

PRÁCTICA II

II ESTUDIO Y PATRONAMIENTO DE VERTEDEROS

II.1 OBJETIVOS

- Estudiar experimentalmente los vertederos como estructuras hidráulicas concebidas para el control de niveles y medición de caudales.
- Definir la ecuación de patronamiento de un vertedero de cresta delgada.
- Observar y analizar el funcionamiento de diferentes tipos de vertederos.
- Determinar la utilización óptima del tipo vertedero estudiado de acuerdo a sus características.

II.2 GENERALIDADES

Un vertedero es un muro o una barrera que se interpone al flujo, causando sobre-elevación del nivel de la lámina aguas arriba y disminución aguas abajo, Figura II.1. Las principales funciones de los vertederos son:

- Control de nivel en embalses, canales, depósitos, estanques, etc.
- Aforo o medición de caudales.
- Elevar el nivel del agua.
- Evacuación de crecientes o derivación de un determinado caudal.

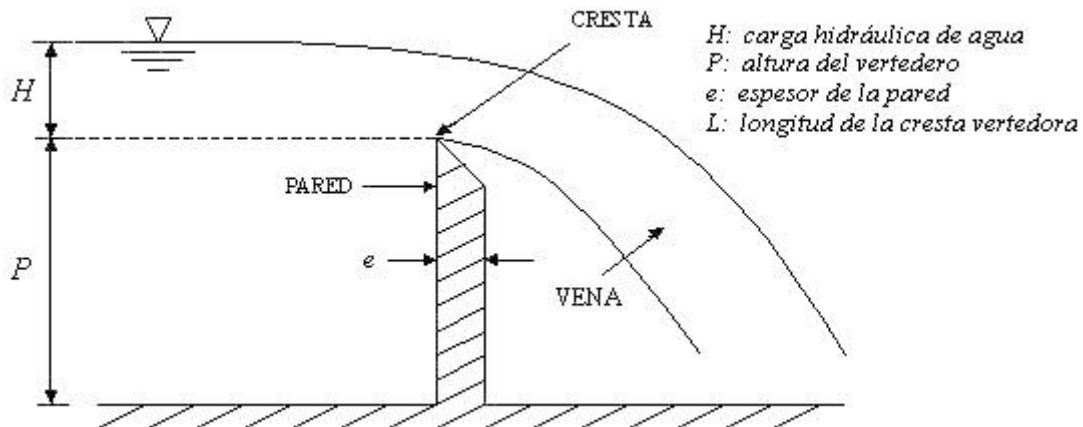


Figura II.1 Vertedero de cresta delgada.

Los vertederos son estructuras utilizadas frecuentemente para la medición de caudales; sin embargo, cuando se instalan en corrientes naturales tienen la desventaja que se colmatan de sedimentos.

Las variables básicas Q y H siguen un modelo matemático dado por la ecuación de patronamiento (II.1).

$$Q = KH^m \quad (\text{II.1})$$

Donde:

Q : caudal.

K : constante de calibración.

H : carga hidráulica con relación a la cresta del vertedor.

m : exponente.

Para determinar el caudal que pasa a través del vertedero se aplica la ecuación de la energía entre 1 y 2 (Figura II.2), considerando algunas suposiciones básicas, entre ellas:

- Distribución hidrostática de presiones.
- Las pérdidas por fricción y locales entre 1 y 2 son despreciables.
- La tensión superficial es despreciable.
- El flujo aguas abajo de la estructura (vena) debe ser libre (no ahogado) para garantizar que la presión en la vena sea la atmosférica (chorro libre).

