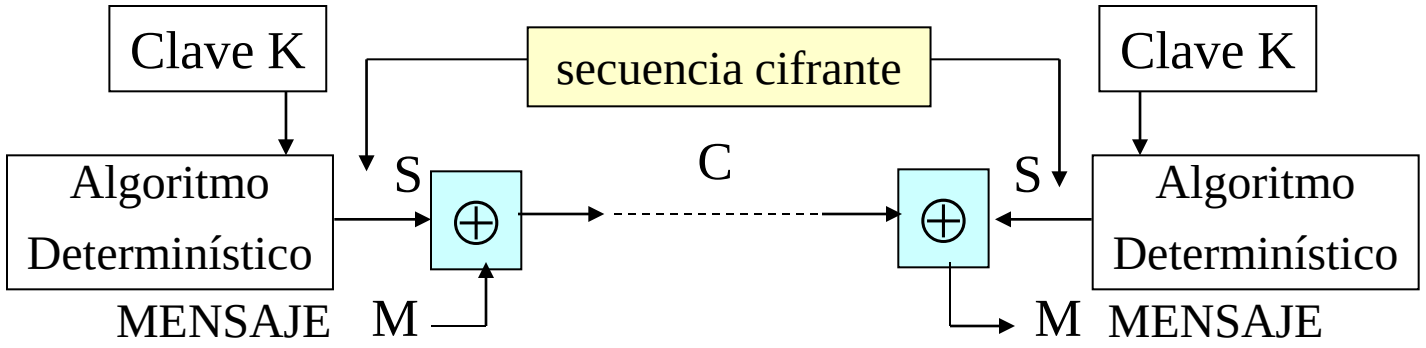
Sistemas de Cifra en Flujo

Cifrador de flujo básico

- Siguiendo la propuesta de cifrador hecha en 1917 por Vernam, los cifradores de flujo (clave secreta) usan:
  - Una cifra basada en la función XOR.
  - Una secuencia cifrante binaria y aleatoria S que se obtiene de una clave secreta K compartida por emisor y receptor.
  - Un algoritmo de descifrado que es igual al de cifrado por la involución de la función XOR.



Características de la secuencia cifrante S_i

Condiciones para una clave segura

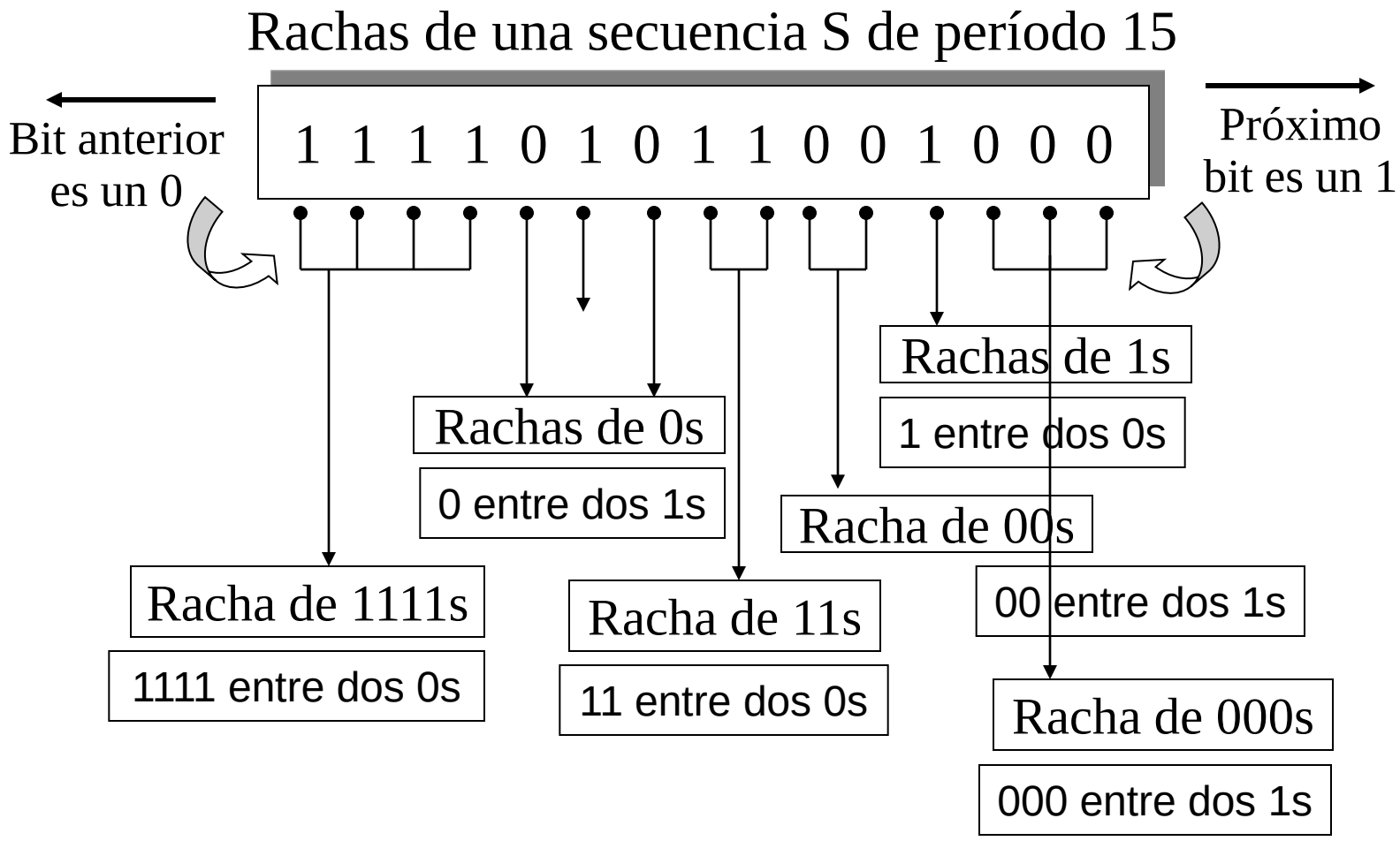
- Período:
  - La clave deberá ser tanto o más larga que el mensaje. En la práctica se usará una semilla de unos 120 a 250 bits para generar períodos superiores a 10^{35}.
- Distribución de bits:
  - Distribución uniforme de unos y ceros que represente una secuencia pseudoaleatoria (Postulados *Golomb*).

Rachas y AC(k)

Rachas de dígitos: bits iguales entre dos bits distintos.

Función de Autocorrelación Fuera de Fase AC(k): desplazamiento de k bits sobre la misma secuencia S.

Rachas de dígitos en una secuencia



Distribución de las rachas de dígitos

Las rachas, es decir la secuencia de dígitos iguales entre dos dígitos distintos, deberán seguir una distribución estadística de forma que la secuencia cifrante S_i tenga un comportamiento de clave aleatoria o pseudoaleatoria.

Para que esto se cumpla, es obvio que habrá más rachas cortas que rachas largas como en el ejemplo anterior.

Como veremos más adelante, esta distribución seguirá una progresión geométrica. Por ejemplo una secuencia S_i podría tener 8 rachas de longitud uno, 4 de longitud dos, 2 de longitud tres y 1 de longitud cuatro.

