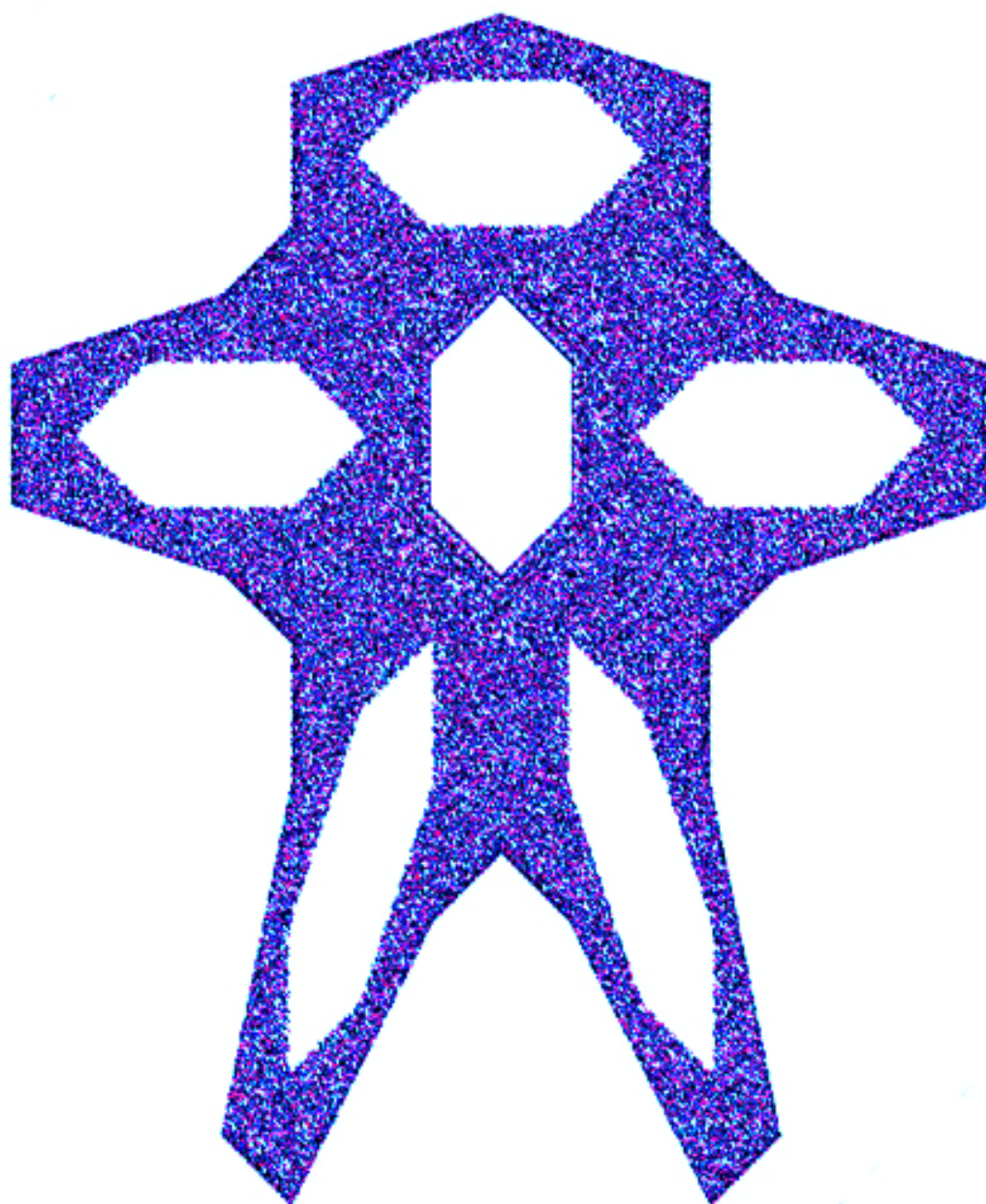


eDimensio

MAOLin sähköinen jäsenlehti 3. vsk 2010



Pääkirjoitus

Liiton juhlavuosi on juhla eDimensiollekin. Se alkaa vakiintua muutenkin kuin toimituksen mielessä. Liiton verkkosivutoimituskunta toimii eDimension toimituskuntana toistaiseksi. Yhteistyö ison siskon, paperi-Dimension, kanssa jäsentyy. Artikkeleja tarjotaan. Lisää juttuja kuitenkin tarvitaan. Lähetä pikku-uutinen tai isompikin juttu vastaavalle toimittajalle osoitteella korhonen.h(at)gmail.com. Myös pelkät aihevihjeet ja sisältötoivomukset kelpaavat.

Sisältö

Huumoria	3
Keskustelua	9
Kirjallisuutta	30
Pikku-uutiset	38

Kansikuva

Kansikuvana on piparipoika. Se on rekursiivisen funktion

$$\begin{cases} x_{n+1} = 1 - y_n + |x_n| \\ y_{n+1} = x_n \end{cases}$$

kuvaaja. Kuva on piirretty lähtöarvoilla $x_1 = 0,99$ ja $y_1 = -0,9$. Siinä on 100 000 pistettä.

Matemaattista huumoria

Matematiikan opiskelua (pdf 28 kt)

Matemaatikko ja ... osa 2 (pdf 13 kt)

(osa 1 julkaistu **eDimensiossa 2009** s. 58-59, pdf 4,2 Mt)

Poliittisesti arveluttava huumorin(?)pätkä

Älä lue tätä, jos pidät huumorintajuasi normaalina.

Älä tulosta paperille äläkä ainakaan lue lentokentällä. Älä lähetä sähköpostitse.



Opettaja pidätettiin terroristina.

New York, tiistaina – Lukion opettaja otettiin kiinni eilen John F. Kennedyn kansainvälisellä lentokentällä, kun hän yritti nousta koneeseen mukanaan harppi, viivain, piirtokolmio ja laskin. Osavaltion oikeuskansleri Alberto Gonzales sanoi uskovansa, että pidätetty on paha-mainaisen al-Gebraliikkeen jäsen.

FBI pidätti miehen matematiikan opetukseen tarkoitetuilla välineillä aseistautuneen miehen. "Al-Gebrasta on tulossa yhä suurempi ongelma", Gonzales sanoi. "He suosivat automorfismeja, muo-

dostavat antikommutatiivisia ryhmiä ja pyrkivät ääriarvoratkaisuihin. He käyttävät sellaisia koodinimiä kuin 'x' ja 'y' ja esiintyvät 'tuntemattomina'. Olemme saaneet kuitenkin selville, että heidän yhteisenä nimittäjänään ovat koordinaatit, joita he ovat määrittäneet pienimpiäkin kuntia myöten, myös koululapsia hyväkseen käyttäen."

Valkoisen talon tiedottaja kertoi myös presidentti Bushin ottaneen kantaa al-Gebran terroristien toimintamenetelmiin ja sanoneen, että "jos Jumala olisi tarkoittanut, että meidän pitäisi olla paremmin varustautuneita matematiikan opetukseen, niin Hän olisi antanut meille enemmän sormia ja varpaita".

Matematiikanoppiminen

Nämä tuokiokuvat kertovat siitä, miten epätoivoisesti yritämme vahvistaa matematiikan asemaa yleissivistävässä koulutuksessa, ja siitä, millaisia taisteluja ja intohimoja matematiikan opiskelija kohtaa.

Matematiikanopetuksen kehitys

1960-luku: Maanviljelijä myy perunasäkin 10 markalla. Hänen omat kustannuksensa ovat $\frac{4}{5}$ myyntihinnasta. Millaisen voiton hän saa?

1970-luku: Maanviljelijä myy säkin perunoita 20 markalla. Hänen kustannuksensa ova $\frac{4}{5}$ myyntihinnasta eli 16 markkaa. Millaisen voiton hän saa?

1970-luku (uusi matematiikka): Maanviljelijä vaihtaa perunajoukon P rahajoukkoon M. Joukon M kardinaaliluku on 10 ja jokaisen alkion arvo on 1 markka. Piirrä kymmenen suurta täplää edustamaan joukkoa M. Tuotantokustannusten joukko C muodostuu kahta vähemmästä täplästä kuin joukko M. Esitä joukko C joukon M osajoukkona ja vastaa kysymykseen, mikä on voittojoukon kardinaaliluku.

1980-luku: Maanviljelijä myy säkin perunoita 10 markalla. Hänen kustannuksensa ovat 8 markkaa ja voittonsa 2 markkaa. Alleviivaa sana ”perunoita” ja keskustele luokkatoveriesi kanssa.

1990-luku: Maanviljelijä myy säkin perunoita 10 markalla. Hänen tuotantokustannuksensa ovat 0,80-kertaiset myyntihintaan verrattuina. Laskinta apuna käyttäen piirrä kustannusten kuvaaja myyntihinnan funktiona. Kirjoita ohjelma PERUNA määrittääksesi voiton. Keskustele tuloksesta opiskelijatovereidesi kanssa. Kirjoita lyhyt essee, jossa pohdit tämän tehtävän merkitystä arkielämän taloudessa.

Amerikkalaisessa lähteessä viitataan julkaisuun The American Mathematical Monthly, vol. 101, no. 5, toukokuu 1994 ja kaskun uusintapainatukseen julkaisussa Unix Review, STan Kelly-Bootle lokakuu 1994.

Kasku kiersi Pohjoismaissa varmaankin jo aikaisemmin. Sattuisikohan kukaan lukijoista muistamaan milloin kuuli sen ensi kerran tai näki painettuna.

Parhaita selityksiä sille, miksi kotitehtävä ovat tekemättä

Jaoin vahingossa nollalla ja paperi syttyi tuleen.

Eilen oli Isaac Newtonin syntymäpäivä.

Pääsin vain mielivaltaisen lähelle matematiikankirjaani. Koskaan en voinut tarttua siihen.

Laskimessani on aurinkokenno ja oli pilvistä.

Panin vihon koululaukkuu ja lukitsinkin sen, mutta nelidimensionaalinen koira kävi syömässä ratkaisuni.

Otin aikalisän syödäkseni munkin ja juodakseni kupin kahvia.

Voisin vaikka vanhoa, että panin laskuni Kleinin pulloon, mutta tänä aamuna en onnistunut löytämään niitä.

Ja näin se sitten sujuu ...

Opettajan innostus differentiaali- ja integraalilaskennan opettamiseen on kääntäen verrannollinen siihen, miten todennäköisesti hänen on sitä opetettava.

Oppilas tulee kouluun kiiltävän pokaalin kanssa – sellaisen, jonka saa suuren kilpailun voittamisesta. Hän selittää: ”Pärjäsin peruskoulun matematiikkakilpailussa. Ne kysyivät, paljonko on $7 + 7$. Sanoin, että 12, ja tulin kolmanneksi.”

Matemaatikolta, syntyperäiseltä lappilaiselta, kysyivät hänen oppilaansa kerran: ”Mitä hyötyä matematiikasta on?” Hän vastasi: ”Kysymys tekee minut sairaaksi. Aivan kuin joku kysyisi, mitä hyötyä on Saana-tunturista. Mitä pitäisi tehdä? Ehkä potkaista kysyjä alas tunturijyrkänteeltä.”

Oppineessa seurassa pohdiskeltiin, miten perustiedot voitaisiin pakata pillerin muotoon. Opiskelija halusi tietää, miten pitäisi toimia, ja meni apteekkiin kysymään, millaisia pillereitä on olemassa. Farmaseutti sanoo: ”Tässä on kansalliskirjallisuuden pilleri.” Opiskelija nielaisee sen ja hänellä on perustiedot kansalliskirjallisuudestamme.

”Mitä muuta teillä on?” opiskelija kysyy.

”No, tällä on taidehistorian, biologian ja maailmanhistorian pillerit”, vastaa farmaseutti.

Opiskelija ostaa nekin ja nielaisee. Nyt hän osaa nekin asiat.

Sitten opiskelija kysyy: ”Onko matematiikan pilleriä?”

Farmaseutti sanoo: ”Odottakaa hetkinen”, menee varastuhuoneeseen, palaa jättipillerin kanssa ja läjäyttää sen tiskille.

”Tuoko minun pitäisi nielaista?” kysyy opiskelija.

Farmaseutti vastaa: ”Matematiikkahan on aina ollut vaikeasti sulavaa”.

Matematiikanopettajan kultainen sääntö: kerro totuus eikä muuta kuin totuus, mutta älä kerro koko totuutta.

Mitä saat, kun lisäät kaksi omenaa kolmeen omena? Lukion matematiikan tehtävän.

Opettaja: Oletetaan että lampaiden lukumäärä on x .

Opiskelija: Niin mutta mitä tapahtuu, jos lukumäärä ei olekaan x ?

Matemaatikko U oli viisivuotiaan pojanpoikansa hyvä ystävä. He keskustelivat kaikesta, myös matematiikasta ja U oli hyvin ylpeä pojanpoikansa lahjakkuudesta. Lapsi meni esikouluun. Parin viikon päästä hän pyysi isoisää auttamaan vaikeassa matematiikantehtävässä: ”Neljä lentokonetta lentää. Sitten kaksi muuta liittyy mukaan. Kuinka monta lentokonetta on nyt?” U on hyvin pettynyt tehtävän yksikertaisuuteen. ”Mikä siinä on vaikeaa?”, hän kysyy. Lapsi sanoo: ”Tiedän tietysti ,että $4 + 2 = 6$, mutta en ymmärrä, mitä tekemistä lentokoneilla on tässä tehtävässä!”

Luennoitsija käskää opiskelijoita opettelemaan puhelinluettelon ulkoa.

Matematiikan opiskelija on ymmällään: ”Ulkoa” Onko tämä joku vitsi, vai?”

Fysiikan opiskelija kysyy: ”Miksi ihmeessä?”

Insinööriopiskelija mankuu: ”Onko meidän ihan pakko?”

Kemian opiskelija haluaa tietää: ”Jo ensi viikon maanantaiksiko?”

Taloustieteen opiskelija kysyy: ”Huomiseksiko?”

Oikeustieteen opiskelija vastaa: ”Mehän osaamme sen jo.”

Lääketieteen opiskelija haluaa tarkempia ohjeita: ”Pitäisikö meidän aloittaa keltaisilta sivuilta?”

Koulussa ja yliopistolla sattunutta

Tämä on yhden rivin todistus ... jos siis aloitamme riittävän kaukaa vasemmalta ...

Koetehtävät ovat samantapaisia kuin tunnilla käsiteltyt. Tietenkin luvut ovat toiset. Vaikkakaan eivät kaikki, sillä esimerkiksi pii on edelleen noin 3,14159 ...”

Seksi ja huumeet? Ne eivät ole mitään hyvään todistukseen verrattuna.

Aivan, olen ollut sitä mieltä, että se on vain ajanvietematematiikkaa ... kunnes rupesin pohtimaan sitä viikolla ... tähän siis tiedätte, yksinkertaisia juttuja kuten differentiaalilaskua ja kinematiikkaa. Sitten eksyin myös integraalilaskennan puolelle: polkuintegraaleja ja holomorfin funktoita. Nyt olen joutunut opiskelemaan myös Diofantoksen yhtälöitä ja transfiniittistä analyysiä. Älkää uskonto, jos joku sanoo, että se on vain viihdettä ja ajanvietettä. (Onneksi voin lopettaa, milloin haluan.)

Hän oli levoton päivisin eikä saanut nukuksi öisin. Aina yrittämässä ratkaista ongelmaansa. Kun se lopulta ratkesi, hän ei ollutkaan onnellinen. Hän sanoi olleensa täydellinen idiootti ja heitti kaikki muistiinpanonsa roskakoriin. Lopuksi hän sanoi, että hän oli todella nauttinut työn tekemisestä.

Rakastatko matematiikkaa enemmän kuin minua?
Tietenkään en, kultaseni. Rakastan sinua paljon enemmän.
Todista se!
OK ... Olkoon R kaikkien rakastettavien olioiden joukko ...

Graduntekijällä oli tapana tulla yliopistolle joka päivä kävellen. Erään päivänä hänellä oli kuitenkin upea polkupyörä. ”Mistäs sinä noin hienon pyörän olet saanut?” kysyi hänen kaverinsa. ”Sain sen kiitoslahjaksi”, graduntekijä selitti, ”fuksitytöltä, jota ohjasin.”

”Eilen hän soitti minulle ja kertoi, että hän oli päässyt läpi lopputentistä ja halusi kiittää minua henkilökohtaisesti. Hän tuli meille pyörällään. Ovesta astuttuaan hän riisui kaikki vaatteensa, hymyili minulle ja sanoi: Saat minulta kaiken, mitä vain haluat.”

Yksi graduntekijän kavereista sanoi: ”Valitsit tosi hyvin, kun otit polkupyörän.”

”Aivan”, sanoi toinen kaveri, ”kuvittele, kuinka hassulta olisit näyttänyt tytön vaatteissa – eivätkä ne olisi sinulle sopineetkaan.”

Matemaattista huumoria sarjasta **Matemaatikko ja ...**

<http://www.math.utah.edu/~cherk/mathjokes.html>, viitattu 8.9.2008

Käännös Hannu Korhonen 2009

Julkaistu Andrej and Elena Cherkaevin luvalla

Tiedemiehiltä kysyttiin, mitä on pii.

Insinööri sanoi: ”Se on likimäärin 3 ja $\frac{1}{7}$ ”.

Fyysikko sanoi: ”Se on 3,14159”.

Matemaatikko mietti hetken ja vastasi: ”Sen tarkka arvo on π ”.

(Haravantekijä vastasi, että se on pihlajaa.)