II.3 CLASIFICACIÓN DE LOS VERTEDEROS

II.3.1 Según su forma geométrica

II.3.1.1 Vertederos Rectangulares

a) Vertederos de pared delgada sin contracciones

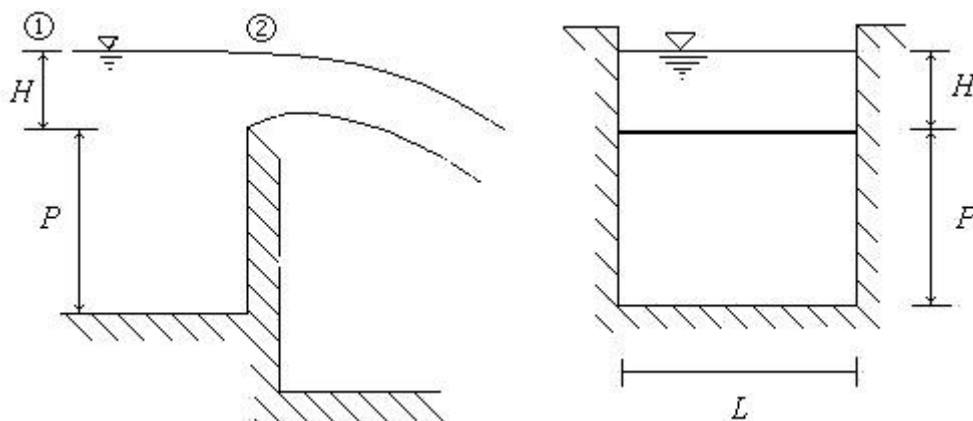


Figura II.2 Vertedero de cresta delgada sin contracciones.

Aplicando la ecuación de energía entre los puntos 1 y 2, se obtiene una expresión para el caudal:

$$Q_T = \frac{2}{3} \sqrt{2g} L \left(H + \frac{V^2}{2g} \right)^{3/2} \quad (\text{II.2})$$

en donde:

- Q_T : caudal teórico
- L : longitud del vertedero.
- P : altura del vertedero.
- H : carga hidráulica sobre la cresta.
- V : velocidad de llegada al vertedor.
- g : aceleración debida a la fuerza de la gravedad.

La ecuación (II.2) no considera las pérdidas por fricción en el tramo, ni los efectos de tensión superficial, por lo tanto el caudal real es menor que el caudal teórico, por tal razón se introduce un coeficiente que permita incluir estas consideraciones, como se indica en la ecuación (II.3).

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d L \left(H + \frac{V^2}{2g} \right)^{3/2} \quad (\text{II.3})$$

C_d = coeficiente de descarga, cuyos valores característicos deben estar entre 0.55 y 0.65.

Despreciando la influencia de la velocidad de llegada al vertedor, la ecuación (II.3) se simplifica de la siguiente forma:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d L H^{3/2} \quad (\text{II.4})$$

Sotelo (1982) presenta ecuaciones que permiten calcular los coeficientes de descarga para vertederos rectangulares con contracciones o sin ellas y también para vertederos triangulares.

b) Vertederos de pared delgada con contracciones

En la Figura II.3 se presenta un esquema con las diferentes posibilidades de un vertedero rectangular, con o sin contracciones. Para esta situación, la longitud efectiva del vertedero es L' .

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d L' H^{3/2} \quad (\text{II.5})$$

El efecto de la contracción se tiene en cuenta restando a la longitud total de la cresta del vertedero L , el número de contracciones multiplicada por $0.1H$.

$$L' = L - n(0.1H) \quad (\text{II.6})$$

- L' : longitud contraída de la lámina de agua en el vertedero.
- L : longitud real del vertedero.

n : número de contracciones laterales, obsérvese la Figura II.3.
Reemplazando la ecuación (II.6) en la ecuación (II.5) se obtiene:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} C_d (L - 0.1nH) H^{3/2} \quad (II.7)$$