Autocorrelación fuera de fase AC(k)

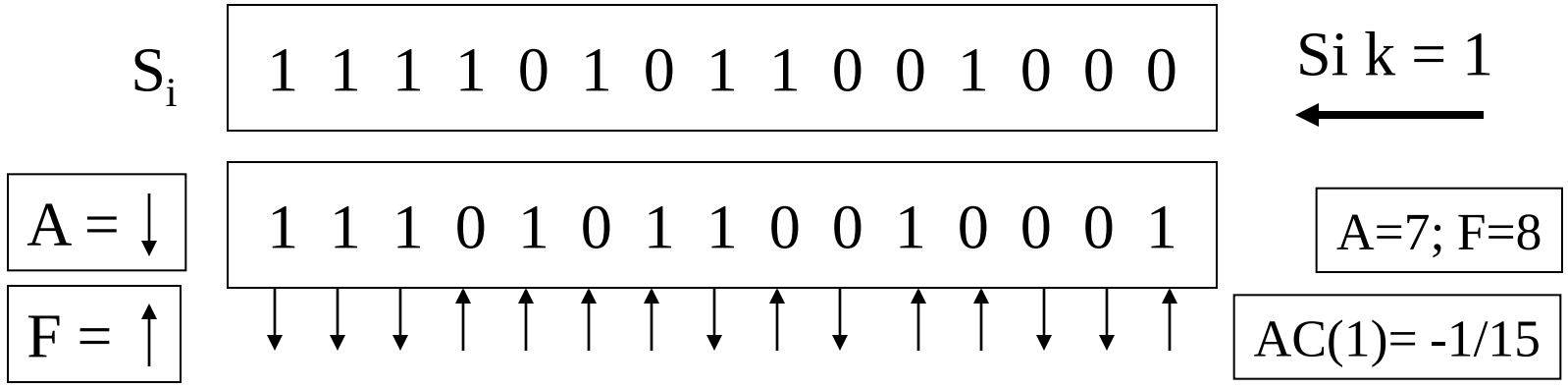
Función de Autocorrelación:

- Autocorrelación AC(k) fuera de fase de una secuencia S_i de período T desplazada k bits a la izquierda:

$$AC(k) = (A - F) / T$$

Aciertos $\Rightarrow$ bits iguales Fallos $\Rightarrow$ bits diferentes

Ejemplo



Autocorrelación fuera de fase constante

S_i | 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0

Como ejercicio, compruebe que para esta secuencia cifrante S_i la Autocorrelación Fuera de Fase AC(k) para todos los valores de k $(1 \leq k \leq 14)$ es constante e igual a -1/15. Esto será importante para la calidad de la clave.

Para que una secuencia cifrante sea considerada segura, además de cumplir con la distribución de rachas, deberá tener una AC(k) constante como veremos más adelante.

Imprevisibilidad e implementación de S_i

- Imprevisibilidad:
  - Aunque se conozca una parte de la secuencia S_i, la probabilidad de predecir el próximo dígito no debe ser superior al 50%.
  - Esto se define a partir de la Complejidad Lineal.
- Facilidad de implementación:
  - Debe ser fácil construir un generador de secuencia cifrante con circuitos electrónicos y chips, con bajo coste, alta velocidad, bajo consumo, un alto nivel de integración, etc.

Primer postulado de Golomb G1

Postulado G1:

- Deberá existir igual número de ceros que de unos. Se acepta como máximo una diferencia igual a la unidad.

S_1 | 1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0 |

En la secuencia S_1 de 15 bits, hay 8 unos y 7 ceros. Luego sí cumple con el postulado G1.

S_2 | 1 1 0 1 0 1 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 |

En la secuencia S_2 de 16 bits, hay 7 unos y 9 ceros. Luego no cumple con el postulado G1.

Significado del postulado G1

S_i	1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0

¿Qué significa esto?

Si una secuencia S_i cumple con G1, quiere decir que la probabilidad de recibir un bit 1 es igual a la de recibir un bit 0, es decir un 50%.

Por lo tanto, a lo largo de una secuencia S_i, independientemente de los bits recibidos con anterioridad, en media será igualmente probable recibir un “1” que un “0”, pues hay una mitad de valores uno y otra mitad de valores cero.

Segundo postulado de Golomb G2

Postulado G2:

- En un período T, la mitad de las rachas de S_i serán de longitud 1, la cuarta parte de longitud 2, la octava parte de longitud 3, etc.

S_i	1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0

Las rachas de esta secuencia están en una diapositiva anterior

En la secuencia S_i de 15 bits, hay 4 rachas de longitud uno, 2 rachas de longitud dos, 1 racha de longitud tres y 1 racha de longitud cuatro. Este tipo de distribución en las rachas para períodos impares, es típica de las denominadas *m-secuencias* como veremos más adelante en el apartado generadores LFSR.

Significado del postulado G2

S_i	1 1 1 1 0 1 0 1 1 0 0 1 0 0 0

¿Qué significa esto?

Si una secuencia S_i cumple con G2, quiere decir que la probabilidad de recibir un bit 1 ó 0 después de haber recibido un 1 o un 0 es la misma, es decir un 50%.

Es decir, recibido por ejemplo un “1”, la cadena “10” es igualmente probable que la cadena “11”. Lo mismo sucede con un 0 al comienzo, un 00, 01, 10, 11, 000, 001, etc. Existe una equiprobabilidad también en función de los bits ya recibidos.

Como comprobaremos más adelante, esto va a significar que la secuencia pasa por todos sus estados, es decir todos sus restos.

Tercer postulado de Golomb G3 (1)

Postulado G3:

- La autocorrelación AC(k) deberá ser constante para todo valor de desplazamiento de k bits.

S_i | 0 1 1 1 0 1 0 0 | ⇦ Secuencia original

← Desplazamiento de un bit a la izquierda

k=1	1 1 1 0 1 0 0 0	AC(1) = (4-4)/8 = 0
k=2	1 1 0 1 0 0 0 1	AC(2) = (4-4)/8 = 0
k=3	1 0 1 0 0 0 1 1	AC(3) = (2-6)/8 = -1/2
k=4	0 1 0 0 0 1 1 1	AC(4) = (4-4)/8 = 0

sigue

Tercer postulado de Golomb G3 (2)

S_i	0 1 1 1 0 1 0 0	Secuencia original
k=5	1 0 0 0 1 1 1 0	AC(5) = (2-6)/8 = -1/2
k=6	0 0 0 1 1 1 0 1	AC(6) = (4-4)/8 = 0
k=7	0 0 1 1 1 0 1 0	AC(7) = (4-4)/8 = 0
k=8	0 1 1 1 0 1 0 0	Secuencia original en fase

La secuencia S_i = 01110100 de 8 bits no cumple con G3.

S_i = 10101100 sí cumple.

Significado del postulado G3

S_i	0 1 1 1 0 1 0 0	No cumple con G3
S_i	1 0 1 0 1 1 0 0	Sí cumple con G3

¿Qué significa esto?

Si una secuencia cumple con el postulado G3 quiere decir que, independientemente del trozo de secuencia elegido por el atacante, no habrá una mayor cantidad de información que en la secuencia anterior. Así, será imposible aplicar ataques estadísticos a la secuencia recibida u observada al igual como operábamos, por ejemplo y guardando las debidas distancias, con el sistema Vigenère y el ataque de Kasiski.