Tällä on yritetty korvata englanninkielinen sanaleikki, jossa leipuri sanoo: ”Pie is a healthy and delicious dessert!”

Insinööriä, fyysikkoa ja matemaatikkoa pyydettiin lyömään naula seinään.

Insinööri ryhtyi rakentamaan monitoimista automaattista naulainta - laitetta, joka pystyisi lyömään millaisen naulan tahansa millaiseen seinään tahansa.

Fyysikko suoritti sarjan kokeita, joilla hän määrittä erilaisten vasaroiden, naulojen ja seinien lujuusominaisuudet. Niiden perusteella hän kehitti vallankumouksellisen suprajohtavuuteen perustuvan ultraääninaulaimen.

Matemaatikko yleisti ongelman $n-1$ ulotteiselle naulalle ja n -ulotteiselle seinälle. Hän todisti useita naulausteorian peruslauseita ja osoitti siinä yhteydessä, että ratkaisu on olemassa, vaikka ei onnistunutkaan löytämään yleistä kontruktiivista ratkaisua.

Matemaatikko, fyysikko ja insinööri olivat junamatkalla Skotlannissa, kun he näkivät mustan lampaan.

”Ahaa”, sanoi insinööri, ”huomaan, että skotlantilaiset lampaat ovat mustia”.

”Hmm”, sanoi fyysikko, ”tarkoittanet, että jotkut skotlantilaiset lampaat ovat mustia”.

”Ei”, sanoi matemaatikko, ”me tiedämme vain, että Skotlannissa on ainakin yksi lammas, jolla ainakin toinen kylki on musta”.

Matemaatikolle, filosofille ja insinöörille asetetaan ongelma: ”Oletetaan, että sanomme hevosen häntää jalaksi. Kuinka monta jalkaa hevosella silloin on?” Matemaatikko vastaa ”5”, filosofi ”yksi” ja insinööri sanoo: ”Mutta eihän niin voi tehdä!”

Matemaatikolle, fyysikolle ja insinöörille annetaan samanlainen kumipallo ja pyydetään määrittämään sen tilavuus. He saavat käyttää mitä välineitä tahansa ja niin paljon aikaa kuin vain tarvitsevat. Matemaatikko ottaa mittanauhan ja mittaa ympärysmitan. Sitten hän jakaa sen kaksi kertaa piillä, korottaa tuloksen kolmanteen potenssiin, kertoo piillä ja neljällä kolmasosalla. Fyysikko kaataa astian piripintaan vettä, pudottaa pallon astiaan ja mittaa ylivuotaneen veden kuuden merkitsevän numeron tarkkuudella. Ja miten insinööri menettelee? Hän katsoo pallon sarjanumeron ja etsii vastauksen valmistajan tuoteluettelosta.

Matemaatikko M ja insinööri I ovat kuuntelemassa fyysikon luentoa. Aiheena on Kulzan ja Kleinin teoria, joka käsittelee 9-, 12- ja useampiulotteisissa avaruuksissa tapahtuvia fysikaalisia prosesseja. M on innoissaan luennosta, mutta I rypistelee otsaansa, näyttää hyvin hämmentyneeltä ja hänen päätään alkaa särkeä. Luennon loppuessa M ihastelee loistavaa esitystä.

I: ”Miten sinä pystyt ymmärtämään moista sotkua?”

M: ”Minä vain visualisoin prosessin.”

I: ”Miten ihmeessä voi visualisoida jotakin, joka tapahtuu 9-ulotteisessa avaruudessa?”

M: ”Se on helppoa. Ensin kuvittelen sen n -ulotteisessa avaruudessa ja sitten annan n :lle arvon 9.”

Insinöörejä pyydettiin mittaamaan lipputangon korkeus. Heillä oli vain mittanauha ja he turhautuivat kovasti yrittäessään saada mittanauhan pysymään paikallaan lipputankoa pitkin mittaamisen aikana. Se pyrki putoilemaan ja siirtymään paikaltaan. Matemaatikko sattui kulkemaan ohi, huomasi insinöörien pulman, kaatoi lipputangon maahan ja mittasi helposti sen pituuden. <kun hän oli poistunut, yksi insinööreistä sanoi toisille: ”Aivan matemaatikon tapaista. Meidän pitää saada selville tangon korkeus ja hän mittaa sen pituuden.”

Matemaatikko ja insinööri joutuvat psykologiseen testiin. (Nälkäinen) matemaatikko pannaan istumaan suuressa tyhjässä huoneessa olevaan tuoliin ja huoneen toiselle puolelle katetaan hänen herkkuatoriansa täydellisesti valmistettuna. Psykologi selittää: ”Sinun pitää istua tuolissasi. Joka minuutti siirrän tuolia puoleen väliin lähemmäs ateriaa.” Matemaatikko katsoo psykologia vihastuneena. ”Mitä? Tätä minä en kestä. Tiedät hyvin, että en koskaan pääse aterian luokse.” Hän hyppää pystyyn ja ryntää ulos.

Psykologi kutsuu insinöörin sisään ja selittää tilanteen. Insinöörin silmät alkavat loistaa ja hän rupeaa kuolaamaan. Psykologi hämmentyy. ”Etkö ymmärrä, että et koskaan saavuta ruokaa?”

Insinööri hymyilee ja vastaa: ”Tietysti, mutta pääsen aika pian tarpeeksi lähelle ryhtyäkseni käytännön toimiin.”

Eräänä päivänä maanviljelijä soitti insinööreille, fyysikolle ja matemaatikolle ja pyysi heitä aitaamaan mahdollisimman suuren alueen mahdollisimman lyhyellä aidalla.

Insinööri teki aidasta ympyrän ja väitti, että hänen suunnitelmansa oli mahdollisimman tehokas.

Fyysikko teki pitkän suoran aidan ja julisti: ”Voimme olettaa että aidan pituus on ääretön. Olen aidannut puolet maapallon pinta-alasta. Tämä on varmasti kaikkein tehokkain tapa.”

Matemaatikko nauroi heille. Hän rakensi pienenpienen aitauksen itsensä ympärille ja sanoi: ”Määrittelen olevani aitauksen ulkopuolella.”

Fyysikko ja insinööri ovat kuumailmapallossa. Pian he huomaavat joutuneensa eksyksiin. He huutavat apua: ”Heeeeeiiiiiiii! Missä me olemme?” Neljännestunnin päästä kuuluu kaukainen vastaus: ”Heeeeeiiii! Te olette kuumailmapallossa.” Fyysikko sanoo: ”Vastaja on varmaan matemaatikko.” Insinööri kysyy: ”Mistä niin päättelet?” Fyysikko vastaa: ”Vastus on aivan oikein, mutta se on täysin hyödytön.”

Kannanottoja, mielipiteitä

Matematiikkaa kaikille

[Leo Salo](#) jatkaa Halmetojan ym. Dimensiossa 1/2010 aloittamaa keskustelua
[Halmetoja](#) vastaa Salolle

Kannanotto perusopetuksen tuntijakoon

Opettajat pohdiskelevat tuntjakomietinnön sisältöä

Professorit Malaty ja Pehkonen keskustelevat PISA-tuloksista

[Malatyn artikkeli](#) (englanniksi)

[Pehkonen kommentoi](#)

[Malaty vastaa](#)

Matematiikan asemasta perusopetuksen uudessa tuntijaossa

Hyvästä Pisa-menestyksestä huolimatta peruskoulunsa päättävien matemaattiset tiedot ja taidot ovat varsin vaatimattomia. Murtolukujen peruslaskutoimituksia ei osata, saatetaan sekoittaa yhteenlasku ja kertolasku keskenään, laskutoimitusten suoritusjärjestys on tuntematon asia ja alkeellisimmatkin prosenttilaskut ovat ylivoimaisia. Yläkoulun oppikirjoissa ei esitetä juuri minkään matemaattisen väittämän perustelua, mikä on johtanut katkismusmaiseen ulkolukuun. Opitaan jäljittelemään mekaanisia suorituksia, mitkä kokeen jälkeen unohtuvat, koska sisältöä ei ole ymmärretty.

Surkea tilanne on suora seuraus tunnetuista poliittisista päätöksistä. Vuonna 1985 yläkoulun tasokurssit poistettiin, mikä antoi välittömästi aiheen opetussuunnitelmien keventämiseen, sillä kaikki eivät todellakaan opi kaikkea. Näin myös oppimaan halukkaat ja kykenevät oppilaat latistettiin samalle tasolle kaikkein heikoimpien kanssa. Käytännössä vähintään neljäsosaa ikäluokasta kiellettiin oppimasta kykyjensä mukaan. Näiden päätösten seurauksena yläkoulun matematiikka on muuttunut lähes pelkäksi laskimen kanssa leikkimiseksi. Kaikki jatko-opinnoissa tarvittava oikea matematiikka on siirtynyt lukion pitkän matematiikan oppimäärään. *Siis kaikki se matematiikka, jonka opiskeluun esimerkiksi keskikoulun ja lukion käynyt pääsykokein valikoitu osa ikäluokasta sai käyttää 5,5 vuotta, opiskellaan nyt kauhealla kiireellä lukion pitkässä matematiikassa 2,5 vuodessa.* On selvää, että oppiminen jää suurelta osin pinnalliseksi. Ylioppilaskokeesta päästään suhteellisen arvostelun takia läpi osaamatta edes yhtä tehtävää kokonaan oikein. Korkeakoulujen opettajat joutuvatkin jatkuvasti ihmettelemään uusien opiskelijoiden heikkoja matematiikan taitoja. Ammattikorkeakoulun aloittava ei välttämättä osaa laskea yhteen kahta murtolukua ja teknilliset korkeakoulut joutuvat antamaan tukiopetusta matematiikan alkeissa. Näin ei pitäisi olla sivistysvaltiossa.

Lukion pitkän matematiikan oppimäärän osaaminen ja ymmärtäminen on välttämätön edellytys monien alojen korkeakouluopiskelulle. Oppimäärää ei voi supistaa, mutta sen opiskelu voidaan aloittaa aikaisemmin. Perusopetuksen tuntijakoa nyt uudistettaessa tulee varata mahdollisuus matematiikan valinnaisen syventävän oppimäärän opiskeluun peruskoulun 8. luokalta alkaen. Se sisältäisi mm. peruslaskutoimitukset polynomeilla ja yksinkertaisilla rationaalilausekkeilla sekä deduktiivista geometriaa, siis asioita, joita opiskeltiin keskikoulussa ja peruskoulussakin vielä tasokurssien aikaan. Näiden toimenpiteiden seurauksena oppilailla olisi enemmän aikaa työstää matematiikkaa mielessään sen sijaan että nykyisin esimerkiksi koko geometrian oppimäärä opiskellaan lukiossa 5 viikossa. Jokainen ymmärtää, mikä laadullinen parannus oppimistuloksissa näin saavutettaisiin.

Rationaalilausekkeiden käsittely edellyttää murtolukujen ja niiden laskutoimitusten ymmärtämistä. Se onkin tärkein yksittäinen asiakokonaisuus, joka ratkaisee oppilaan menestymisen lukion pitkän matematiikan opinnoissa. Siksi on outoa, että tämän avainkäsitteen opettaminen on jätetty vain vähän matematiikkaa tunteville luokanopettajille. Tällä hetkellä he vastaavat kahdesta kolmasosasta peruskoulun matematiikanopetuksesta. Lehtori Liisa Näverin väitöskirjassaan esiintuoman tutkimusmateriaalin mukaan ainoastaan alle 10 % peruskoulun päättäneistä lopulta ymmärtää, mistä murtoluvuissa on kysymys. Tämä onneton tilanne johtuu pääosin siitä, että koko asia on alusta alkaen opittu huonosti tai väärin. Matematiikkaa ymmärtämättömien opettajien kielteiset asenteet oppiainetta kohtaan heijastuvat oppimistuloksissa. Uusiin opetussuunnitelmiin, lakiin ja asetukseen tulee kirjata, että peruskoulussa matematiikan opetuksen hoitavat 5. luokalta alkaen aineenopettajat. Ainoastaan matemaattisen koulutuksen saanut opettaja ymmärtää murtolukujen, rationaalilausekkeiden ja tiettyjen lukiossa opittavien korkeamman matematiikan käsitteiden välisen yhteyden, ja osaa siksi opettaa murtoluvut asian tärkeyden edellyttämällä huolellisuudella. Keskikoulun ykkös- ja kakkosluokilla aineenopettajat vastasivat niiden opettamisesta.

Myös matematiikan oppituntien määrä on nostettava kansainväliselle tasolle. Suomen peruskoulussa matematiikan opiskeluun käytetään keskimäärin 2,6 viikkotuntia, kun eurooppalainen keskiarvo on 4,3 viikkotuntia. Kuvittelemmeko olevamme muita eurooppalaisia etevämpiä matematiikassa?

Tällainen opetuksen uudistus vaatii päättäjiltä ennakkoluulotonta tosiasioiden tunnustamista. Sitä helpottaisi, jos tutkittaisiin, millaisten opetussuunnitelmien vallitessa maamme metsäteollisuuden, laivanrakennus- ja muun metalliteollisuuden sekä Nokian luoneet insinöörit matematiikkansa opiskelivat. Nokian kehitykseen merkittävästi vaikuttanut Commodore-64-sukupolvi käsittää viimeiset peruskoulussa kunnollista matematiikan opetusta saaneet ikäluokat.

Mäntässä, Espoossa, Kiimingissä ja Pirkkalassa 28. huhtikuuta 2010

Markku Halmetoja Mäntän lukio	Heikki Pokela Tapiolan lukio	Saini Sorsa Pirkkalan yhteislukio
Maija-Liisa Spangar Kiimingin lukio	Marjukka Suihko Pirkkalan yhteislukio	Matti Tuomi Pirkkalan yhteislukio

Matematiikkaa kaikille

Markku Halmetoja, Jorma Merikoski ja Timo Tossavainen käyttivät keskustelupuheenvuoron matematiikan opetuksen ongelmista Dimensiossa 1/10. Tarkoitus oli varmaankin saada opettajia keskustelemaan kärjekkäillä ja värikkäillä väitteillä. Täytyy tietysti provosoitua kun provosoidaan vielä näin eläkkeelläkin! Ongelmathan ovat todellisia vaikka niitä on yritetty lakaista maton alle esim. Pisa-tuloksiin vedoten.

Tasoerot johtuvat osaltaan sekä lahjakkuuden että ahkeruuden eroista. Toisaalta tietynlainen kasvatusoptimismi täytyy myös säilyttää eikä nostaa käsiä heti pystyyn. Vaikka ”kaikki eivät opikaan kaikkea” niin kaikki oppivat kuitenkin jotain. Kokemus osoittaa myös sen että on erittäin vaikeata tietää, johtuuko yksittäisen oppilaan huono menestys matematiikassa esimerkiksi lahjakkuuden vai pelkästään motivaation puutteesta. Nähdäkseni joskus on hyvinkin tarpeen vaikuttaa oppilaan ”matematiikkaa koskeviin mielikuviin ja asenteisiin”.

Matematiikka on tärkeä osa inhimillistä kulttuuria. Ei sitä opiskella pelkästään elinkeinoelämän vaatimuksesta. Sitä opiskellaan siksi että perussivistyksen hankkiminen on ihmisen sijoitus omaan itseensä ja keino ymmärtää ympärillä olevaa maailmaa. On tärkeitä että yhteiskunnassa on myönteinen asenne matematiikan opiskeluun myös niillä jotka eivät ehkä ainetta koulua pidemmälle harrasta. Heillä on kuitenkin myöhemmin omia lapsia ja jos tässä on tehty tätä vaikuttamista ”matematiikkaa koskeviin mielikuviin ja asenteisiin”, niin seuraavalla sukupolvella on paremmat lähtökohdat aineen opiskeluun.

Matematiikan aseman vankistaminen opetussuunnitelmissa on tietenkin tärkeitä. Se on helpointa jos nähdään matematiikka ja muutkin luonnontieteet välttämättömänä osana yleissivistystä eikä vain irrallisena elinkeinoelämän vaatimuksena.

Leo Salo

Pori, 17.4.2010

leo.salo(ät)dnainternet.net

Kommentti Leo Salon kirjoitukseen

Jos Leo Salo tarkoittaa, että näemme matematiikan vain elinkeinoelämän hyödyn kannalta, niin kiistämme tämän väitteen ehdottomasti. Sanomme kirjoituksessamme selvästi, että matematiikan opiskelun motivaation on lödyttävä matematiikasta itsestään.

Markku Halmetoja, Jorma Merikoski ja Timo Tossavainen

PISA Results and School Mathematics in Finland: strengths, weaknesses and future

George Malaty

University of Joensuu, Finland, george.malaty@joensuu.fi

Abstract

The success of Finland in PISA is related to special strengths, among others the care of students with learning difficulties and the changes in school curriculum to meet with the international trends. Beside these strengths there are different types of weaknesses, which do not allow from achieving similar success in IMO, and do not offer universities and polytechnics with the wanted students. New development has started in 1995 to build a more balanced curriculum, and in 2004 the National Boards of Education published a new 'Curriculum Basics' to achieve this goal.

1. Background

Through history, old and new, Finnish people have faced different challenges to survival and success. In responding to these challenges, from time to time we got to hear about a Finnish success, some of which has been surprising. The success in PISA is one of such type of success. One of the reasons of surprising can be related to the results of Finland in the International Mathematical Olympiads (IMO). Since the first time of participation in IMO in 1965, Finland has got only a modest success, especially in the years 1981, 1982 and 1983. The best result was that of 1982, when Finland got the 8th place among 23 countries. Inside Finland, there is agreement, between mathematicians, and even wider, about the level of school mathematics and level of students, where both are regarded as weak.

