Mágneses erőtér

- Ahol az áramtól átjárt vezetőre (vagy mágnestűre) erő hat

- A villamos forgógépek, mutatós műszerek működésének alapja

- Magnetosztatikai mező: nyugvó állandó mágnesek és egyenáramok időben állandó mágneses tere

Mágneses indukció

További elnevezések: - mágneses térintenzitás

- mágneses fluxussűrűség

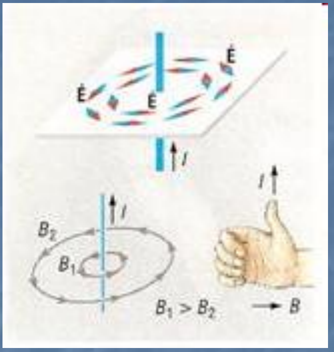
A tér valamely pontjában az 1 amper áramot vivő, 1 méter hosszúságú egyenes vezetőre ható erő. (vektoriális mennyiség)

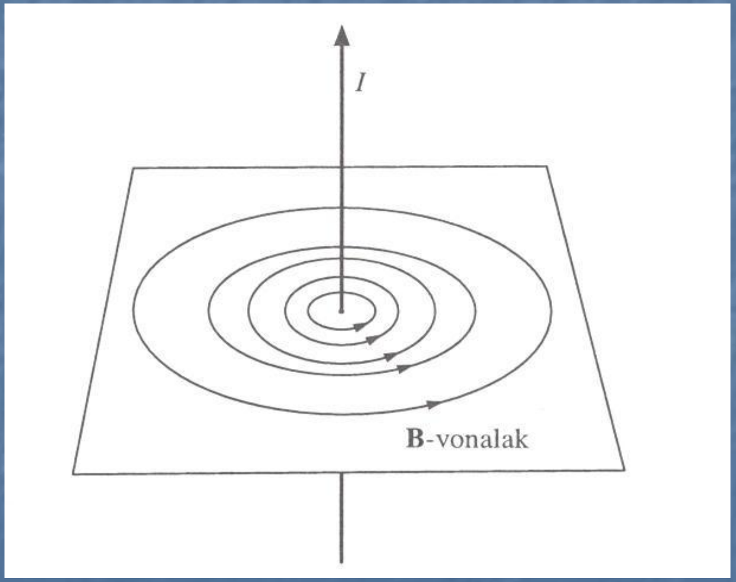
$$[B]=\frac{[F]}{[I][l]}=\frac{N}{Am}=\frac{VAs}{Am^2}=\frac{Vs}{m^2}=T$$

I_1 áramot vivő vezetőtől ***r*** távolságra a B nagysága

$$B = 2 * 10^{-7} \frac{I_1}{r} \quad [T]$$

iránya a jobbkéz szabály szerint:





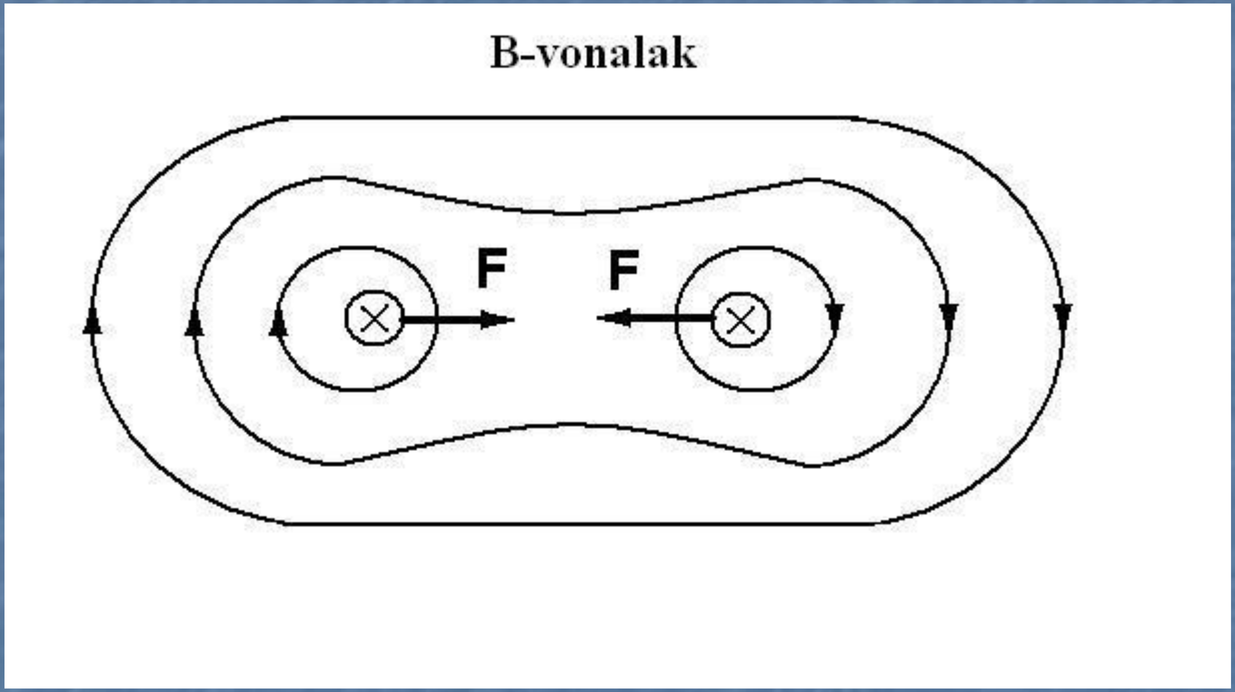
Azonos indukciójú pontokat összekötő görbe ⇨ indukcióvonal

