente es de 250 gramos aproximadamente.

Phuxtu (Doble puñado)

Es una medida de cálculo de masa en la que se utiliza las palmas de la mano en forma de hoyo. Se usa para medir granos de cebada, quinua, trigo y otros. Su equivalente es de 500 gramos aproximadamente.

Qutu (montón)

Es una porción de un producto alimenticio, sea papa, quinua, cañahua, cebada y otros. Normalmente se ponen en la superficie, su peso equivale a un kilogramo.

2.2.2. Uso de la lengua originaria y del castellano como lenguas instrumentales

Utilizar la lengua materna originaria como instrumento de enseñanza y aprendizaje en el área Matemáticas de EIB facilita la construcción de conocimientos y el desarrollo de capacidades en los estudiantes de aulas de escenarios lingüísticos 1 y 2, principalmente en el nivel inicial y en los cuatro primeros grados de primaria. Obviar este punto y creer ingenuamente que el estudiante “se atrasa” y que es mejor que aprenda matemáticas directamente en castellano, aunque no entienda, carece de fundamento pedagógico.

La experiencia acumulada en nuestro país nos ha enseñado que es posible identificar términos lingüísticos en las lenguas originarias que expresan los conceptos y relaciones que conforman la etnomatemática de la propia cultura. En caso de dificultad para lograrlo, se selecciona un término que expresa aproximadamente el concepto matemático y se resemantiza, incorporándose como un neologismo. Cuando se trata de mencionar unidades de medida de uso casi universal, se ha considerado conveniente más bien recurrir al préstamo del castellano. En este sentido, actualmente se encuentran en proceso de construcción y estandarización vocabularios básicos de Matemáticas en lenguas originarias.

La lengua materna originaria es un importante recurso pedagógico, que debe ser utilizado. Así lo confirman las investigaciones sobre influencia de la estructura verbal de la secuencia numérica en la representación mental que el niño tiene de dicha secuencia²²: las mismas que son aplicables en el caso de algunas lenguas de sociedades originarias peruanas.



Profesores shipibo konibo identificando conocimientos etnomatemáticos en saberes de su cultura

²² MAZA, Carlos. *Aritmética y representación: de la comprensión del texto al uso de materiales*. Barcelona: Ed. Paidós.1995, pp.175-176.



Resultados de investigaciones sobre influencia de la estructura verbal de la secuencia numérica en la representación mental del estudiante

Estados Unidos es uno de los países con mayor avance científico tecnológico; sin embargo, en los estudios internacionales sobre rendimiento en Matemática realizados a fines del siglo XX y en la primera década del siglo actual, los estudiantes norteamericanos no sobresalen en comparación con sus pares. Esto ha generado el interés de los investigadores por identificar las variables que estarían incidiendo en los procesos del aprendizaje de Matemática de los estudiantes norteamericanos, en comparación con los estudiantes de otros países, en particular, de origen asiático.

Las siguientes citas al respecto resultan muy expresivas y útiles para el caso de países pluriculturales como el nuestro.

“Es conocido que el rendimiento matemático de los niños norteamericanos es considerablemente más bajo que el de los niños asiáticos (Corea, Japón y China en particular). La constatación repetida de este hecho ha dado lugar a varios estudios comparativos que pretendían explicar estas diferencias a partir del estudio de diferentes factores. *Uno de los que se han mostrado más importantes es la estructura verbal de la secuencia numérica y su repercusión en la representación mental que el niño tiene de dicha secuencia.* Se ha demostrado incluso (Miura, 1987) que las diferencias siguen apreciándose entre niños norteamericanos e hijos de asiáticos establecidos en Norteamérica y escolarizados en este país. Ello señala la importancia que puede llegar a tener este factor”²³.

“Para Fuson y Kwon (1991), ‘La ausencia de una estructura obvia de decenas y unidades en las palabras numéricas inglesas (o castellanas) entre diez y cien conduce a la construcción, por el niño de habla inglesa, de una representación mental unitaria de las palabras numéricas en la que cada una sería una unidad única (...) con estas representaciones unitarias los niños no agrupan los objetos en decenas o cuentan por decenas’ [...] Por ejemplo “siete más cinco” es resuelto por los niños asiáticos con más facilidad al realizar: “siete más tres (diez), más dos (diez-dos)”. La resta “catorce menos ocho” se resuelve a través de la secuencia de acciones. “Diez menos ocho (dos), más cuatro (seis)”²⁴.

Estos resultados nos conducen a concluir que es importante reconocer la potencialidad pedagógica que ofrecen lenguas originarias como el quechua, el aimara o el shipibo konibo, como soportes para la comprensión del sistema de numeración decimal y la generación significativa de algoritmos para las operaciones aritméticas fundamentales, dado que, como ya dijimos anteriormente, en tales lenguas los números siguientes al diez se transcribirían simbólicamente como la descomposición de 10 y un número determinado de unidades.

23 MAZA, C., op. cit., pp. 175-176.

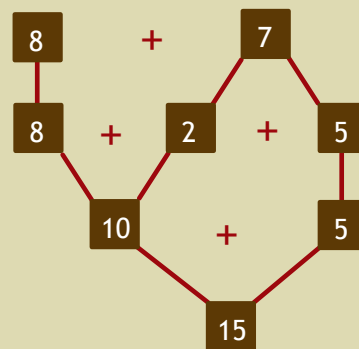
24 *Ibidem*, pp. 177-178.

Analicemos, por ejemplo, las representaciones de uno de los algoritmos que permiten hallar la suma de 8 y 7:

1)

$$8 + 7 = (8 + 2) + 5 = 10 + 5 = 15$$

2)



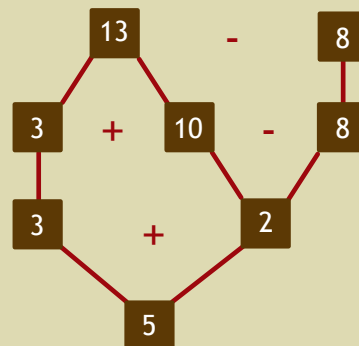
En ambas representaciones se observa el papel orientador que juega el número **diez**, base del sistema de numeración decimal usual y también de los sistemas de numeración decimal de etnomatemáticas de algunas sociedades originarias. En efecto, para hallar la suma de 8 y 7 se puede buscar primero el número que sumado con 8 da como resultado 10, el cual en este caso es el número 2. Como 2 es uno de los números en que se puede descomponer 7, pues $7 = 2 + 5$, entonces 2 se adiciona a 8 para obtener 10. Por lo tanto el resultado final es 10 y 5, que en quechua Collao se expresa: *chunka pichqayuq*, en aimara: *tunka qallquni (tunka pichqani)*, y en shipibo konibo: *chonka pichika*.

De modo similar, la relevancia que tiene el término diez también se puede observar al restar $13 - 8$, cuyo resultado se encuentra a través de la secuencia de acciones: diez menos ocho (dos), más tres (cinco). Este algoritmo se puede representar en las dos formas siguientes:

1)

$$13 - 8 = (3 + 10) - 8 = 3 + (10 - 8) = 3 + 2 = 5$$

2)



En los algoritmos presentados notamos una vez más la potente ayuda que significa para el estudiante el hecho de que en los nombres de los números esté presente el término *chunka*, *tunka* o *chonka*, que en las lenguas mencionadas significa “diez”, respectivamente. Esta potencialidad pedagógica que ofrece el apoyo lingüístico para la construcción y uso de relaciones y operaciones numéricas en procesos de aprendizaje de Matemáticas, no se encuentra en lenguas como el inglés, castellano, portugués o francés. Afortunadamente, al igual que en las lenguas asiáticas de los países que ocupan los primeros lugares en los resultados de evaluaciones internacionales del rendimiento de estudiantes en Matemática, sí existe en algunas de nuestras lenguas originarias.

“En efecto, entender una cantidad de forma unitaria (como cantidades formadas por unidades únicas) o de forma multiunitaria (como cantidades integradas por decenas y unidades) tiene serias repercusiones en la construcción y utilización del sistema de numeración decimal (Resnick, 1983), tanto como en procesos aritméticos más complejos y en la propia representación interna de las cantidades. La transparencia de las palabras numéricas será entonces, distinta, según quien las utilice”²⁵.

Los importantes resultados de las investigaciones referidas nos invitan a cambiar nuestra práctica, y a profundizar las investigaciones sobre el uso de secuencias pedagógicas adecuadas en las cuales utilicemos los recursos que nos ofrece la etnomatemática de la propia cultura para estimular el desarrollo del pensamiento matemático de los estudiantes de EIB, a fin de contribuir a la mejora de sus niveles de logro de aprendizajes.

En los casos de niños y niñas cuya lengua materna es el castellano, que tienen un nivel incipiente de manejo de la lengua originaria de la comunidad y que se encuentran en aulas donde la mayoría de niños tiene como lengua materna una lengua originaria, el docente cuidará de asignar periodos de tiempo especiales que le permitan brindar la atención requerida por los estudiantes castellano hablantes, a fin de que no tengan dificultad en su proceso de aprendizaje en el área Matemáticas debido a su falta de dominio de la lengua originaria.

En cualquiera de los casos, es evidente que el estudiante **no aprenderá significativamente Matemáticas** si usa una lengua que no maneja. Lo único que se logra cuando se utiliza una lengua que el estudiante no entiende es que repita mecánicamente, de memoria, nombres de números o tablas de operaciones sin significado alguno para su vida; con el añadido de que estas formas de trabajar generan en los estudiantes actitudes negativas hacia las Matemáticas.

En función del avance previo del aprendizaje de conceptos y procedimientos en la propia etnomatemática y en matemática, se introducirá, cuidadosa y progresivamente, en la secuencia de sesiones de enseñanza y aprendizaje de castellano como segunda lengua, términos y expresiones matemáticas en castellano, por ejemplo: los nombres de los números en situaciones contextualizadas de conteo, o expresiones para comparar números “mayor que”, “menor que”, entre otros.

2.2.3. El calendario comunal, recurso indispensable

El proceso de diversificación curricular que se debe realizar en toda escuela de EIB supone la elaboración previa del calendario comunal.

El calendario comunal no es un simple listado de acontecimientos sino que es objeto de un permanente proceso de investigación sobre las festividades y sus implicancias rituales (fiestas religiosas, peregrinación, fiestas de la tierra, del agua, del bosque, del río, del mar, etc.; tiempos de observación de señas y señaleros naturales), actividades económico-productivas o procesos productivos, sistemas de trabajo (agricultura, pesca, cerámica, tejidos, turismo, ganadería, construcción de casas, etc.), gastronomía (preparación de alimentos, formas de procesamiento y conservación), actividades lúdico deportivas, pe-

²⁵ MAZA, C., op. cit., pp.177-178.

riodos en que se realizan juegos tradicionales (la rueda, los trompos, etc.), actividades cívico sociales (renovación de autoridades), migraciones temporales, fenómenos climáticos, entre otros.

A continuación se presenta una tabla en la que se identifican los principales elementos que estructuran un calendario comunal y después dos ejemplos de calendario que han sido utilizados por docentes de aula.

Calendario comunal

Acontecimientos y actividades comunales agrícolas rituales y festivas				Proyección curricular	
Meses / tiempos	Ciclo anual de eventos comunales / locales	Implicancias rituales	Espacios y personas	Lengua(s) usada(s) en el evento	Áreas del DCN de mayor relación
Considerar todos los meses del año o los tiempos o épocas, tal como son concebidos en la comunidad.	Se tratará de registrar en lo posible "todos" los eventos: pueden estar referidos a agricultura, ganadería, pesca, festividad religiosa, preparación de alimentos, juegos de adultos y de niños, sistemas de trabajo, peregrinación, migraciones temporales, procesamiento de alimentos, fiestas: de la tierra, del agua, del monte, del río, del mar, construcción de casas, faenas, elaboración de tejidos, cerámica, música y danza; tiempos de observación de señas naturales, renovación de autoridades, entre otros.	Valores, símbolos y significados en las formas de interrelación entre: Seres humanos, naturaleza y deidades (andina – amazónica – costeña / cristianas u otras) según corresponda.	Lugares donde sucede el evento y personas que lo llevan a cabo. También la participación de los niños y niñas debe ser puesta en evidencia según corresponda.	Lengua indígena / lengua castellana u otras.	Como máximo tres áreas.

Adaptado del Documento de trabajo *Diversificación curricular y programación a corto plazo con énfasis en aulas multigrado EIB*. DEIB-DIGEIBIR-MINEDU. Lima, 2007.

Calendario Comunal Ucayali

MARZO

- Recolección de isana.
- Recolección de aves.
- Caza de monos.
- Recolección de frutos: aguaje, shimbillo, zapote, uvilla, shapaja y shebón.
- Pesca con anzuelos.

ABRIL

- Siembra de maní, yuca, sandía, maíz, chichayo, frejol, culantro y plátano.
- Recolección de huevos, taricaya, cupiso, cangrejo, congompe.
- Rozo, tumba y quema de purma monte alto.
- La minga.

Calendario Comunal Ucayali

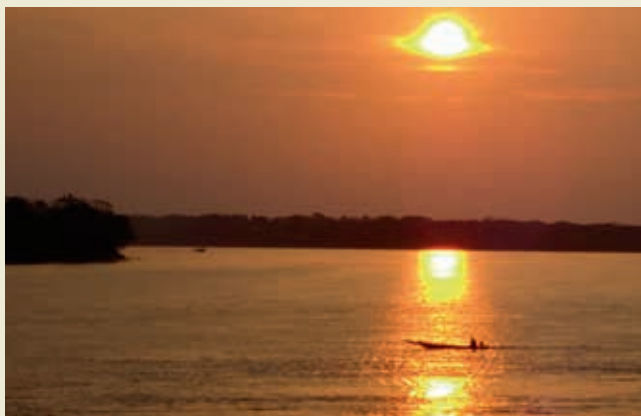


Foto de la laguna de Yarinacochoa²⁶

MAYO

- Preparación y uso de tintas naturales.
- Diseño en telares y cerámicas.
- Confección de vestimentas.
- Elaboración de instrumentos de caza y pesca.
- Caza de monos.

JUNIO

- Preparación de comidas y bebidas típicas
- Cantos y danzas propias de la cultura.
- Recolección de huevo de cupiso.
- Elaboración y confección de artesanía.
- Pesca de mijano.

JULIO

- Confección de flechas, balista, canoas y remos.
- Formas de comunicación con los seres de la naturaleza: La patada a las aletas de los árboles por el Chullachaqui, aparición de la lamparilla, aparición de luceros.

AGOSTO

- Elaboración de juegos propios (chontari, pelota indígena).
- Cosecha de maní, yuca, sandía, maíz, chichayo, frejol, culantro y plátano.

SETIEMBRE

- Recolección de miel de abeja.
- Recolección de peces de arcarishca.
- Preparación de medicinas propias de la cultura.

OCTUBRE

- Recolección de aguaje y ungurahui.
- Recolección de cangrejo, camarones y churos.

NOVIEMBRE

- Recolección de resina, sangre de grado.
- Recolección de hormiga, coquis y suri.