In 2005, at the conference "Teaching mathematics: beyond the PISA survey", organized by the Mathematical Societies of France and Finland, I gave a presentation entitled "*What are the Reasons Behind the Success of Finland in Pisa?*" A year later, the French Journal *Gazette des Mathématiciens* published a paper of mine with the same title (Malaty 2006). The same paper was published again at the end of 2006 by the Danish Mathematical Society, in a special issue of its journal *Matilde*, '*Mathematics in Finland*'. Upon an agreement between the Danish and Finnish Mathematical Societies, this paper was chosen to be the first with two commentaries. Both commentaries were written by well known mathematicians in Finland, and the first was signed by 107 mathematicians (Astela, et. al 2006, Kivelä 2006). Where no doubt, that all of the commentaries are representing facts about the weaknesses in the Finnish school mathematics, these facts do not contradict the other facts, represented by me about the reasons behind the success of Finland in PISA.

<http://www.matilde.mathematics.dk/arkiv/M29/Matilde29.pdf>

2. Between success and problems

From one hand we do deserve the success we have got in PISA, and from the other hand we do have serious problems in school mathematics.

2.1. How this could be explained?

PISA tests are measuring mathematics literacy. PISA test items are measuring the achievements of everyday life mathematics, including problems of no need to learn mathematics as a structure. We do know in Finland that we wouldn't get any success in PISA, if the test items were related to the understanding of mathematical concepts or relations. The most difficult to our students is to ask them to give a proof. This is understandable since school mathematics does not deal with mathematics as a structure. In the mentioned above paper, signed by 107 Finnish mathematicians, the authors demonstrate facts of Universities and Polytechnics students' mathematical knowledge decline (Astela, et. al 2006).

2.2. Curriculum changes and PISA

Before 1967, Finnish school curriculum was a traditional one, where among others students learn at secondary level Algebra and Geometry every week, where algebra had its own textbook and as well geometry. This was the case for about 100 years. Since 1967 school curriculum in Finland had seen

different changes. These changes are mainly four: the New Math, especially from 1970 to 1980, the Back-to-Basics (1980-1985), Problem solving (1985-1990), and Everyday Life Mathematics (1990-1995). These trends are still effect on school mathematics in Finland, especially 'Everyday life Mathematics' and this effect has given a chance to success in PISA.

2.3. Why PISA is relevant and IMO not?

To get a success in IMO there is a need of taking care of gifted students, and this is not the case in Finland. On the other side, for more than 100 years, education has been provided for everybody upon some type of equality's principle. This has been strengthened in 1970 by the establishing of the Comprehensive School (Grades 1-9) as a compulsory education. This school forms what is called 'Basic Education'.

The Basic Education act of 1998 made clear that Basic Education has to provide each child with such knowledge and skills, which are necessary in everyday life. Also it puts emphases on the principle of equality between children's in education. Equality here has gained in Finnish society special meaning, which has effected on school mathematics and consequently on both PISA and IMO results. From one hand, mathematical curricula and textbooks have been built to be adequate to average students at maximum, and from the other hand, in each class, teachers have been active in recognizing students' weaknesses in time and offering soon remedial education, where also special teachers are available. To make this work possible, the number of students in a class has been relatively low. The majority of classes are of 15 to 25 students. Thus, the combination of school mathematics changes, since the Back-to-Basics, 'Everyday life Mathematics' in particular, and the principles of the Basic Education act related to the content and students' equality has given a relevant ground for the success in PISA, but not for the success in IMO. Here we can also mention to the fact that the time devoted to mathematics teaching in Finland is one of the lowest worldwide (UNESCO 1986). At the moment, we do have only 31 teaching hours per week, each of 45 minutes, for the 9 Grades of comprehensive school. This gives a mean of 2.6 hours per week for each grade, where an hour here is of 60 minutes. This low number of hours meets well with the objectives of the Basic Education act of 1998, where education is mainly for everyday life and equality is also between all school subjects. With this low number of hours it is difficult to success in IMO, but it is still possible in PISA with the limited objectives of 'Mathematics Literacy'. Below is a quotation from the Basic Education act 628/1998:

"Supporting pupils' growth towards humanity and ethically responsible membership of society, and to provide them with the knowledge and skills necessary in life... The instruction has to promote equality in society and pupils' abilities to participate in education and to otherwise develop themselves during their lives..."

Here to mention that, at the time of the 'New Math', the time devoted to mathematics teaching at schools was much higher. This was not only because of the International effect and the Nordic one in particular, but also because of the press-up Finnish mentality in facing challenges. This gives us to understand, why we got the mentioned above success in the Mathematical Olympiads. It was the success of those students, who started theirs schooling in the years 1969, 1970 and 1971.

3. What are the reasons behind the success of Finland in PISA?

The mentioned above school mathematics changes, which have happened in Finland, have happened also in other countries, but why these changes have effected in the Finland's results in PISA more than in other places? One essential reason fact is the mentioned above care of students' weaknesses. The effect of this work was clear on PISA results, and without the care of students with learning difficulties we wouldn't get the first place in PISA in 2003. Nevertheless, this care wouldn't help alone to get the First place. There are six main reasons behind: 1) the success of pre-service teacher education, 2) the culture of the teaching profession, 3) the success of in-service teacher education, 4) the different efforts made to develop mathematics education, 5) the daily traditions of school life in Finland, 6) the continuity of teacher's work. Here, I am not going to give details about these reasons as the first five were discussed in an earlier paper mentioned above (Malaty 2006a, 2006b). Here I'll deal in brief with the basic strengths of pre-service teacher education and I'll discuss the sixths reason. About teacher training strengths and

weaknesses in Finland, I do have two papers, one of 2004 and the other of this year 2007; the first was modified for The National Board of Education of Finland
<http://www.oph.fi/info/finlandinpisastudies/conference2005/malaty.doc>.

In pre-service education, there are three aspects of strengths: a) keeping the level of teacher education qualification high, b) being able to recruit motivated students, c) providing teaching practice at University Practice Schools. In teachers work continuity there are two aspects of strengths: a) choosing teaching profession for life, b) rare changing of school.

Every teacher has to get a Master degree. It is M.Ed. in the case of both Primary School Teacher (Grades 1-6) and Special Teachers (Grades 1-9), and M.Sc. in the case of Secondary School Teacher (Grades 7-12).

Teaching training is one of the most popular fields of university applicants, especially Primary School Teacher Training, where we are able to recruit well-motivated students. Whereas we are able to recruit enough students to fill most of the places available for secondary mathematics teacher education, the number of applicants for primary teacher education is 5-8 times the number of places available. Those who fail to obtain a place normally apply again one or more times in the following years. It is also to notice that we do not have problems of teacher drop out. Those, who choose the teaching profession, are choosing it for life. One of the main reasons, for this aspect of strength, is the success in recruitment of motivated young people to teacher training. Here we need to put emphases in the fact that, salary is not the reason of young people interest in Primary Teacher Training. Indeed the salary is not bad, but on the other hand it is not enough high to be a motivation. The affective factor is a decisive one. Finnish youth remembers their time spent in Primary school, especially the early years, with great warmth. During these years, it is quite common to end the school day by shaking hands with the teacher and not uncommon to give the teacher a hug. This explains why the minor 'Teaching Beginners' is a popular choice of Primary School Teacher students. It also gives strength, especially in the case of Primary School, the rare changing of schools by teachers. Thus, teachers have a chance to develop their plans.

Providing teaching practice at University Practice Schools offers an ideal environment, where from one hand each trainee has the chance to get closed supervision as much as he likes from mathematics education specialists, and from the other hand all university facilities, including University Library are closed. In Finland, Teaching Practice schools are normally inside the university campus and closed to Teacher Training Departments, where mathematics education specialists are as well teaching practice tutors.

4. School Mathematics changes and oppositions

In Finland, mathematicians, among them Nevanlinna (Nevanlinna 1966) opposed the 'New Math' changes. The 'Back-to Basics', by its name hadn't get at the beginning such opposition. Nevertheless, the level of universities and polytechnics students, after the disappearance of the effect of the New Math era, has made all the mathematicians in the country unhappy with the changes in school mathematics.

On the side of mathematics educators, most of them were involved in changes' activities. One of the leading figures of changes in the 1980s and 1990s was Erkki Pehkonen. In 1990, in a joined work with Bernd Zimmermann of Germany, Pehkonen declared that school mathematics is not mathematics, but an all-round educational subject, which is only called mathematics (Pehkonen and Zimmermann 1990, 10).

Despite the difficulty in being different, as a mathematics educator, I have been more closed to mathematicians view. I have been of the opinion that mental arithmetic, mechanical skill, problem-solving and everyday life mathematics can have a place in school mathematics, but they are not enough. One reason is that all these elements cannot give the needed base to higher education at universities and polytechnics. In addition, this would lead, at the end, to serious negative effect on the development of mathematical culture, and as well science and technology. The other reason is the need for every child to get formal experiences, which can allow him to enter the formal operational phase of Piaget. As the other formal science, i.e. logic, is not a school subject at the age of formal thinking development, mathematics is the only subject, which can offer the chance to every child to develop his/her formal thinking. Here we have to remember that there is obvious interplay between the individual issue and cultural issue. Cultural issue is in need of having individuals, who have the ability to continue the study at higher education.

5. Arithmetic teaching and the problems of learning algebra

Universities and Polytechnics mathematicians are sure of the weakness of today students in both algebra and geometry (Astela, et. al 2006, 9).

At the time of 'Traditional Curricula', before the 'New Math', geometry was the main way to develop students' formal thinking. Today this is not the case, and we do have different problems in teaching geometry. Regarding the formal thinking development, geometry teaching has even negative effect on it. In this paper, we shall discuss in some details, only some aspects of the teaching of arithmetic and their relation to some of our problems in learning algebra.

In learning algebra, and since the beginning of the 1980s, we do face serious problems. One main reason here is the disappearance of the study, and even the use in intuitive way, of the properties of addition and multiplication operations, especially the properties of associativity and distributivity. This was done as one of the demands of reform, to make the "Back to basics" curricula different than that of the "New Math" ones. Taking away of everything related to the New Math era was a demand. Then, from the traditional curriculum, only skills, especially arithmetic ones, were brought back to be the core of school mathematics. The goal here was to face the critics of the New Math in declining children's arithmetical skills. The way to achieve this goal is giving rules and drill children to use it to get correct answers.

First children learn to make drills in learning arithmetic, but this has continued to be also the way of learning algebra and geometry. In learning arithmetic, for addition, subtraction and multiplication of numbers, students learn to perform on a squared notebook and write these numbers one below the other. In the case of addition, children learn also to add more than two numbers in the same way, where the sign '+' has to be written only once preceding the last number and not between every two numbers. After getting the sum, the difference or the product, children have to write in a special line, and even inside a box the obtained number preceded by 'V:' 'V' is an abbreviation of the word 'Vastaus', i.e. 'Answer'. Similar procedures are also used in teaching 'long division'.

Squared notebooks are the only used in teaching and learning mathematics, even in solving a word problem or drawing a geometrical figure. Therefore, in Primary School tests, under each word problem a part of the test paper is squared. In some cases, children get zero mark in solving a word problem, because they weren't able to write their solution to the end in the given squared area. Here to notice that, it is common phenomena, when in word problem most students in a class get low points, but, going back to students notebooks, we find that these students were able to solve similar problems. The reason here is that textbooks give children the chance to drill themselves in solving similar word problems after the class discussion of an example. In the 1880s and 1990s, I had a chance to observe more than 2000 mathematical classes. It is remarkable to notice that, in a case of having a new foreign student, sometimes he/she was able to solve such problems and in some cases faster than Finnish students. The reason here was the economy of time by leaving the unreadable text and search for two numbers to perform in a similar way of the discussed example.

From the above discussion, we can notice that in Primary School (Grades 1-6) the use of the sign of equality '=' has been replaced by the use of 'V:' to mean answer. In the case of using the sign of equality, it is regarded also as 'answer'. This means that the sign '=' has lost its meaning. In addition, in textbooks, it is common to see squares, drawn to the right from the sign of equality. The number of these squares is the same, as the number of digits in the needed numeral. This means that the sign of equality has lost also its role. There is no place to write an equal expression and use the transitivity of equality. Thus Primary school years do not offer relevant ground to learn algebra.

Another problem of learning algebra is starting at Primary School. Instead of using the associativity of addition and multiplication, and the distributivity of multiplication over addition, textbooks since the Third Grade offer the so-called rule, or agreement, of the "Order of Operations", which they call 'Calculation Order'. This order is the same as in simple calculators and given in the next form: First calculate the inner brackets, Second multiply and divide, Third subtract from left to right. Students of Primary school, i.e. till reaching the age of 13 make drills in using this rule. This has brought to us a chronic problem, which we meet even with university students. To demonstrate this problem, let us take the next example: Simplify $9 + (1 + 5)$. For 20 years, I used to give this example to new Primary Teacher Training students. In every year not more than 5% have been able to use the associativity property, more than 50% apply the rule 'inner brackets first' and others took away brackets first, then added from left to right. I have got also similar results, when I gave the mentioned example to new Secondary Teacher

Training students. Also similar results I have gotten from giving the same example to teachers at in-service education. In all these cases, another problem was clear, and this is the fact that writing mathematical text correctly is a big problem.

It is here to mention that the using of the rule of "Order of Operation" is continuing till the end of Secondary School. One here may ask how then children can simplify an expression like $2x + 3y + 3x + y$, if students have to 'calculate' from left to right as they have learned? The textbook, which offers this example for the Students of Grade 7 (age 14), is using the next trick. First is given the next examples $2 \text{ apples} + 3 \text{ apples} = 5 \text{ apples}$, $2 \text{ kg} + 3 \text{ kg} = 5 \text{ kg}$, $2 \text{ m} + 3 \text{ m} = 5 \text{ m}$, then the next statement is added $2x + 3x = 5x$, and finally the expression $2x + 3y + 3x + y$ where a number of apples is drawn to demonstrate the coefficient of x and a number of bananas is drawn to demonstrate the coefficient of y (Jaakola et. al 1995, 103-104). Here this trick helps in simplifying such expressions, where algebra is taught as 'the calculation of letters'. The textbook here gives students to understand that x is like apple, kilogram or meter to avoid the contradiction with the "Order of Operation" where the real nature of x is forgotten. The missing of studying the associativity and distributivity properties has changed the learning of algebra into another learning of mechanical arithmetic. Ignoring the trick mentioned above, in algebra students are mainly learning the substituting of letters by given numbers and again using the rule of "Order of Operation" to get right answers.

6. The future of school mathematics in Finland

In Finland, different efforts have been made to develop mathematics education (Malaty 2006a, 2006b). The results can be seen in terms of changes since 1995 towards building more balanced curriculum. From one hand we aim to keep our strengths in taking care of everyday life needs, but from the other hand we aim to build up mathematics as a structure. We have got some success in teaching mathematics in Senior Secondary School (Grades 10-12), and also in Primary School, especially Grades 1-2. The way to reach our goals is long and the process is slow. The phase, which needs more care, is that of Junior Secondary School (Grades 7-9). The most positive here is that the National Board of Education has published in 2004 the new 'Curriculum Basics', where 'mathematical thinking' and the 'structure of mathematics' are essential elements of the new curriculum. Our strengths have helped us in getting good results in teaching students with learning difficulties, and in the Success of PISA. These strengths can be a base for achieving also success in taking care of mathematics as a structure and assisting gifted students development.

References

- Astela, et. al 2006, The PISA survey tells only a partial truth of Finnish Children's Mathematical Skills, *Matilde*, **29**, p.9.
- Jaakola et. al 1995, *Kolmio*, Kirjayhtymä, Helsinki
- Kivelä 2006, Severe Shortcomings in Finnish Mathematics Skills, *Matilde*, **29**, p.10.
- Malaty, G. 2006a, What are the Reasons Behind the Success of Finland in PISA? *Gazette des Mathématiciens*, **108**, pp. 59-66.
- Nevanlinna, R. 1966, Reform in Teaching Mathematics, *American Mathematical Monthly*, **73**, pp.451-464.
- Pehkonen, E. and Zimmermann, B. 1990, Probleemakentät matematiikan opetuksessa ja niiden yhteys opetuksen ja oppilaiden motivaation kehittämiseen, osa 1, Tutkimuksia **86**, Opettajankoulutuslaitos, Helsingin yliopisto, Helsinki
- UNESCO 1986, *The Place of Science and Technology in School Curricula: A Global Survey*.

Kommentteja Malatyn PISA-artikkeliin (2008)

Erkki Pehkonen
Helsingin yliopisto, OKL

Keväällä 2010 osui verkossa käsiini George Malatyn (Joensuun yliopisto) kirjoittama artikkeli "PISA Results and School Mathematics in Finland: strengths, weaknesses and future". Koska itsekin olin mukana vuoden 2006 PISA-tutkimuksessa ja olen kirjoittanut Suomen PISA-menestyksen syistä (mm. Pehkonen & al. (eds.) 2007), kiinnostuin katsomaan Malatyn näkemystä PISA-tuloksista ja -tutkimuksesta.

Luettuani tekstin (noin 8 sivua) olin tyrmistynyt, minkälaisia virheellisiä käsityksiä ja virhetietoa Malaty välittää ulkomaisissa lehdissä. Lukemani teksti (Malaty 2008) on pdf-tiedostona Suomen Akatemian sivuilla ja Malatyn kertoman mukaan se on julkaistu pari vuotta aikaisemmin ranskalaisessa lehdessä "Gazette des Mathématiciens" (Malaty 2006).