Generador de congruencia lineal

$x_{i+1} = (a * x_i \pm b)(\text{mod } n)$ secuencia cifrante

- Los valores a, b, n caracterizan al generador y se utilizan como clave secreta.
- El valor x_0 se conoce como semilla; es el que inicia el proceso generador de la clave X_i.
- La secuencia se genera de i = 0 hasta i = n-1.
- Tiene como debilidad que resulta relativamente fácil atacar la secuencia, de forma similar a los cifradores afines de la criptografía clásica.

Ejemplo generador de congruencia lineal

Sea:
$a = 5 \quad b = 1$
$n = 16 \quad x_0 = 10$

$$x_{i+1} = (a * x_i \pm b)(\text{mod } n)$$

Pero...

$S_i = 10, 3, 0, 1, 6, 15, 12, 13, 2, 11, 8, 9, 14, 7, 4, 5$

$x_1 = (5*10+1) \text{ mod } 16 = 3$ $\quad x_2 = (5*3+1) \text{ mod } 16 = 0$
$x_3 = (5*0+1) \text{ mod } 16 = 1$ $\quad x_4 = (5*1+1) \text{ mod } 16 = 6$
$x_5 = (5*6+1) \text{ mod } 16 = 15$ $\quad x_6 = (5*15+1) \text{ mod } 16 = 12$
$x_7 = (5*12+1) \text{ mod } 16 = 13$ $\quad x_8 = (5*13+1) \text{ mod } 16 = 2$
$x_9 = (5*2+1) \text{ mod } 16 = 11$ $\quad x_{10} = (5*11+1) \text{ mod } 16 = 8$
$x_{11} = (5*8+1) \text{ mod } 16 = 9$ $\quad x_{12} = (5*9+1) \text{ mod } 16 = 14$
$x_{13} = (5*14+1) \text{ mod } 16 = 7$ $\quad x_{14} = (5*7+1) \text{ mod } 16 = 4$
$x_{15} = (5*4+1) \text{ mod } 16 = 5$ $\quad x_{16} = (5*5+1) \text{ mod } 16 = 10$

¿Algo falla en este generador?

$$x_{i+1} = (a * x_i \pm b) (\mathrm{mod}\ n)$$

¿Qué sucede si
a = 11 b = 1
n = 16 x_0 = 7?

¿Qué sucede si
a = 5 b = 2
n = 16 x_0 = 10?

¿Qué sucede si
a = 5 b = 2
n = 16 x_0 = 1?

¿Qué sucede si
a = 4 b = 1
n = 16 x_0 = 10?

 Madrid (España) 2006

Debilidad en este tipo de generadores

$S_i = (11*7 + 1) \bmod 16$

$S_i = 15, 7$

El período que se genera es sólo de tamaño dos ... ☹

$S_i = (5*10 + 2) \bmod 16$

$S_i = 4, 6, 0, 2, 12, 14, 8, 10$

$S_i = (5*1 + 2) \bmod 16$

$S_i = 7, 5, 11, 9, 15, 13, 3, 1$

Se obtiene un período muy bajo y sólo valores pares e impares. ☹ ☹

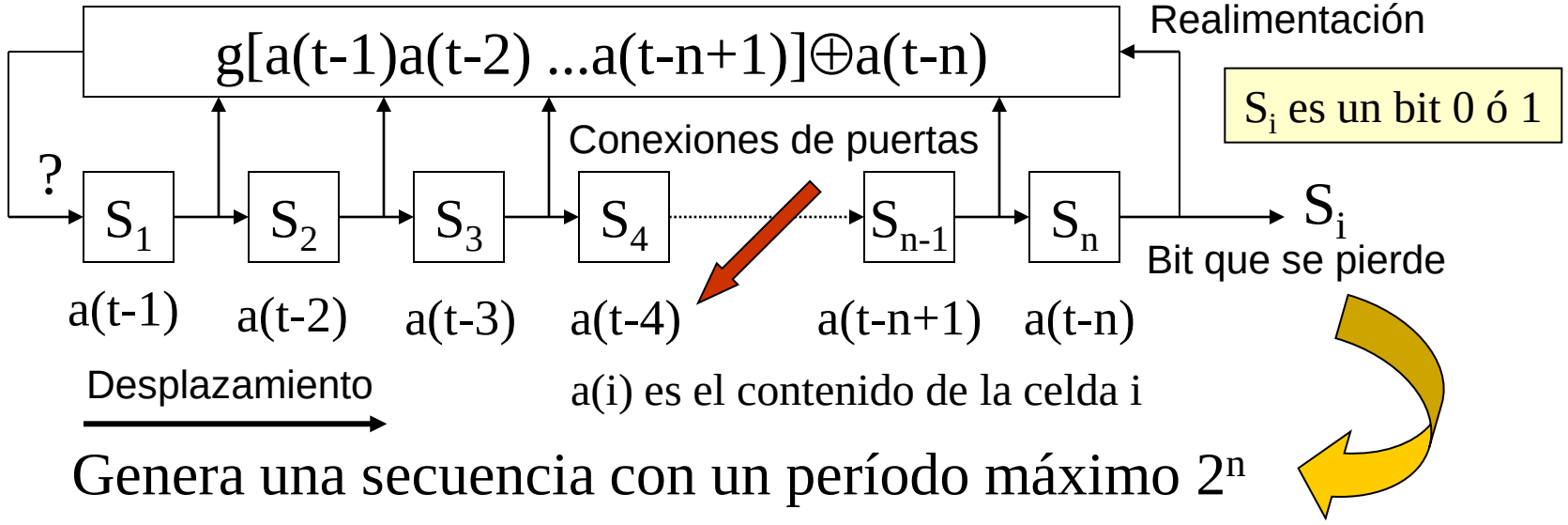
$S_i = (4*10 + 1) \bmod 16$

$S_i = 9, 5, 5, ...$

Peor aún, ya no se genera una secuencia ... ☹ ☹ ☹

Registros de desplazamiento

Generador de secuencia cifrante con registros de desplazamiento



Genera una secuencia con un período máximo 2^n

NLFSR

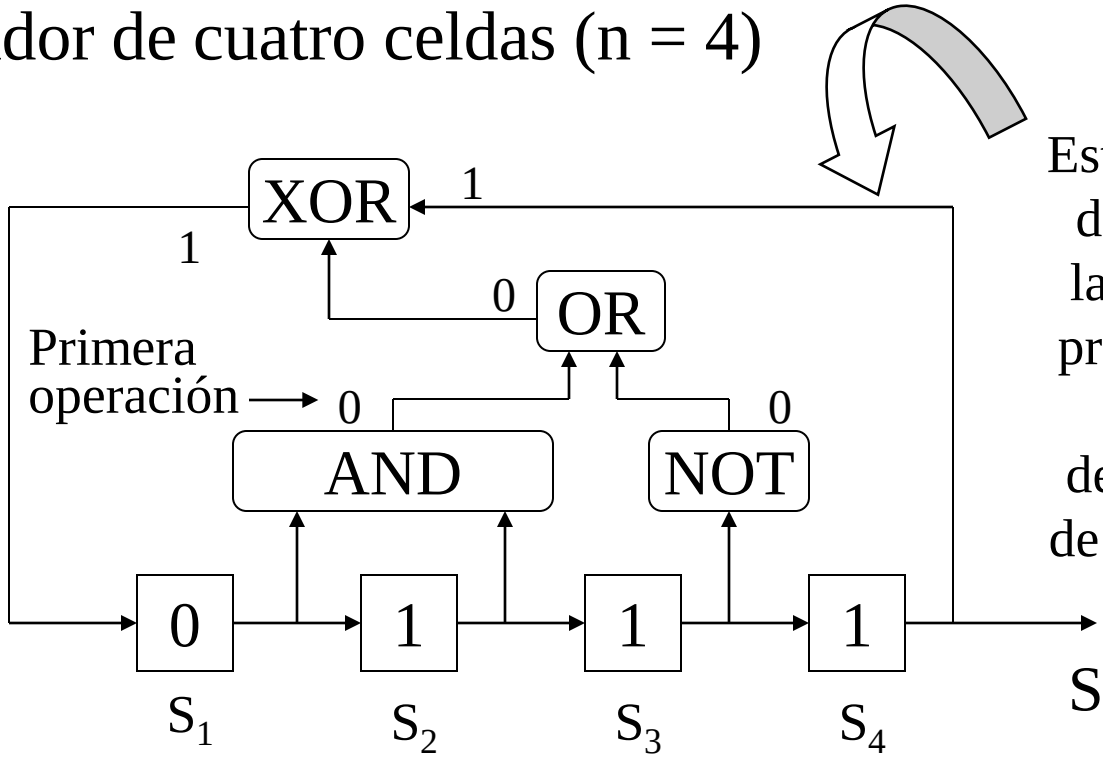
Registros de Desplazamiento Realimentados No Linealmente