DICIEMBRE

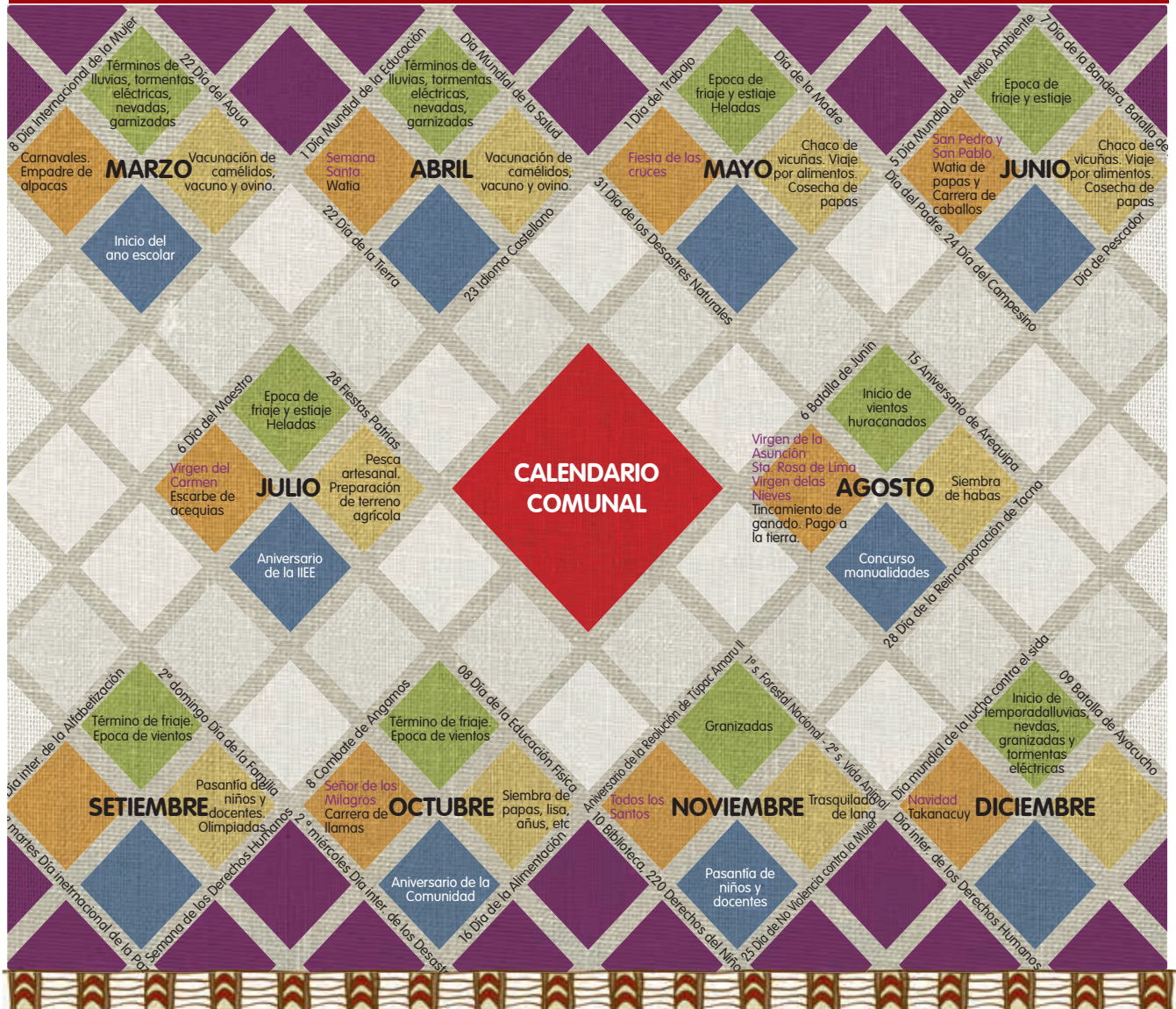
- Caza con maspute, trampa.
- Construcción de casas y cocinas.

²⁶ Laguna Yarinacochoa, Pucallpa, Región Ucayali. Foto DIGEIBIR-MINEDU, 2012.

Calendario Cívico Escolar



Calendario Cívico Escolar



Escenas durante la realización del *chaqu*²⁷

El chaco de vicuñas o *chaqu*

En el segundo ejemplo de calendario comunal presentado se observa que el chaco o *chaqu* está considerado como una de las actividades principales de la comunidad, en los meses de mayo y junio.

En efecto, una de las actividades agrofestivas del calendario comunal en zonas altoandinas es la práctica ancestral *chaqu*, mediante la cual después de un ritual se realiza el rodeo de vicuñas en una gran superficie de terreno que luego se va cerrando, hasta conseguir cogerlas una por una para su esquila.

El *chaqu* puede dar origen a actividades curriculares con estudiantes de EIB. En efecto, siendo el *chaqu* un saber cultural vigente en algunas comunidades

altoandinas, es necesario la identificación previa de los conocimientos etnomatemáticos insertos en el mismo, entre otros: la forma de la malla y la relación de su tamaño con el área de la superficie del terreno en que se confinarán las vicuñas a esquila; los procedimientos de conteo y medición implicados en la elaboración de la malla que se utiliza y también en la determinación del área de la superficie del terreno en que se ubicarán las vicuñas; procedimientos y expresiones relacionados con periodos de tiempo del día en el que se realiza el *chaqu*. Entre tales conocimientos etnomatemáticos se selecciona algunos, de acuerdo a la programación curricular del grado o ciclo de los estudiantes con quienes se trabaja. En la misma programación curricular se incluyen además actividades que posibilitan la articulación de aprendizajes de la etnomatemática propia y de matemática. En esta línea, a continuación ejemplificamos actividades generadas por la vivencia del saber cultural *chaqu* que apoyan el desarrollo de capacidades del área Matemáticas correspondientes al IV ciclo de EIB, para lo cual hemos formulado previamente algunos indicadores, considerando el Cartel de indicadores de Número y Operaciones²⁸. Asimismo en la programación curricular se incluirá indicadores relacionados con el desarrollo de capacidades y competencias de otras áreas tales como Comunicación, y Ciencia y Ambiente. Sin duda alguna, en caso que el escenario lingüístico sea tipo 1 o tipo 2, en el área Matemáticas se utilizará como lengua instrumental la lengua originaria que los estudiantes entienden.

27 <https://www.google.com.pe/search?q=Chaccu+de+vicu%C3%B1as&hl=en&tbm=isch&tbo=u&source=univ&sa=X&ei=gNI4UYSvPIro9ASGsIDODw&sqi=2&q=2&vedOCEoQsAQ&biw=1033&bih=518> (7 de marzo de 2013).

28 MINISTERIO DE EDUCACIÓN. *Rutas del aprendizaje*. Fascículo 1: Número y operaciones. Cambio y relaciones. IV y V ciclos. Tercer grado al sexto grado de Educación Primaria. Lima: Corporación Gráfica Navarrete S.A. 2013, p. 16.

SABER CULTURAL: EL CHAQU		
MATEMÁTICAS		
Etnomatemática	Capacidades, actitudes	Indicadores ²⁹
	Matematiza Representa Comunica Elabora estrategias Utiliza expresiones simbólicas Argumenta	En actividades culturales de la comunidad: <ul style="list-style-type: none"> - Experimenta y describe las nociones de números naturales de hasta cuatro cifras, para contar, medir y estimar. - Expresa oralmente en lengua originaria cantidades de hasta cuatro cifras. - Usa estrategias para estimar cantidades hasta de cuatro cifras. - Explica sus procedimientos al resolver situaciones problemáticas.
	Valora el saber cultural de su comunidad	<ul style="list-style-type: none"> - Participa en ritual con respeto. - Se relaciona con los seres de la naturaleza considerándolos como personas.
Matemática	Matematiza Representa Comunica Utiliza expresiones simbólicas Elabora estrategias	A partir de situaciones problemáticas de la realidad: <ul style="list-style-type: none"> - Experimenta y describe las nociones de números naturales hasta de cuatro cifras, para contar, medir y estimar. - Expresa cantidades de hasta cuatro cifras, en la(s) lengua(s) que maneja y en forma simbólica. - Usa la descomposición aditiva y equivalencias de números hasta cuatro cifras en centenas, decenas y unidades para resolver situaciones problemáticas. - Usa estrategias para estimar cantidades hasta de cuatro cifras.
	Argumenta	<ul style="list-style-type: none"> - Explica sus procedimientos al resolver situaciones problemáticas.
	Valora la importancia de las matemáticas en su vida	<ul style="list-style-type: none"> - Participa con interés y confianza en las actividades del área.



Ejemplos de actividades

ACTIVIDAD 1

Previa coordinación con los representantes de la comunidad, los estudiantes del IV ciclo participan en el *chaqu*.

Durante el *chaqu* se comportan de acuerdo a la responsabilidad que se les ha asignado por quienes lideran la práctica del saber cultural.

Luego del *chaqu* los estudiantes conversan sobre la etnomatemática propia con los sabios que han participado, teniendo en cuenta la ficha de trabajo siguiente y también formulan las preguntas que ellos deseen en relación al saber cultural vivenciado.

²⁹ Indicadores de Matemáticas formulados en base a los que se presentan en el fascículo 1 de *Rutas del aprendizaje* para IV y V ciclos, publicado por el Ministerio de Educación. 2013, p.16.

FICHA DE TRABAJO



Vicuñas en Pampa Galera³⁰

¿Qué sabemos sobre el *chaqu*?

1. ¿Cómo se prepara el ritual para esquila de la lana de la vicuña?, ¿para qué es importante participar en el ritual del *chaqu*? ¿quiénes participan?
2. ¿Qué forma tiene la malla utilizada?, ¿cuáles son las dimensiones de esta malla?, ¿con qué unidad de medición y cómo se mide la malla que se utiliza en el *chaqu*?, ¿el tamaño de la malla depende del número de vicuñas que se ha previsto esquila?
3. ¿Se estima o se mide previamente la superficie del terreno en que se ubicarán las vicuñas?, ¿con qué unidad de medición y cómo se mide?
4. ¿Cómo cuentan o estiman la cantidad de vicuñas que es posible cautivar en el *chaqu*?
5. ¿Cómo estimas la cantidad de vicuñas a cautivar en el *chaqu*? Explica tu procedimiento.
6. ¿Cuántas personas esquilan en el *chaqu* en que participaron?, ¿todas estas personas son expertas en esquila o también hay aprendices?, ¿cuántas vicuñas esquiló cada una de estas personas?, ¿cuántas vicuñas esquilan en total?, ¿cuántas vicuñas fueron cautivadas pero no se pudieron esquila?

En la siguiente sesión de clase, el docente pide a los estudiantes que formen grupos de tres, que intercambien entre ellos la información que recogió cada uno y que cada grupo la presente de modo resumido en un papelote. Uno de los estudiantes de cada grupo expone a sus compañeros de ciclo la información correspondiente. El docente evalúa de modo permanente durante todo el proceso de enseñanza y aprendizaje, teniendo en cuenta los indicadores.

El docente propondrá otras actividades a los estudiantes como las que a continuación sugerimos, teniendo en cuenta los indicadores previstos en el área Matemáticas. Tales actividades posibilitan articular aprendizajes de la etnomatemática propia con aprendizajes de matemática. Asimismo, el docente diseñará y propondrá otras actividades pertinentes en función de los aprendizajes previstos en las áreas de Comunicación y Ciencia y Ambiente, en conexión tanto con la vivencia del saber cultural *chaqu* como con contenidos de aprendizaje de matemática.

³⁰ En <http://starperudestinos.com/wp-content/uploads/2011/12/Vicuna.jpg> (2 de noviembre de 2012).

ACTIVIDAD 2

El docente presenta la tabla siguiente en una ficha que entrega a cada estudiante, previa constatación de que todos saben interpretar la información que se presenta, les invita a jugar por equipos:

CANTIDAD DE COMUNIDADES POR REGIONES DEL PERÚ DONDE EXISTEN VICUÑAS	
Región	Número de comunidades
Ancash	7
Apurímac	78
Arequipa	26
Ayacucho	68
Cajamarca	1
Cusco	26
Huancavelica	43
Huánuco	7
Ica	8
Junín	27
La Libertad	10
Lima	101
Moquegua	13
Pasco	3
Puno	208
Tacna	5
TOTAL	631

Luego representa en la pizarra una tabla como la siguiente:

CONSIGNA	Cantidad estimada por cada grupo				Cantidad exacta
	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	

Enseguida el docente da a conocer las reglas del juego:

- Deben escuchar cada una de las consignas que el docente da oralmente, una después de otra, escribiéndola simultáneamente en la pizarra y dejando un tiempo prudencial para que los estudiantes realicen la estimación respectiva.
- La estimación de los estudiantes se basa en los datos de la tabla que contiene la población de vicuñas.
- Tienen que estimar el resultado mentalmente, *sin usar lápiz y papel*.
- Un niño de cada grupo escribe la cantidad correspondiente que ha estimado y explica cómo realizó "en su cabeza" tal estimación.
- Gana el grupo cuyas cantidades estimadas se aproximen más a los resultados exactos.

Para ello, el docente pregunta por turno a uno de los estudiantes que integra cada grupo, considerándolo como representante del mismo; de modo que cada uno de ellos comunica oralmente a todos la cantidad estimada, la anota en la pizarra y explica el procedimiento que utilizó mentalmente para estimar dicho resultado. De este modo, en la columna de la izquierda de la tabla estarán escritas sucesivamente cada una de las consignas que dio el docente y en las columnas de la derecha las cantidades estimadas por el representante de cada grupo.

Por ejemplo en una sección del cuarto ciclo de EIB cuyo escenario lingüístico es de tipo 3, luego de la primera consigna los niños anotaron en las columnas intermedias lo siguiente:

CONSIGNA	Cantidad estimada por cada grupo				Cantidad exacta
	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	
Estimen la diferencia entre las cantidades de comunidades de las regiones de Ancash y Apurímac que tienen vicuñas.	73	69	72	70	
Estimen cuántas comunidades más de Apurímac que de Arequipa tienen vicuñas.					
Estimen cuántas comunidades menos de Arequipa que de Ayacucho tienen vicuñas.					
Estimen la diferencia entre las cantidades de comunidades de las regiones de Tacna y de Apurímac que tienen vicuñas.					

Después de la cuarta consigna los estudiantes referidos escribieron las cantidades estimadas así:

CONSIGNA	Cantidad estimada por cada grupo				Cantidad exacta
	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	
Estimen la diferencia entre las cantidades de comunidades de las regiones de Ancash y Apurímac que tienen vicuñas.	73	69	72	70	
Estimen cuántas comunidades más de Apurímac que de Arequipa tienen vicuñas.	53	54	52	50	
Estimen cuántas comunidades menos de Arequipa que de Ayacucho tienen vicuñas.	40	44	43	41	
Estimen la diferencia entre las cantidades de comunidades de las regiones de Tacna y de Apurímac que tienen vicuñas.	74	73	72	71	

El docente propone ahora a los estudiantes que *con lápiz y papel* cada uno encuentre la respuesta correspondiente a cada consigna y que las hagan conocer por equipo mediante uno de sus representantes. Por turno, el docente llama a cada representante para que anote la respuesta del equipo en la pizarra. De esta manera completan los resultados correspondientes en la última columna, obteniendo lo siguiente:

CONSIGNA	Cantidad estimada por cada grupo				Cantidad exacta
	Equipo 1	Equipo 2	Equipo 3	Equipo 4	
Estimen la diferencia entre las cantidades de comunidades de las regiones de Ancash y Apurímac que tienen vicuñas.	73	69	72	70	71
Estimen cuántas comunidades más de Apurímac que de Arequipa tienen vicuñas.	53	54	52	50	52
Estimen cuántas comunidades menos de Arequipa que de Ayacucho tienen vicuñas.	40	44	43	41	42
Estimen la diferencia entre las cantidades de comunidades de las regiones de Tacna y de Apurímac que tienen vicuñas.	74	73	72	71	73

El docente pregunta por turno a un representante de cada grupo de trabajo: ¿cuál equipo ganó?, ¿por qué? Los estudiantes comparan la respuesta estimada por cada equipo y el resultado exacto. De este modo todos concluyen objetivamente que el equipo 3 ganó, pues las cantidades que estimaron se aproximan más al resultado exacto. Por otro lado, la lectura de la tabla resultante del juego permite al docente detectar que los niños de los equipo 1 y 4 necesitan más oportunidades para poder adquirir habilidad en la estimación de resultados de problemas aditivos de comparación, y que los niños del equipo 2 tienen mucha dificultad y por lo tanto habría que buscar la explicación de esto a fin de brindarles el apoyo pedagógico que necesitan.