Kommentteja Malatyn tekstiin

Seuraavassa kommentoin verkossa olevaa Malatyn tekstiä (Malaty 2008) sivuittain tuoden esille oman näkemykseni asioiden tilasta.

Sivulla 3 Malaty kirjoittaa: "at the time of the 'New Math', the time devoted to mathematics teaching at schools was much higher".

Ei tuntimäärä ollut "much higher" matematiikanopetuksen uudistusvuosikymmenellä (1970-luvulla). Yksi viikkotunti otettiin pois (9. vuosiluokalta) vasta vuonna 1985.

Sivulla 4 Malaty kirjoittaa: "There are six main reasons behind: 1) the success of pre-service teacher education, 2) the culture of the teaching profession, 3) the success of in-service teacher education, 4) the different efforts made to develop mathematics education, 5) the daily traditions of school life in Finland, 6) the continuity of teacher's work."

Nämä ovat arvailuja, joita Malaty on ottanut omasta päästään tai muilta. Millekään niistä ei ole lainkaan tutkimuksellista tukea, mutta niitä toistellaan mielellään sekä opetushallituksessa että opettajajärjestöissä.

Jos suoritan vertailun Saksan kanssa, jonka tilanteen tunnen jossain määrin "sisältäpäin". Olen ollut 1980-luvun alusta vuosittain yhteydessä saksalaisten kollegoiden kanssa (osallistunut neljän päivän Bundestagung-kokoukseen) sekä kahteen otteeseen toiminut Saksassa vt. matematiikan didaktiikan professorina (Duisburgin yliopisto). Kaikkien näiden kuuden syyn voisi selittää sopivan myös Saksaan (jos Saksa olisi menestynyt erinomaisesti ja jos sillä olisi ollut syytä selittää).

Malaty näyttää unohtaneen (tai ei ole tietoinen) kaksi syytä, jotka ovat mielestäni keskeisiä ja jotka voidaan tutkimukseen perustuen osoittaa: Ensinnäkin

opetussuunnitelma 1990-luvun alussa rakennettiin sellaisten periaatteiden mukaan, joiden voi näyttää jälkeenpäin sopivan hyvin yhteen PISA-vaatimusten kanssa. Toteutuksen takana oli mm. opetushallituksen sarjassa julkaistu kirjanen (Halinen & al. 1991), mutta opetussuunnitelmien kirjoittamisessa keskeinen vaikuttaja oli opetusneuvos Reino Seppälä. Toiseksi PISA-tulosten hajonta on Suomessa kovin pientä, ja se voidaan selittää meidän koulujärjestelmällä, joka tukee oppimisvaikeuksissa olevien oppimista (ks. Vauras 2006).

Sivulla 4 Malaty kirjoittaa: "It is also to notice that we do not have problems of teacher drop out. Those, who choose the teaching profession, are choosing it for life."

Kyllä meillä on valitettavasti vakava pula valmistuneista opettajista, jotka pysyisivät työpaikassaan, erityisesti luokanopettajista. Liian monet vaihtavat liike-elämän palvelukseen, mm. heikon palkkauksen vuoksi. Tästä ongelmasta on kannettu huolta jopa ministeritasolla.

Sivulla 4 Malaty kirjoittaa: "The affective factor is a decisive one."

Tämä kyllä sopii aivan samalla tavalla Saksassa kokemaani.

Sivulla 4 Malaty kirjoittaa: "Nevertheless, the level of universities and polytechnics students, after the disappearance of the effect of the New Math era, has made all the mathematicians in the country unhappy with the changes in school mathematics."

Malaty ei ole ottanut huomioon lainkaan peruskoulu-uudistusta, joka mullisti 1970-luvun alussa koulun ja erityisesti matematiikanopetuksen. Tämä tapahtui samaan aikaan uusi-matematiikka -muutoksen kanssa eikä poistunut siirryttäessä Back-basics -vaiheeseen.

Sivulla 5 Malaty kirjoittaa: "Pehkonen declared that school mathematics is not mathematics, but an all-round educational subject, which is only called mathematics (Pehkonen and Zimmermann 1990, 10)."

Tällainen ei pidä paikkansa. En tunnista sitä omaksi ajatuksekseni enkä tunnusta sanoneesi tuollaista. Olen lukenut tuon viitatus sivun useaan kertaan, enkä voi ymmärtää miten Malaty saa siitä tuollaisen tulkinnan. Tuolla sivulla kirjoitan koulumatematiikasta seuraavaa:

"Kun seuraavassa puhutaan matematiikasta ja matematiikanopetuksesta, tarkoitetaan kaiken aikaa koulumatematiikkaa, ts. sitä yleissivistävässä koulussa opetettavaa ainetta, jota kutsutaan matematiikaksi."

Tällainen selittely on tarpeen kasvatustieteellisessä tutkimuksessa, jonka lukijoita eivät ole ainoastaan matemaatikot ja matematiikanopettajat. Liekö tämän takana suomenkielen väärinymmärrys, vai?

Sivulla 5 Malaty kirjoittaa: "I have been of the opinion that mental arithmetic, mechanical skill, problem-solving and everyday life mathematics can have a place in school mathematics, but they are not enough."

Tuon näkemyksen jakavat miltei kaikki Suomen matematiikan didaktikot, ei Malaty ole tässä yksin.

Sivulla 5 Malaty kirjoittaa: “mathematicians are sure of the weakness of today students in both algebra and geometry (Astela, et. al 2006, 9)”

Tämä heikkous algebrassa ja geometriassa on luettavissa myös PISA-tuloksista (esim. Kupiainen & Pehkonen 2008), samoin aikaisemmin toteuttamassani Kassel-projektissa (Soro & Pehkonen 1998). Sen sijaan Malaty ei tuo esille suomalaisten vahvuutta ongelmanratkaisussa ja aritmetiikassa, mikä tuodaan esille sekä PISA- että Kassel-raportissa.

Sivulla 5 Malaty kirjoittaa: “At the time of ‘Traditional Curricula’, before the ‘New Math’, geometry was the main way to develop students’ formal thinking.”

Malaty taas unohtaa peruskoulu-uudistuksen, joka vei synteettisen geometrian.

Olen samaa mieltä Malatyn kanssa koulutodellisuuden tulkinnan suhteen (s. 5–7). Mutta siitä, mikä on syy ja mikä on seuraus, en ole samaa mieltä. Itse pidän tärkeimpänä syynä Malatyn kuvaileman oppilaiden “hölmöilyyn” ajattelun puutetta, koulumatematiikassa opetetaan aivan liian paljon seuraamaan sääntöjä ja viimeinen vaihe – itsenäinen ajattelu – näyttää unohtuvan.

Loppukommentti

Mielestäni erinomaiset PISA-tulokset osoittavat, että suomalaiset osaavat käyttää omaa päätään matematiikassa, ts. he soveltavat matemaattista ajattelua. Tosin he eivät hallitse laajalti matemaattisia sisältöjä, mutta osaavat paremmin kuin ikätoverinsa muissa maissa käyttää sitä, mitä heillä on.

Mutta PISA-menestyksen kommentoinnissa en ymmärrä matemaatikoita: Toisaalta he sanovat ettei koulussa saisi treenata vain mekaanista laskemista, vaan olisi myöskin kehitettävä ymmärrystä ja matemaattista ajattelua. Toisaalta he antavat ymmärtää, että matematiikkaa on vain tiettyjen sisältöjen virheetön hallinta. Tässä lienee takana yksilöiden ymmärrys matematiikasta: Onko ymmärrys platonistinen vaiko instrumentalistinen? (vrt. Ernest 1989) Mutta koulussa jompi kumpi täytyy laittaa etusijalle, sillä mielestäni Suomen pienellä tuntimäärällä ei voi koulumatematiikassa saada kaikkea.

Lähteet:

Ernest, P. 1989. The impact of beliefs on the teaching of mathematics. In: *Mathematics teaching: The state of art* (ed. P. Ernest), 249–254. London: Falmer Press.

Halinen, I., Hänninen, L., Joki, J., Leino, J., Näätänen, M., Pehkonen, E., Pehkonen, L., Sahlberg, P., Sainio, E., Seppälä, R. & Strang, T. (1991). *Peruskoulun matematiikan opetuksen kehityssuunnasta 1990-luvulla*. Kasvatus & Opetus -sarja. Helsinki: Valtion painatuskeskus.

- Kupiainen, S. & Pehkonen, E. (2008). Success in PISA 2006 mathematics. In: *PISA06 Finland: Analyses, Reflections, and Explanations* (eds. J. Hautamäki, E. Harjunen, A. Hautamäki, T. Karjalainen, S. Kupiainen, S. Laaksonen, J. Lavonen, E. Pehkonen, P. Rantanen & P. Scheinin), 117–143. Ministry of Education, Publications 2008:44.
- Malaty, G. (2006). What are the Reasons Behind the Success of Finland in PISA? *Gazette des Mathématiciens*, 108, 59-66.
- Malaty, G. (2008). *PISA Results and School Mathematics in Finland: strengths, weaknesses and future*. Julkaistu sivulla:
http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_charlotte_MalatyPaperEdit.pdf
- Pehkonen, E., Ahtee, M. & Lavonen, J. (eds) (2007). *How Finns learn mathematics and science*. Rotterdam / Taipei: Sense Publishers.
- Soro, R. & Pehkonen, E. (1998). *KASSEL-projekti, osa 1*. Peruskoulun oppilaiden matemaattiset taidot kansainvälisessä vertailussa. Helsingin yliopiston opettajan-koulutuslaitos. Tutkimuksia 197.
- Vauras, M. (2006). Difficulties as content in the teacher education. In: *Research-based Teacher Education in Finland – Reflections by Finnish Teacher Educators* (Eds. R. Jakku-Sihvonen & H. Niemi), 173–187. Research in Educational Sciences 25. Turku: Finnish Educational Research Association.

George Malaty
Itä-Suomen yliopisto

Malatyn PISA-julkaisu, Erkki Pehkosen kommentit ja olennaiset kysymykset matematiikan opetuksessa

Konfliktitausta Pehkosen kanssa

Olemme olleet Pehkosen kanssa eri linjoilla matematiikan opetuksen alalla jo pitkään. Kuitenkaan nämä eroavaisuudet eivät ole aiemmin olleet näkyviä laajasti. Pehkosen tekemät virheet kommenteissa osoittavat, että kyse ei ole mistään tieteellisestä, vaan kyse on jostakin henkilökohtaisesta, jota pitäisi välttää tieteellisessä toiminnassa. Tämä näkyy alusta lähtien Pehkosen kirjoituksessa.

Pehkosen kirjoitus osoittaa, että hän ei ole lukenut kirjoitustani, vaan on lukeissut sen ja vieläpä epätarkasti.

Sekaannus heti Pehkosen kommenttien alussa

Jo otsikossa Pehkosella on virhe: "*PISA Results and School Mathematics in Finland: strengths, weaknesses and future*", kirjoitus, jota Pehkonen kommentoi, ei ole julkaistu vuonna 2008 eikä sitä ole julkaistu lehdessä kuten hän kirjoittaa. Lisäksi sitä ei ole julkaistu pari vuotta aikaisemmin ranskalaisessa lehdessä "*Gazette des Mathématiciens*", vaan se on julkaistu kansainvälisen konferenssin raportissa vuonna 2007, USA:ssa (Malaty 2007, 240-244). Olen aiemmin ymmärtänyt, että Pehkosen englannin kielen taito on riittävä ymmärtämään englanninkielistä tekstiä, mutta olenko ymmärtänyt väärin? Voisiko tämä sekaannus johtua halusta kirjoittaa kommentit nopeasti?

On tosiasia, että yksi kirjoituksistani on julkaistu arvostetussa lehdessä "*Gazette des Mathématiciens*". Mutta se on toinen kirjoitus, jonka otsikko on: "*What are the Reasons behind the Success of Finland in PISA?*" (Malaty 2006, 59-66). Se on kansainvälisesti yksi luetuimmista kirjoituksista PISA:n menestyksestämme syistä (Esim. Google-haku: "Finland" AND "PISA"). Suomenkielisen version on tehnyt Mika Koskenoja Solmun erikoisnumeroon (2/2005-2006), jonka on toimittanut dosentti Marjatta Näätänen, ja koko numero on lukemisen arvoinen.

PISA:n menestyksen kuusi syytä

Esittämäni syyt ovat epäilyksettä olennaisia. Ongelmana on se, että vuoden 2007 kirjoituksessa, jota Pehkonen kommentoi, en käsittele näitä syitä vaan pikemminkin niiden luetteloa. Vain kuudes näistä syistä esitetään 2007 kirjoituksessa, jota Pehkonen kommentoi. Tästä johtuen, Pehkonen kommenteissaan on menetellyt seuraavasti: luutteli ne kuusi syytä ja kirjoitti enemmän kuudennessa syystä. Tämä kuudes syy koskee ns. '*dropout*'-ongelmaa. Muiden syiden käsittely on ollut vain vuoden 2006 ranskalaisaikakauslehdessä, josta häneltä ei tullut yhtään kommenttia. Erikoista tässä on se, että kaikki hänen sitaattinsa ovat vuoden 2007 viisisivuisesta kirjoituksesta, mutta kuitenkin hän kirjoittaa, että sivujen määrä on "noin kahdeksan". Tosiasia on se, että vuoden 2006 kirjoitus on n. kahdeksansivuinen, mutta niistä Pehkonen ei ole tehnyt yhtään kommenttia. Kaikki Pehkosen ottamat sitaatit ovat oikein, mutta sitaattien järjestysluvut eivät ole yhtään kertaa oikein, eikä hän lisäksi mainitse julkaisun todellisia sivunumeroita.

Vuoden 2006 syiden käsittely on ollut pitkä analyttinen työ, joka perustuu vertailuun muiden maiden kanssa. Tämän vuoden 2006 julkaisun kirjoittaminen on tapahtunut "*The French Mathematical Society*"-lehden pyynnöstä, jotta ranskalaisille lukijoille esitetään Suomen koulujen

eroja Ranskan kouluihin. Näitä eroja ranskalaiset kollegat ovat huomanneet suomalaisten ja ranskalaisten matemaatikkojen konferenssin esitelmästäni Pariisissa vuonna 2005, jonka otsikko oli sama, eli *“What are the Reasons behind the Success of Finland in PISA?”*. Pehkonen väittää, että Saksassa löytyy samat kuusi vahvuutta. Vahvuudet ovat kulttuurisidonnaisia ja esittämäni yksityiskohdat paljastavat niiden sidonnaisuuden suomalaiseen kulttuuriin. Kirjoitus on luettavissa Internetissä, joten lukija voi itse tutustua siihen.

Unohdinko vai enkö ole tietoinen, vai mitä?

Sen lisäksi, että Pehkonen vähättelee esittämäni syiden merkitystä, hän esittää kaksi syytä, joissa hän on sitä mieltä, että olen unohtanut ne tai en ole tietoinen niistä. Yksi hänen esittämänsä syy on opetus suunnitelman muutostyö ja toinen on oppimisvaikeuksissa olevista lapsista huolehtiminen. Nimenomaan koko kirjoitukseni alkaa näistä kahdesta syystä: *“The success of Finland in PISA is related to special strengths, among others the care of students with learning difficulties and the changes in school curriculum to meet with the international trends”*. Tässä ainakin voidaan kysyä: lukiko Pehkonen kirjoitukseni?

Pehkonen selittää kommentissaan seuraavasti ”PISA-tulosten hajonta on Suomessa kovin pientä, ja se voidaan selittää meidän koulujärjestelmällä, joka tukee oppimisvaikeuksissa olevien oppimista (ks. Vauras 2006)”. Tästä seikasta olen puhunut usein ja mahdollisesti ensimmäisenä. Ensimmäinen vai ei, tämä ei ole tärkeä, mutta ainakin vuoden 2006 kirjoituksessani neljäs osasyys viidestä syystä alkaa näin: *“What about the principle of equality? The dispersion of Finnish students is less than in other countries, as has been shown not only in the PISA studies but also in other earlier comparative studies. This can be seen as the result of implementing the principle of equality accepted by comprehensive schools, but the equality of the comprehensive school law of 1998 is just a reflection of traditions in Finnish society”*. Uudelleen kysyn, mitä Pehkonen on lukenut voidakseen kommentoida?! Vuoden 2006 kirjoitus on Pehkonen kommenttien lähdeluettelossa. Tieteellisissä toiminnoissa ei voi panna luetteloon lähdetä, jota ei ole käytetty.

Englanninkielinen tekstini sisältää enemmän tietoa kuin mitä Pehkonen esittää. Lisäksi, jos Pehkonen olisi lukenut vuoden 2006 kirjoitukseni, hän olisi huomannut että toiseen PISA:n menestyksen syhyyn, eli opettajien ammatilliseen kulttuuriin, kuuluu oppimisvaikeuksissa olevien lapsien tukeminen ja silloin yksi esittämästäni syistä olisi avautunut paremmin hänelle (Malaty 2006, 59-66).