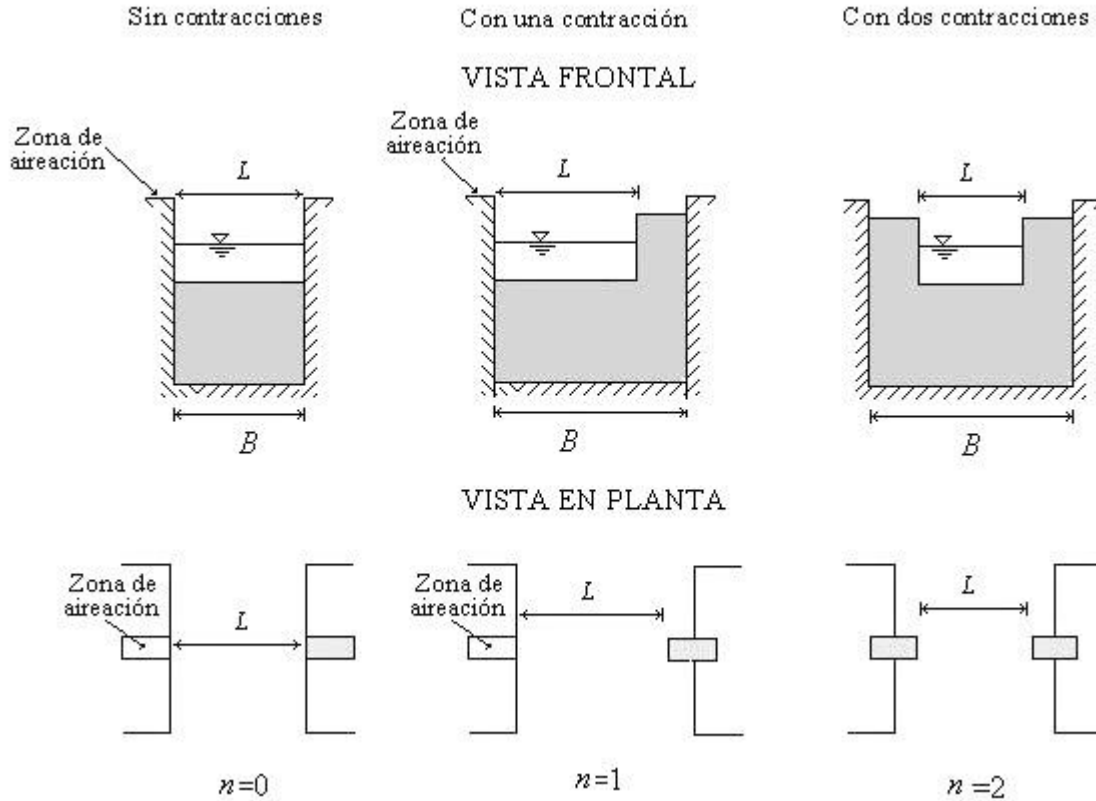
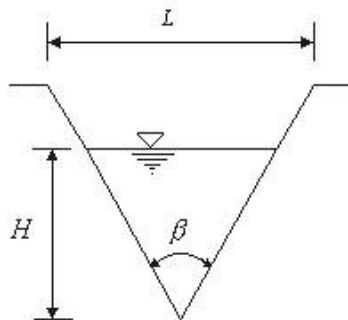


Figura II.3 Vertedero rectangular con y sin contracciones.

Para el caso del vertedero sin contracciones laterales ($n = 0$), se requiere de una zona de aireación en los extremos de la estructura que permita el ingreso de aire y así para garantizar que la presión aguas abajo de la estructura sea la atmosférica, véase la Figura II.3.

II.3.1.2 Vertederos Triangulares



Valores característicos de C_d

ÁNGULO β	C_d
15°	0.52-0.75
30°	0.59-0.72
45°	0.59-0.69
60°	0.50-0.54
90°	0.50-0.60

Figura II.4 Vertedero triangular.

Cuando los caudales son pequeños es conveniente aforar usando vertederos en forma de V puesto que para pequeñas variaciones de caudal la variación en la lectura de la carga hidráulica H es más representativa.

$$Q = \frac{8}{15} C_d \sqrt{2g} \left(\tan \frac{\beta}{2} \right) H^{5/2} \quad (\text{II.8})$$

Si $\beta = 90^\circ \rightarrow Q = 1.4H^{5/2}$, en sistema M.K.S

II.3.1.3 Vertederos Trapezoidales

Este vertedero ha sido diseñado con el fin de disminuir el efecto de las contracciones que se presentan en un vertedero rectangular contraído.

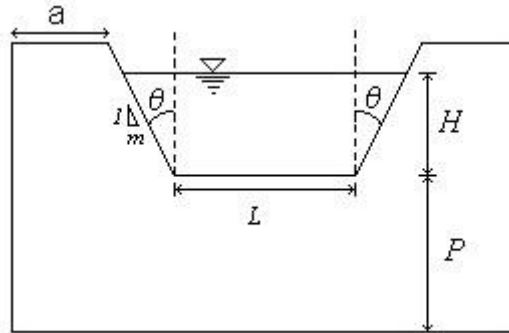


Figura II.5 Vertedero trapezoidal.

$$Q = \frac{2}{3} C_{d1} \sqrt{2g} L H^{3/2} + \frac{8}{15} C_{d2} \sqrt{2g} H^{5/2} \tan \theta \quad (\text{II.9})$$

C_{d1} : coeficiente de descarga para el vertedero rectangular con contracciones.

C_{d2} : coeficiente de descarga para el vertedero triangular.

L : longitud de la cresta.

θ : ángulo de inclinación de los lados respecto a la vertical.

m : inclinación lateral

La ecuación anterior puede transformarse así:

$$Q = \frac{2}{3} \sqrt{2g} \left[C_{d1} + \frac{4}{5} \frac{H}{L} C_{d2} \tan \theta \right] L H^{3/2} \quad (\text{II.10})$$

Cuando la inclinación de los taludes laterales es de 4V:1H, el vertedero recibe el nombre de Cipolletti en honor a su inventor. La geometría de este vertedero ha sido obtenida de manera que las ampliaciones laterales compensen el caudal disminuido por las contracciones de un vertedero rectangular con iguales longitud de cresta y carga de agua.