Registros de Desplazamiento Realimentados Linealmente

LFSR

Generador NLFSR de 4 celdas (1)

Generador de cuatro celdas (n = 4)



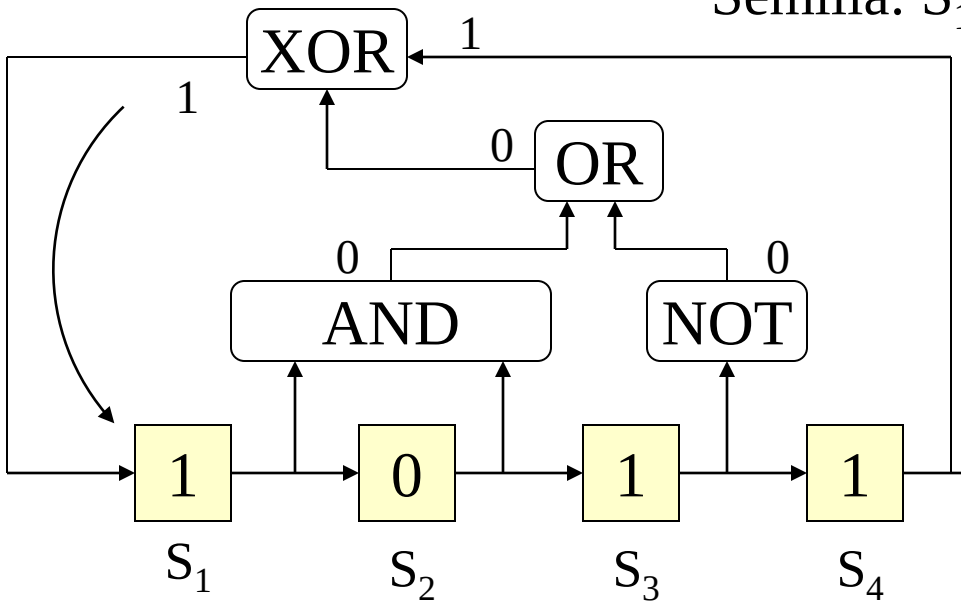
Este es el estado de las celdas y las operaciones previas antes de producirse el desplazamiento de un bit hacia a la derecha.

Sea la semilla: $S_1S_2S_3S_4 = 0111$

Operaciones

Generador NLFSR de 4 celdas (2)

Semilla: $S_1S_2S_3S_4 = 0111$



Observe que primero se transmite $S_4S_3S_2S_1$

S_i = 1110 1100 1010 0001. $T_{máx} = 2^n = 2^4 = 16$. Se conoce como secuencia de De Bruijn. El contenido de las celdas pasa por todos los estados posibles: 0000 → 1111.

Generadores lineales LFSR

$$a(t) = C_1a(t-1) \oplus C_2a(t-2) \oplus C_3a(t-3) \oplus ... \oplus C_na(t-n)$$

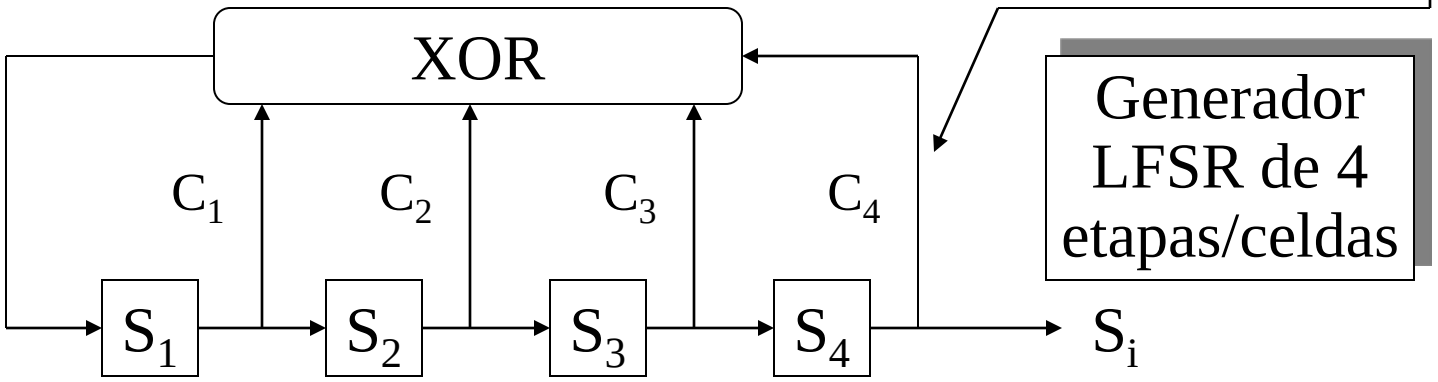
$C_i = \{1,0\} \Rightarrow$ conexión/no conexión celda $\quad C_n = 1$

Función única: XOR

$$T_{máx} = 2^n - 1$$

Polinomio asociado:

$$f(x) = C_nx^n + C_{n-1}x^{n-1} + ... + C_2x^2 + C_1x + 1$$



Tipos de generadores lineales LFSR

Observación: como la única función de realimentación de un LFSR es un XOR, no estará permitida la cadena de todos ceros.

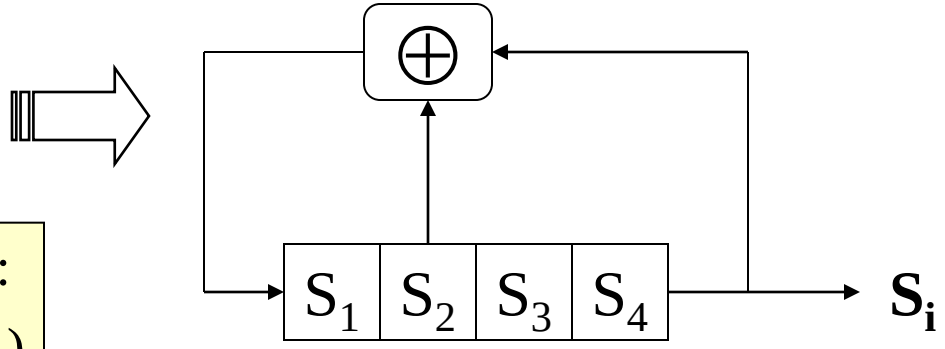
En función del polinomio asociado tendremos:

- LFSR con polinomios factorizables
  - No serán criptográficamente interesantes.
- LFSR con polinomios irreducibles
  - No serán criptográficamente interesantes.
- LFSR con polinomios primitivos
  - Según los postulados de Golomb, este tipo de polinomio que genera todos los estados lineales posibles del cuerpo de trabajo n, será el que nos entregue una secuencia cifrante de interés criptográfico con período $T = 2^n - 1$.