Siirtyminen pois ja 'Dropout'-ongelma

On tärkeää, että Suomessa kannetaan huolta siitä, että opettajat viihtyisivät työssään. Kuitenkin kun kirjoitin Suomen menestyksestä PISA:ssa kyse oli vertailusta muiden maiden tilanteeseen. Suomessa olemme vielä kaukana niistä tilanteista, joissa puhutaan 'dropout'-ongelmasta. Opettajan sitoutuminen työhön Suomessa on vahvempi kuin muualla. Opettajia, jotka jäävät opetus alalle koko työelämänsä ajaksi, on suhteellisesti enemmän kuin muualla ja koulun vaihtamista on vähemmän. Englanti on esimerkiksi maa, jossa 'dropout'-ongelma on suuri ja sitä seurataan jatkuvasti Buckinghamin yliopiston erityistutkimuslaitoksessa, jonka nimi on: *The Centre for Education and Employment Research*. Tämän laitoksen viimeisten tutkimusten mukaan yli 30% matematiikan ja luonnontieteiden uusista opettajista jättää opetusalan kokonaan kuuden kuukauden sisällä työn aloittamisen jälkeen (Smithers & Robinson, 2009, 16).

Peruskoulu, matematiikan opetuksen historia ja kansainväliset suuntaukset

Pehkonen väittää että 'uusi matematiikka' suuntaus ei ole vienyt "synteettistä geometriaa" pois kuten olen sanonut, vaan hänen mielestään peruskoulun perustaminen on syy. Pehkonen väittäminen on vaarallinen, koska se vääristää matematiikan opetuksen kehityksen historiaa. Reaktiona Sputnikin

laukaisuun OECD (silloin *OEEC*) järjesti vuonna 1959 Ranskassa seminaarin matematiikan opetuksen kehittämiseksi, jolloin hyväksyttiin Dieudonné'n suunnitelma, jonka päävaatimus oli synteettisen geometrian hävittäminen. Silloin Dieudonné julkisti tunnetun iskulauseensa "Euclid must go!" (Dieudonné 1959,35).

Entä Suomi? Tähän seminaariin osallistuivat Ruotsi, Norja ja Tanska (OEEC, 1961). Heti vuonna 1960 Suomi liittyi näiden maiden perustamaan Pohjoismaisen matematiikan opetuksen uudistamistoimikuntaan (PMOU) joka tunnetaan paremmin nimellä *Nordiska Kommitten för Modernisering av Matematikundervisningen* (NKMM).

Vuonna 1978, taas Ranskassa ja toisessa kansainvälisessä tapaamisessa syntyi uusi kansainvälinen suuntaus tunnuksella 'Back-to-Basics'. Pian tämä uusi suuntaus vaikutti meillä niin, että lukuvuonna 1983/1984 ei millekään luokalle jäänyt mitään, joka olisi muistuttanut 'uutta matematiikkaa'. Tämä muutos on tapahtunut, vaikka koulujärjestelmässämme ei ole tapahtunut mitään uutta myllerrystä. Geometrian osalta tempoilujen aikana 1980-luvulla, ICMI järjesti symposiumin ja sen tuloksena ilmestyi vuonna 1986 kirja "*School Mathematics in the 1990s*", jossa näkyy, että maailmalla on kannettu huolta geometrian opetuksen tilanteesta uuden matematiikan tulosta lähtien (Howson & Wilson 1986, 58).

Tämä on vain yksi esimerkki kansainvälisen vaikutuksen voimasta. Ilman mitään **muutoksia koulujärjestelmässämme**, olemme menneet nopeasti seuraamaan "Back-to-Basics"- , "probleemaratkaisu"- ja "arki-elämämatematiikka"- suuntauksia. Tässä näkyy tapa, miten tutkitaan syyn ja seuraamuksen suhdetta, eli vakiotekijät määritellään ja muuttujien vaikutusta seurataan.

Syy ja seuraamus, peruskoulu ja tuntimäärä

Kirjoituksessani tarkistelin seuraavaa kysymystä: Miksi menestymme hyvin PISA:ssa, mutta ei Matematiikkaolympialaisissa. Silloin näin, että nämä kaksi vertailua ovat erityyppisiä. PISA-tehtävät mittaavat ns. '*mathematics literacy*', joka käännetään suomeksi usein matematiikkalukutaidoksi. Parempi käännös olisi '*yleissivistävä matematiikka*'. Matematiikka tässä ei ole rakenne ja tässä on muistettava, että termillä rakenne '*structure*' viitataan loogiseen systemaattiseen luonteeseen eikä välttämättä bourbakilaisen merkitykseen.

Kirjoituksessani esitin toisen mallin, miten tutkitaan syyn ja seuraamuksen suhdetta ja sieltä nähdään, että opetussuunnitelman muutoksella on ollut vaikutusta eikä peruskoulun perustamisella. Kirjoituksessani tuli selville, että paras tuloksemme matematiikkaolympialaisissa oli vuonna 1982. Silloin joukkueemme oli kahdeksas 30:stä maasta. Tämän joukkueen jäsenet olivat alkaneet koulun vuonna 1970, kävivät 12 vuotta koulua uuden matematiikan aikana ja uuden matematiikan opetussuunnitelma perustuu siihen, että matematiikka on ankara rakenne, jopa bourbakilainen.

Entä peruskoulun vaikutus? Aiheen tutkiminen jatkui toisessa kirjoituksessa (Malaty 2009, 390-394) jossa lisäksi tutkittiin lukion tuloksia kahdessa IEA:n järjestämässä tutkimuksessa. Ensimmäinen oli vuonna 1964 ja tunnetaan nykyään nimellä FIMS ja toinen oli vuonna 1981; SIMS. IEA jatkaa tätä työtä nimellä TIMSS, mutta siihen emme osallistu. Näin lukiolaisemme osallistuivat vertailututkimukseen viimeisen kerran n. 30 vuotta sitten. On merkittävää, että 1982 olympialaisten joukkueemme oli osa lukion viimeisen luokan oppilaista, jotka osallistuivat SIMS:iin.

Olemmeko menestyneet SIMS:ssä paremmin kuin FIMS:ssä? Algebrassa, FIMS:ssä (1964) pitkän matematiikan lukiolaisemme olivat kahdeksannella sijalla 12:sta maasta, mutta SIMS:ssä saivat kolmannen sijan 15:sta maasta. Geometrian kohdalla FIMS:ssä olimme olleet kuudennella sijalla 12:sta maasta ja taas SIMS:ssä saimme viidennen sijan 15:sta maasta. Algebra ja geometria ovat alueet, joita tarvitaan matematiikkaolympialaisissa.

Vuonna 1965 osallistuimme ensimmäistä kertaa matematiikkaolympialaisiin, ja silloin olimme 10:llä sijalla 10:stä maasta. Mutta vuonna 1981, jolloin lukiolaisemme menestyivät SIMS:ssä, olympialaisissa joukkueemme saivat 12:n sijan 27:sta maasta. Tämä on kolmanneksi paras tulos meillä matematiikkaolympialaisissa. Toiseksi paras sija oli vuonna 1983. Silloin saimme 12:n sijan

27:sta maasta. Vuoden 1983 kesän joukkueen kuuluivat viimeisen ryhmään, joka sai opiskella matematiikkaa uuden matematiikan opetussuunnitelman mukaan.

Johtuisiko menestys SIMS:ssä vuonna 1981 ja poikkeuksellinen menestys matematiikkaolympialaisissa vuosina 1981, 1982 ja 1983 peruskoulun vaikutuksesta vai uuden matematiikan vaikutuksesta? Meillähän peruskoulun olemassaolo on jatkunut tauotta, mutta tulokset olympialaisissa eivät ole olleet hyviä. Esimerkiksi vuodet 2000, 2003 ja 2006, joissa menestyimme PISA:ssa, sijamme vuonna 2000 oli 52:s 82:sta maasta; 55:s vuonna 2003 82:sta maasta ja 39:s vuonna 2006 90:sta maasta. Viime vuonna, 2009 saimme 67:n sijan 104:sta maasta ja tänä vuonna 72:n sijan 96:sta maasta.

Tässä pitäisi kertoa, että tuntimäärä, josta kirjoitin omassa kirjoituksessani, selvästi koskee lukion tuntimäärää eikä peruskoulun tuntimäärää, kuten Pehkonen kommentoi. Peruskoulun tuntimäärän vähentämisestä 'uuden matematiikan' aikana, olen itsekin kirjoittanut. Vuoden 2009 kirjoituksessani vertailen matematiikan tuntimäärän kehitystä 1900-luvun alusta lähtien (Malaty 2009, 391).

Pehkonen kirjoitti kommentissaan *"Malaty ei tuo esille suomalaisten vahvuutta ongelmanratkaisussa ja aritmetiikassa"*, mutta tämäkin hänellä oli turhaa. Ensiksi ei kaikkea voida kirjoittaa yhdessä kirjoituksessa, erityisesti jos julkaisun sivumäärä on rajoitettu. Esimerkiksi aritmetiikan vaikutuksesta olen kirjoittanut vuoden 2009 kirjoituksessa, jossa myös sen vaikutusta peruskoululaistemme tuloksiin TIMSS:ssä on tutkittu (Malaty 2009, 393). Lisäksi kirjoituksessa, josta Pehkonen kommentoi, olen kirjoittanut, että *"These changes are mainly four: the New Math, especially from 1970 to 1980, the Back-to-Basics (1980-1985), Problem Solving (1985-1990), and Everyday Life Mathematics (1990-1995). These trends are still effect on school mathematics in Finland, especially 'Everyday life Mathematics' and this effect has given a chance to success in PISA"*. Tästä näkyy, että olen kuitenkin kirjoittanut tästäkin.

Ei ole peruskoulun syy

"Nevertheless, the level of universities and polytechnics students, after the disappearance of the effect of the New Math era, has made all the mathematicians in the country unhappy with the changes in school mathematics." Pehkonen kommentoi näin: "Malaty ei ole ottanut huomioon lainkaan peruskoulu-uudistusta, joka mullisti 1970-luvun alussa koulun ja erityisesti matematiikanopetuksen. Tämä tapahtui samaan aikaan uusi-matematiikka -muutoksen kanssa eikä poistunut siirryttäessä Back-basics –vaiheeseen". Edeltävästä kappaleesta on nyt käynyt selväksi, että se ei ole peruskoulun syy, vaan opetussuunnitelman muutoksen, joka on tehty kansainvälisten suuntausten vaikutuksesta. Seuraava kappale tuo vielä lisää valoa asiaan.

Lauseen merkitys ja linjan valinta

"Kun seuraavassa puhutaan matematiikasta ja matematiikanopetuksesta, tarkoitetaan kaiken aikaa koulumatematiikkaa, ts. sitä yleissivistävässä koulussa opetettavaa ainetta, jota kutsutaan matematiikaksi." Tätä lausetta ei kukaan kaipaa, ellei haluta julistaa uutta käsitystä koulumatematiikasta. Pehkonen tuli matematiikan didaktiikan alalle 1980-luvun puolivälissä. Tämä oli 'Back-to-Basics'- aikaa. Silloin peruskoulun opetussuunnitelman perusteissa korostettiin ns. 'varmaa laskutaitoa' (Kouluhallitus 1985, 147) ja näin korostettiin mekaanista laskemista. USA:ssa ja Englannissa opettajapula kasvoi ja pätevien opettajia oli vaikea saada riittävästi. Ratkaisuna oli kouluttaa epäpäteviä opettajia tarjoamaan probleemoja, jotka eivät vaadi paljon matematiikan tietoja. Näille probleemoille annettiin nimi *"Problem-Solving"*, eli *'probleema-ratkaisu'*. Matematiikkahan, kuten myös muut tieteet, on kasvanut probleemojen ratkaisemisen kautta. Mutta matematiikka on ollut aina rakenne, joka kasvaa itsestään omien probleemojen löytämisen ja

ratkaiseminen kautta. Pehkosta kiinnosti 1980-luvun puolivälistä lähtien probleemaratkaisun tehtävät, erityisesti tulitikkutehtävät.

Kiinnostus sinänsä ei ole väärin, mutta on virheellistä vahvistaa tällaisten tehtävien asemaa todellisen matematiikan probleemojen kustannuksella. Pehkonen kuvaili näitä probleemoja sanomalla “... *unrelated to a particular educational level*” (Pehkonen 1992, 4). Nämä tehtävät eivät vaadi ratkaisijalta, eikä antajalta, matematiikkataustaa. Nyt Pehkonen kommentissaan ilmoitti, että hän ei ymmärrä matemaatikoita. Lisäksi Ernestin lauseen tuella hän antaa probleemaratkaisulle etusijan. Pehkonen perusteli tätä valintaa matematiikan tuntimäärän vähäisyydellä, jolloin ei voi koulumatematiikassa saada kaikkea. Tämä on ollut Pehkosen linja 1980-luvulta lähtien.

Itse ymmärrän hyvin matemaatikkojen huolta. Minulla on ollut oma ratkaisu, jonka tuloksesta tiedetään hyvin Suomessa ja tästäkin oma yliopistoni ja minä saimme tunnustusta. Lisäksi nämä toiminnat ovat vaikuttaneet sekä LUMA-projektin käynnistämiseen että opetussuunnitelman ja oppikirjojen kehittämiseen. Tehtävät, joita tarjoan oppijoille antavat mahdollisuuden rakentaa matematiikkaa ja kehittää lasten matemaattista ajattelua. Tehtävieni, joita tarjoan oppijoille, ja Pehkosen tehtävien vertailu voidaan nähdä eräästä kirjoituksestani vuodelta 2004 (Malaty 2004, 105-130).

Matematiikan tuntimäärä Suomessa on ollut pitkään pieni, mutta Suomessa opittiin aiemmin todellista matematiikkaa. ***Mille annetaan etusija?*** Pehkosen linjan mukaan ei todelliselle matematiikalle, vaan “... *ainetta, jota kutsutaan matematiikaksi*” (Pehkonen and Zimmermann 1990, 10). Kun kirjoitin seuraavan lauseen “*I have been of the opinion that mental arithmetic, mechanical skill, problem-solving and everyday life mathematics can have a place in school mathematics, but they are not enough*”, Pehkonen kommentissaan antoi ymmärtää, että hän on samaa mieltä. Tämä ei ole totta, koska minulle etusijassa on itse matematiikka. Esimerkiksi luokilla 7-9 etusija annan algebralle ja geometrialle. Miten sitä opetetaan? On kysymys, johon vastaaminen kuuluu matematiikan didaktiikan asiantuntijoille.

Sivuvaikutuksia voidaan myös saada kun algebralle ja geometrialle annetaan etusija. Työrauhan puolella, systemaattinen looginen rakenne geometriassa ja algebrassa voi tuoda haasteita lapsille ja auttaa ratkaisemaan työrauhan ongelmia. Äidinkielen osalta erityisesti synteettisen geometrian opetus auttaa kehittämään kirjoitustaitoa.

Lopuksi

Luettuani Pehkosen virheet hänen kommentissaan, mietin, kannattaako kirjoittaa tämä vastineeni. Aidosti halusin kuitenkin auttaa kehittämään matematiikan opetusta Suomessa ja tästä syystä kirjoitin tämän suhteellisen pitkän kirjoituksen. Tieteellisellä tasolla matematiikan opetuksen tavoitteet ovat monipuolisia, koskevat yksilöä, yhteiskuntaa ja jopa laajemmin kuten ihmiskuntaa. Tavoitteet jaetaan yleisiksi tavoitteiksi ja spesifiksi tavoitteiksi. Tavoitteet luokitellaan kulttuurisiksi, yhteiskunnallisiksi, pragmaattisiksi ja erikoistumiseksi. Tavoitteet luokitellaan myös kognitiivisiksi ja affektiivisiksi. Muillakin tavoilla tavoitteet luokitellaan ja englannin kielellä käytetään eri termiä vastaamaan meidän termiämme tavoitteet. Nämä termit ovat: Goals, Aims ja Objectives. Kaikissa luokittelutavoissa keskeinen tavoite on formaalisen deduktiivisen ajattelun kehittäminen. Kasvatuksellisesti tämä tavoite on tärkeä, kun koulussa matematiikka on ainoa

oppiaine, josta lapset voivat päästä ajattelun kehityksessä formaalisten operaatioiden kaudelle. Tähän kehitykseen jopa Sudoku-tehtävät voivat olla sopivampia kuin ns. probleemaratkaisutehtäviä. Probleemaratkaisu-tehtävät ja Sudoku-tehtävät sopivat parhaaksi ajanvietoksi vapaa-ajalle. Tästä olen hämmästynyt Pehkosen lauseesta, että hän ei ymmärrä matemaatikkoja *"Toisaalta he sanovat ettei koulussa saisi treenata vain mekaanista laskemista, vaan olisi myös kehitettävä ymmärrystä ja matemaattista ajattelua"*. Pehkosen lause tuo hämmennystä, koska tämä tarkoittaa, että probleemaratkaisu on se, joka kehittää matemaattista ajattelua. Hän vielä lisää *"Toisaalta he antavat ymmärtää, että matematiikkaa on vain tiettyjen sisältöjen virheetön hallinta. Tässä lienee takana yksilöiden ymmärrys matematiikasta..."*. Pehkonen tässä ei vain anna todelliselle matematiikalle ja ns. probleemaratkaisulle samaa arvoa, vaan antaa etusijan probleemaratkaisulle, joka ei ole matematiikkaa. Ei ihme, että matemaatikot eivät ole tyytyväisiä. 1980-luvulta alkaen, joistakin kasvatustieteilijöistä ilman matemaattista taustaa on tullut ekspertejä probleemaratkaisussa. Sitä, että kasvatuksessamme rohkaisemme lapsiamme ratkaisemaan mitä tahansa tehtäviä, niitäkin, jotka eivät varsinaisesti kuulu opetussuunnitelmaan, on positiivista. Tästä olen puhunut ja myös kirjoittanut, mutta ei vuoden 2007 kirjoituksessa. Kuitenkaan tämä ei riitä. Esimerkiksi se ei auta parhaita oppijoihimme matematiikkaolympialaisissa. Onnistuminen olympialaisissa vaatii todellisen matematiikan opiskelua ja todellisen matemaattisen ajattelun kasvua lapsuudesta alkaen.