ACTIVIDAD 3

El docente pide a los estudiantes que averigüen entre sus familiares y conocidos de la comunidad lo siguiente y que respondan en casa las preguntas que ha formulado en la Ficha de Trabajo que se presenta a continuación:

FICHA DE TRABAJO

Cantidad de kilos de lana que se pueden obtener en la esquila de 30 vicuñas en el <i>chaqu</i>	
Cantidad de kilos de lana que se pueden obtener en la esquila de 30 ovejas	
Valor del kg de lana de vicuña	
Valor del kg de lana de oveja	
Cantidad de kilos de lana de vicuña que se necesita procesar para tejer una chompa de adulto	
Cantidad de kilos de lana de oveja que se necesita procesar para tejer una chompa de adulto	
Precio de venta de una chompa de adulto tejida con lana de vicuña	
Precio de venta de una chompa de adulto tejida con lana de oveja	

ACTIVIDAD 4

En sesión de clase, el docente propone a los estudiantes que se organicen por grupos de tres, y que considerando la información que obtuvieron en la actividad 3 respondan las siguientes preguntas:

1. ¿Se obtiene mayor cantidad de lana de la esquila de vicuñas o de la esquila de ovejas?
2. ¿Qué hace la comunidad con la lana de vicuñas que esquila?, ¿y qué hace con la lana de ovejas que esquila?
3. Si la comunidad vende en el mercado la lana que ha esquilado de 60 vicuñas, y la lana que ha esquilado de 60 ovejas, ¿en la venta de cuál de los tipos de lana gana más dinero?, ¿cuánto?
4. Si en lugar de vender la lana de vicuña y la lana de oveja la comunidad decide procesarla y tejer chompas para adultos y luego venderlas, ¿esto sería más conveniente?, ¿por qué?

Los estudiantes escriben sus respuestas en un papelote. Un representante de cada grupo de estudiantes expone oralmente su trabajo por turno a toda la clase.

Se ha de tener presente que durante el desarrollo de las actividades propuestas el docente evalúa el desempeño de cada uno de los estudiantes, teniendo en cuenta los indicadores.

2.2.4. Juegos y desarrollo del pensamiento, capacidades y actitudes

Dado que el juego es una actividad innata de los seres humanos, y es además una actividad fundamental del quehacer de niños y niñas, sobre todo en Educación Inicial y en los primeros grados de primaria, el área Matemáticas se debe trabajar principalmente a través de juegos.



Niños de primer grado (Patacancha) juegan libremente con material concreto elegido por ellos

En el marco de la propuesta pedagógica de EIB se promueve el carácter lúdico de las actividades generadoras de procesos de aprendizaje en el área de Matemáticas, en vista de la importancia que tienen los juegos para que tales procesos sean más motivadores y atractivos.



Niños de Patacancha, orientados por su profesora, juegan en clase de Matemáticas

El carácter lúdico del juego no se debe confundir con una falta de propuesta educativa concreta; al contrario, el juego es una excelente actividad para ejercitar las capacidades mentales, tales como el razonamiento, particularmente en juegos de estrategias como el ajedrez. El juego estimula la imaginación, propicia el desarrollo del pensamiento crítico, favorece la creatividad. Además el juego favorece el desarrollo de actitudes positivas, tales como la confianza en sí mismo, la cooperación, la comunicación, el trato con personas, la aceptación de normas, el trabajo en equipo, el reconocimiento del éxito de otros compañeros, entre otros.

Los juegos deben ser debidamente seleccionados, en función de determinados propósitos educativos. Es importante notar que, además del proceso de construcción de un nuevo conocimiento a través de la resolución de problemas, es necesario proponer al estudiante juegos interesantes que le permitan adquirir dominio de algunos resultados, en particular, de las operaciones aritméticas. Hay variedad de juegos con números orientados no solo para potenciar en los estudiantes una mayor agilidad en el cálculo mental sino también para construir nuevos conceptos, descubrir irregularidades, desarrollar estrategias. Por ejemplo, se puede propiciar que los niños jueguen a “¿Qué número soy?”.

Ejemplo 1

Juego: ¿Qué número soy?

Las reglas de este juego, en el cual pueden participar dos o más niños, son:

- i) El docente o uno de los niños dice un conjunto de oraciones afirmativas o negativas relacionadas con las características de un número. Pueden intervenir algunas operaciones. Y al final pregunta: ¿qué número soy? Así en aimara:

*¿Kuna jakhutsa?
Phisqata jilathwa. Paya jakhunithwa.
Sapanaka jakhu, paya kuti kimsawa.
Jisa paya tunka pisirakithwa, ¿kuna jakhutsa?³¹*

- ii) El niño que responde primero correctamente, gana un punto. A este niño le corresponde idear otras características de un número, estableciendo relaciones y operaciones con otros números, y plantear finalmente la pregunta “¿Qué número soy?”

- iii) Gana quien acumule mayor número de puntos.

Los propósitos del juego “¿Qué número soy?” son, principalmente, que los niños consoliden el concepto de valor posicional y que afiancen el manejo de las relaciones de orden de los números naturales. Se pueden aplicar versiones similares en primer grado.

Progresivamente, los juegos se pueden complejizar. Por ejemplo, en segundo grado se puede proponer lo siguiente, en quechua Chanka:

*¿Ima yupataq kani?³²
Kimsa kipum kani.
Sapankunapa kipunmi chunkapa kuskan kan.
Yupaqa mana chunkakunayuqmi.
Pachakkunapa kipun ñawpaq paris kaptinqa, ¿ima yupataq kani?*

31 Traducción: ¿Qué número soy? Soy mayor que cinco. Tengo dos cifras. La cifra de las unidades es el doble de tres. Si también soy menor que veinte, ¿qué número soy?

32 Traducción: ¿Qué número soy? Tengo tres cifras. La cifra de las unidades es la mitad de diez. El número no tiene decenas. Si la cifra de las centenas es el primer número par, ¿qué número soy?

Ejemplo 2

Juego andino de estrategias: el zorro y las ovejas.

Este juego fue ubicado en comunidades del sur andino en 1981, cuando se recogió información sobre conocimientos matemáticos de comunidades rurales quechuas de Puno.

Se puede utilizar para que el estudiante desarrolle su capacidad de razonamiento pues tiene que pensar en las consecuencias de cada una de sus jugadas e imaginar las posibles jugadas de su contrincante cada vez que efectúa un movimiento determinado de alguna de las piezas con las que le corresponde jugar. En este sentido, los jugadores usan constantemente las proposiciones implicativas, del tipo: “Si...entonces”; es decir, utilizan cadenas de razonamiento.

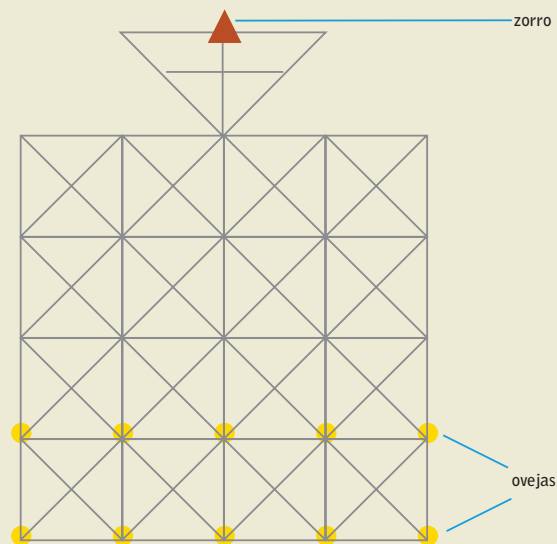
El juego plantea la búsqueda de estrategias. Un zorro debe atrapar 10 ovejas, y estas 10 ovejas quieren cerrar el paso al zorro, para que se inmovilice y no las pueda atrapar. El juego se ejecuta con una pieza pequeña que representa al zorro y diez piezas más pequeñas que la anterior, que representan las 10 ovejas. Uno de los jugadores hace de zorro y el otro, conduce las 10 ovejas. Por sorteo, inicia el juego uno de los dos jugadores y luego continuarán por turno.

Tanto el zorro como las ovejas se desplazan sobre las líneas de un tablero como el siguiente. La posición inicial del zorro y de las ovejas se indica en la figura siguiente.

El zorro se puede desplazar en cualquier dirección, hacia delante o hacia atrás, siempre un paso, sobre cualquiera de los segmentos de la figura y ubicarse sobre el punto de intersección de dos o más segmentos, según corresponda. En cambio cada oveja solo puede avanzar un paso hacia delante desplazándose sobre una de las diagonales o sobre uno de dos de los lados de un cuadrado. Las ovejas no pueden retroceder.

El zorro se come a una oveja cuando puede pasar sobre ella saltando sobre el punto de intersección en el que se encuentra la oveja. En este caso, se saca del tablero a la oveja correspondiente. El jugador encargado de desplazar al zorro gana el juego si logra comer a las 10 ovejas.

El jugador que se encarga de las ovejas debe desplazarlas buscando siempre cercar al zorro, de modo que este no pueda dar un paso más sobre ninguno de los segmentos del tablero. Si las ovejas logran cercar al zorro, entonces el jugador encargado de movilizarlas habrá ganado el juego.

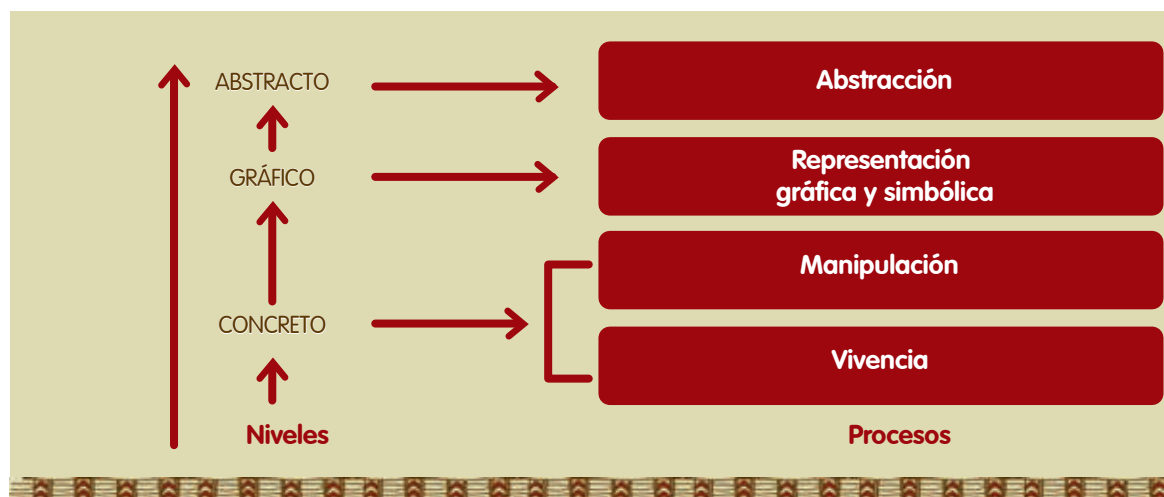


Se recomienda difundir este juego cuyas reglas son manejables por niños desde 7 u 8 años. Se pueden organizar campeonatos internos en la institución educativa, tanto como campeonatos entre instituciones educativas de la comunidad, o incluso en ámbitos mayores (UGEL, Región).

2.2.5. Niveles para la construcción de conocimientos en el área Matemáticas

En concordancia con las tendencias actuales en educación matemática, a través del área Matemáticas se busca que los estudiantes logren competencias, es decir, que construyan conocimientos y desarrollen capacidades y actitudes que les permitan desempeñarse con seguridad y confianza en sí mismos en situaciones diversas de su vida personal, social y laboral.

Las competencias del área Matemáticas en EIB se han de lograr mediante actividades que realicen los propios estudiantes, principalmente, procesos de resolución de problemas, razonamiento y comunicación matemática. Los conocimientos matemáticos necesitan de un proceso de construcción y de una decidida intención de aprender. Es necesario seleccionar y organizar de modo secuencial las actividades que se propondrán a los estudiantes. En este sentido, las actividades a proponer se seleccionarán y organizarán en niveles, de modo que partiendo de situaciones que generan procesos a nivel concreto, luego a través de representaciones a nivel gráfico y simbólico se apoye al estudiante en la formación de su pensamiento abstracto. Es importante tener en cuenta que la abstracción se facilita cuando los estudiantes han tenido la oportunidad de haber realizado un trabajo adecuado en los niveles anteriores. El esquema siguiente nos ilustra al respecto.



Esto significa que para la construcción del pensamiento matemático:

- en el nivel concreto, se parte de situaciones de la realidad utilizando estrategias en el contexto de la situación misma, se plantea preguntas adecuadas a los estudiantes relacionadas con la vivencia de saberes culturales o también durante la realización de actividades lúdicas en que se manipula materiales concretos, de modo que se generen procesos cognitivos básicos como la observación, comparación, inferencia;
- en el nivel gráfico, también mediante preguntas adecuadas, generadoras de procesos cognitivos, se pide al estudiante que utilizando dibujos, gráficos (diagramas, esquemas, entre otros) y notaciones busquen la respuesta a la situación problema planteada;
- en el nivel abstracto, se propicia la exploración, reflexión y generalización, a través de situaciones problema que implican la operación del estudiante en un plano verbal, independiente de apoyos empíricos concretos.

2.2.6. Resolución de problemas, contexto para el desarrollo de competencias

Las actividades matemáticas que se propongan siempre deberán estimular el desarrollo de la capacidad de pensar de los estudiantes, vale decir, un razonamiento basado en conocimientos matemáticos. De allí que plantear situaciones que implican problemas por resolver se constituya en el motor de los procesos para la construcción y logro de aprendizajes en el área. En los primeros grados de EIB, tales situaciones deben ser prioritariamente de tipo lúdico.

Las situaciones por resolver se extraerán de la realidad sociocultural del estudiante y se constituirán en contextos para el desarrollo de las capacidades de razonamiento y comunicación.

Se posibilita el desarrollo de la capacidad de razonar del estudiante cuando se le solicita que explique el por qué de sus respuestas, en el marco de la resolución de un problema.

Se propicia que desarrolle su capacidad comunicativa en Matemáticas si se le pide que exprese oralmente, utilizando sus propias palabras, un concepto, las propiedades de una operación o las relaciones entre números o figuras; o bien que escriba sus respuestas por escrito utilizando lenguaje matemático; o que utilice representaciones gráficas de conceptos y relaciones cuantitativas o geométricas.

El desarrollo de tales capacidades supone además el establecimiento de conexiones entre diferentes formas de representar un concepto, y también entre contenidos de Matemáticas y de otras áreas.

La resolución de problemas supone que el estudiante se involucre en situaciones tales como³³:

- Responder de modo coherente a una situación nueva.
- Formular preguntas ante una situación.
- Anticiparse para solucionar un problema.
- Buscar un patrón o modelo.
- Construir conceptos y procedimientos.
- Darse cuenta de que un problema se puede resolver de diferentes modos.
- Reconocer que un problema puede tener varias soluciones.
- Comprobar si la solución de un problema es correcta.

33 VILLAVICENCIO UBILLÚS, Martha y otros. *Guía didáctica. Resolución de problemas matemáticos*. La Paz: Ministerio de Desarrollo Humano, Secretaría de Educación. 1995, pp. 31-35.