Generador LFSR con f(x) factorizable

Generador f(x) factorizable de cuatro celdas (n = 4)

Sea $f(x) = x^4 + x^2 + 1$



f(x) es factorizable porque:

Sea $f(x_1) = f(x_2) = (x^2+x+1)$

$f(x) = f(x_1) \bullet f(x_2)$

$f(x) = (x^2+x+1) \bullet (x^2+x+1)$

$f(x) = x^4+2x^3+3x^2+2x+1$

Tras la reducción módulo 2

Luego $f(x) = x^4 + x^2 + 1$

Problema

T dependerá de la semilla

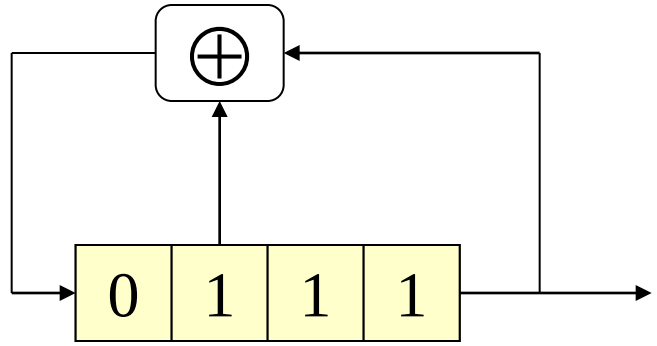
$T \leq 2^n - 1$

Y además, habrá períodos secundarios divisores de T.

Ejemplo de LFSR con f(x) factorizable (1)

$f(x) = x^4 + x^2 + 1$

Sea ahora la semilla:
$S_1S_2S_3S_4 = 0111$



Registro	Bit S_i	Registro	Bit S_i
0111	1	1110	0
0011	1	1111	1
1001	1	0111	1
1100	0		

. . . semilla

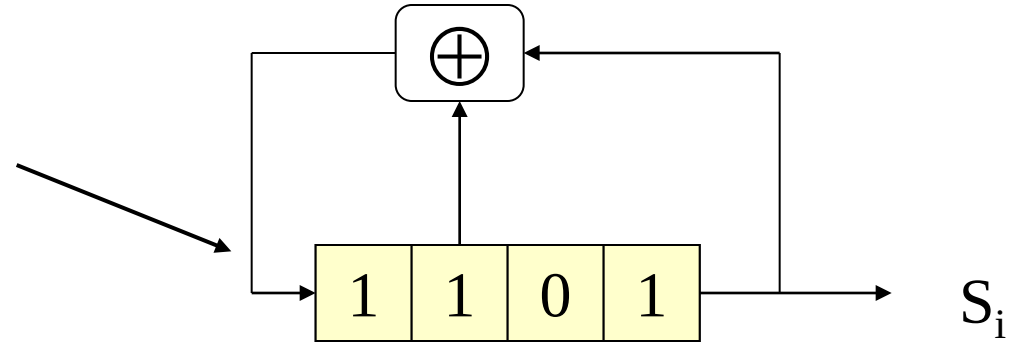
Primer bit: resultado de la operación $S_1 = S_2 \oplus S_4$

$S_i = 111001 \quad T = 6$

Ejemplo de LFSR con f(x) factorizable (2)

$f(x) = x^4 + x^2 + 1$

Sea la semilla:
$S_1S_2S_3S_4 = 1101$



Registro	Bit S_i	S_1 S_2 S_3 S_4
1101	1	
0110	0	
1011	1	
1101	1	. . . semilla

Primer bit: resultado de la operación $S_1 = S_2 \oplus S_4$

$S_i = 101$
$T = 3$

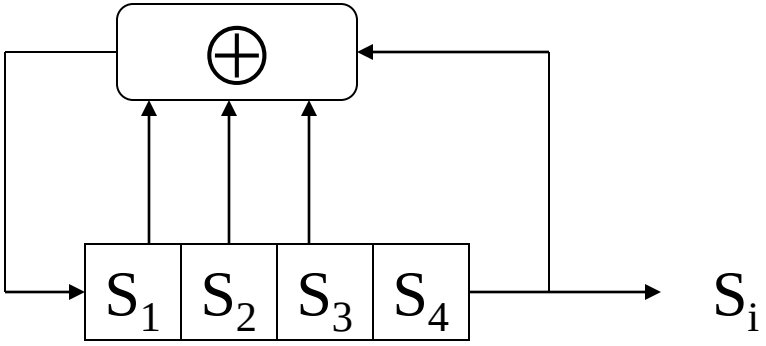
T es un período secundario y en en este caso es incluso menor que la semilla.

Generador LFSR con f(x) irreducible

Generador f(x) irreducible de cuatro celdas (n = 4)

Sea $f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

Es imposible factorizar en módulo 2 la función f(x) mediante dos polinomios $f(x_1)$ y $f(x_2)$ de grado menor



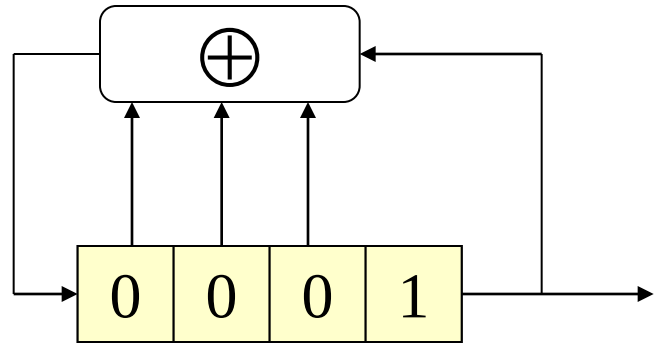
Problema

Ahora T ya no depende de la semilla pero será un factor de $T_{máx} = 2^n - 1$ y no obtendremos un período máximo.

Ejemplo de LFSR con f(x) irreducible

$f(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$

Sea ahora la semilla:
$S_1S_2S_3S_4 = 0001$



Registro	Bit S_i
0001	1
1000	0
1100	0
0110	0

Registro	Bit S_i
0011	1
0001	1

. . . semilla

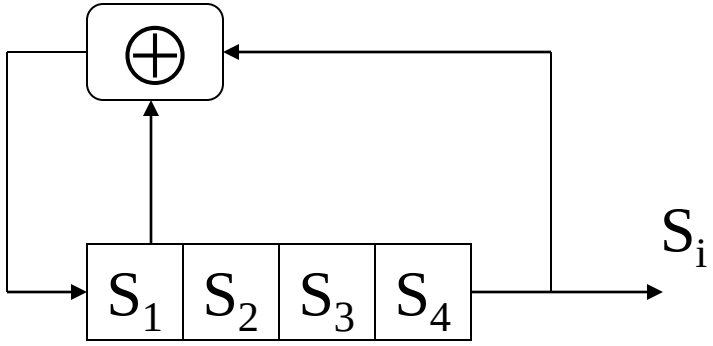
$S_i = 100011$ $T = 5$ siendo
$T_{máx} = 2^n - 1 = 2^4 - 1 = 15$

Generador LFSR con f(x) primitivo

Generador f(x) primitivo de cuatro celdas (n = 4)

Sea $f(x) = x^4 + x + 1$

f(x) no es factorizable como $f(x_1) \bullet f(x_2)$ en módulo dos. Es además un generador del grupo.