Sotelo (1982) afirma que el término entre paréntesis de la ecuación (II.10) es de 0.63 lo que conduce a la siguiente ecuación de patronamiento, en sistema M.K.S:

$$Q = 1.861 LH^{3/2} \quad (II.11)$$

La ecuación (II.11) es válida si $0.08\text{m} \leq H \leq 0.60\text{m}$; $a \geq 2H$; $L \geq 3H$ y $P \geq 3H$.

II.3.1.4 Vertedero circular

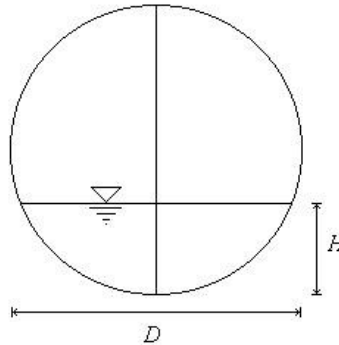


Figura II.6 Vertedero circular.

$$Q = \phi \left[0.555 + \frac{D}{110H} + 0.041 \frac{H}{D} \right] D^{5/2} \quad (II.12)$$

H : carga hidráulica o altura de carga, expresada en decímetros.

D : diámetro [decímetros].

Q : caudal [lt/s].

ϕ : depende de la relación H/D dada por la Tabla II.1.

La ecuación (II.12) es válida si $0.20\text{m} \leq D \leq 0.30\text{m}$; $0.075 < H/D < 1$.

Tabla II.1 Valores característicos de ϕ para vertederos circulares utilizados en la ecuación (II.12). Sotelo (1982).

H/D	ϕ	H/D	ϕ
0.05	0.0272	0.55	2.8205
0.10	0.1072	0.60	3.2939
0.15	0.2380	0.65	3.7900
0.20	0.4173	0.70	4.3047
0.25	0.6428	0.75	4.8336
0.30	0.9119	0.80	5.3718
0.35	1.2223	0.85	5.9133
0.40	1.5713	0.90	6.4511
0.45	1.9559	0.95	6.9756
0.50	2.3734	1.00	7.4705

La ecuación típica de patronamiento, planteada por Azevedo y Acosta (1976) es:

$$Q = 1.518 D^{0.693} H^{1.807}, \text{ en sistema M.K.S.} \quad (\text{II.13})$$

II.3.2 Según el ancho de la cresta

II.3.2.1 Vertederos de cresta delgada

Este tipo de vertedero es el más usado, especialmente como aforador, por ser una estructura de fácil construcción e instalación. Debidamente calibrados o patronados se obtienen ecuaciones o curvas en las cuales el caudal es función de la carga hidráulica H .

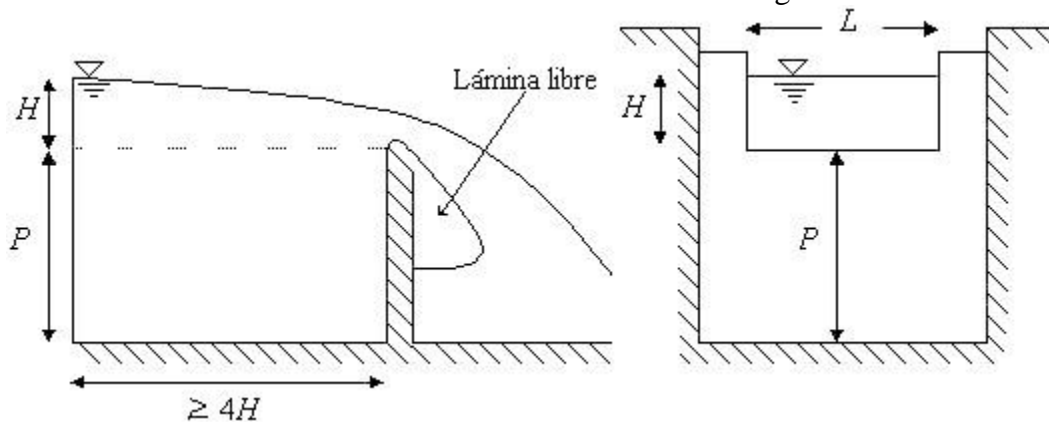


Figura II.7 Vertedero rectangular de pared delgada con contracciones.