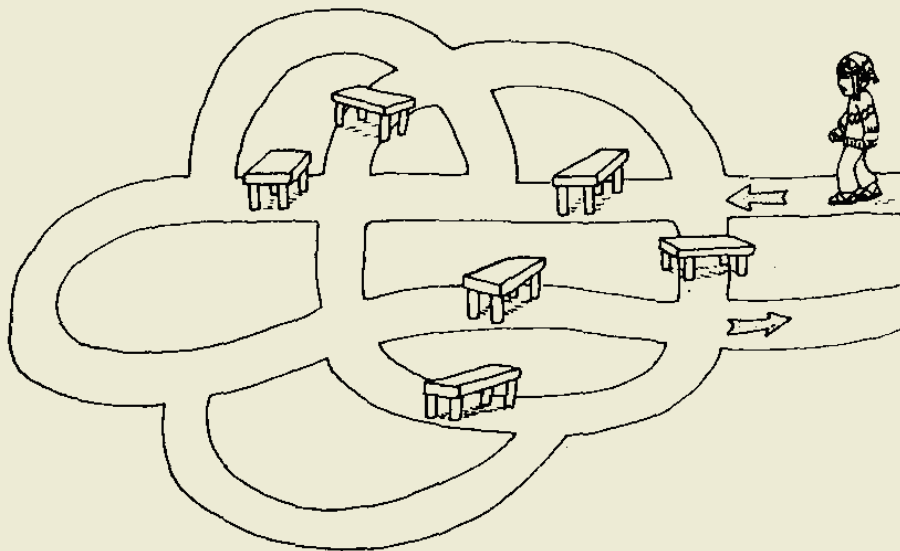
A continuación, se muestran algunos ejemplos.

- **El niño prevé una solución ante un problema**

Ejemplo 1

Jugar en un laberinto.

Se necesita: tiza blanca y 6 objetos que serán utilizados como obstáculos



- El maestro traza en el piso del patio un laberinto como el anterior y coloca 6 obstáculos.
- Cada niño debe encontrar un camino que conduzca hacia la “salida”, a partir de la flecha de “entrada”.
- Los niños, por turno, deben ir a pie desde la “entrada” hasta la “salida”. Previamente deben haber ubicado, mentalmente, un camino en el que no se choque con ningún obstáculo.
- Cuando un niño recorre el trayecto que ha previsto, no debe tantear, corregir, retroceder ni pisar las líneas que señalan las rutas del laberinto.
- Si un niño sigue una vía equivocada, tropieza con un obstáculo o pisa una línea, debe regresar y esperar su próximo turno.

El juego en laberintos contribuye a desarrollar la capacidad del niño para anticipar mentalmente un trayecto antes de recorrerlo, seguirlo con el dedo, o dibujarlo.

Dado que puede haber más de un camino que conduzca desde la “entrada” hasta la “salida”, este juego también ayuda al niño a aprender que un problema puede tener más de una solución.

Ejemplo 2

Jugar con rompecabezas

Se necesita:

Un hexágono de cartón o madera

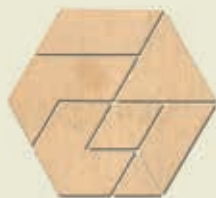


Siete piezas sueltas de cartón o madera, de las formas que se indican en la siguiente figura:



- El maestro propone el juego a un par de niños (o más, si existe mayor disponibilidad de material).
- A cada pareja de niños le entrega un hexágono de cartón y las siete piezas, por separado.
- Pide a los niños que cada uno arme el hexágono con las siete piezas respectivas.

Los niños pueden encontrar otras soluciones además de la que presenta la figura anterior. Así:



En este juego, los participantes deben anticipar mentalmente la solución, es decir, pensar cómo colocar las piezas de modo que puedan formar el hexágono según el molde dado.

- El niño construye conceptos y procedimientos

Los problemas elegidos adecuadamente y resueltos por los niños, desde el nivel Inicial y los otros grados de EIB, no solo les dan oportunidad de afianzar y ampliar lo que conocen, sino que también pueden estimularlos en el proceso de aprendizaje de las Matemáticas.

En efecto, en Educación Inicial y 1° y 2° grados de primaria, se pueden generar procesos de construcción de nuevos conceptos y procedimientos matemáticos, a través del planteamiento y resolución de problemas que surgen del mundo que los rodea. Por ejemplo; es importante aprovechar situaciones que se dan en el aula de todos los días y que tienen gran potencial pedagógico. Así, cuando en un aula de 18 niños de Educación Inicial se le pidió a uno: “Reparte una hoja sobre cada mesita”, se pudo observar que el niño tardó un rato en hacer el trabajo e, incluso, a veces dudaba si había puesto la hoja sobre la mesita o no y miraba para comprobarlo. Cuando uno tiene 5 años, no es tan fácil como parece llevar el orden de reparto, y mantener la correspondencia 1 a 1 sin equivocarse.

- La resolución de problemas planteados en niveles concreto y gráfico, a niños de Educación Inicial y en primer grado de primaria, permite sentar las bases para la construcción del concepto de adición de números naturales. Así, por ejemplo, a niños que hablan quechua en la variedad Chanka, se les puede plantear lo siguiente:

Ejemplo 1

- i) *Huk kanchachapi 4 ruyruchakuna kan, huninpiñataq kimsa. ¿Llapampi hayka ruyruchakunataq kan?*

(En una cajita tienes 4 bolitas y en otra, 3. ¿Cuántas bolitas tienes en total?)



- ii) *Illariy ñawpaqman iskayta ichin, chaymanta qipaman kimsata ichin. ¿Haykataq ichin?*

(Illariy da 2 pasos hacia delante y 3 pasos hacia atrás. ¿Cuántos pasos ha dado en total?)

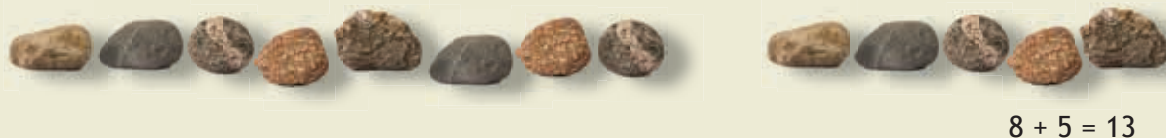
- En primer grado, para apoyar la construcción de un algoritmo de la adición en niños hablantes de una lengua originaria –por ejemplo, quechua Chanka– se les puede pedir que resuelvan la siguiente situación:

Ejemplo 2

Pusaq sulis kapusunki pichqa sulistawan chaskikunki. ¿Hayka sulistaq kapusunki?

(Tienes 8 nuevos soles y recibes 5 nuevos soles más. ¿Cuántos nuevos soles tienes ahora en total?)

Ante esta situación para pensar y resolver, generalmente los niños utilizan la estrategia del conteo para responder: Esto es, representan cada nuevo sol con un objeto o mediante un dibujo, y luego cuentan los objetos o dibujos que representan la colección resultante de nuevos soles (13)






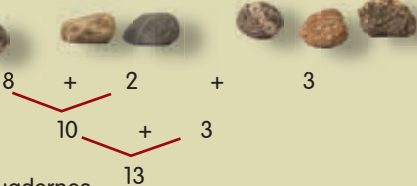
o bien recurren al uso de los dedos de sus manos.

En este caso, el propósito de la actividad generada por el docente es que el niño construya el algoritmo que, en la práctica usual, corresponde a sumar “llevarlo”. El docente es consciente de que la lengua originaria quechua, en cualquiera de sus variedades, facilita la construcción de un algoritmo para la adición y, por lo tanto se puede lograr que los estudiantes construyan este algoritmo al responder a preguntas.

Ellos deben utilizar los conocimientos que tienen a la fecha, de modo que concluyan que, en el caso del problema planteado, para formar un grupo de 10 debe descomponer 5 en dos números, de modo que uno de estos le permita completar el grupo de diez. Así, fácilmente encuentran el resultado, que es la respuesta a la pregunta del problema planteado.

Si el docente pide a un estudiante que salga a la pizarra y a los demás que respondan en sus cuadernos, una alternativa posible de la secuencia de preguntas por plantear en lengua materna originaria (en este caso, quechua variedad Chanka), es la siguiente:

Runakuna (Participantes)	Warmakunapa ruraynin, amawtakunapa tapukuyninpiwan (Acciones que realizarán los niños y preguntas del docente)
Amawta (Docente)	<p><i>Qillqana maytuykichikpi imayna chuyanchasqaykichikta willakuychik.</i> <i>José pirqá qillqanapi ruray.</i> (En sus cuadernos respondan cómo hallaron la respuesta. José hazlo directamente en la pizarra.)</p>
José	 <p>$8 + 5 = 13$ <i>13 llusqin.</i> (Respuesta: 13)</p>
Amawta (Docente)	<p>¿Imaynatataq chuyancharqunki? (¿Cómo encontraste el resultado?)</p>
José	<p><i>Pusaq sulisniytaraq chirurquni chaymantataq pichqa sulis chaskisqaytawan. Hayka qullqiyuq kasqay yachanaypaqmi llapanta yuparquni.</i> <i>Chunka kimsayuqmim.</i> (Dibujé los 8 nuevos soles que tenía y luego los 5 nuevos soles que recibí después. Para saber cuánto tengo ahora, conté todos los nuevos soles. Me da 13.)</p>
Amawta (Docente)	<p><i>Kunanqa, pusaqta pichqata hukniraq yapayta rurankichik, chaypaqqa imaynatachus ruraraqankichik, chayta allinta qawariychik chaymanhina umallaykichikpiña yapankichik.</i> (Ahora ustedes van a encontrar otra forma sencilla de calcular la suma de 8 y 5, escribiendo los pasos que dan. Fíjense bien cómo lo hacen pues luego van a hacer las sumas mentalmente, solo en su cabeza. Para ello indiquen la operación por realizar.)</p>
José	<p>Escribe en la pizarra así: $8 + 5$</p> 
Amawta (Docente)	<p>¿Pusaq sulisman chunkakananpaq haytataq yapayman? (¿Cuánto necesitan sumar a 8 nuevos soles para que obtengan 10 nuevos soles?)</p>
Warmakuna (Niños)	<p><i>¡Iskay!</i> (¡Dos!)</p>
Amawta (Docente)	<p><i>¡Allin!</i> <i>¿Pichaqa sulismanta iskay sulista hurquymanchu chunka sulis kananpaq?</i> (¡Muy bien! ¿De los 5 soles pueden tomar los 2 nuevos soles que se necesita para completar 10?)</p>
Warmakuna (Niños)	<p>Ari. (Sí.)</p>
Amawta (Docente)	<p><i>Siqisqaykichikpi pichqa sulismanta iskaypi kimsapiwan rakisqaykichikta qawachiychik.</i> (Indiquen en su dibujo la separación de 5 en 2 y 3 nuevos soles.)</p>

<p>José</p>	<p>Responde en la pizarra así:</p> $8 + 5$  $8 + 2 + 3$ 
<p>Amawta (Docente)</p>	<p><i>Pusaqman iskayta yapay haykataq kan?</i> (¿Cuánto tienen en total, si suman 8 y 2?)</p>
<p>Warmakuna (Niños)</p>	<p><i>Chunka.</i> (Diez.)</p>
<p>Amawta (Docente)</p>	<p><i>Qillqana maytuykichikpi qawachiychik, Jositaq qillqana pirqapi.</i> (Indíquenlo en sus cuadernos y José en la pizarra.)</p>
<p>José</p>	<p>Piensa, y luego responde en la pizarra:</p> $8 + 5$   <p>El resto de niños trata de dar la respuesta en sus cuadernos.</p>
<p>Amawta (Docente)</p>	<p><i>¿Pitaq hukniraqta rurarqun? ¿Pitaq Josipa rurasqanta willawasunman?</i> (¿Alguien hizo la operación de otra manera? ¿Quién desea explicar qué es lo que ha indicado José en la pizarra?)</p>
<p>Rosa</p>	<p><i>Ñuqa rurqani.</i> (Yo hice así.) Escribe en la pizarra:</p> $8 + 2 = 10$ $10 + 3 = 13$
<p>Amawta (Docente)</p>	<p><i>¿Allinmi? Rosa rurasqanta willawasunchik.</i> (¿Está bien? Escuchemos. Rosita, explícanos que hiciste.)</p>
<p>Rosa</p>	<p><i>Pichqa sulismantam. Iskayta hinaspa kimsa sulista rakirquni. Chunka llusqiwananpaq pusaqman iskayta yapani, chaymantañataq chunkaman kimsa rakisqayta yapani, chaynaqa chunka kimsayuq llusqiwani.</i> (Separé los 5 soles en dos soles y 3 soles. Sumé 8 más 2 y me da 10. Y luego sumé a 10 los 3 soles que separé. Entonces, me resulta trece.)</p>
<p>José</p>	<p><i>Ñuqapas kaqta rurarqani; ichaqa huk niraqta qillqani.</i> (Yo también hice lo mismo; pero lo escribí de otra manera.)</p>
<p>Amawta (Docente)</p>	<p><i>¿Iskaynin niraq rurasqakuna chiqachu kanku?</i> (¿Las dos maneras de escribir la respuesta son correctas?)</p>
<p>Warmakuna (Niños)</p>	<p><i>Ari.</i> (Sí.)</p>

Amawta (Docente)	<i>¿Mayqin tapukuyta kutichiynin? ¿Hayka sulitaq llapanpi kan?</i> (¿Cuál es la respuesta a la pregunta? ¿Cuántos nuevos soles tienen en total?)
Warmakuna (Niños)	<i>Chunka kimsayuq.</i> (Trece.)
Dora	<i>Ñuqaqa kaynatam rurarqani (pirqa qillqanapi qillqay)</i> (Yo he respondido así.) Escribe en la pizarra: $8 + 5 = 8 + 2 + 3 = 10 + 3 = 13$
Amawta (Docente)	<i>¿Dorapa rurasqan allinchu?</i> (¿Está bien la manera en que respondió Dora?)
Warmakuna (Niños)	<i>Ari.</i> (Sí.)
Amawta (Docente)	<i>Sabina willakuy, imanasqata Dorapa rurasqan allin.</i> (Sabina, explica por qué es correcto lo que escribió Dora.)
Sabina	<i>Josipa hinam rurasqa kachkan, ichaqa kinraynillanmanmi qillqarqun.</i> (Hizo lo mismo que José, sino que lo escribió en forma horizontal.)

El docente propondrá otras situaciones problema que posibiliten la consolidación del algoritmo construido por los niños utilizando como soporte pedagógico su lengua materna originaria.

Ejemplo 3

De modo similar se puede plantear a niños que hablan quechua Chanka, situaciones como las siguientes:

- i)** *Juanpa 9 ruyruchankuna kan, Joseypaqtaq 5 ruryrucha kan. ¿Haykataq iskayninkupa kan?*
(Juan tiene 9 bolitas y José tiene 5 bolitas, ¿cuántas bolitas tienen entre los dos?)
- ii)** *Problema de estructura aditiva de comparación 6 laranhay kan aswan qanmanta, qampaqtaq 7 kan; ¿haykataq kapuwan?*
(Tengo 6 naranjas más que tú y tú tienes 7, ¿cuántas tengo?)

Para resolver estos problemas se les pide que escriban la operación que han realizado y que justifiquen su respuesta; y además, que expliquen oralmente el resultado de la operación que han efectuado. Desde luego, en el proceso de búsqueda de la solución, se permite a los niños ayudarse con material educativo concreto o gráfico.

Ejemplo 4

En los primeros grados de primaria, para estimular la construcción del concepto de sustracción en niños hablantes de quechua Chanka, se pueden plantear problemas como los que se detallan más adelante. Recordemos que en todos los contextos y problemas en donde aparece la adición, la resta está implícitamente presente y sólo a la espera de ser sacada a luz, ya que la situación puede ser invertida o la pregunta del problema modificada.