Pehkonen kommentissaan sanoi, että *"1990-luvun alussa rakennettiin sellaisten periaatteiden mukaan, joiden voi näyttää jälkeinpäin sopivan hyvin yhteen PISA-vaatimusten kanssa"*. Tässä hän tarkoitti probleemaratkaisu ja myös arkielämämatematiikkaa, jonka jätin tämän kirjoituksen ulkopuolelle. Kuitenkin tässä vain muistetaan, että matematiikan käyttö arkielämässä on osa pragmaattisesta tavoitteesta ja tänä päivänä arkielämässämme käytetään epäsuoranaisesti monimutkaista korkeaamatematiikkaa. Mielenkiintoista on se, että vaikka omassa toiminnassani etusija on todellisella matematiikalla, Itä-Suomen tulokset olivat parhaat PISA:ssa koko Suomen tasolla. Tästä johtuen, kun Helsingin yliopisto ja Opetushallitus järjestivät ensimmäisen kansainvälisen kokouksen PISA:n menestyksestä, sain kutsun pitää esitelmän menestyksen syistä. Tämä oli maaliskuun 14. vuonna 2005. Silloin pidin esitelmän otsikolla *"What are the Reasons behind the Success of Finland in PISA?"* ensimmäistä kertaa. PISA:n suhteen olen toiminut OECD:n konsulttina eräällä 2009 PISA:n alueella ja tämän elokuun alusta aloitin PISA 2012:n konsulttitehtävän. Voisivatko tällaiset luottamustehtävät olla osoituksena siitä, että työssäni on olemassa jotakin originaalista, eivätkä esittämäni menestyksen syyt ole arvailuja, joita olen ottanut omasta päästä tai muilta, kuten Pehkonen kommentoi. Jätän lukijalle itselleen tarkistettavaksi, millainen on vuoden 2007 kirjoitukseni, jota Pehkonen kommentoi, ja miten käsittelin PISA:n menestyksen syitä 2006-kirjoituksessa. Molemmat ovat saatavissa myös internetin versiona. Tänä päivänä haaste on suuri läntiselle kulttuurille ja kulttuurikilpailussa matematiikalla ja matematiikan opetuksella on tärkeä rooli.

Lähteet

- Dieudonne', J., 1961. New Thinking in School Mathematics. In: *New Thinking in School Mathematics*, pp.31-46. Paris: OEEC.
- Howson, G. & Wilson, B. (eds.) 1986. *School Mathematics in the 1990s*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kouluhallitus 1985. *Peruskoulun opetussuunnitelman perusteet*. Helsinki: Valtion painatuskeskus.

- Malaty, G., 2004. Probleemaratkaisu, matemaattiset probleemmat ja matemaattiset rakenteet. Teoksessa: *Kasvatuksen maisemista*, s.105-130. Joensuu: Joensuun yliopisto.
- Malaty, G. 2005-2006. Mitkä ovat Suomen PISA-menestyksen taustalla olevat syyt? *Solmu*, Erikoisnumero 2/2005-2006, pp.23-27.
(<http://solmu.math.helsinki.fi/2006/erik2/solmu33.pdf>)
- Malaty, G. 2006. What are the Reasons Behind the Success of Finland in PISA? *Gazette Des Mathématiciens*, pp.59-66.
(http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_charlotte_MalatyPaperEdit.pdf)
- Malaty, G. 2007. PISA Results and School Mathematics in Finland: strengths, weaknesses and future. In: *Proceedings of the 9th International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project: Mathematics Education in a Global Community*. Charlotte: The University of North Carolina, pp.420-424.
(http://math.unipa.it/~grim/21_project/21_charlotte_MalatyPaperEdit.pdf)
- Malaty, G. 2009. Mathematics and Mathematics Education Development in Finland: the impact of curriculum changes on IEA, IMO and PISA results. In: *Proceedings of the 10th International Conference of the Mathematics Education into the 21st Century Project: Models in Developing Mathematics Education*. Dresden: University of Applied Sciences, pp.390-394.
(http://math.unipa.it/~grim/21_project/Malaty390-394.pdf)
- OEEC, 1961, *New Thinking in School Mathematics* (Paris: OEEC).
- Pehkonen, E. ja Zimmermann, B. 1990. Probleemakentät matematiikan opetuksessa ja niiden yhteys opetuksen ja oppilaiden motivaation kehittämiseen, osa 1. *Tutkimuksia* 86, Opettajankoulutuslaitos. (Helsinki: Helsingin yliopisto).
- Pehkonen, E., 1992, Using Problem Fields as a Method of Change. In: *The Mathematics Educator*, 1, pp.3-6.
- Smithers, A. & Robinson, P., 2009. *The Good Teacher Training Guide*. Buckingham:Centre for Education and Employment Research, University of Buckingham.
(<http://www.buckingham.ac.uk/education/research/ceer/pdfs/gttg09.pdf>)

eDimension kirjapalsta

 **Patikkaretkiä matematiikan maailmaan** (pdf, 302 kt)

huikean monipuolinen opas- ja tehtäväkirja

lapsille, vanhemmille, opettajille ja muillekin matematiikasta kiinnostuneille

Why so few? (pdf, 17 kt)

USAn yliopistonaisten yhdistyksen uusi metatutkimus kertoo siitä, miksi naisia on niin vähän matemaattis-luonnontieteellisillä aloilla

Matematiikka. Tieteiden kuningatar ja palvelija (pdf, 1 Mt)

lukion pitkän matematiikan syventävän kurssin kirja,

joka pyrkii motivoimaan ja helpottamaan korkeakouluopintojen aloittamista

Matematiikan peruskäsitteiden historia

kaikki mitä olet halunnut tietää matematiikan käsitteiden syntymisestä

Täyttä terästä

Metallinjalostajat ry:n oppimateriaali kouluille

Matematiikkaan ei ole kuninkaan tietä, kerrotaan Eukleideen sanoneen Ptolemaios I:lle, kun tämä pyysi neuvoa helppoon tapaan oppia matematiikkaa. Mutta monta muuta tietä sinne on. *Patikkaretkiä matematiikan maailmaan* aloittaa monta niistä. Sopusoinnussa Eukleideen sanoman kanssa se ei olekaan tie, vaan polkujen verkosto, joka auttaa löytämään matematiikkaa sekä omasta lähiympäristöstä että matemaatikkojen keksinnöistä.

Esipuheessa luvataan elämymatkoja, iloisia ja jännittäviä seikkailuja. Nuorelle retkeilijälle annetaan kaksi perusohjetta: "säilytä iloinen uteliaisuus" ja "älä anna periksi liian helposti". Sisällysluettelo palauttaa kuitenkin lukijan heti maanpinnalle. Edessä on valinnan vaikeus, sillä sisällysluettelo on täydet viisi sivua! Vanhempia ja opettajia tarvitaan siis oppaiksi retkille, sillä kirjassa on todella uskomaton määrä asioita.

Parasta retkissä on, että monet niistä voidaan tehdä oikeasti luontoon tai jos ympäristö ei salli, niin ajatusretken voi tehdä kotona tai koululuokassa. Ensimmäisellä retkellä tutustutaan lukuihin: numeroihin, paikkajärjestelmään ja laskutoimituksiin. Vaikka retki alkaa kävyistä, kivistä ja kepeistä tai muovailuvahasta, niin loppupuolella retkeä askarrellaankin jo laskutoimitusten keskinäisten yhteyksien ja laskulakien parissa.

Väliotsikot toimivat tienviittoina. Vasta jonkun matkaa kuljettuaan huomaa, että sisällysluettelo on harkiten laadittu. Viittoja tarvitaan paljon pitkin matkaa, jotta kulkija osaa pysähtyä tarkkailemaan tärkeitä kohtia. Ne ovat toisinaan konkreettisia ja toisinaan johdattavat abstraktion teille: "kertolasku on yhteenlaskun lapsi", "kirjaimet ovat lukuja", "jakolaskuakin on kahdenlaista".

Tienviittojen lisäksi kirjassa on pieniä tietolaatikoita niin kuin tietotauluja luontopolulla. Niissä perustellaan käyttöön otettuja merkintöjä ja selitetään käsitteitä. Ei niiden lukeminen välttämätöntä ole, sillä luontopolun varren kukistakin voi nauttia tietämättä niiden nimiä, mutta ymmärtämistä ne lisäävät. Jakolasku on hyvä esimerkki. Sen lajeista puhutaan konkreettisesti esimerkein ja vasta tietolaatikossa käsitteet nimetään: ositus- ja sisältöjako.

Konkreettinen aloitus saattaa harhauttaa luulemaan, että edessä on taas kerran alkeismatematiikan kertailua uudessa paketissa. Jo toisessa retkiryhmassä paljastuu, että näin ei



suinkaan ole. Pinta-alojen yhteydessä kohdataan muun muassa ala- ja ylälikiarvot sekä pohditaan käyräviivaisen alueen pinta-alan tarkkaa arvoa. Tässä yhteydessä käy myös viimeistään ilmi, että tekijä on kirjansa lukenut. Peräkkäin esitetään nimittäin esimerkiksi Eukleideelta peräisin oleva samankantaisten kolmioiden pinta-alan yhtäsuuruutta koskeva lause (Alkeet I:38) ja moderni geolaudalle piirrettyjä kolmioita koskeva Pickin lause.

Koko matematiikan mahdolluttaminen yhteen retkioppaaseen ja kaikkien yhdessä kuljettavaksi on ajatuksenakin täysin mahdoton. Tekijällä on kuitenkin useita ovelia ratkaisuja. Tekstin välissä on viittauksia kirjan lopussa oleville kurkistussivuille. Siellä on lisätietoja ja vaativampaa pohdittavaa. Pulmanurkassa on tehtäviä ja pelejä. Ja niin kuin modernissa maailmassa kuuluukin olla, kirjassa neuvotaan myös etsimään tietoa verkosta. Jos esimerkiksi edellä mainittu Pickin lause ei ole sinulle tuttu, niin hae verkosta hakusanoilla "Pickin lause tai englannin kielellä Pick's theorem".

Matikkaekspertit-jakso sisältää tavalliselle matematiikan opettajalle, kuten minulle, uusiakin asioita. Vaikka tunsin ennestään Kaprekarin vakion ja Hailstonen luvut, niin esimerkiksi Moessnerin lukujonoeksinnöistä ja Markowskyn yhtälön laatikkotulkinnasta en ollut kuullut. – Tekijä ei saanut Teknoliateollisuuden satavuotissäätiön opettajapalkintoa ansiotta viime keväänä. Hänen kirjansa voi ohjata monta nuorta matematiikan ihmeisiin. Ja kiinnostavaa luettavaa se on matematiikkaa ammatikseen opettavallekin.

Kirjaa saa tilata kirjoittajalta osoitteesta <http://www.matikkaretket.fi/>. Samalla sivustolla on kirjan aiheisiin liittyviä tehtäviä ja linkkejä lisälukemiseen. Onpa siellä korjattu muutama kirjaan pujahtanut virhekin.

Hill, C. ym. (2010) **Why So Few? Women in Science, Technology, Engineering, and Mathematics**. American Association of University Women, Washington, DC.

Oppivatko tytöt matematiikkaa yhtä hyvin kuin pojat, on ollut keskustelun kohteena pitkään. Suoritusasoerojen syyt näyttävät olevan ensisijaisesti kulttuurisia, sillä on joitakin maita, joissa tytöt menestyvät matematiikassakin poikia paremmin, ainakin perusopetuksessa. Tasa-arvo-ogelmat eivät pääty koulunkäyntiin, vaan ne päinvastoin kasvavat, mitä pitemmälle koulutuksessa ja työelämässä edetään. Tätä todistaa vahvasti Yhdysvaltain yliopistonaisten yhdistyksen laatima selvitys.

Julkaisun tekijät ovat kaikki yliopistonaisten yhdistyksen palveluksessa. Heidän tieteellistä pätevyyttään ei kuitenkaan käy epäileminen, sillä päätekijä Catherine Hill on filosofian tohtori, väitellyt yhteiskuntapolitiikasta, ja entinen Virginian yliopiston apulaisprofessori. Muillakin tekijöillä on sekä opillista että omakohtaista kokemusta työskentelystä matemaattis-luonnontieteellisten teknisillä aloilla. Toisella kirjoittajalla on tutkinto sekä kulttuuriantropologiasta että teollisuussuunnittelusta ja työkokemusta lentokoneteollisuudesta. Kolmannella kirjoittajalla on yliopistotutkinto sekä kasvatuksen että biologian alalta ja käytännön opettajakokemusta.

Peruskoulutason jälkeisissä opinnoissa valikoituminen on jo hyvin voimakasta. Matematiikan, fysiikan, tekniikan ja tietotekniikan aloilla jokaista viittä loppututkinnon suorittavaa miestä kohti on vain yksi nainen. Julkaisussa on tarkasteltu kahdeksaa lähiaikoina tehtyä tutkimusta, joissa on selvitetty sukupuolten eriytymiseen vaikuttavia sosiaalisia ja ympäristötekijöitä. Myyttiä matemaattisen lahjakkuuden sukupuolieroista on ollut omiaan purkamaan esimerkiksi se havainto, että kun 30 vuotta sitten lukion (high school) jälkeistä (college) korkeakoulukypsyysmittaavasta standardoidusta kokeesta (SAT Reasoning Test) matematiikassa erittäin hyvin selvinnyttä tyttöä kohti samantasoiseen suoritukseen pystyi 13 poikaa, niin suhde on nykyään jo 1:3. Tämä osoittaa, että vaikka biologiset erot mahdollisesti vaikuttavatkin, niin ne eivät suinkaan ole ainoa tekijä.

Sosiaalisilla tekijöillä on suuri merkitys tyttöjen menestymisessä. Jo se, että opettajat ja vanhemmat kertovat tytöille, että heidän älykkyytensä lisääntyy kokemusten ja oppimisen ansiosta, parantaa tyttöjen koesuorituksia matematiikassa ja heidän haluaan jatkaa matematiikan opintoja. Siis pelkkä uskomus älyllisen kasvun mahdollisuuteen parantaa tuloksia. Tämä koskee tietysti kaikkia opiskelijoita sukupuolesta riippumatta, mutta tytöille sen merkitys on erityisen suuri. - Vastaavanlainen tekijä on tyttöjen itsensä ja muun ympäristön käsitys, että tytöt olisivat luonnostaan huonompia matematiikassa kuin pojat. Tämä on yksi keskeinen syy siihen, että tytöt eivät valitse teknillisiä ja tieteellisiä uria niin usein kuin pojat. Siksi tyttöjen rohkaiseminen on tärkeää.

Tärkeää on myös tietää, että silläkin alueella, jossa on selviä sukupuolten välisiä lahjakkuuseroja eli avaruudellisessa hahmottamisessa, on paljon tehtävissä kasvatuksen ja koulutuksen avulla. Samoin jos tytöt kasvavat ympäristössä, joka tarjoaa heillekin virikkeitä matematiikan ja avaruudellisten taitojen kehittämiseen. Kasvu-ympäristön ohella näitä taitoja voidaan parantaa dramaattisesti myös niitä erityisesti harjoittavilla kursseilla. Luutuneiden ennakkoluulojen ja koulutuksen vinoutumien purkaminen on myös edelleen keskeinen osa tyttöjen menestymisen tukemisesta.

Yhdysvaltain kansallinen tiedesäätiö on arvioinut, että luonnontieteiden, tekniikan ja matematiikan alueilla työskentelee viisi miljoonaa henkeä. He ovat usein muita aloja paremmin palkattuja ja heillä on turvatummat työpaikat. Naisten rekrytoiminen on erityisen tärkeää siksi, että näillä aloilla ratkotaan aikamme kiperimpiä kysymyksiä sairauksien parantamisesta, uusien energiamuotojen kehittämisestä, vesihuollon takaamisesta ja maailmakaikkeuden synnystä.

Raportti paneutuu yksityiskohtaisesti koulutuksen ja työelämän rakenteisiin sekä sukupuolten valikoitumismekanismien selvittämiseen. Se sisältää myös selkeitä suosituksia tyttöjen aseman parantamiseen matematiikan, luonnontieteiden ja tekniikan alueilla. Se on hyödyllistä luettavaa meille suomalaisillekin, sillä siitä huolimatta, että pidämme itseämme yhtenä tasa-arvon mallimaista, naisten valikoitumisessa näiden alojen työ- ja erityisesti johtotehtäviin on edelleen paljon parannettavaa.

Lue koko julkaisu: <http://www.aauw.org/research/whysofew.cfm>, viitattu 23.4.2010.

Eriksson, S.-L. **Matematiikka. Tieteiden kuningatar ja palvelija**. MFKA-kustannus 2009, 194 s.