Ecuación de patronamiento típica: Azevedo y Acosta (1976).

$$\text{Fórmula de Francis. } Q = 1.84 LH^{3/2}, \text{ sistema M.K.S} \quad (\text{II.14})$$

Influencia de la forma de la vena.

El funcionamiento de los vertederos de pared delgada puede variar según la forma de la vena o chorro aguas abajo de la estructura, en situaciones en que no toda la lámina esté en contacto con la presión atmosférica, modificándose la posición de la vena y alterándose el caudal. Es por ello que cuando el vertedero es usado para medición de caudales se debe evitar la situación anterior.

Esta influencia se puede presentar en vertederos sin contracción lateral que no dispongan de una adecuada aireación. En estas circunstancias la lámina líquida puede tomar una de las formas siguientes (Figura II.8):

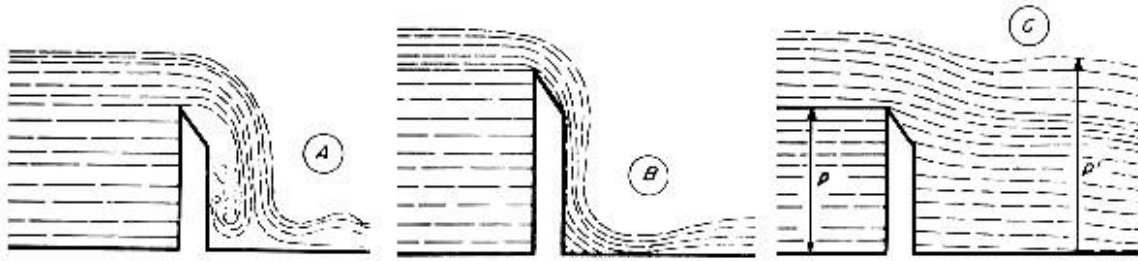


Figura II.8 Forma de la vena líquida. a) Deprimida; b) Adherida; c) Ahogada.

- **Lámina deprimida** (Figura II.8 a). El aire es arrastrado por el agua, ocurriendo un vacío parcial aguas abajo de la estructura, que modifica la posición de la vena, el caudal es mayor al previsto teóricamente.
- **Lámina adherente** (Figura II.8 b). Ocurre cuando el aire sale totalmente. En esta situación el caudal también es mayor.
- **Lámina ahogada** (Figura II.8 c). Cuando el nivel aguas abajo es superior al de la cresta $P' > P$. Los caudales disminuyen a medida que aumenta la sumersión. En esta situación el caudal se puede calcular, teniendo como base los valores relativos a la descarga de los vertederos libres aplicándoles un coeficiente de reducción (Tabla II.2), estimado con datos del U. S. of Board Waterway presentada por Azevedo y Acosta, (1976).

Tabla II.2 Coeficiente de descarga para vertederos delgados con funcionamiento ahogado. Azevedo y Acosta (1976)

h/H	Coeficiente	h/H	Coeficiente
0.0	1.000	0.5	0.937
0.1	0.991	0.6	0.907
0.2	0.983	0.7	0.856
0.3	0.972	0.8	0.778
0.4	0.956	0.9	0.621

Siendo h la altura de agua por encima de la cresta, medida aguas abajo; $h = P' - P$, y H la carga hidráulica.

Otra forma de hacerlo es utilizando la siguiente expresión:

$$\frac{Q_{ahogado}}{Q_{vertedero}} = \left(1 - \left(\frac{h}{H} \right)^{1.84} \right)^{0.385} \quad (\text{II.15})$$

II.3.2.2 Vertedero de cresta ancha

Los vertederos de cresta ancha tienen menor capacidad de descarga para igual carga de agua que los vertederos de cresta delgada y su uso más frecuente es como estructuras de control de nivel.

La mínima distancia a la cual se deben instalar los medidores de la carga hidráulica (H) para que no esté afectada por la declinación de la lámina de agua es $3.5H$, como se observa en la Figura II.9.