Así:

- i) Problema de estructura aditiva de cambio
8 mansanay kapuwan kimsata mikukurquni, ¿haykataq puchuwan?
(Tenía 8 manzanas y comí 3, ¿cuántas quedaron?)
- ii) Problema de estructura aditiva de igualación
¿Hayka mansanataq 7man 13 mansana kananpaq kanman?
(¿Cuántas manzanas tengo que añadir a 7 manzanas para tener 13 manzanas?)
- iii) Problema de estructura aditiva de comparación
Chunka kimsayuq laranhayuq kani, qampaqtaq qanchis. ¿Haykawantaq ñuqa llalliyki?
(Tengo 13 naranjas y tú tienes 7 naranjas. ¿Cuántas más que tú, tengo yo?)

Ejemplo 5

- El concepto de propiedad conmutativa de la adición puede ser construido a partir de la resolución de problemas como el siguiente:

*Moisés 5 qillqanata chaskin chaymantataq 2.
Rita 2 qillqanata chaskin chaymantataq 5.
¿Moisés hayka qillqanayuqtaq?
¿Rita hayka qillqanayuqtaq?*

(Moisés recibe 5 lápices y luego 2.
Rita recibe 2 lápices y después 5.
¿Cuántos lápices tiene Moisés?
¿Cuántos lápices tiene Rita?)

El docente pedirá que escriban las operaciones y formulará preguntas tales como:

- *Sapa allichaykupi imatataq yapanakunapi qawanki? ¿lluqsisqanta tinkuchispa imatataq qawanki?*

(¿Qué observas en el orden de los sumandos de cada operación? ¿y al comparar los resultados?)

Luego les propondrá otros casos similares, a fin que formulen con sus propias palabras la propiedad conmutativa de la adición: “el orden de los sumandos no altera la suma”.

- El niño reconoce que hay problemas que tienen más de una solución

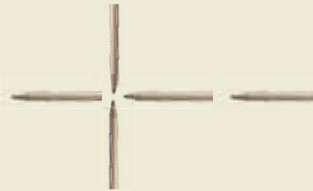
Ejemplo:

Juego con palitos

- Se entregan 5 palitos del mismo tamaño a cada niño.
- El docente les indica que construyan una figura con los 5 palitos y que den nombre a la figura formada.
- Entre las posibles respuestas correctas se tiene:



Una "estrella"



Una "cruz"



Una "casa"



Un "banco"

Cada niño presenta a sus compañeros la figura que formó, y da una explicación respecto del nombre que le puso.

No es necesario que en los primeros grados se utilice la palabra problema en sesiones de clase

Se recomienda que en los niveles inicial y en los primeros grados del nivel primaria no se utilice la palabra "problema" en Matemáticas, aun cuando indudablemente los niños resolverán situaciones problema que el docente y ellos mismos plantearán.

En esta propuesta lo que cambia es la estrategia mediante la cual se les involucra, para que resuelvan problemas de modo natural sin que se generen emociones negativas. Sencillamente se invitará a los niños a jugar en actividades matemáticas, a fin de ayudarles a que asuman actitudes positivas y desarrollen sus potencialidades matemáticas en condiciones psicológicas adecuadas. En estas actividades debe constituirse en rutina el planteamiento de preguntas que conlleven situaciones debidamente elegidas por el docente, las cuales constituirán el contexto para generar procesos de aprendizaje en los niños.

Desarrollo de capacidades para investigar

Es evidente que el enfoque del área centrado en la resolución de problemas, al posibilitar el desarrollo de las capacidades matematizar, representar, comunicar, elaborar diversas estrategias, utilizar expresiones simbólicas, y argumentar, favorece el desarrollo de habilidades para la investigación pues el niño, constantemente y de modo sistemático, es estimulado mediante preguntas que el docente plantea a partir de situaciones relacionadas con sus vivencias y su entorno. Se utilizará siempre la lengua que los niños entienden.

El docente propiciará también que los propios niños formulen preguntas y planteen situaciones por resolver. Ante cada pregunta, todos y cada uno de los niños tiene que observar, analizar, establecer relaciones, formular conjeturas y comprobarlas. En los primeros grados se ayudarán, al inicio, con material concreto y representaciones vivenciales, pictográficas y gráficas. Progresivamente, irán utilizando también lenguaje simbólico. Frente a una situación para pensar y resolver, los niños deben buscar e idear estrategias para poder hallar una o más soluciones.

2.2.7. Uso de materiales educativos diversos

El desarrollo curricular del área Matemáticas en EIB implica el diseño, adecuación o elaboración, y uso de materiales educativos diversificados, de acuerdo con las particularidades de cada uno de los ámbitos de intervención, y los intereses y necesidades de los estudiantes.

Tales materiales son, principalmente, de tres tipos: concreto, impreso y electrónico. A la fecha, en las instituciones de EIB se han utilizado principalmente materiales concretos e impresos.



Niñas del nivel inicial en Huilloc establecen relaciones utilizando material concreto

a) Materiales educativos concretos

Son aquellos que los niños pueden manipular durante el proceso de enseñanza y aprendizaje, ya sea para interactuar libremente o para responder a preguntas planteadas.

A fin de asegurar bases sólidas en el aprendizaje de Matemáticas desde los primeros grados de EIB y en el marco del enfoque de esta propuesta, es importante considerar en la programación curricular el uso de material concreto, a través de actividades adecuadas que impliquen la resolución de problemas interesantes.

En opinión de expertos en Educación Inicial y Primaria, tales como la profesora española María Antonia Canals³⁴, la ausencia de material manipulable es una de las causas frecuentes del fracaso escolar en el área Matemáticas. Al respecto, señala:

“Creo que con esto queda dicho que el material manipulable es necesario no sólo en el Parvulario, sino durante toda la Primaria, así como en cualquier nivel educativo, sin olvidarlo de manera especial siempre que se introduce el aprendizaje de una nueva noción, en cualquier momento de duda o de dificultad, y desde luego en el trabajo con los niños y niñas con dificultades de aprendizaje”³⁵.

Los materiales concretos pueden ser no estructurados y estructurados. Se reconocen como materiales concretos no estructurados a aquellos que se elaboran con recursos naturales propios de la zona, materiales reciclables u otros elementos de uso cotidiano en la comunidad (piedras, palitos, tapas, semillas, envases de cartón o de lata, etc.).



Niños de primer grado en Cañarís resuelven problemas de tipo aditivo, con material concreto no estructurado

34 CANALS, Antonia. *Monografía 04*. Publicación adjunta a la Revista SUMA (Publicación de la Federación Española de Sociedades de Profesores de Matemáticas - FESPM). Valencia, setiembre 2009, p. 51.

35 *Ibíd.*, pp. 52-53.

Se denomina **materiales concretos estructurados** a aquellos que han sido elaborados previamente con propósitos educativos, tales como los que se indican a continuación:

1. **Bloques lógicos.** Constituidos por 48 piezas de cuatro formas (cuadrado, rectángulo, triángulo y círculo), de tres colores (amarillo, azul y rojo), de dos tamaños (grande y pequeño) y de dos grosores (delgado y grueso).




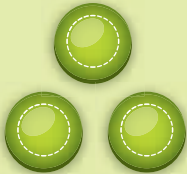
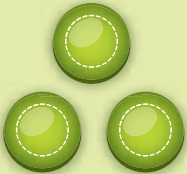
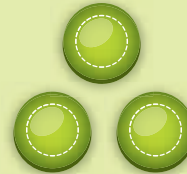
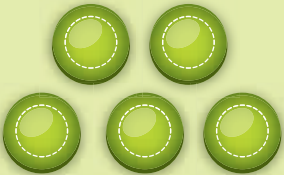
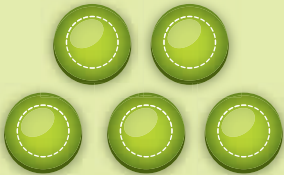
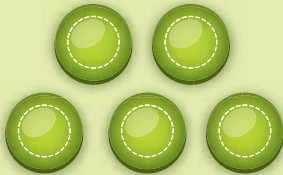
Se utilizan principalmente en el nivel Inicial y en los primeros grados, para apoyar a los niños, en procesos de clasificación e identificación de patrones en una serie.



2. **Yupana de un nivel.** Es una tabla rectangular cuya estructura se basa en el esquema que presenta Guaman Poma de Ayala en su obra *Nueva Corónica y Buen Gobierno*. La yupana, en su versión original, está constituida por cinco columnas y cuatro filas. Puede servir de soporte para la construcción de la sucesión de números naturales, el aprendizaje comprensivo del sistema de numeración posicional, así como para la construcción de algoritmos de las operaciones numéricas básicas en un contexto de resolución de problemas.

Las yupanas de un nivel se recomiendan para los primeros grados: el diseño de la yupana de tres columnas, para niños que cursan 1° o 2° grado de primaria; y el de la yupana de cinco columnas, para 3° y 4° grados. A continuación se muestran varios diseños, incluso una yupana que posibilita la representación de números decimales.

Yupana para 1° y 2° grados. Quechua Collao

P	CH	S
		
		
		

- S** = *Sapankuna* (Unidades)
- CH** = *Chunkakuna* (Decenas)
- P** = *Pachakkuna* (Centenas)

Yupana para 3° y 4° grados. Quechua Collao

CHW	W	P	CH	S

S = Sapankuna (Unidades)
CH = Chunkakuna (Decenas)

P = Pachakkuna (Centenas)
W = Warankakuna (Unidades de Millar)

CHW = Chunka Warankakuna (Decenas de Millar)

Yupana para representar números decimales. Quechua Collao

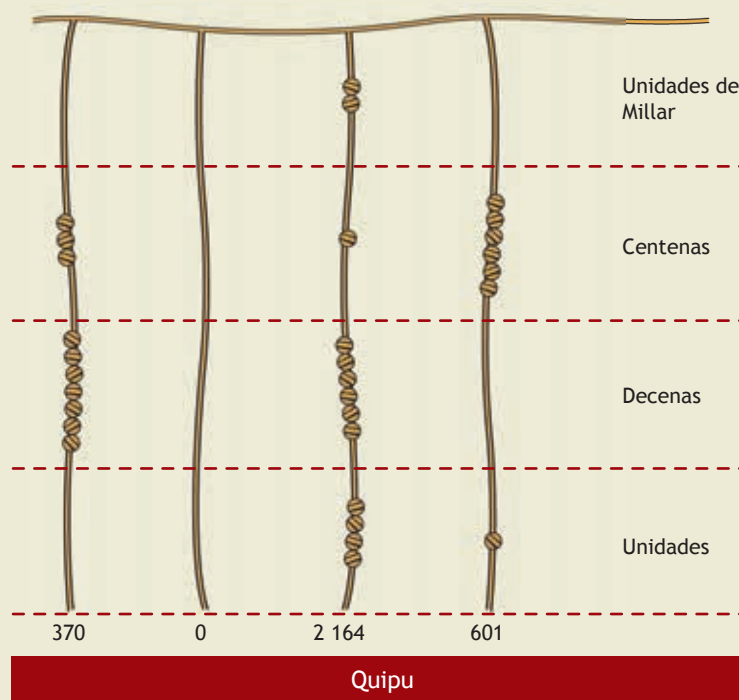
P	CH	S	ch	p

P = Pachakakuna (Centenas)
CH = Chunkakakuna (Decenas)

S = Sapanakuna (Unidades)
ch = chunkachakakuna (décimos)

p = pachakachakuna (centésimos)

3. Quipus. El tipo de quipus que se recomienda usar es aquel en el que en cada una de sus cuerdas se pueden identificar espacios diferentes en los cuales, de acuerdo con su ubicación en la cuerda, cada nudo representa unidades, decenas, centenas y unidades de millar respectivamente.



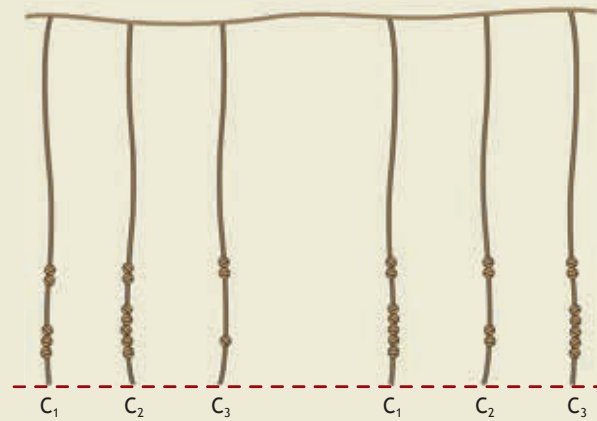
Tradicionalmente se ha venido utilizando los quipus principalmente para ayudar al estudiante de EIB en el proceso de construcción del concepto de valor posicional en el sistema de numeración decimal. Estudios relativamente recientes nos muestran que mediante los quipus también se puede organizar información cuantitativa³⁶. Por ejemplo a los estudiantes de IV o V ciclo de primaria se les puede proponer que representen los datos de la tabla siguiente utilizando quipus:

Tabla 1

Equipos Partidos	Equipo <i>Mama Oclo</i>	Equipo <i>Micaela Bastidas</i>
Partido de vóleybol 1	23	25
Partido de vóleybol 2	25	22
Partido de vóleybol 3	21	25

Para registrar estos datos en un quipu los estudiantes pueden utilizar el espacio y/o color para mostrar la organización de tal información. Una posible respuesta es:

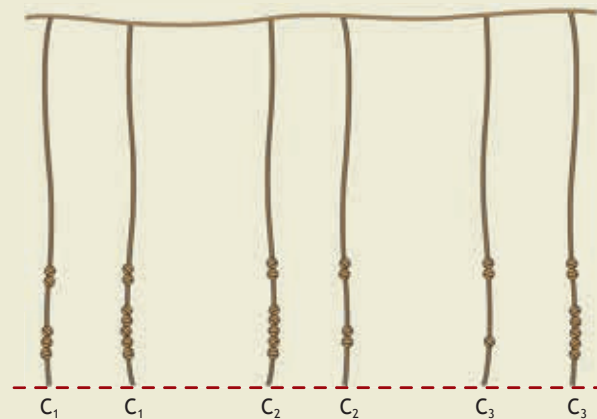
³⁶ ASCHER Marcia and ASCHER Robert: *Mathematics of the Incas. Code of the Quipu*. New York. 1981, pp. 80-88.



Organización de datos en quipus (Posible respuesta 1)

Donde las cuerdas colgantes en el primer grupo representan los puntos del equipo Mama Ocllo en cada uno de los tres partidos, mientras que en el segundo grupo las cuerdas colgantes representan los puntos del equipo Micaela Bastidas, y los colores 1, 2, 3 están asociados con los partidos 1,2,3 respectivamente.

Otra posible respuesta es la siguiente:



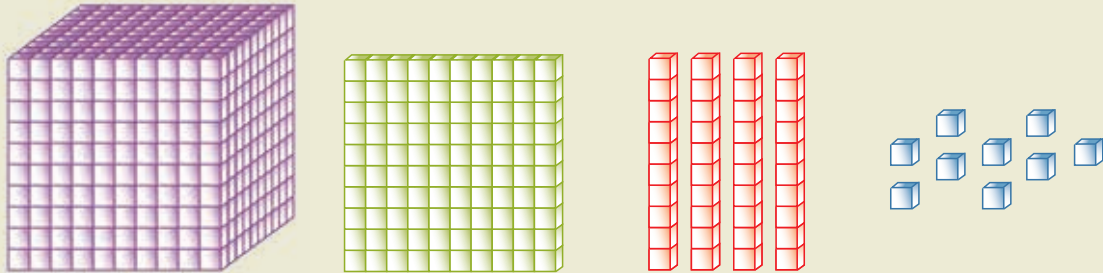
Organización de datos en quipus (Posible respuesta 2)

Donde todas las cuerdas son del mismo color. El primer grupo representa los puntos del partido 1, el segundo del partido 2, y el tercero del partido 3. Dentro de cada grupo, la primera posición se asocia con el equipo Mama Ocllo y la segunda posición con el equipo Micaela Bastidas.