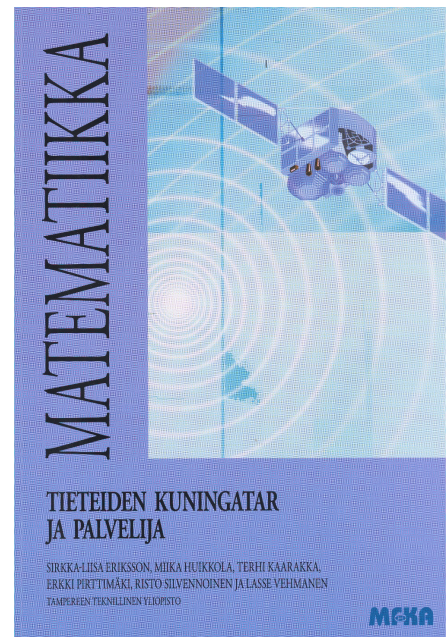
Teos on lukion syventävän kurssin oppikirja, tekijöiden mukaan siltä lukiosta korkeakouluun. Sillä on kuitenkin paljon sisältöään mahtavampi nimi. Kuningattaruutta ei perustella eikä palveltavia tieteitäkään edusta kuin muutama teknisen alan sovellus. Silti teoksella on paikkansa ja tehtävänsä oppikirjojen joukossa. Tarkoituksensa mukaan se kokoaa lukion pitkän matematiikan keskeisiä teemoja ja avaa uusia sisältöjä, jotka tulevat vastaan korkeakoulussa.

Kirja alkaa asiallisesti ja ilman esivalmisteluja tulon ja yhdistetyn funktion derivoimissääntöjen todistamisella. Esitystapa on karun käytännöllistä. Derivoinnin historiallisiin juuriin viitataan tarpeella määritellä hetkellinen nopeus ja integroiminen esitetään derivoinnin käännteistoimituksena. Differentiaaliyhtälöitä käsitellään jo vähän tarkemmin, mutta niitäkin aluksi puhtaan matematiikan kannalta. Vasta lineaariseen differentiaaliyhtälöön ja differentiaaliyhtälöpariin johdatellaan sovelluksen kautta.

Differentiaaliyhtälöjaksossa törmätään yhteen kirjan ja koko perinteisen matematiikan-opetuksen kummallisuuksista. Myönnetään selvästi, että "matematiikassa on hyvin usein tärkeää saada visuaalinen havainto tilanteesta", mutta ei siinä yhteydessä eikä koko ensimmäisessä luvussa – runsaassa kuudesosassa koko kirjasta – ole ainoatakaan kuvaa. On kyllä kuvanpiirtämisohjeet sekä Maplelle että Scilabille. Hämmentävä ristiriita oppikirjaksi tarkoitettussa teoksessa. Muissa luvuissa kuvia on kuitenkin sen verran kuin lukion pitkän matematiikan kirjoissa yleensäkin.

Toinen luku koostuu sekalaisista paloista matematiikan perusteita. Euklidisen geometrian aksioomat mainitaan, samoin yksi hyperbolisen ja yksi elliptisen geometrian malli. "Väite" määritellään käsitteen "väittävä" avulla. Tätä ei kuitenkaan selitetä sen kummemmin, ehkä sitä pidetään yleiskielisen ilmauksen "väitelause" synonyyminä ja siten itsestään selvänä. Todistamisesta esitetään esimerkkeinä luvun kaksi neliöjuuren irrationaalisuus, alkulukujen ääretön määrä sekä sini- ja kosinilauseet. Edelleen siis tuttua lukiokamaa, kuten joukko-oppi, matemaattinen induktio ja reaaliluvut.

Luvuissa 3 ja 4 on sitten jo opetusluonnetta. Kompleksilukuja käsitellään Moivren kaavaan asti. Ainoana sovelluksena tarkastellaan vaihtovirtapiirejä. Impedanssin komponentit esitetään kompleksimuodossa, mutta tässäkin ei ole vaihe-eroja havainnollistavaa kuvaa. Vektoreiden ja



matriisien tarvetta perustellaan sovellutuksilla, mutta käsittely on puhtaasti teoreettista. Ominaisarvot ja -ominaisvektorit -jaksossa esitystapa on jo korkeakoulumaista. – Tässä onkin ehkä yksi kirjan vahvuuksista. Alun lukiosisällöistä ja -esitystavasta siirrytään muutaman luvun kuluessa korkeakoulumatematiikkaan, jonka esitystapa on yksi opintojen jatkamisen kynnyksistä ja jo sinänsä madaltamisen tarpeessa.

Vasta neljännen luvun lopulla, kun jäljellä on kymmenesosa kirjan sivumäärästä, siirrytään otsikossa luvattuun tieteiden palvelemiseen eli matematiikkaan soveltamiseen. Aiheet ovatkin sitten kiinnostavia ja moderneja: satelliittipaikannus, Googlen verkkosivujen vertailualgoritmi, 3D-grafiikka ja MP3-pakkaus. Muista kolmesta esitetään kuvaava laskentaesimerkki, mutta 3D-otsikon alla vain 2D-grafiikan matematiikkaa.

Kirja täyttää kyllä sen, mitä tekijät esipuheessa lupaavat. Siinä kerrataan ja syvennetään lukion kursseissa opittuja asioita ja opitaan uuttakin. Sillä tavalla se varmaan helpottaa korkeakouluopintojen aloittamista. Uskoa vahvistaa, että tekijöinä on Tampereen teknillisen yliopiston väkeä ja kirjaa ja siihen pohjautuvaa kurssia on kokeiltu puolella tusinassa lukioita. Syventävän kurssin pitämiseen kirja sopiikin mainiosti. Sen sijaan en ole ihan varma, millaista oppilasta kirja motivoi, niin kuin takakannessa luvataan. Motivoinnissa kun on monesti tarpeen käyttää muitakin kuin tiedollisia komponentteja.

Hannu Korhonen

korhonen.h(ät)gmail.com

Esipuheen alussa tekijä julistaa omanarvontuntoisesti: “*Kädessäsi on kirja, jollaisen haluaisin itse lukea. Kirja, joka käsittelee tarkasti, yksityiskohtiin tarrautuen ja kehitykseen vaikuttaneiden matemaatikoiden vaiheisiin tutustuen **matematiikan peruskäsitteiden historian.***” Lukijan yllätykseksi teos myös vastaa tekijän huutoon. Kirja on täynnä toinen toistaan kiinnostavampia yksityiskohtia, jotka matematiikan historioissa ohitetaan usein pelkällä maininnalla. Tässä kirjassa ne on selitetty niin, että maallikkolukijakin pystyy seuraamaan ajatuksenkulkuja tarvitsematta selata laajaa lähdeostosten kirjoja. Tekijä on tehnyt sen valmiiksi lukijansa puolesta. Opettajalle ja opettajaksi opiskelevalle se on mainio lähdeost, mutta sopii myös kaikille matematiikasta kiinnostuneille.

Pariin kirjan aihepiireistä olemme jo saaneet tutustua Dimension palstoilla: trigonometriaa numeroissa 4/2008 ja 5/2008 sekä logaritmeja numerossa 3/2009. Paljon muutakin on nyt tarjolla. Noin puolet sivumäärästä käsittää kirjan ensimmäinen luku ”*Algebra ja aritmetiikka*”. Luvun aikajänne on pitkä, esihistoriasta uuden ajan alkupuolelle asti. Siihen sisältyy paljon muutakin kuin lukuja, numeroita ja laskemista. Esimerkiksi **Pappuksen** rooli sillanrakentajana antiikin kreikkalaisten ja myöhempien matemaatikkojen välillä nostetaan sille kuuluvaan arvoon. Myös keskiajan arabialaisten matemaatikkojen merkitystä algebran kehityksessä käsitellään yksityiskohtaisesti.

Esitustavan perusteellisuus sekä yksityiskohtien runsaus ja luotettavuus perustuvat tekijän työskentelytapaan. Hän toiminut niin kuin **Henrik Abel** matematiikkaa opiskellessaan, ei ole tyytynyt yleistajuisiin selostuksiin ja toisen käden lähteisiin, vaan on lukenut matemaatikkojen alkuperäisteoksia niin paljon kuin mahdollista. Perusteellista paneutumista todistaa, että nykyisistä sähköisistä mahdollisuuksista huolimatta huomattava osa kirjan tekstistä on kirjoitettu Stanfordin yliopiston kirjastossa Kaliforniassa.

Rakenne on tarkkaan harkittu. Kirjassa keskitytään koulukursseista tuttujen asioiden taustoihin ja kehityskulkuihin. Synteettinen geometria, siis kuviot ja kuvien ominaisuudet sekä geometrinen päättely, on jätetty pois, kun ei niillä nykykoulussa ole niille kuuluvaa arvoa. Analyttisellä geometrialla on sen sijaan oma lukunsa. Analyysiä, siis differentiaali- ja integraalilaskentaa, ei myöskään käsitellä. Rajausta on ymmärrettävä. Niiden mukaan ottaminen olisi paisuttanut kirjan nykyisestä vajaasta kahdesta sadasta sivusta moninkertaiseksi.

Kirjan yksityiskohtiin menevää esitustapaa voisi ehkä verrata **Georges Ifrahin** suurteokseen *Histoire universelle des chiffres*. Sen runsaat tuhat sivua kattavat vain osan Luoma-ahon kirjan ensimmäisestä luvusta. Vähintään yhtä iso työ kuin materiaalin keräämisessä on valintojen tekemisessä ja materiaalin tiivistämisessä yksityiskohtaisuus säilyttäen. Siinä Luoma-aho on

onnistunut mainiosti. Hän ei ole hukkunut yksityiskohtien runsauteen, vaan on tiukalla keskittymisellä saanut aikaan juonikuvioita, jotka auttavat lukijaa ymmärtämään matematiikan perusideoiden kehittymisen pitkiä linjoja. Kirja täyttääkin olennaisen aukon kulttuurihistoriasta kiinnostuneen suomalaisen lukijan kirjahyllyssä. Ifracin kirja kun on saatavissa alkukielen lisäksi mm. englanniksi ja jopa ruotsiksi, mutta ei suomeksi.

Jotakin suomalaisesta kulttuuri-ilmastosta kertonee se, että kirja ei ole kelvannut edes pienille erikoiskustantajille paperimuodossa julkaistavaksi. Oikeastaan se on todella hämmäntävää. Ei tarvitse ihmetellä, että sivistyneinä itseään pitävät suomalaiset eivät tunne matematiikan perusteita. Matematiikkalehti **Solmu** on tehnyt merkittävän työn matematiikan hyväksi saattamalla kirjan julkisesti luettavaksi.

Runsas kuvitus ja tietolaatikoihin sijoitetut matemaattikkojen elämäkerrat rikastuttavat esitystä. Huolelliset selitykset innostavat jatkamaan itsenäisiä pohdiskeluja ja antavat niille hyviä lähtökohtia. Perusteellisuus ulottuu kirjan liitteenä olevaan matematiikan oppisanojen selitysjaksoonkin. Olen esimerkiksi tiennyt, että kartioleikkausten nimitysten ellipsi/paraabeli/hyperbeli takana on kolmijakoinen vertailu pienempi/yhtäsuuri/suurempi, mutta ennen tämän kirjan lukemista en ole tiennyt, mitä verrataan. Senkin matemaattisen sivistykseni aukon kirja täytti. Kannattaa tutustua.

* <http://solmu.math.helsinki.fi/2010/kasitehist.html>

Täyttä terästä – oppimateriaali

HK 3.2.2010

Metallinjalostajat ry on julkaissut teräksestä kouluille tarkoitetun oppimateriaalivihoksen. Vielä tätä kirjoitettaessa se ei ollut luettavissa Teknologiateollisuus ry:n koulumateriaalisivulla, mutta sitä saa tilata Openetin materiaalisivulta <http://www.teknologiateollisuus.fi/openet/materiaali/> neljänkymmenen kappaleen erissä.

Sisältö on perinteinen: teräksen hyödyllisyys ja käyttö, valmistaminen ja elinkaari. Oppimateriaaliksi sen tekee se, että puolet sivumäärästä on käytetty oppilasaktiviteetteihin. Asiaviihdettä edustavat sanaristikko, sudokut ja väitekorttipeli. Sudokut ovat hieno oivallus. Ei laskemista, vaan seosainesudoku ja kaasusudoku. Vihkosessa on myös kolme laboratoriotyötä. Oppilastöihin on ohjeet opettajalle ja muutama ehdotus toiminnalliseksi opintokäynniksi.

Materiaali on melkoisen yleistajuinen ja sopii siksi hyvin perusopetukseen ja lukiossakin muiden aineiden paitsi fysiikan ja kemian materiaaliksi. Lukion fysiikan ja kemian opettaja odottaisi ehkä pienen annoksen syvällisempääkin tietoa sekä materiaalista että taloudesta. Ei siksi, että se pitäisi oppilaille opettaa, mutta siksi, että opettaja olisi paremmin perillä asiasta ja osaisi vastata oppilaiden kysymyksiin.

Muutaman sivun lisäpaketti ei olisi paljon maksanut, sillä tarpeellinen tieto on saman kustantajan Teräskirjassa, mutta olisi tehnyt työkalusta paljon antoisamman. Kiinnostavaa olisi tietää esimerkiksi, että rautakappale ei ole yhtenäinen kide, vaan säännöllisistä kiteistä ja niiden välisistä epäjärjestyneistä vyöhykkeistä koostuva kappale. Lyhyesti olisi voitu myös kertoa raudan kidemuodoista, sillä niiden ominaisuudet, esimerkiksi kyky liuottaa hiiltä, ja mikrorakenne selittävät sen, miten samasta raudasta saadaan niin monenlaisia tuotteita, esimerkiksi karkaisemalla ja päästämällä, mihin yksi vihoksen laboratoriotöistäkin liittyy.

eDimension pikku-uutisia

Ammatillisen koulutuksen matematiikkakilpailu

Ammatillisissakin oppilaitoksissa kilpaillaan matematiikassa

Suomen Geogebra-instituutti

Suomalainen Geogebra-verkosto on saanut Geogebra-instituutin aseman

Intel Science Talent Search

seitsemättäkymmentä vuotta järjestetty kilpailu puhuu matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen puolesta ja rohkaisee opiskelijoita keksimään uutta

Sherlock Holmes in Babylon

tarinoita matematiikan historiasta

Tietysti tieteestä

Suomen akatemian tiedesivusto tarjoaa tiedeuutisia ja vastauksia kymyksiin

Matematiikkaa tanssin keinoin

abstraktien käsitteiden oppimisen pohjaksi tarvittavia konkreettisia kokemuksia saa myös tanssimalla

Tytöt, pojat ja matematiikka

metatutkimus antaa uutta valoa oppimistulosten sukupuolieroihin

Matematiikka tai luonnontieteet työelämässä

ammatinvalintaohjelma AVO kertoo matemaatikon, fyysikon ja kemistin ammateista

Oivallusluentoja

euroopalaiset naispuoliset huippututkijat kertovat omasta tutkimusalastaan

Pohjoimainen GeoGebra-konferenssi

Islanissa 12.-14.8.2010

Matematiikan virtuaalilaboratorio

matematiikanopetusmateriaalin tuottamisyritys ammatilliseen koulutukseen

Ammatillisen koulutuksen matematiikkakilpailu

HK 31.8.2010

Matematiikkakilpailuja järjestetään peruskoulun ja lukion lisäksi myös ammatillisissa oppilaitoksissa. Kilpailu pidetään oppilaitoksissa marraskuun puolen välin tienoilla. Järjestämisestä vastaa **Tekniikan Opettajat TOP ry**. Yhdistys lahjoittaa jokaiselle järjestävälle oppilaitokselle pienen stipendin, joka on tarkoitettu kilpailuun osallistuneiden opiskelijoiden palkitsemiseen.



Tehtävien enemmistö sopii peruskoululaisen laskettavaksi, mutta onpa joukossa sellaisia, joissa lukiolaisellakin on pohtimista. Tehtävissä tarvitaan sekä laskutaitoja että kykyä käyttää matematiikkaa käytännön tilanteissa. Laskimen käyttö sallitaan. Tehtäviin voi tutustua järjestön verkkosivulla <http://www.tekniikanopettajat.fi/index.html> kohdassa AMMATIKKtop.

Suomen Geogebra-instituutti

HK 20.4.2010

GeoGebra on dynaaminen matematiikkaohjelma. Siinä yhdistyvät geometria, algebra, analyysi ja taulukkolaskenta. Sen ovat kehittäneet matematiikan oppimisen ja opettamisen avuksi Markus Hohenwarter ja kansainvälinen ohjelmoijaryhmä. Ohjelma on käännetty 42 kielelle [1].



Suomalainen Geogebra-verkosto, aikaisemmin Dynamat-hanke, on suomalaisten Geogebra-käyttäjien yhteistyöelin [2]. Verkosto huolehtii Geogebra ja sen ohjemateriaalien kääntämisestä suomeksi sekä järjestää koulutustilaisuuksia 2–3 kertaa vuodessa. Lisäksi verkosto tarjoaa ohje- ja opetusmateriaalia verkkosivuillaan vapaasti kaikille kiinnostuneille ja välittää Geogebra-kouluttajia halukkaille koulutuksenjärjestäjille.

Verkosto osallistuu myös kansainväliseen Geogebra-yhteistyöhön. Sille on juuri äskettäin myönnetty Geogebra-instituutin status. [3]

[1] <http://www.geogebra.org/cms/en/team>

[2] <http://www.geogebra.fi/>

[3] <http://www.geogebra.org/cms/en/community>

San Jose Mercury News

Intelin tietotekniikkakilpailu

HK 24.3.2010

Joka vuosi noin 1600 lukioikäistä osallistuu Intelin lahjakkuuksien etsintäkilpailuun. Kilpailua on järjestetty jo 68 vuoden ajan ja Intel on ollut sponsorina vuodesta 1998. Kilpailun tavoitteena on tuoda esille USA:n matematiikan ja luonnontieteiden opetuksen parantamisen tarve ja ohjata opiskelijoita luovan ajattelun tielle.