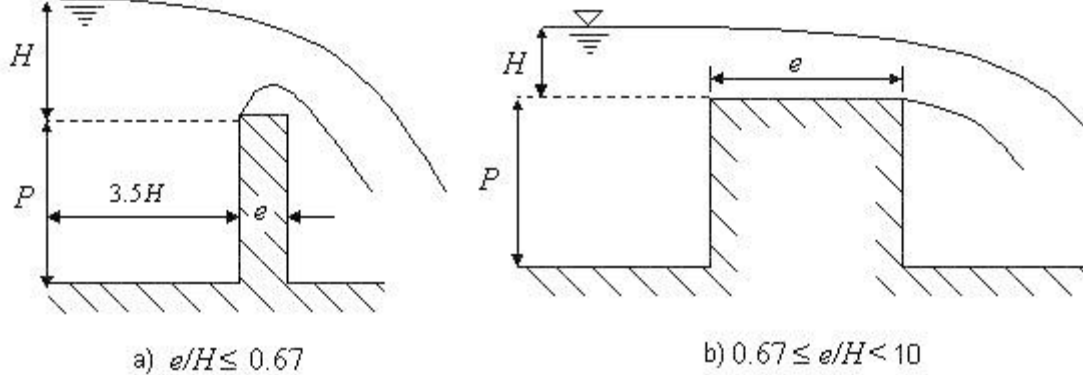


Figura II.9 Vertedero rectangular. a) Cresta delgada. b) Cresta gruesa.

Sotelo (1982) presenta una clasificación del funcionamiento de los vertederos, según la relación e/H , como se presenta a continuación:

Cuando e/H es menor que 0.67 el chorro se separa de la cresta y el funcionamiento es idéntico al del vertedero de pared delgada.

Cuando e/H es mayor a 0.67 el funcionamiento es diferente, pues la lámina vertiente se adhiere a la cresta del vertedero.

Si la relación e/H es mayor que 10 se considera que el funcionamiento es en canal.

Ecuación de patronamiento típica.

Azevedo y Acosta (1976) proponen:

$$Q = 1.71LH^{3/2}, \text{ en sistema M.K.S.} \quad (\text{II.16})$$

Cuando el vertedero es rectangular y la relación $e/H > 0.67$, Sotelo (1982) propone el tratamiento como un vertedero Bazin de cresta delgada, ecuación (II.17), afectado por un coeficiente de reducción ε_1 , ecuación (II.18). Si el funcionamiento hidráulico del vertedero es ahogado se utiliza un coeficiente de reducción ε_2 que depende de la relación $\frac{H-h}{H}$, siendo $h = P - P$, como se presenta en la Tabla II.3.

$$Q = 0.623 \varepsilon_1 \varepsilon_2 LH^{3/2}, \text{ en sistema M.K.S.} \quad (\text{II.17})$$

$$\varepsilon_1 = 0.7 + \frac{0.185}{e/H} \quad \text{si } 0.67 < e/H < 3$$

$$\varepsilon_1 = 0.7 + \frac{0.1}{e/H} \quad \text{si } 3 < e/H < 10$$
(II.18)

ε_1 : coeficiente de corrección para vertederos de cresta ancha.

ε_2 : coeficiente de corrección para vertederos ahogados.

La ecuación (II.17) es válida para velocidades de aproximación cercanas a cero y sin contracciones laterales. Para considerar el efecto de las contracciones laterales se debe utilizar la longitud L' obtenida en la ecuación (II.6), en lugar de L .

Tabla II.3 Coeficiente ε_2 para vertederos de pared gruesa con descarga ahogada. Sotelo (1982).

$H - h \bar{H}$	ε_2	$H - h \bar{H}$	ε_2
1.4	1.00	0.30	0.855
1.3	1.00	0.25	0.833
1.2	0.993	0.20	0.807
1.0	0.987	0.15	0.770
0.9	0.980	0.10	0.720
0.8	0.960	0.08	0.680
0.7	0.950	0.06	0.640
0.6	0.930	0.04	0.550
0.5	0.910	0.02	0.400
0.4	0.885	0.01	0.260

II.3.2.3 Perfil Creager

Se usa para evacuar caudales de creciente, pues la forma especial de su cresta permite la máxima descarga al compararlo con otra forma de vertederos para igual altura de carga de agua.

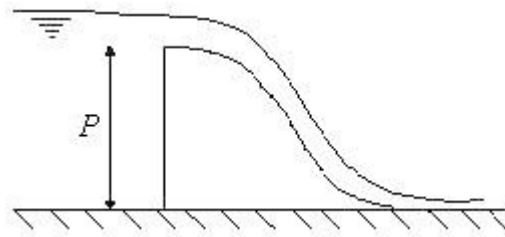


Figura II.10 Vertedero con perfil Creager.