Indukcióvonalak tulajdonságai

- Zárt görbék, állandó mágnesnél É $\Rightarrow$ D
- Érintőjük megadja $\vec{B}$ irányát, sűrűségük a nagyságát
- Egymást nem keresztezhetik
- Rövidülni igyekeznek
- Keresztirányban taszítják egymást

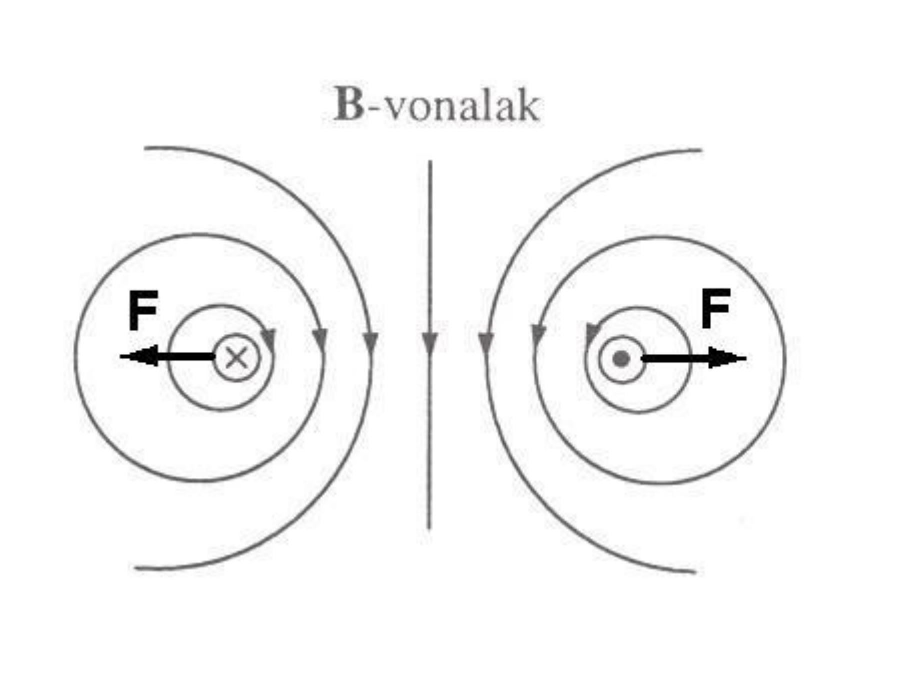
Két párhuzamos egyenes vezető

Azonos áramirány

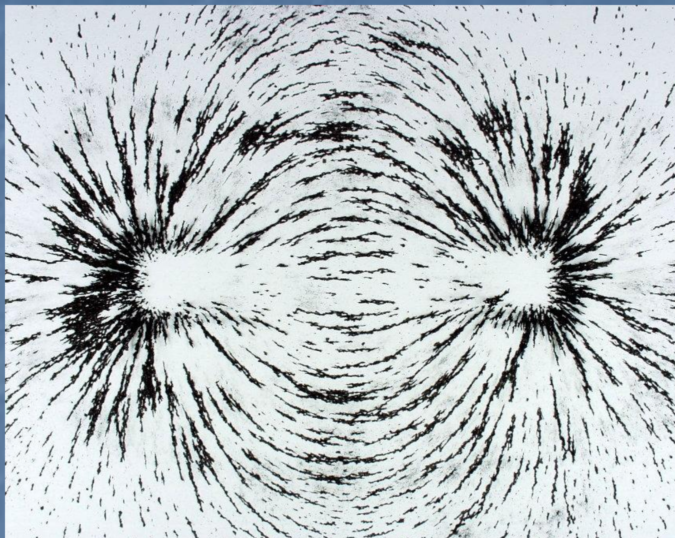


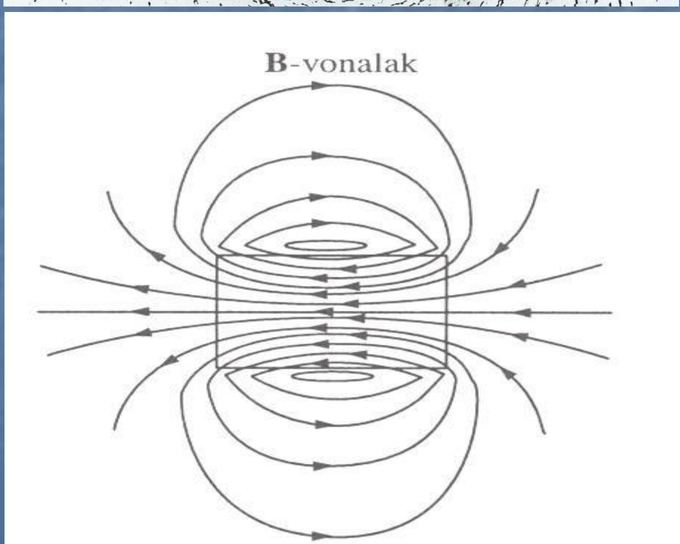