- 4. Reloj.** De preferencia se usará uno que tenga agujas para señalar los minutos y segundos. Son útiles como apoyo para que el niño desarrolle la noción de medida del tiempo.
- 5. Material base diez.** Se recomienda utilizar el material base diez ideado por Zoltan P. Dienes, que está constituido por cubitos de 1 centímetro de arista, barritas (decenas) constituidas por 10 cubitos, placas (centenas) conformadas por 10 barritas juntas, cubos (millares) formados por 10 placas unidas.

Puede servir de apoyo principalmente en los tres primeros grados de Educación Primaria para la construcción de la sucesión de números naturales, el aprendizaje comprensivo del

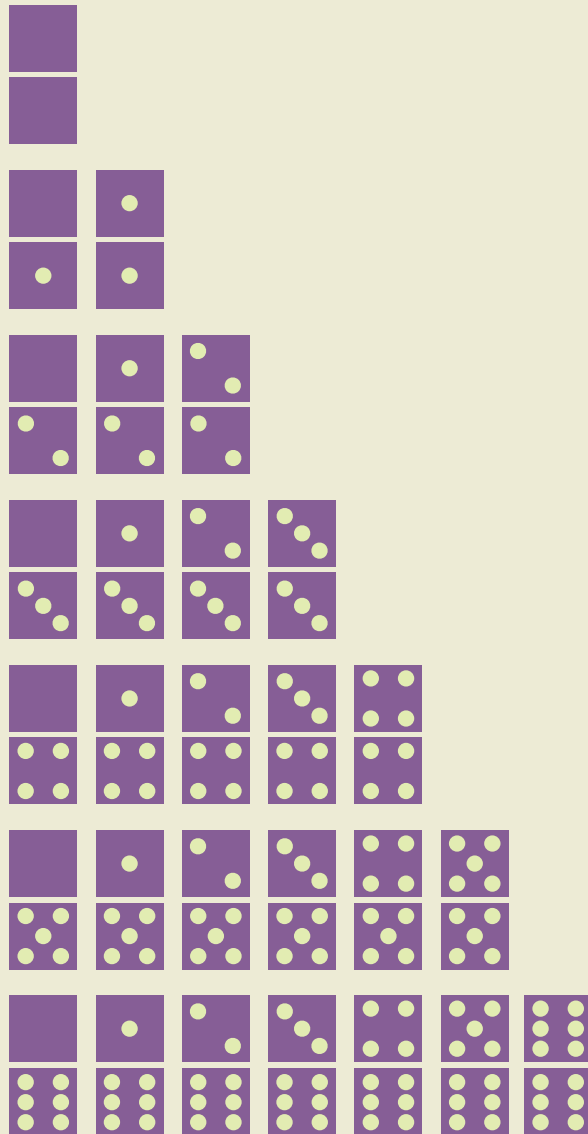
sistema de numeración posicional de base diez, así como la construcción de algoritmos de las operaciones numéricas básicas en un contexto de resolución de problemas.



Material base diez

6. Juego de dominó. El dominó consta de 28 fichas, en cada una de las cuales se representan un par de valores del 0 al 6. Hay un total de 7 fichas por cada número.

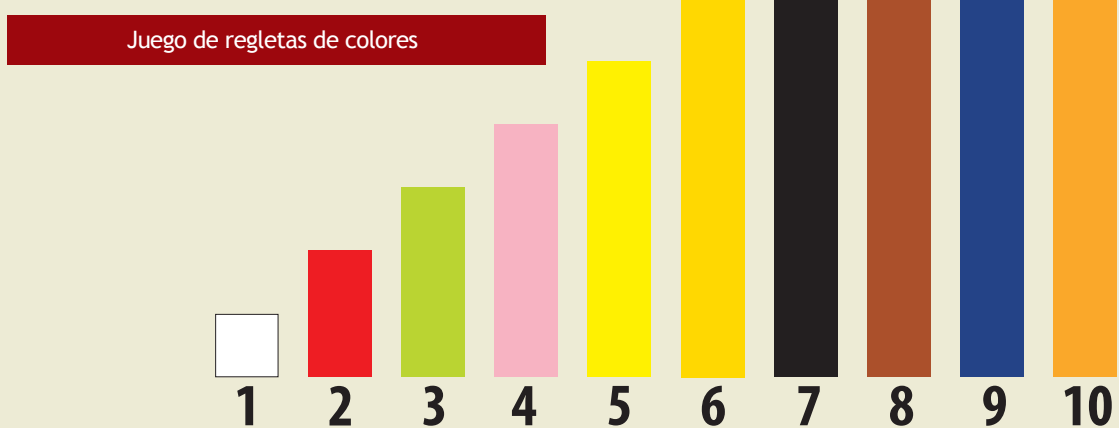
Se puede utilizar en nivel inicial y en primer grado. Ayuda al estudiante en la construcción del concepto de número natural y de la sucesión numérica.



Juego de dominó

7. Juego de regletas de colores. Cada regleta es de diferente color y tiene una altura diferente, de 1 a 10 centímetros. La base de cada regleta es cuadrangular, de 1cmx1cm.

Puede ser útil como soporte para la construcción de la sucesión de números naturales, así como para el descubrimiento de propiedades de las operaciones de los campos aditivo y multiplicativo, o para la composición y descomposición de números naturales, en un contexto de resolución de problemas.



8. Rompecabezas. Colección de diferentes tipos de rompecabezas que presentan un variado grado de dificultad. Se pueden emplear con alumnos de cualquier edad.

Puede ser útil como soporte para la construcción de la sucesión de números naturales, así como para el descubrimiento de propiedades de las operaciones de los campos aditivo y multiplicativo, o para la composición y descomposición de números naturales en un contexto de resolución de problemas.

- Rompecabezas de la K.
- Rompecabezas de la T.
- Rompecabezas de la H.
- Rompecabezas de la casita.
- Rompecabezas del octógono.
- Rompecabezas del cuadrado de cuatro triángulos.
- Rompecabezas del cuadrado de cinco piezas.
- Rompecabezas de la F.

El desafío implícito en los juegos de rompecabezas estimula a los niños para que imaginen mentalmente cómo ubicar las piezas para que encajen en la forma requerida. Ayudan a desarrollar principalmente las capacidades de observación y de estimación de tamaño, entre otras.

9. Tangram. Está compuesto por siete piezas con las que se puede formar un cuadrado. Además, si se utilizan todas las piezas del juego, se pueden formar diferentes figuras.

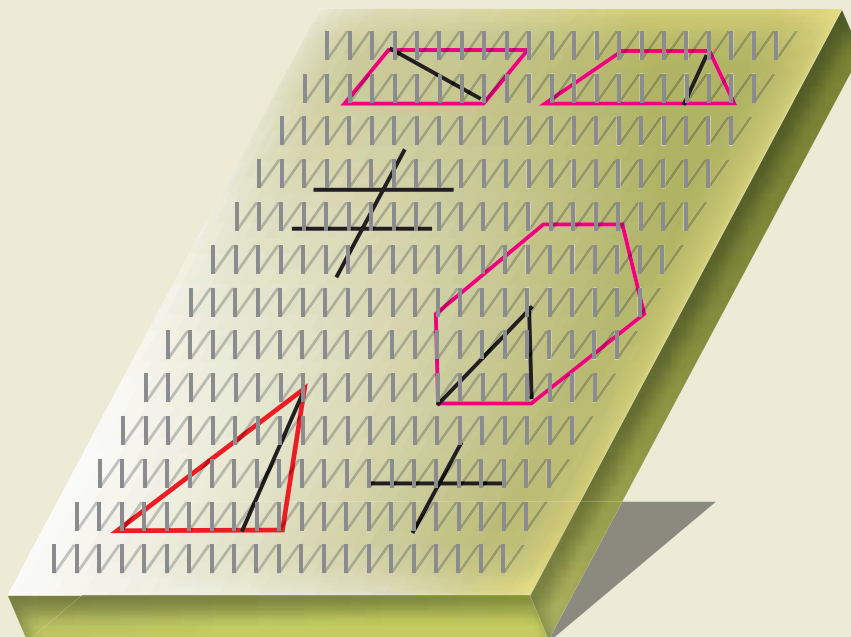
El tangram se puede utilizar para proponer preguntas cuya respuesta supone establecer relaciones entre figuras geométricas, sus perímetros y áreas.



Tangram chino

10. Geoplano. El geoplano es un tablero con una malla de clavos, en el que se pueden formar figuras con elásticos.

Se puede utilizar para que el estudiante construya figuras geométricas, establezca relaciones entre paralelismo y perpendicularidad, y para que emplee un lenguaje gráfico-algebraico. Además el geoplano ofrece, entre otras posibilidades, oportunidad para que el alumno estudie y descubra la relación entre área y perímetro.

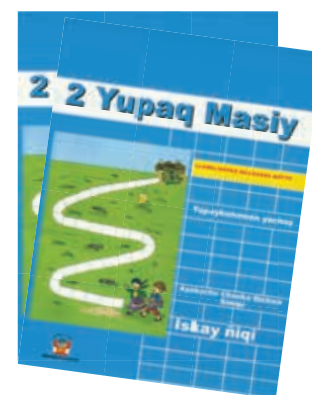


Geoplano

b) Materiales educativos impresos

Desde el inicio de la implementación de Matemáticas en EIB, el Ministerio de Educación, a través del órgano correspondiente, ha puesto especial empeño en dotar de materiales impresos a los estudiantes. Como material del área Matemáticas se han elaborado cuadernos y fichas de trabajo, además de tarjetas pedagógicas.

La DIGEIBIR es consciente de la necesidad de continuar elaborando y validando materiales educativos impresos, cuyo uso genere procesos interactivos que posibiliten aprendizajes en los estudiantes. En este sentido, desde el año 2009, viene propiciando el trabajo colaborativo de equipos regionales de maestros, autores de material educativo para EIB, en particular en el área Matemáticas. La perspectiva es contribuir al desarrollo de capacidades regionales, a través de acciones sistemáticas de elaboración y validación en aula de los materiales impresos, con participación de los docentes. Tales experiencias posibilitarán la reflexión pedagógica y, por ende, incidirá positivamente en el desempeño laboral de los autores que son maestros de aula o que realizan actividades de monitoreo. De este modo, contaremos con especialistas y docentes mejor preparados para optimizar su propia práctica, y también para socializarla a través de talleres locales de capacitación.



Cuadernos de trabajo

Para los dos primeros grados, se han elaborado cuadernos en las diferentes variedades de quechua, en aimara, en awajún y en shipibo konibo. En quechua Collao y en aimara, se han producido también cuadernos de trabajo de Matemáticas para el resto de grados del nivel Primaria.

En adelante los materiales impresos deberán tener en cuenta el enfoque del área Matemáticas en EIB. A la fecha, ya es posible identificar algunos avances, pues cada unidad de los cuadernos de trabajo se inicia siempre con una lámina que permite relacionar las Matemáticas con las actividades del calendario agrofestivo de la comunidad a la que pertenecen los estudiantes. Así, la lámina que se presenta a continuación, extraída de la Unidad 7³⁷, sirve de apoyo para plantear preguntas adecuadas y orientadas a que los

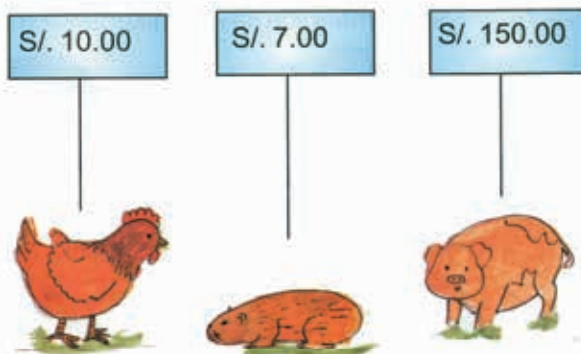


niños desarrollen capacidades y avancen en la construcción de conocimientos matemáticos al vincular las Matemáticas con la vida de la comunidad mientras establecen relaciones de comparación numérica, inferencias, o se efectúan operaciones.

37 MINISTERIO DE EDUCACIÓN. DEIB-DIGEIBIR. 2 Yupaqmasiy Iskay ñiqi. Ayakucho Chanka Qichwa Simipi. Lima: MINEDU. 2009, p. 79.

Asimismo, en los cuadernos de trabajo *Yupaqmasiy* se pueden encontrar problemas contextualizados³⁸, donde en la primera parte de la situación presentada al estudiante se genera la posibilidad de buscar estrategias de solución para responder la pregunta planteada; y en la segunda parte, ante preguntas similares, se le orienta para encontrar las respuestas al mostrarle una forma de organizar los datos mediante una tabla:

Kay uywakunata hayka chaninchasqa kasqanta qaway.



Chaymanhina kay sasachakuykunata chuyanchay:

- Mama Santosa uywakunata rantikusqa: 3 kuchita, 6 wallpata, 10 quwitawan ima. ¿Hayka qullqiwanmi llapananta rantirqamun?

- Runakuna uywakunata rantikusqa kayhinata:

Pedro: 2 kuchita, 1 wallpatawan.
 Saturno: 3 quwita, 2 wallpatawan.
 José: 10 wallpata.

¿Sapa runakuna hayka qullqiwancha rantirqaku, chayta tawa kuchu ukupi churay:

Runakuna	Quwi	Kuchi	Wallpa	Llapanpi
Pedro		300.00	10.00	310.00
Saturno				
José				

2.11. Resuelve problemas con el sistema monetario nacional.




De este modo, el niño va aprendiendo otras formas de organizar datos y estrategias diferentes para resolver problemas del mismo tipo.

Por otra parte, en algunos cuadernos *Yupaqmasiy* se ha empezado a incluir problemas abiertos, es decir, problemas que no tienen una única solución sino varias³⁹.

YAPA SASATSAKUY TSUYAATSIY

Liikapash 3 china hakankuna kapun, tsaykunash kaynaw wachaykuyashqa:



▲ ¿Ayka uyukkunataq kayan?

+ + =

▲ ¿Llapanqa ayka hakanaraq kayan?

+ + =

▲ ¿Mamankunallaqa aykaraq kayan? Tsayta yapay:

+ + =

▶ 5.1. Expresa situaciones de la vida cotidiana relacionadas con la adición.

58

39 MINISTERIO DE EDUCACIÓN. DEIB-DIGEIBIR. 1 Yupaq Mayii.Huk ñiqi.Anqash Qichwa.Lima Lima: MINEDU. 2009, p. 58.

Además de los problemas tipo, como los de estructura aditiva (de combinación, cambio, comparación e igualación), es importante proponer problemas abiertos a los niños desde los primeros grados, pues estos posibilitan el desarrollo de capacidades para la investigación y creatividad.

Fichas de trabajo

Otra clase de material impreso son las fichas de trabajo denominadas “Oportunidades para aprender” (OPA). Las OPA son usadas en instituciones educativas de contextos bilingüe, tanto castellano-quechua Collao, como castellano-aimara. Debido a sus características, estas posibilitan la construcción de conocimientos y el desarrollo de capacidades y actitudes en el área Matemáticas de EIB.⁴⁰

A continuación presentamos tres fichas de trabajo (OPA) —la primera en aimara y las dos siguientes en castellano— para observar y analizar su estructura y las actividades propuestas en cada una de ellas.

● En aimara:

14

¡Jakhthapiñanakampi anatma!

¡Kamisarakí yuqalla / imilla wawa!

Jumampi jakhthapiñata anataña muniri yuqalla wawa, jani ukaxa imilla wawa masimaru jawsma.

1 Kusisipxtati jakhthapiñanakampi anatasinxaxa?

2 ¿Kawkinakasa jakhunakaxa, yatipxtati? $1+2=$

3 ¿Maya jakhthapiñampi anatawi uñt'apxtati? $2+3=5$

AKHAMANAKA ANATAPXMA:

$1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11$ kunaymanatwa jakhthapsnaxa.