Habrá $\phi(2^n - 1)/n$ polinomios primitivos

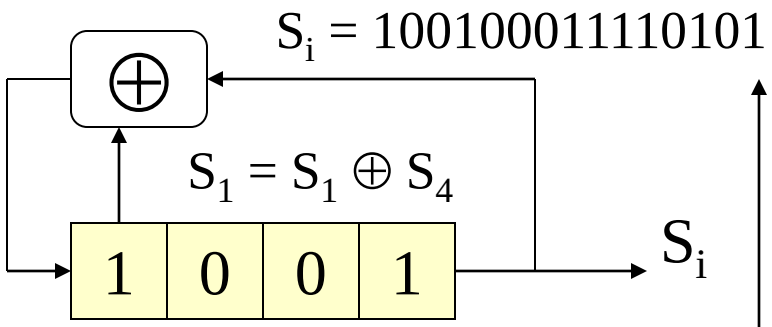
T ya no dependerá de la semilla y será un valor máximo $T_{máx} = 2^n - 1$.
Se generan m-secuencias

Ejemplo de LFSR con f(x) primitivo

Generador f(x) primitivo de cuatro celdas (n = 4)

$f(x) = x^4 + x + 1$

$S_1S_2S_3S_4 = 1001$



Registro	Bit S_i				
1001	1				
0100	0	1110	0	1010	0
0010	0	1111	1	1101	1
0001	1	0111	1	0110	0
1000	0	1011	1	0011	1
1100	0	0101	1	1001	T = 15

$T = 2^n - 1$

$T = 2^4 - 1$

$T = 15$

Secuencia S_i de un LFSR con f(x) primitivo

Características

- Secuencia máxima de 2^n - 1 bits
- Cumple con G1:
  - Hay 2n bits 1 y 2n-1 bits 0
- Cumple con G2: → m-secuencia
  - Distribución de rachas de m-secuencia. El vector binario de las celdas pasa por todos los estados excepto la cadena de ceros que está prohibida.
- Cumple con G3:
  - Los aciertos (A) serán iguales a 2^{n-1} - 1

Rachas en S_i de un LFSR con f(x) primitivo

Rachas de Longitud	Rachas de Ceros	Rachas de Unos
1	2^{n-3}	2^{n-3}
2	2^{n-4}	2^{n-4}
...	...	...
p	2^{n-p-2}	2^{n-p-2}
...	...	...
n-2	1	1
n-1	1	0
n	0	1
TOTAL	2^{n-2}	2^{n-2}

Rachas de una m-secuencia

Sin embargo, no es un generador ideal para la cifra porque su Complejidad Lineal es muy baja. ⟶

Debilidad de un LFSR con f(x) primitivo

Como este LFSR genera una secuencia de longitud máxima, ésta será previsible y se puede encontrar la secuencia completa S_i de 2^n - 1 bits ...

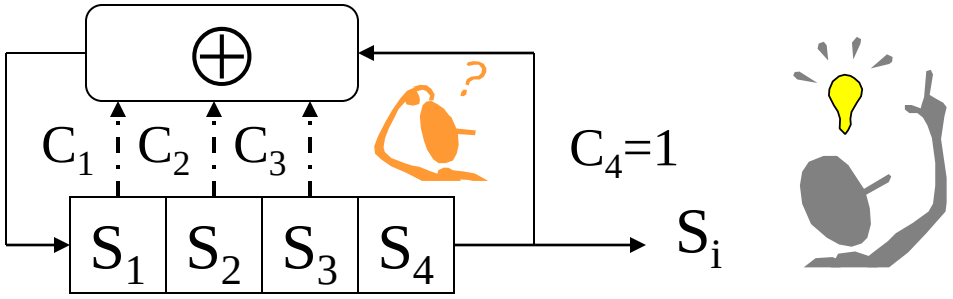
¡ con sólo conocer 2n bits !

Por ejemplo, si en un sistema de 8 celdas con un período 2^8-1 = 255 conocemos 2•8 = 16 bits seremos capaces de encontrar las conexiones de las celdas o valores de C_i y generar así la secuencia completa S_i.

Esta debilidad es la que usa el ataque conocido como algoritmo de Berlekamp-Massey.

Ejemplo de ataque de Berlekamp-Massey

Si conocemos $2*n = 8$ bits $S_1S_2S_3S_4S_5S_6S_7S_8$ de un LFSR de 4 celdas $C_1C_2C_3C_4$, tenemos el sistema de ecuaciones:



$$S_5 = C_1 \bullet S_1 \oplus C_2 \bullet S_2 \oplus C_3 \bullet S_3 \oplus C_4 \bullet S_4$$
$$S_6 = C_1 \bullet S_5 \oplus C_2 \bullet S_1 \oplus C_3 \bullet S_2 \oplus C_4 \bullet S_3$$
$$S_7 = C_1 \bullet S_6 \oplus C_2 \bullet S_5 \oplus C_3 \bullet S_1 \oplus C_4 \bullet S_2$$
$$S_8 = C_1 \bullet S_7 \oplus C_2 \bullet S_6 \oplus C_3 \bullet S_5 \oplus C_4 \bullet S_1$$

Si asignamos valores de esos $2*n = 8$ bits $S_1S_2S_3S_4S_5S_6S_7S_8$ seremos capaces de resolver este sistema

Primero se transmite $S_4S_3S_2S_1$ (semilla) y luego bits $S_5S_6S_7S_8$.

Solución al ataque de Berlekamp-Massey

$$S_5 = C_1 \bullet S_1 \oplus C_2 \bullet S_2 \oplus C_3 \bullet S_3 \oplus C_4 \bullet S_4$$
$$S_6 = C_1 \bullet S_5 \oplus C_2 \bullet S_1 \oplus C_3 \bullet S_2 \oplus C_4 \bullet S_3$$
$$S_7 = C_1 \bullet S_6 \oplus C_2 \bullet S_5 \oplus C_3 \bullet S_1 \oplus C_4 \bullet S_2$$
$$S_8 = C_1 \bullet S_7 \oplus C_2 \bullet S_6 \oplus C_3 \bullet S_5 \oplus C_4 \bullet S_1$$

Si los 8 bits $S_1S_2S_3S_4S_5S_6S_7S_8$ son 1100 1000

$S_1 = 0 \quad S_5 = 1$
$S_2 = 0 \quad S_6 = 0$
$S_3 = 1 \quad S_7 = 0$
$S_4 = 1 \quad S_8 = 0$