Kilpailua arvostetaan kovasti. Paikallislehdistö nostaa esille muitakin menestyjiä kuin voittajia. Tieteestään ja teknologiastaan niinkin kuuluisalla alueella kuin San Fransiscon lahden ympärillä, johon Piilaaksokin kuuluu, oli suuri uutinen, että kaksi alueen lukiolaista selviytyi kymmenen parhaan joukkoon.

Esimerkiksi San Jose Mercury News kertoi keskiviikon, maaliskuuun 17. päivän numerossaan, että kahdeksantoistavuotiaat kilpailijat palasivat kotiin 75 000 ja 40 000 dollarin voittoosakkien kanssa. ”Olen aina halunnut selvittää, miten kaikki toimii – tietokoneet, ohjelmat ja muut sellaiset. En pidä asioita itsestään selvinä”, sanoi kilpailussa toiseksi tullut David, jonka on tarkoitus jatkaa opintojaan Stanfordissa ensi syksynä.

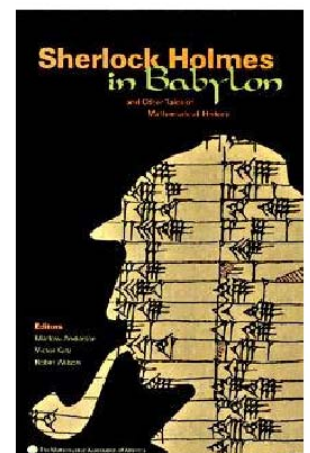
Lue lisää: <http://www.intel.com/education/sts/>

Matematiikan historiaa

HK 11.11.2008

Vuonna 1299 Firenzen pankkiireja kiellettiin käyttämästä arabialaisia numeroita. Vielä 1348 Padovan yliopisto määräsi myytäviin kirjoihin merkittäväksi hinnan kirjaimin eikä numeroin. Kuitenkin uutta merkintätapaa oli opetettu Euroopassa paljon aikaisemmin, ensimmäisten joukossa myöhemmin paaviksi kohonnut Sylvester II jo 900-luvun lopulla.

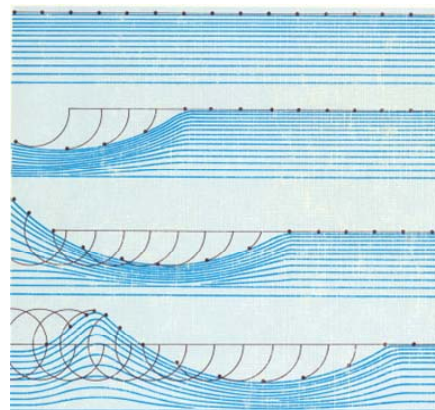
Kaikki tämä ja paljon muuta kerrotaan maanmainiossa kirjassa *Sherlock Holmes in Babylonia*. Teos on luettavissa myös sähköisessä muodossa [1]. Siinä on monta muutakin juttua matematiikan historiasta kuin arabialaisten numeromerkkien tarina, lähes 400 sivua. Laadun takeena on julkaisijan, Amerikan matemaattisen yhdistyksen, arvovalta. Kirja koostuu 44 artikkelista, jotka on julkaistu yhdistyksen lehdissä viimeisen sadan vuoden aikana.



[1] <http://tinyurl.com/5uyjsx>

Suomen akatemian ylläpitämä tiedesivusto **Tietysti.fi** <http://www.tietysti.fi/> on tutustumisen arvoinen. Se kertoo tarinoita tieteestä ja tieteen yleisötapahdumista sekä tarjoaa paljon linkkejä koti- ja ulkomaisiin tiedesivustoihin. Siellä on myös oma osastonsa tiedeuutisille ja kysymyspalsta sellaiselle, joka ei itse osaa tai jaksaa etsiä vastauksia.

Kysy tieteestä -palstalla on viime aikoina selvitetty esimerkiksi vuorokauden pituutta, veden liikkumista pinta-aallossa, kiuaskivien ominaisuuksia sekä puiden ja metsän kykyä varastoida vettä. Vastaajat ovat alansa huippuja, tutkijatohtoreita ja akatemiaturkijoita. Ei tarvitse odottaa seuraavia tieteen päiviä kysyäkseen päivystäviltä professoreilta, vaan riittää täyttää kysymyslomake kotona tai koulussa.



Vaikka pinta-aaltojen mekaniikka ei sisällykään koulufysiikkaan, niin aihe on niin kiinnostava, että ilmiötä selittävä periaatekuvio päätyi aikanaan Kirjayhtymän lukion fysiikan kirjan kansikuvaksikin.

Tanssi ja matematiikan oppiminen

HK 12.1.2010

Matematiikan ja tanssin yhdistäminen antaa fyysisiä kokemuksia, jotka edistävät abstraktien käsitteiden ymmärtämistä. Erityisesti tämä auttaa kinesteettisesti oppivia, mutta on avuksi monille muillekin, esimerkiksi keskittymishäiriöisille ja matematiikkapelkoisille. Jaksolliset rakenteet, symmetria, permutaatiot, avaruuden hahmottaminen ja monet muut abstraktit käsitteet sopivat havainnollistettaviksi tanssin keinoin. Periaate on sama kuin konkreettisten välineiden käytössä: oppijat saavat kokemuksia, joiden luomalle perustalle käsitteiden oppiminen voidaan rakentaa. Oppimisen esteenä onkin usein, että symbolit ja käsitteet tuodaan oppijalle abstraktioina ilman mitään konkreettisia kokemuksia, joihin ne liitettäisiin.

Matikkatanssin [1] menetelmiä on kehitetty luokkatasoisille 4–12. Mukana on tietysti ollut tanssinopettajia ja koreografeja, mutta osoitukseksi siitä, että kyse on myös vakavasti otettavasta matematiikasta, on Amerikan matemaattisen seuran ja Amerikan matemaattisen yhdistyksen toimiminen hankkeen taustavoimina. Jonkinlaisen käsityksen menetelmän perusideoista voit saada menetelmän verkkosivuilta [2]; siellä viereinen kuva liittyy kiertosymmetrian opettamiseen.



[1] Science Daily: *Do the Math Dance* osoitteessa

http://www.sciencedaily.com/videos/2008/0503-do_the_math_dance.htm

[2] Math Dance Activities osoitteessa <http://www.mathdance.org/>

Tytöt, pojat ja matematiikka

HK 12.1.2010

Stereotyyppiset käsitykset tyttöjen huonommuudesta matematiikassa ovat ristiriidassa nykyisen tutkimustiedon kanssa. Tämä on keskeinen tulema TIMSS- ja PISA-tulosten meta-analyysistä [1]. Tätä myyttiä hellitään yhä Suomessakin, vaikka meillä sekä sukupuolten välinen että alueellinen tasa-arvo ovat maailman huippua. Tutkijat myöntävät, että tytöt luottavat matematiikan osaamiseensa vähemmän kuin pojat ja hakeutuvat harvemmin sellaisille työurille, joilla matematiikka käytetään työtehtävissä, kuten tieteentekijöiksi, insinööreiksi ja matemaatikoiksi. Sen sijaan työt suoriutuvat matematiikan kouluopinnoistaan yhtä hyvin kuin pojat, jos heille annetaan samat koulutusmahdollisuudet ja heillä on hyviä naispuolisia roolimalleja.

TIMSS ja PISA kuvaavat yhdessä monipuolisesti matematiikan opiskelun tuloksellisuutta, sillä edellinen keskittyi matematiikan taitoihin ja jälkimmäinen matematiikan käyttämiseen arkielämässä. Tutkimuksiin osallistui vuonna 2003 lähes puoli miljoonaa 14–16-vuotiasta 69 maasta. Yksittäisissä maissa oli huomattaviakin sukupuolten välisiä eroja, mutta koko joukossa ero oli pieni. Tytöt saavuttivat keskimääräistä parempia tuloksi sellaisissa maissa, joissa oli paljon naisia esimerkiksi näkyvissä tutkimustehtävissä. Koulujen, opettajien ja vanhempien arvot ja asenteet olivat myös yhteydessä tyttöjen menestymiseen.

[1] Science Dailyn verkkouutinen osoitteessa

<http://www.sciencedaily.com/releases/2010/01/100105112303.htm>

Alkuperäinen lähde: Else-Quest, N. ym. *Cross-National Patterns of Gender Differences in Mathematics. A Meta-Analysis*. Psychological Bulletin, 2010; 136 (1): 103-127.

Matemaatikko työelämässä

HK 3.1.2010

Työ- ja elinkeinotoimistot palvelevat sekä työnhakijoita että -tarjoajia. Niiden yhteissivustolla on paljon muutakin kiinnostavaa. Esimerkiksi **ammatinvalintaohjelma AVO** [1] sisältää tietoja lähes 300 ammatista ja ammattiin johtavasta koulutuksesta. Se ei mittaa soveltuvuutta eikä tee valintoja uraansa etsivän puolesta, mutta siellä on kolme kysymyssarjaa työn ominaisuuksista sekä hakijan kiinnostuksenkohteista ja kyvyistä.

Esimerkiksi **matematiikanopettajan** työtä ja työtehtäviä kuvataan sekä yleisesti että uransa alkupuolella olevan, mutta jo kokeneen opettajan haastattelun perusteella. Siihen on työssä jo olevankin opettajan mukava peilata tuntojaan. Myös muihin oman opetusalan ammattikuvauksiin kannattaa tutustua, sillä esimerkiksi **fyysikon, kemistin ja matemaatikon** ammattikuvasta saattaa paljastua asioita tai avautua työtehtäviä, joita opettaja ei heti tule ajatelleeksi kertoessaan oppilailleen opetusaineidensa suomista mahdollisuuksista.

[1] <http://www.mol.fi/avo/>

Oivallusluentoja

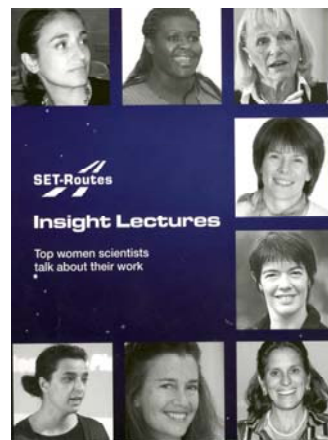
HK 18.12.2009

Science in School -lehti kertoo luonnontieteistä ja niiden opetuksesta. Tuoreimman numeron 13, syksy 2009, aiheita ovat muiden muassa CERNin opettajaohjelma, maankaltaisia planeettoja etsivä CoRoT-satelliitti, veden kulku elävässä solussa ja kumikäsineemoottori.

Numeron liitteenä tuli hieno yllätys: neljän CD:n sarja eurooppalaisten huippututkijoiden videoluentoja ja niihin liittyviä materiaaleja, englanniksi tai englanniksi tekstitettyinä. Sarjalla on kaksi tarkoitusta, toinen käy ilmi sarjan nimestä Oivallusluentoja (**Insight Lectures**) ja toinen luennoitsijoiden sukupuolesta. Kaikki esiintyjät ovat nimittäin naisia. EU:n rahavirtoja kuvaa ehkä se, että yhtään suomalaista ei ollut mukana. Aiheet ovat kiinnostavia: ilmastonmuutos, ihmisen perinnöllisyys, kantasolut, maailmankaikkeuden kehitys jne.

Lehti on luettavissa verkossa osoitteessa <http://www.scienceinschool.org/current>. Lehden vanhoja numeroita 3–10 voi tilata sähköpostilla editor@scienceinschool.org 30 kappaleen luokkapaketteina niin kauan kuin varastoa riittää. Lähetä vain koulusi postiosoite ja ilmoita, minkä numeron haluat tilata.

Myös videoluennot voi katsella verkossa osoitteessa <http://www.set-routes.org/>.



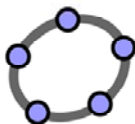
Pohjoismainen GeoGebra-konferenssi

HK 23.12.2009

GeoGebra on ilmainen kouluopetukseen suunniteltu matematiikkaohjelma. Sitä käytetään laajasti maailmalla, mistä on osoituksena muun muassa se, että se on saatavissa yli

neljälläkymmenenellä kielellä. GeoGebrasta saat lisätietoa GeoGebraWikistä tai GeoGebran käyttäjä sivuilta eli User Forumista. Myöskin lähitapaamiset ovat alkaneet lisääntyä.

Ensi kesäksi on suunniteltu yhteispohjoismaista GeoGebra-konferenssia Islantiin elokuun 12.-14. päiviksi. Sitä valmistelee yhteispohjoismainen työryhmä, jossa Suomen edustajana on Helsingin yhteislyseon **Mikko Rahikka** m@hyl.fi. Konferenssin neljästä pääpuhujasta yksi on GeoGebran luoja **Markus Hohenwarter** ja toinen **Juha Leino** Suomesta. Konferenssin rahoitus ei ole vielä varmistunut, mutta kannattaa jo ryhtyä suunnittelemaan kesämatkojaan. Sinne voi lähteä turvallisii mielin, sillä kokouksen virallinen kieli on englanti. Lisätietoja konferenssista saat sen verkkosivulta <http://vefsetur.hi.is/ngg2010/>.



Nordic GeoGebra 2010

University of Iceland, Reykjavik August 12 - 14

A conference for mathematics teachers at all levels as well as researchers in mathematics education. Organized around plenary lectures, contributed talks, workshops and discussion sessions.

Vielä syyskuussa 2009 osoitteesta

http://www.tulossilta.fi/EVLMPORTAL/DB/Teacher/1_Opettajalle_alkusanat.pdf

saattoi bongata sivuston nimeltä *Matematiikan virtuaalilaboratorio*. Opettajan materiaalin alkusanoissa lupailtiin valmistumisajaksi lokakuuta 2008, mutta vuotta myöhemminkään valmiina ei siis ollut kuin alkusanat. Tiedustelin hankkeen edistymistä sähköpostitse. Mitään vastausta en saanut, mutta sivusto hävisi verkosta. Eikä tekijälläkään *Tulossilta oy*:llä ole enää verkkosivuja. Ehkä yhtiö on lopettanut toimintansa.

Verkkosivuja tulee ja menee. Ei siinä mitään. Monet hankkeet tehdään kuitenkin julkisella rahalla. Rahaa hankittaessa motivaatio on suuri, sillä onhan kyseessä tekijän leipä. Saatetaanko kaikki hankkeet loppuun suunnitelmien mukaisesti? Saatu raha ainakin käytetään viimeiseen senttiin. Aina ei jää kummoistakaan tuotetta sen käyttäjän käteen, jonka toimintaa oli tarkoitus parantaa. Tietoa ei ole siitä, miten tällekin hankkeelle lopultakin kävi.

*CIMO*sta kerrottiin, että hanke on ollut EU:n tukema *Leonardo da Vinci* -hanke. Sitä on koordinoitu Slovakiasta. Tulossilta oy on ollut suomalainen partneri. Leonardo da Vinci on Euroopan unionin ammatillisen koulutuksen ohjelma. Sen kautta tuetaan ammatillisen koulutuksen kehittämisprojekteja. Ohjelman saavutusten luettelo <http://www.leonardodavinci.fi/> on vakuuttava. Vakuuttavia ovat olleet resurssitkin: seitsenvuotiskautena 2000–2006 ohjelman kokonaisrahoitus on toista miljardia euroa. Suomeenhan siitä tuli vain pieni osa, mutta silläkin vähällä luulisi saavan aikaan kaikenlaista. Mitähän Matematiikan virtuaalilaboratoriosta lopulta jäi käteen?

Solmun matematiikkalinkit

HK 10.11.2009

Matematiikkalehti **Solmu** tunnetaan hyvästä työstään. Sen sivuilla on ollut pitkään lukion matematiikan opetuksen tueksi tarkoitettu

linkkilista <http://solmu.math.helsinki.fi/2003/hyyti/>.

Se alkaa jo olla vanhahko, mutta on edelleen käyttökelpoinen. Eiväthän matematiikan totuudet vuodessa tai edes vuosikymmenessä miksikään muutu. Listan käyttöä helpottaa se, että linkit on luokiteltu useammalla tavalla. Erityisen hyödyllistä on se, että kukin linkki on kuvattu muutamalla lauseella. Ei siis tarvitse mennä umpimähkään katsomaan, mitä linkin takana on.

Sivustoon kannattaa tutustua edelleenkin, vaikka päivittämisestä ei ilmeisesti olekaan huolehdittu, sillä jotkut linkit eivät enää toimi. Joissakin kohdissa olisi myös uutta kotimaista verkkomateriaaliakin käytettävissä ulkomaisten linkkien asemesta tai ohella. Linkkien takana on sekä tekstejä että tehtäviä. Suomenkieliset artikkelit ovat yksinomaan Solmussa julkaistuja, valtaenemmistö on englanninkielistä.



Syntymäpäivä piissä

HK 10.11.2009

Matematiikka on monimuotoista. *Metkan matematiikan* (engl. recreational mathematics) piiriin on ehkä luettava oman syntymäpäivän etsiminen piin desimaaleista. Kurkistapa sivulle

<http://www.facade.com/legacy/amiinpi/>

Sieltä löydät syntymäpäiväsi sijainnin piin desimaaliesityksessä antamalla ohjelmalle oikean koodin muodossa pvkkvv. Oman syntymäpäiväni numerojono alkaa piin 157 431. desimaalista. Pitempiäkin jonoja pvkkvvvv ohjelma etsii, mutta ei välttämättä löydä, vaikka käy läpi toista miljoonaa desimaalia. Sivua ylläpitää Facade Market Concepts, Inc.