Khitisa saspa kurjamsa jani ch'amtasa, ukhamarusa k'atki uka jakhunaka jakhthapsnaxa, ukawa aka anatawi atipirixa.

1 Kunjamsa Rusitaxa mayata tunka pusinkama jakhthapixa, uka phamillanakamampi, ukhamarusa yaqha jaqinakampi parlakipapxma.

Rusitaxa nayraqatxa parisatkama jakhunakxa aphanapixa, ukatxa akhama jakhthapixa: 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14

¿Kunsa Rusitaxa lurpachaxa mayata tunka pusinkama jakhthapiñatakixa? ¡Yant'apxma!

2 ¡Kunjamsa k'ataki, mayata tunkakama jakhthapsnaxa, uka jakipxma! Qillqañanakamaru qillqapxma.

11 janiwa parisakiti, 10 parisawa

3 ¡Kunjamsa k'ataki mayata tunka mayankama jakhthapsnaxa, uka thaqapxma! Qillqañanakamaru kurjamsa ukaxa, uka sapxma.

Kunjamsa k'ataki mayata tunkakama, ukatxa mayata tunka mayankama jakhthapixtaxa, ukatxa yatiqiri imilla, yuqalla wawa masimampi parlakipapxma. Anatapxma, kunjamsa k'ataki 1-20, ukata 1-13 jakhthapixasmata. Nayra tukurixa 1 ch'iku atipanixa.

Kunjamsa k'ataki mayata yaqha jakhukama arkiri jakhunakxa jakhthapsnaxa, uka yatichiramaru yatiyma.

Qillqañanakamaru luratanakama uñxatayapxma. ¿Walti kusisipxtata jakhunakxa jakhthapsaxa? ¿Kunsa yatiqapxtata?

40 INSTITUTO PERUANO DE EDUCACIÓN CIENTÍFICA INTERCULTURAL (IPECI) - UNICEF. Ocasiones para aprender (versión en aimara y castellano). Lima: UNICEF. 1996.

● En castellano⁴¹:

9

¿Quieres jugar con triángulos?

¡Hola amigo o amiga!

CONVERSAR Y RESPONDER EN SUS CUADERNOS

1. Pide a un compañero y a una compañera que jueguen contigo.

2. ¿A qué saben jugar con palitos del mismo tamaño?

3. ¿Qué figuras saben formar con palitos del mismo tamaño?

EN LA ESCUELA

1. Experimenten y respondan en sus cuadernos

1. ¿Cuántos triángulos diferentes pueden formar con 3 palitos?

2. ¿Cuántos triángulos diferentes pueden formar con 6 palitos?

EN SUS CASAS

1. Construyan con palitos la figura de la derecha.

2. ¿Cuántos triángulos hay en la figura? Respondan en sus cuadernos.

3. Inventen otras figuras con triángulos, utilizando palitos.

EN LA ESCUELA

1. Cuenten a sus compañeros de grupo el trabajo que hicieron en sus casas. Comparen sus respuestas.

2. Dibujen en una cartulina las figuras que inventaron y colóquelas en un mural de su salón.

Muestran a su maestro(a) lo que hicieron e inviten a su clase a observar la cartulina del mural.

¿Les gustó jugar con sus compañeros armando figuras con triángulos? ¿por qué?

1

¿Cuántas personas viven en tu casa?

¡Hola amiga o amigo!

CONVERSAR Y RESPONDER EN SUS CUADERNOS

1. Júntate con un niño y una niña para trabajar.

2. ¿Quiénes viven en sus casas?

3. ¿Cuántas personas viven en sus casas?

EN LA ESCUELA

1. Escojan una tarjeta con un símbolo.

2 Coloquen sobre sus tarjetas tantas cajitas vacías como personas vivan en sus casas.

3 Dibujen en una tabla, en los cuadrados de la base, los símbolos que escogieron. Pinten en la tabla, encima de sus símbolos, tantos casilleros como personas viven en sus casas.

EN SUS CASAS

Cuenten a sus familiares cómo representaron cuántas personas viven en sus casas.

Representen en una tabla «Cuántos animales hay en sus casas».

EN LA ESCUELA

Cuenten a sus familiares cómo representaron cuántas personas viven en sus casas.

Intercambien y comparen las tablas que hicieron.

Muestran a su maestro(a) las tablas que hicieron en la escuela y en sus casas. Cuéntenle cómo las hicieron. Explíquenle lo que expresan.

¿Qué es lo que les gustó más de lo que hicieron? ¿Para qué otras cosas usarían las tablas?

41 INSTITUTO PERUANO DE EDUCACIÓN CIENTÍFICA INTERCULTURAL (IPECI) - UNICEF, op.cit.

En cada ficha de trabajo OPA se puede identificar claramente lo siguiente:

- El uso de viñetas que marcan el inicio de una tarea que el estudiante debe realizar individualmente, con sus compañeros, en interacción con el docente, en el espacio escolar o en el de la casa o comunidad.
- Se presenta contenido en el anverso y reverso de la ficha.
- En lo que concierne a su estructura se distingue:
 - a) Primera parte introductoria: se saluda al estudiante y se le involucra en el trabajo por realizar. Generalmente se propone que lo haga con uno o más de sus compañeros.
 - b) Segunda parte: se indica el material que se va a utilizar en la ficha de trabajo OPA.
 - c) Tercera parte: se propone una tarea para cuya respuesta el estudiante utiliza sus saberes previos. Se realiza en la escuela.
 - d) Cuarta parte: se invita a realizar una tarea en el espacio escolar. Para ello generalmente se plantea una situación que implica la resolución de un problema, el mismo que comprende algunas veces acciones de indagación, con participación de la comunidad, que se realizan fuera de la escuela.
 - e) Quinta parte: se solicita la realización de una tarea fuera del espacio escolar.
 - f) Sexta parte: se propone la socialización del resultado de las tareas efectuadas, con los compañeros y con el docente.
 - g) Séptima tarea: se plantean algunas preguntas, a fin que cada estudiante se autoevalúe o evalúe el trabajo de sus compañeros.

Cada docente puede diseñar y elaborar fichas de trabajo OPA adecuadas a su propio contexto.

Tarjetas pedagógicas

Entre las tarjetas pedagógicas para el área Matemáticas, contamos con las tarjetas numéricas denominadas *yupakartakuna*, en quechua Incahuasi Cañaris. Este material de apoyo fue diseñado y elaborado ante la necesidad de proponer actividades lúdicas para los niños, que además de suscitar su interés, les posibilitaran afianzar el concepto de valor posicional, establecer relaciones entre los números, adquirir habilidad en el cálculo mental, y resolver algunos problemas numéricos, entre otros aspectos. El nombre *yupakartakuna* se inspira en la palabra quechua *yupa* que significa número. Además el diseño gráfico de cada número utilizado en las *yupakartakuna* es el mismo que el de la *yupana* de un nivel.

Nuestra primera experiencia fue con niños de primer grado de EIB de la institución educativa de Cañaris, en noviembre de 2010; y trabajamos con 48 *yupakarta*, con números del 0 al 15. Existen además otras *yupakartakuna*, como las de los múltiplos de 10, menores que 100 (Ver diseño en el anexo).

He aquí algunas actividades que propusimos a niños de primer grado.

Actividad 1

El juego de ordenar números

- Se pide a los niños organizarse por grupos. Por ejemplo, en cuatro grupos.
- El docente distribuye, a cada grupo, las *yupakartakuna* de 0 a 9.
- Indica que les dará una consigna para realizar una actividad. Gana un punto el grupo que termina primero y responde correctamente a lo solicitado.
- Se pide a cada grupo ordenar los números representados en las *yupakartakuna* de mayor a menor, empezando por el número 9.

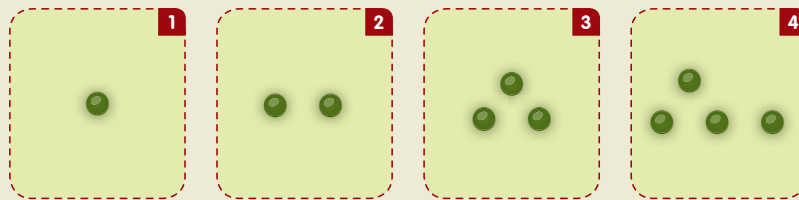


Niños de primer grado de Cañarís participando en el juego de ordenar números

Actividad 2

La carrera del cinco

- Los niños forman grupos de cuatro (cada uno juega con tres de sus compañeros).
- Se escogen las *yupakartakuna* del 1 al 4:

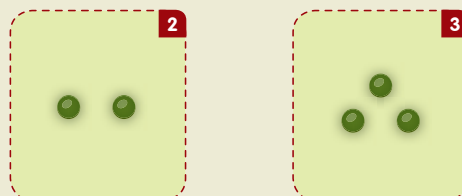


- El niño coordinador del grupo reparte tres *yupakartakuna* a cada niño. Luego coloca una *yupakarta* sobre la mesa.



Niños buscan dos *yupakartakuna* cuyos números suman 5.

- Por turno, cada niño coge una *yupakarta* de la mesa si la suma del número de una de sus *yupakartakuna* y la que coge de la mesa es 5. Por ejemplo puede coger de la mesa la *yupakarta* 2 si es que tiene la *yupakarta* 3, pues $2 + 3 = 5$.



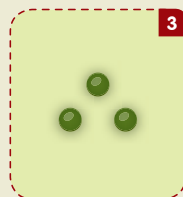
- Si un niño a quien le toca su turno no tiene una *yupakarta* cuyo número sumado con otro de alguna de las *yupakartakuna* de la mesa es 5, coloca una de sus *yupakartakuna* sobre la mesa.
- Cuando los niños terminan de jugar con las tres *yupakartakuna* que recibieron, el niño coordinador reparte otra vez otras tres *yupakartakuna* a cada uno de sus compañeros, y continúa el juego.
- Al término del juego, gana el niño que tiene mayor número de *yupakartakuna*, vale decir, el niño ganador es el que logró obtener más veces el número 5 al sumar dos números.

Actividad 3

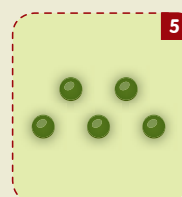
El juego de encontrar 2 de diferencia

El docente entrega a cada par de niños *yupakartakuna* del 0 al 9 y les da las indicaciones siguientes:

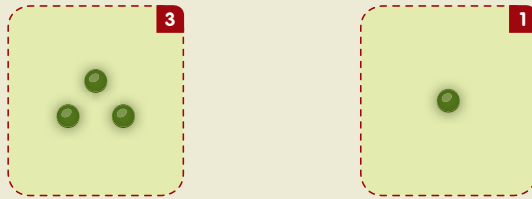
- Juega con uno de tus compañeros.
- Uno de ustedes reparte 4 *yupakarta* a cada uno, sin dejar que los otros las vean. Luego, coloca una *yupakarta* sobre la mesa.
- Por turno, cada uno coloca una de sus *yupakartakuna* sobre la mesa. Tiene derecho a recoger una de las que están en la mesa si hay una diferencia de 2 unidades.
- Por ejemplo, si un jugador tiene la *yupakarta* 3 :



Se puede llevar la tarjeta 5 si esta estuviera en la mesa, ya que $5-3 = 2$



Si estuviese en la mesa la *yupakarta* “1”, también se la puede llevar, porque $3-1=2$



En ambos casos la diferencia es 2, entre la *yupakarta* que tiene el jugador y la *yupakarta* que se lleva de la mesa.

- Si a quien le toca el turno no tiene ninguna tarjeta cuya diferencia con la otra sea 2, entonces puede colocar sobre la mesa cualquier tarjeta.
- Gana quien logró acumular más *yupakartakuna*, es decir, quien pudo formar más veces la diferencia 2, entre dos *yupakarta*.
- De modo similar, otro día se puede jugar a la diferencia 3, la diferencia 4, la diferencia 5, la diferencia 6, etc.



Consideramos importante sugerir que se ideen otras actividades para utilizar las *yupakartakuna* como material educativo.

Materiales para la formación continua de docentes de Primaria

Entre otros materiales impresos útiles, que pueden ser consultados por los docentes por su calidad pedagógica para mejorar los aprendizajes de los estudiantes de EIB tenemos: los diez cuadernos de la serie Matemática Intercultural, producidos con la participación de profesores de Institutos Superiores Pedagógicos Públicos. Estos cuadernos contienen la propuesta de un conjunto de actividades que se pueden contextualizar pues en su formulación se recogen elementos de las culturas de diferentes regiones del país, de modo que cada uno de ellos puede convertirse en fuente inspiradora de los docentes de EIB para elaborar otras actividades pertinentes, teniendo siempre presente el escenario lingüístico de los estudiantes. Por ejemplo, a continuación se presenta algunas de las actividades que hemos extraído del Cuaderno Intercultural N° 9⁴², que es uno de los cuadernos que conforma la serie mencionada.

42 BLANCO, Irene y otros. El adobe. Cuaderno Intercultural N° 9. Ministerio de Educación-GTZ. Tarea Asociación Gráfica Educativa. Lima, julio 2000, pp. 28-33.

Razonemos

1. Sobre una mesa adobes había. Adobes yo cogí, adobes no dejé ¿Cuántos adobes había?
2. Juego: los quince adobes

 Cada jugador en su turno puede colorear uno, dos o tres adobes. El que tenga que colorear el último adobe pierde el juego.
3. Con diez adobes se formó la siguiente figura:

 Cambia de posición tres adobes para que la figura se invierta.

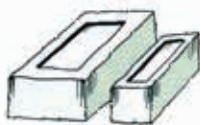
Tareas matemáticas

1. Averigua el precio del adobe por unidad, decena, centena y millar.
2. ¿Qué tipo de sólido geométrico es el adobe?
3. ¿Qué relación encuentras entre el vértice, la cara y la arista del adobe?
4. El adobe es un sólido geométrico ¿Puedes identificar sus elementos?
5. ¿Si el adobe cuesta \$/ 0,40, cuántos adobes comprarías con \$/ 42?
6. ¿Cuántas esquinas tiene un adobe?
7. ¿Cuántas regiones poligonales tiene un adobe?
8. ¿Cuál es el área total de las caras del adobe?
9. Un fabricante de adobes hace quinientos adobes. Al transportarlos se rompe 1/5 de ellos ¿Qué porcentaje representa la pérdida?



Trabajemos con fichas

- a) Relación unívoca (usando sogueta)



«... es más pequeño que...»

- b) Relación biunívoca: Relaciona cada dibujo con su nombre y su recíproca. «... tiene el nombre de...» y su recíproca.



adobe

palana

odobera

paja



- a) ¿Cuántos adobes hay?
 b) ¿Cuál es el área de la parte sombreada, suponiendo que sus medidas son las siguientes?

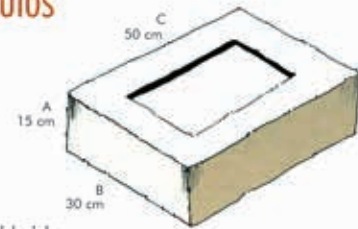


- c) ¿De qué se puede llenar un adobe para que pese menos y conserve sus medidas de largo, ancho y altura?

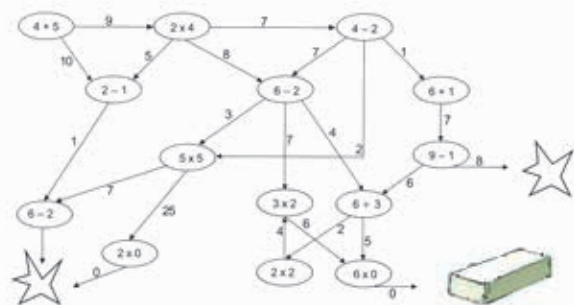
EL ADOBE

Haciendo cálculos

1. Observa el gráfico.



- Calcula el área de la base del adobe.
 - Calcula el volumen del adobe.
 - ¿Cuántos lados tiene el adobe?
2. Si la confección de diez adobes cuesta \$/ 2,50 ¿cuánto cuesta medio millar de adobes?
 3. Si incrementamos la dimensión del espesor o altura del adobe de la figura, ¿qué pasa con el área de la base y del volumen, suponiendo que el incremento es de 5 cm?
 4. Encuentra el hermoso adobe escondido, siguiendo el camino correcto de las flechas.