Ecuación de patronamiento típica: Azevedo y Acosta (1976).

$$Q = 2.2LH^{3/2}, \text{ en sistema M.K.S.}$$
(II.19)

II.4 REQUISITOS GENERALES DE INSTALACIÓN DE VERTEDEROS

- a. El vertedero deberá ubicarse en canales de sección uniforme y alineamiento recto aguas arriba, en una longitud mayor de $20H$.
- b. El vertedero debe instalarse normalmente al flujo y la cresta debe estar perfectamente lisa y nivelada.
- c. La lectura de la carga H sobre la cresta se mide con una regla graduada o limnómetro ubicado por lo menos a una distancia 3.5 veces la carga máxima hacia aguas arriba.
- d. Para asegurar su funcionamiento con descarga libre, debe instalarse un dispositivo de ventilación que comunique la cara aguas abajo del vertedero con la atmósfera.
- e. Si la instalación del vertedero es permanente, debe dejarse un dispositivo de drenaje para evacuar los sedimentos depositados.
- f. Se recomienda que la cresta sea de material resistente a la corrosión como bronce, acero, plástico y con la arista viva.

II.5 REFERENCIAS

Azevedo N., J. M. y Acosta A., G. Manual de Hidráulica. Sexta edición. Harla, S. A. de C. V. México, 1976.

Sotelo A., G., Hidráulica general. Volumen I, Editorial LIMUSA S.A. Sexta edición, México, 1982.

II.6 TRABAJO DE LABORATORIO

A. Observaciones

- a) Observar el funcionamiento de diferentes tipos de vertederos y su diferencia en el funcionamiento: cresta delgada, cresta ancha, Creager y diferencia con canales; vertederos con lámina libre, ahogados, aireados, con contracciones, sin contracciones, circulares, triangulares, Cipolletti, etc.
- b) Indicar la diferencia entre vertedero de cresta delgada, cresta ancha y canal.
- c) Cada grupo estudiará experimentalmente un tipo de vertedero.

B. Mediciones

1. Determinar las características geométricas del vertedero que se va a ensayar.
2. Instalar convenientemente en el dispositivo de ensayo.
3. Hacer circular un caudal lo más pequeño posible y observar el comportamiento del chorro.
4. Una vez que se establezca el flujo, aforar el caudal y medir la carga H correspondiente.
5. Aumentar el caudal y repetir el paso anterior para varios caudales..
6. Anotar los datos obtenidos en la Tabla II.4.

II.7 INFORME.

1. Utilizando la ecuación del tipo de vertedero de su ensayo:
 - 1.1. Calcule para cada par de valores Q_i , H_i obtenidos en el laboratorio, el coeficiente de descarga C_{di} , adoptando el exponente m correspondiente a la forma del vertedero usado.
 - 1.2. De acuerdo con el método del promedio aritmético, calcule el C_d del vertedero por la ecuación $C_d = \Sigma C_{di}/n$.
 - 1.3. Defina la ecuación de patronamiento $Q = KH^m$ y con base en ella dibuje a escala conveniente la curva de patronamiento. En el mismo gráfico ubique los puntos reales Q_i y H_i .
 - 1.4. Resuma los resultados en la Tabla II.5.
 - 1.5. Determine los errores esperados en el cálculo del coeficiente C_d , como se indicó en la práctica I y resuma los resultados en la Tabla II.5.
2. Utilizando el método gráfico
 - 2.1. Grafique en un par de ejes coordenados los puntos Q_i y H_i^m obtenidos del laboratorio, adoptando el exponente m correspondiente a la forma de vertedero usado.
 - 2.2. Trace la recta de mejor ajuste a los puntos graficados.
 - 2.3. Determine la pendiente K de la recta.
 - 2.4. Determine la ecuación de patronamiento $Q = KH^m$ y con base en ésta dibuje la curva de patronamiento en el mismo gráfico obtenido en el punto 1.3.
 - 2.5. Compare las ecuaciones de patronamiento obtenidas.
3. Utilizando la ecuación general de patronamiento de vertederos y el método de mínimos cuadrados:
 - 3.1. A partir de los valores Q_i y H_i obtenidos en el laboratorio, calcule las constantes K y m utilizando el método de los mínimos cuadrados.
 - 3.2. Con los valores obtenidos para las constantes K y m defina la ecuación de patronamiento experimental $Q = KH^m$ y con base en ella dibuje la curva de patronamiento en el mismo gráfico obtenido en 1.3.
 - 3.3. A partir del valor de K obtenido y su ecuación correspondiente, según el vertedero que se esté patronando, calcule C_d .
 - 3.4. Resuma los resultados en la Tabla II.6.
4. Analice el comportamiento de las curvas de patronamiento.
5. Compare los resultados obtenidos de C_d , K y m , según métodos de mínimos cuadrados, gráfico, promedio aritmético y los recomendados en la teoría.
6. Observaciones.
7. Conclusiones.