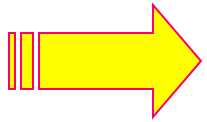
$$1 = C_1 \bullet 0 \oplus C_2 \bullet 0 \oplus C_3 \bullet 1 \oplus C_4 \bullet 1$$
$$0 = C_1 \bullet 1 \oplus C_2 \bullet 0 \oplus C_3 \bullet 0 \oplus C_4 \bullet 1$$
$$0 = C_1 \bullet 0 \oplus C_2 \bullet 1 \oplus C_3 \bullet 0 \oplus C_4 \bullet 0$$
$$0 = C_1 \bullet 0 \oplus C_2 \bullet 0 \oplus C_3 \bullet 1 \oplus C_4 \bullet 0$$

$C_1 = 1$ $C_2 = 0$
$C_3 = 0$ $C_4 = 1$

Conclusiones ataque Berlekamp-Massey

CONCLUSIONES:

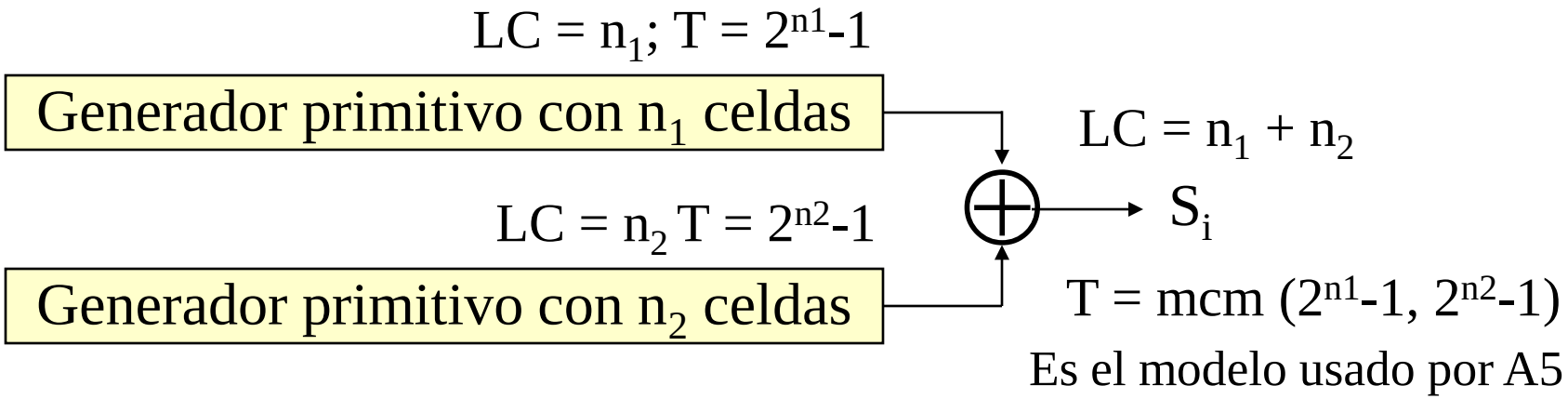
- Como se conoce la configuración del generador LFSR, y S_i es una m-secuencia de período $2^n - 1$, entonces por el conjunto de n celdas pasarán todos los restos del campo de Galois de 2^n, excepto la cadena de n ceros que sabemos está prohibida en estos sistemas generadores lineales.
- Para el ejemplo anterior, esto quiere decir que cualquier grupo de 2n = 8 dígitos correlativos nos permite generar la secuencia máxima, en este caso de $2^n = 16$ bits.
- La solución es aumentar la complejidad lineal del generador por ejemplo conectando varios LFRs.

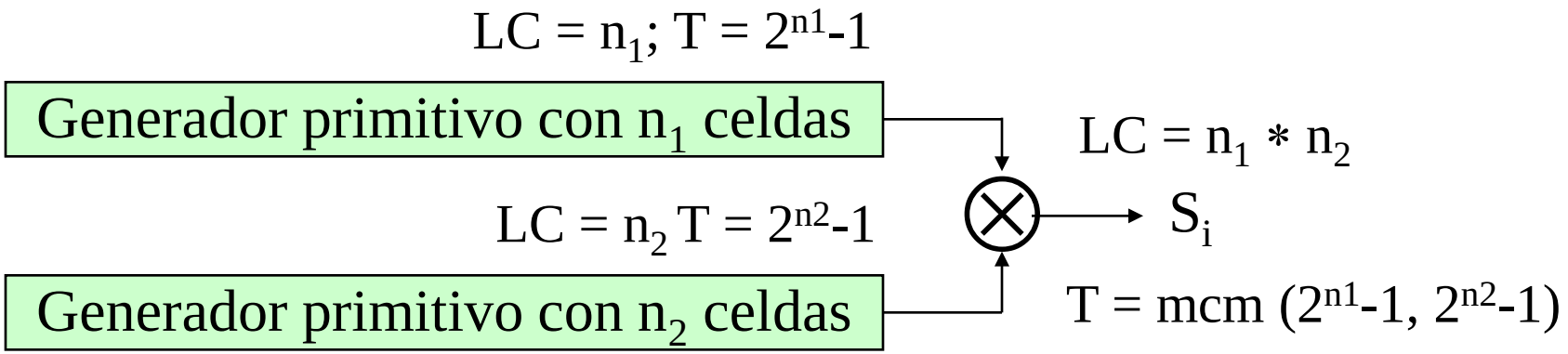


Complejidad lineal LC

- Un LFSR con polinomio primitivo de n celdas tendrá una complejidad lineal LC igual a n; es decir con 2n bits se puede generar la secuencia completa como hemos visto.
- Lo ideal es que si este LFSR entrega una secuencia S_i con un período igual a $2^n - 1$, su LC fuese cercana a este valor.
- Para aumentar esta LC podemos usar:
  - Operaciones no lineales de las secuencias del LFSR
    - Operaciones de suma
    - Operaciones de multiplicación
  - Filtrado no lineal de los estados del LFSR.

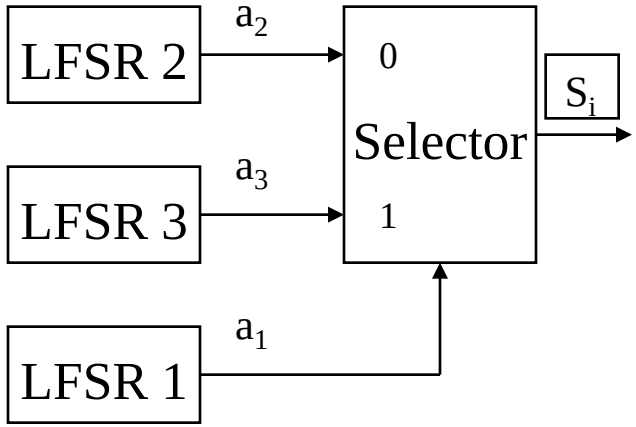
Operaciones no lineales con dos registros





Generadores LFSR con filtrado no lineal

Generador de Geffe



- Si a_1 es un $0 \Rightarrow S_i$ es el bit de a_2
- Si a_1 es un $1 \Rightarrow S_i$ es el bit de a_3

Luego: $S_i = a_2 \oplus a_1a_2 \oplus a_1a_3$

$LC = (n_1 + 1)n_2 \oplus n_1n_3$

$T = mcm\ (2^{n1}\text{-}1,\ 2^{n2}\text{-}1,\ 2^{n3}\text{-}1)$

Se mejora la LC e incluso se aumenta si ponemos más LFSRs pero este generador es débil ante ataques por correlación de bits.

Existen una infinidad de esquemas en esta línea, entre ellos los de Beth-Piper, Jennings, Gollmann y Massey-Rueppel.