EL ADOBE

El cerco de una chacra

La chacra del señor Jimmy está ubicada a 150 m de la Plaza de Armas de Puerto Maldonado, en el departamento de Madre de Dios. Mide 800 m de largo por 100 m de ancho. En el terreno hay plantaciones de plátanos, por esto se requiere de un cerco perimétrico para protegerla de los ladrones, animales, etcétera.

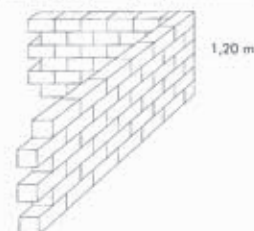


1. ¿Qué figura forma el terreno? _____
2. ¿Cuál es el perímetro del terreno? _____
3. ¿Qué área tiene el terreno? _____
4. ¿Cuál es la capital de Madre de Dios? _____
5. ¿A qué región natural pertenece? _____

El señor Jimmy contrató al señor Teófilo para que cerque todo el perímetro con adobes de 45 cm de largo, 20 cm de ancho y 20 cm de altura, hechos con una tierra arcillosa, con bastante paja y bien elaborados. La pared debe tener una altura de 1,20 m.

Ejercicios

1. ¿Cuál es el volumen del adobe? _____
2. El cerco de la chacra del señor Jimmy en plena construcción:



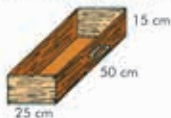
¡Más formas de hacer adobes!

Desde tiempos remotos los pobladores de las diferentes comunidades, en el afán de protegerse de las inclemencias del clima, pensaron en confeccionar un lugar donde cobijarse. De pronto nació la idea de hacer casas con adobe.

Para construir se procede de la siguiente manera:

Se extrae la tierra de un determinado lugar, se hacen montones de tierra y luego se remojan durante toda la noche. Al día siguiente se pisan. Una vez que la tierra está bien homogénea, se pone la paja y está lista para su confección.

Previamente se manda hacer una adobera con las siguientes dimensiones:

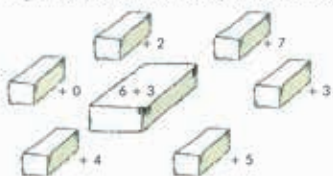


escala 1:20



Piensa y contesta

- ¿Cómo están distribuidos los adobes?
- ¿En tu comunidad se confeccionan adobes? ¿Cómo?
- Si los adobes están uno a continuación del otro ¿qué sucede?
- Realiza los siguientes ejercicios, de modo que el resultado siempre sea nueve:



EL ADOBE

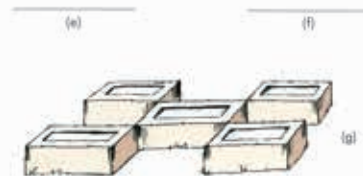
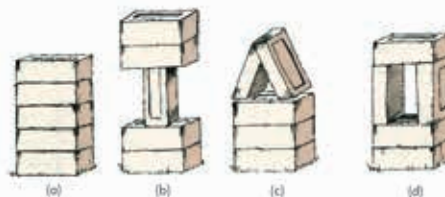
Contando adobes

Adobe (cajitas de fósforos)



¿Cuántos adobes falta para completar la pared?

¿De cuántas maneras puedes unir cinco adobes?



Otro material en el cual los docentes de EIB pueden encontrar ejemplos de unidades didácticas y actividades inspiradoras para adecuar o elaborar otras, que posibilitan la integración de las matemáticas con otras áreas, es la Guía ArtePerú, siempre y cuando tengan en cuenta el escenario lingüístico de los estudiantes. Entre la diversidad de ideas propuestas para trabajar en la escuela se tiene la siguiente⁴³, que propicia la valoración del tejido, arte manual plástico practicado en el Perú desde hace miles de años y que es familiar a los estudiantes principalmente en contextos culturales andinos y amazónicos.

Ideas para trabajar en la escuela

- Observamos la lámina n° 2 en la que encontramos un tejido típico de Andahuaylas. ¿Qué símbolos encontramos? ¿Cómo es el diseño que han realizado? ¿Qué figuras se repiten formando un patrón? ¿Qué nos parece el tejido de manta que observamos? ¿Para qué creemos que lo utilizan? Leemos el texto de la lámina y comentamos (ver proyecto, pág. 76).
- Conversamos acerca de lo que conocemos sobre tejido: ¿Hemos visto a alguien tejer en nuestra comunidad? ¿Quiénes tejen y qué utilizan? ¿Qué prendas tejidas conocemos? ¿Qué diseños hemos observado en los tejidos? ¿Qué forma de tejido podríamos aprender?
- Utilizamos el juego *Jugando a tejer*. Los niños y niñas deben observar en forma libre y luego de manera guiada conversar en base preguntas como: ¿Para qué habrán elaborado estas tarjetas? ¿Qué observas en las fotos?, ¿Qué procesos identificamos?, ¿Existen más? ¿Conocen esas plantas?, ¿para qué servirán? ¿Sabes de dónde son esas vestimentas?, ¿de qué estarán confeccionadas? ¿Reconoces esos instrumentos?



Señora de Santa Elena, Pacucha, Andahuaylas cargando a su bebe en una manta tejida y bordada

43 VAN DALFSEN, Mariska. ArtePerú. Guía para trabajar los lenguajes artísticos desde un enfoque intercultural en la escuela primaria. Publicado por WARMAYLLU. Códice Ediciones S.A.C. Surco, Lima, setiembre 2008, pp. 32-33.

c) Otros materiales y recursos educativos

Además de los materiales educativos mencionados anteriormente, existen otros que se han producido sobre todo en los últimos decenios del siglo pasado, gracias al avance científico y tecnológico logrado. Entre ellos se incluyen los materiales audiovisuales, tales como videos con propósitos educativos.

La calculadora electrónica y el uso de internet son también recursos con potencial pedagógico en el área Matemáticas en EIB, siempre y cuando se utilicen para la propuesta de actividades que estimulen el desarrollo de capacidades de razonamiento, comunicación matemática y resolución de problemas. Tanto el uso de la calculadora como de internet suponen que el estudiante maneje los conceptos implicados y el lenguaje matemático respectivo, de acuerdo con el nivel de exigencia de la actividad propuesta. En esta línea, la computadora constituye actualmente un recurso de suma importancia pues además de posibilitar el acceso a la internet, a través de ella se puede utilizar principalmente software interactivos adecuados para el aprendizaje de matemáticas; de allí la prioridad dada por el Ministerio de Educación al uso de computadoras XO en las instituciones educativas, las mismas que han sido distribuidas a nivel nacional.

Por ejemplo, en primero o segundo grado se puede proponer, con el fin de que los estudiantes desarrollen su habilidad en el cálculo, la siguiente situación:

Actividad 3

Juego con uso de la calculadora

10

El docente dará las consignas siguientes a los niños:

- Organícense por grupos para jugar a “Busquemos números que suman 10” .
 - Cada grupo utilizará una hoja, con una tabla como la siguiente:
- Supongamos que la tecla 5 de sus calculadoras no funciona, es decir, queda prohibido usar el 5.
 - Piense cada uno en dos números cuya suma sea 10 y escriban la suma en sus cuadernos.
 - Comprueben en la calculadora que el resultado es correcto.
 - ¿Coincide el resultado que escribieron en su cuaderno con el de la calculadora?
 - En cada grupo, cada niño por turno, escriba en la tabla los dos números que pensó y comprobó que sumados daban 10.
 - Todos exponen sus tablas y comparen sus respuestas. ¿Las respuestas que dieron son iguales?, ¿son correctas?, ¿todavía pueden encontrar otros dos números cuya suma es 10, diferentes de los que ya han indicado?
 - Gana dos puntos el grupo que termina de llenar la tabla primero y de socializar sus respuestas en la hoja grupal con los otros grupos. Gana un punto el grupo que termina estas tareas en segundo lugar.

2.2.8. Patrimonio cultural y natural vivo

Una de las importantes expresiones de la diversidad cultural de nuestro país es su rico patrimonio cultural y natural vivo.

El patrimonio cultural vivo comprende tradiciones o expresiones vivas heredadas de nuestros ancestros como tradiciones orales, artes del espectáculo, usos sociales, rituales, actos festivos, conocimientos y prácticas relativos a la naturaleza y el universo, y saberes y técnicas vinculados a las artes. Está constituido por aquellas obras con las que se identifica un grupo humano, en los que se reflejan sus concepciones del mundo y la vida; y entre otros, expresan conocimientos. El patrimonio cultural provee de identidad a los pueblos y casi en todas estas expresiones se evidencian conceptos y relaciones matemáticas.

El patrimonio natural es una forma más refinada de patrimonio cultural porque consiste en la reinterpretación de la naturaleza ya sea en términos artísticos o biológicos. Un patrimonio natural se reconoce como tal cuando una región del planeta, al ser contemplada por los ojos del arte o de la ciencia, muestra características extraordinarias. El patrimonio natural alimenta y da soporte al acervo cultural de los pueblos, es decir a su identidad.



Río Amazonas, parte de una de las maravillas naturales del mundo: la Amazonía⁴⁴

La continua contemplación de un paisaje ocasiona a la larga que este se fusione con los modos de pensar y sentir de la gente. Por otro lado, es sabido que los orígenes de las matemáticas se relacionan con respuestas a necesidades que planteaba la naturaleza, tal es el caso de los problemas generados debido a la creciente del río Nilo en Egipto, de las predicciones astronómicas, entre otros.

⁴⁴ Foto seleccionada el 7 de noviembre de 2012 en el enlace <http://www.google.com.pe/imgres?imgurl=http://farm3.static.flickr.com/2432/38028>.

Es evidente que en gran parte del patrimonio cultural y natural vivo peruano se puede encontrar evidencias de las matemáticas, y por lo tanto de las etnomatemáticas de los pueblos originarios. En efecto, los monumentos arquitectónicos, las obras de cerámica, los textiles típicos de un pueblo determinado, entre otros, constituyen fuentes locales y regionales a tomar en cuenta para el diseño y propuesta de actividades relacionadas con patrones de conteo y sistemas de numeración, distribución del espacio, formas geométricas, sistemas de medidas, transformaciones en el plano y en el espacio, etc., con el valor agregado de que ello favorece el fortalecimiento de la identidad de un pueblo y también el diálogo entre culturas; tal es el caso de los tejidos de la cultura Paracas y de las principales “obras maestras” del arte de la cultura Chavín labradas en piedra, entre otras creaciones de nuestros ancestros.



Manto de Paracas (0 a 100 años d.C.)⁴⁵



Principales “obras maestras” del arte de la cultura Chavín labradas en piedra⁴⁶

Un ejemplo de obra monumental, que conforma nuestro patrimonio cultural y natural vivo es el Santuario Histórico de Machu Picchu, en el que se expresa una extraordinaria simbiosis de naturaleza y espacio construido. En reconocimiento no solo de la maestría en ingeniería plasmada en la obra, sino también de su impresionante belleza arquitectónica, Machu Picchu está en la Lista del Patrimonio de la humanidad de la UNESCO desde 1983 y es una de las nuevas siete maravillas del mundo desde el 7 de julio de 2007. Publicaciones sobre Machu Picchu y sobre todo una visita con los estudiantes, por su incidencia educativa, pueden constituir entre otras importantes fuentes locales o regionales para el diseño y propuesta de situaciones de aprendizaje en diferentes ciclos de EIB, en función de las capacidades del área Matemáticas que el docente seleccione.

45 Esta foto se seleccionó en <http://fotosdeculturas.blogspot.com/2008/12/fotos-de-textileria-paracas.html> el 7 de noviembre de 2012.

46 Foto seleccionada el 7 de noviembre de 2012, a través del enlace <http://www.arqueologiadelperu.com.ar/chavin2.htm>.

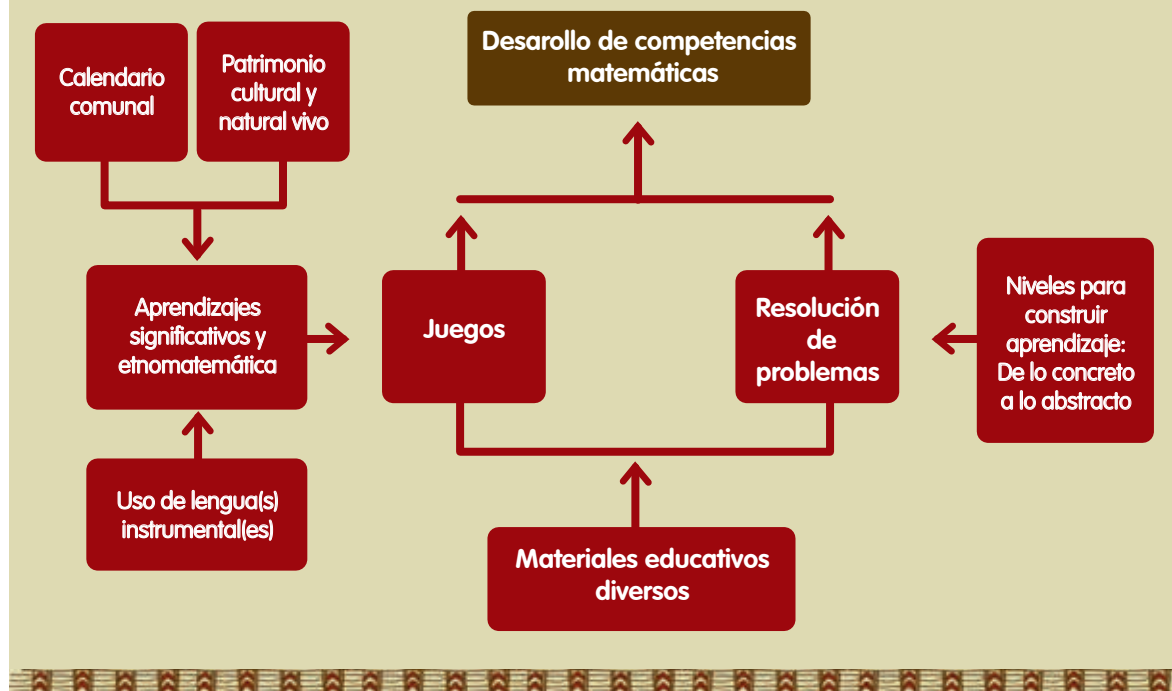


Santuario histórico de Machu Picchu⁴⁷

Nuestra propuesta otorga especial atención al patrimonio porque en muchos de nuestros campos, pueblos y ciudades se encuentra una gran riqueza histórica y natural que debemos conocer, valorar o cuidar. Es importante que los niños y niñas investiguen sus orígenes, significados y las formas de construcción de los monumentos arqueológicos y naturales que existen en los lugares en que viven. El énfasis no se da en el producto final, sino en el proceso educativo, investigativo, experimental y creativo que permite integrar el área Matemáticas con otras áreas como Ciencia y Ambiente, Personal Social, Comunicación y Arte.

En síntesis, lo que se debe tener en cuenta para asegurar el desarrollo de competencias matemáticas en EIB

El siguiente diagrama nos ayuda a visualizar las relaciones entre las consideraciones de tipo técnico pedagógico que se deben tener presente para realizar una labor docente que ayude a que los estudiantes logren aprendizajes en el área Matemáticas de EIB.



⁴⁷ Foto identificada en la web mediante la búsqueda de “Imágenes de Fotos bellas de Machu Picchu, maravilla del mundo”, el 7 de noviembre de 2012.