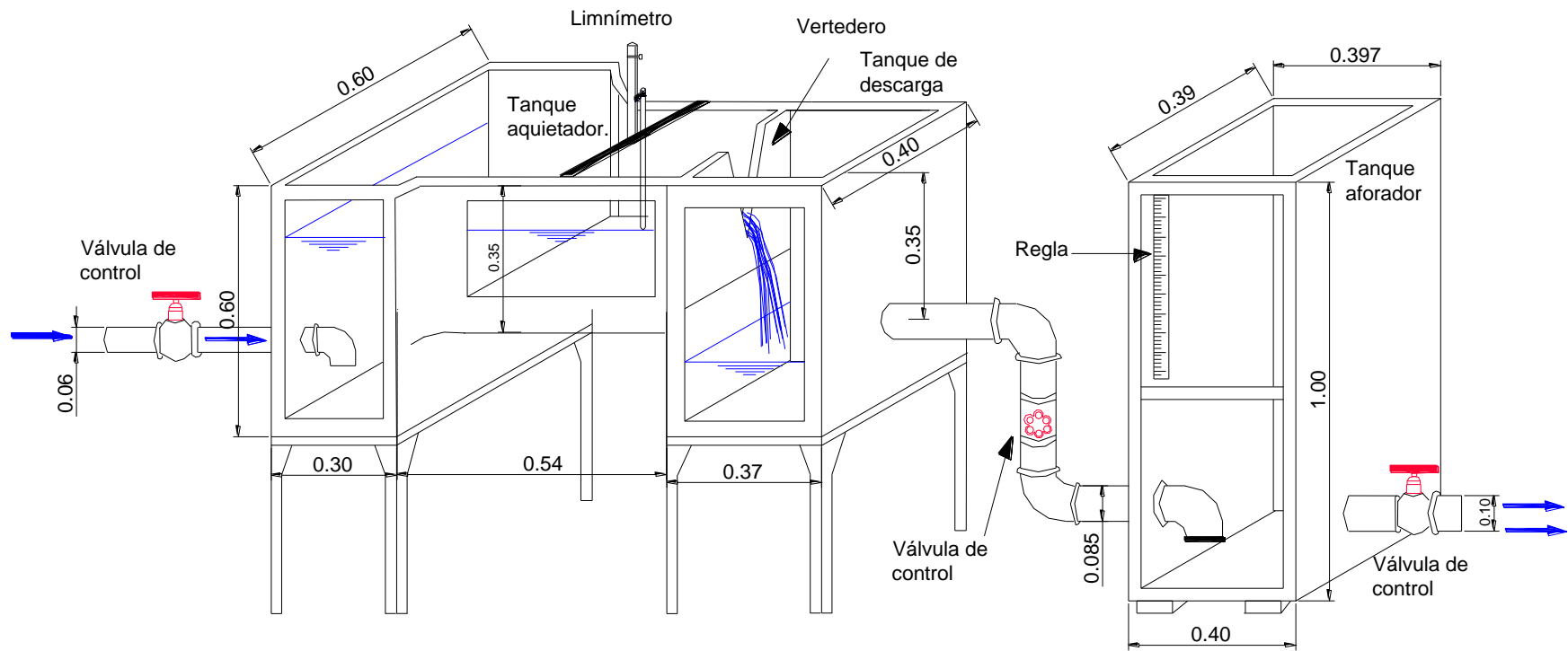


Figura II.11 Aparato para el estudio de vertederos.

PATRONAMIENTO DE VERTEDEROS

Tabla II.5 Método del promedio aritmético.

N	Q (cm³/s)	H (cm)	C_{di}	C_d	K	$\frac{\partial C_d}{C_d}$

TIPO DE VERTEDERO: _____

ECUACIÓN DE PATRONAMIENTO: _____

PATRONAMIENTO DE VERTEDEROS

Tabla II.6 Método de los Mínimos Cuadrados.

N	Log(Qi) Yi	Log(Hi) Xi	XiYi	Xi²	a	K	m	C_d

COEFICIENTE DE CORRELACIÓN: _____

TIPO DE VERTEDERO: _____

ECUACIÓN DE PATRONAMIENTO: _____