Algoritmos de cifrado en flujo

Sistemas más conocidos:

- A5:
  - Algoritmo no publicado propuesto en 1994. Versiones A5/1 fuerte (Europa) y A5/2 débil (exportación).
- RC4:
  - Algoritmo de RSA Corp. (*Rivest Cipher* #4) desarrollado en el año 1987, usado en Lotus Notes y luego en el navegador de Netscape desde 1999. No es público.
- SEAL:
  - Algoritmo propuesto por IBM en 1994.

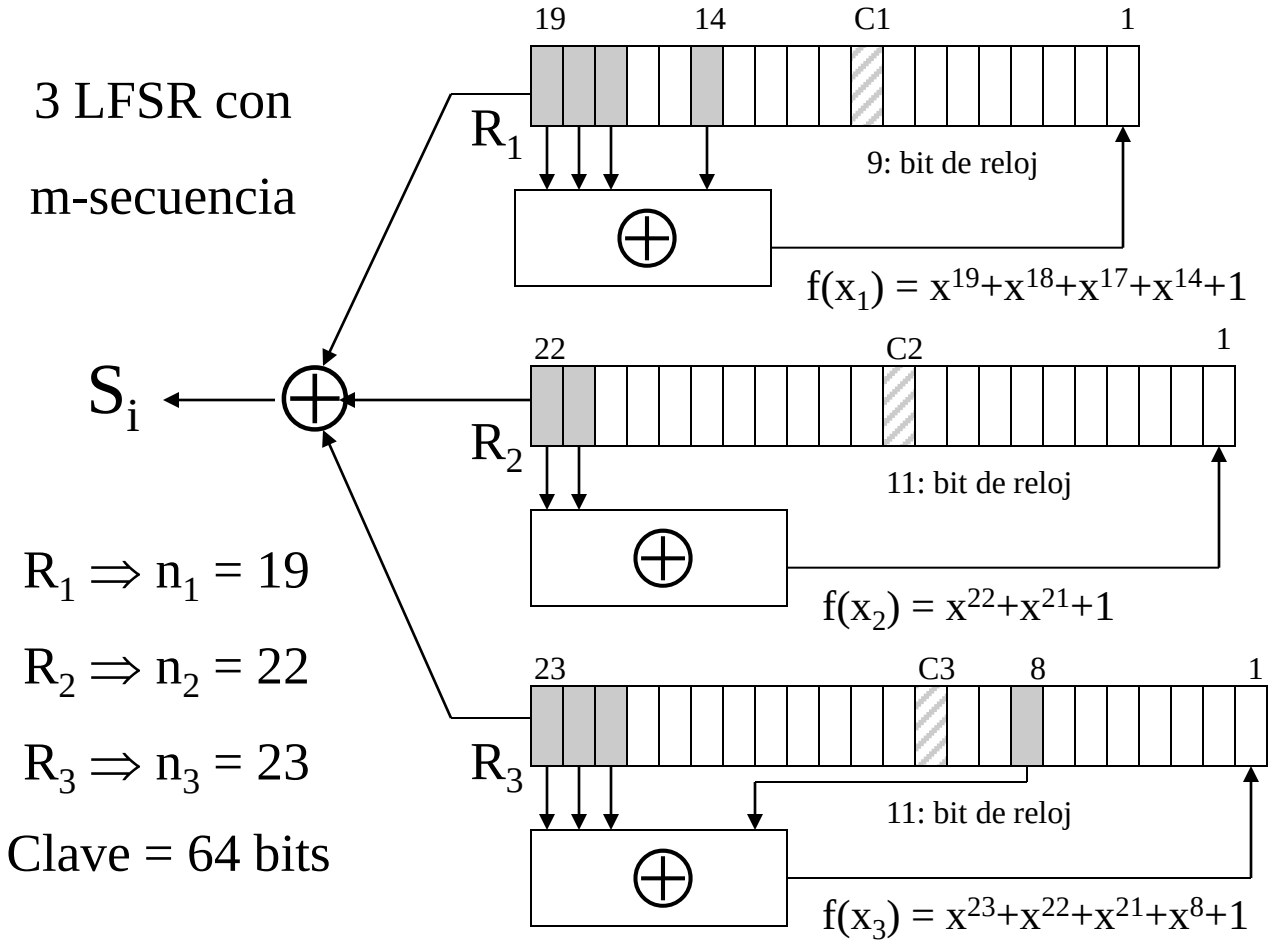
El algoritmo de cifra A5

El uso habitual de este algoritmo lo encontramos en el cifrado del enlace entre el abonado y la central de un teléfono móvil (celular) tipo GSM.

Con cerca de 130 millones de usuarios en Europa y otros 100 millones de usuarios en el resto del mundo, el sistema ha sucumbido a un ataque en diciembre de 1999 realizado por Alex Biryukov y Adi Shamir.

Esta es una consecuencia inevitable en el mundo de la criptografía cuando los desarrolladores de algoritmos no hacen público el código fuente.

Esquema del algoritmo de cifra A5/1



Una función mayoría entre C1, C2 y C3 hace que sólo los registros en los que coincide el bit con ese valor produzcan desplazamiento. En cada paso habrá dos o tres registros en movimiento.

Consideraciones sobre el período de A5/1

El período T vendrá dado por el máximo común múltiplo de los tres períodos individuales:

$$T = mcm\ (2^{n1} - 1, 2^{n2} - 1, 2^{n3} - 1)$$

Como n_1, n_2 y n_3 son primos entre sí, también lo serán los valores $(2^{n1} -1)$, $(2^{n2} - 1)$ y $(2^{n3} - 1)$. Luego el período T será el producto:

$$T = T_1 * T_2 * T_3$$

Entonces $T = (2^{19}-1)(2^{22}-1)(2^{23}-1) = 524.287 * 4.194.303 * 8.388.607$

$T = 18.446.702.292.280.803.327 < 2^{64}$ que es un valor demasiado bajo incluso para mediados de la década pasada. ☹

Registros y función mayoría en A5/2

- Usa los mismos tres registros de desplazamiento con polinomio primitivo que A5/1:
  - $f(x_1) = x^{19} + x^{18} + x^{17} + x^{14} + 1$
  - $f(x_2) = x^{22} + x^{21} + 1$
  - $f(x_3) = x^{23} + x^{22} + x^{21} + x^{8} + 1$
- Además, usa un cuarto registro R_4 con un polinomio primitivo:
  - $f(x_4) = x^{17} + x^{12} + 1$
- Usa cuatro copias de una función mayoría F para cada uno de los cuatro registros que se define como:
  - $F(x_1,x_2,x_3) = x_1x_2 + x_1x_3 + x_2x_3$

Otras operaciones de A5/2

  - En R_1 las entradas a la función F_1 son las celdas 13, 15 y 16.
  - En R_2 las entradas a la función F_2 son las celdas 10, 14 y 17.
  - En R_3 las entradas a la función F_3 son las celdas 14, 17 y 19.
  - En R_4 las entradas a la función F_4 son las celdas 4, 8 y 11. La salida de esta copia determina qué registros de R_1,R_2,R_3 se desplazarán en el ciclo.
- Complementación de celdas y sumas en salida de F:
  - En R_1 se complementa la celda 15 y se suma la celda 19 a F.
  - En R_2 se complementa la celda 17 y se suma la celda 22 a F.
  - En R_3 se complementa la celda 14 y se suma la celda 23 a F.