Két párhuzamos egyenes vezető

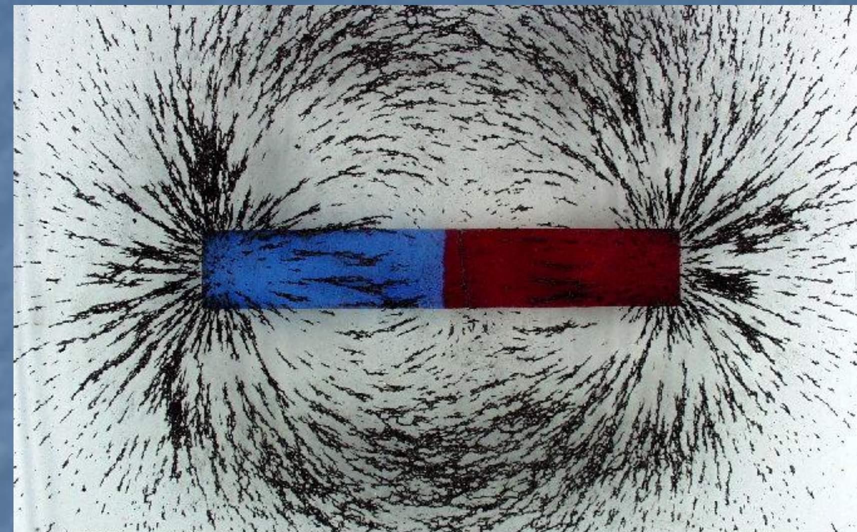
Ellentétes áramirány

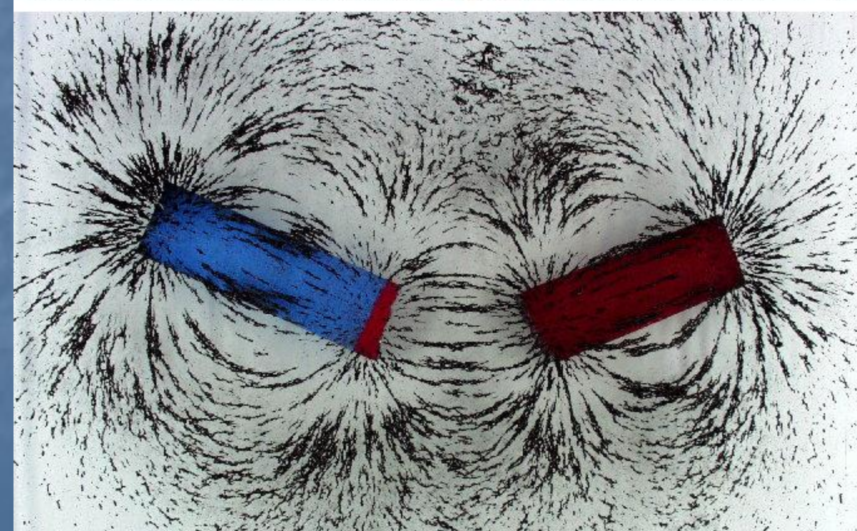


Rúdmágnes környezetében

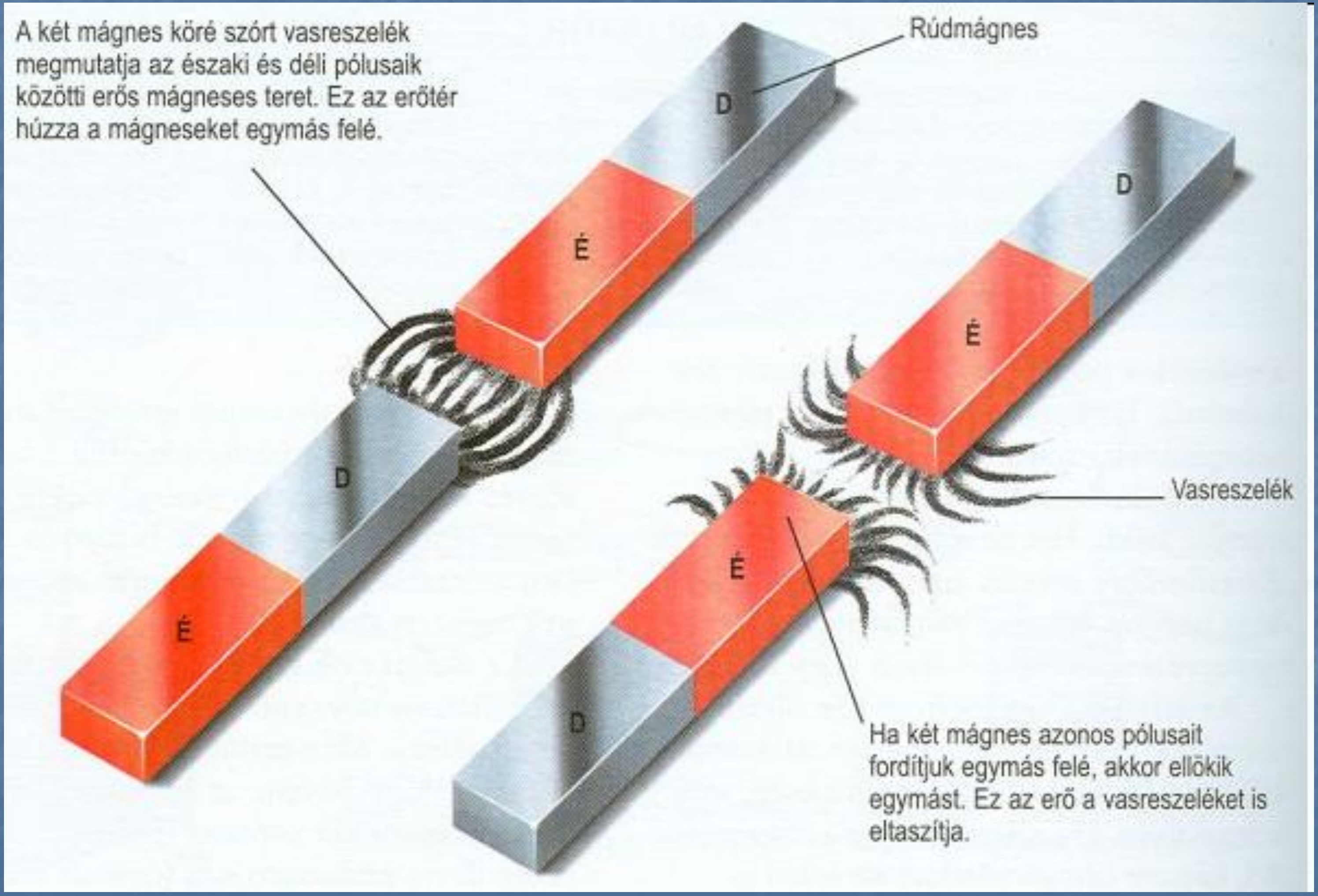




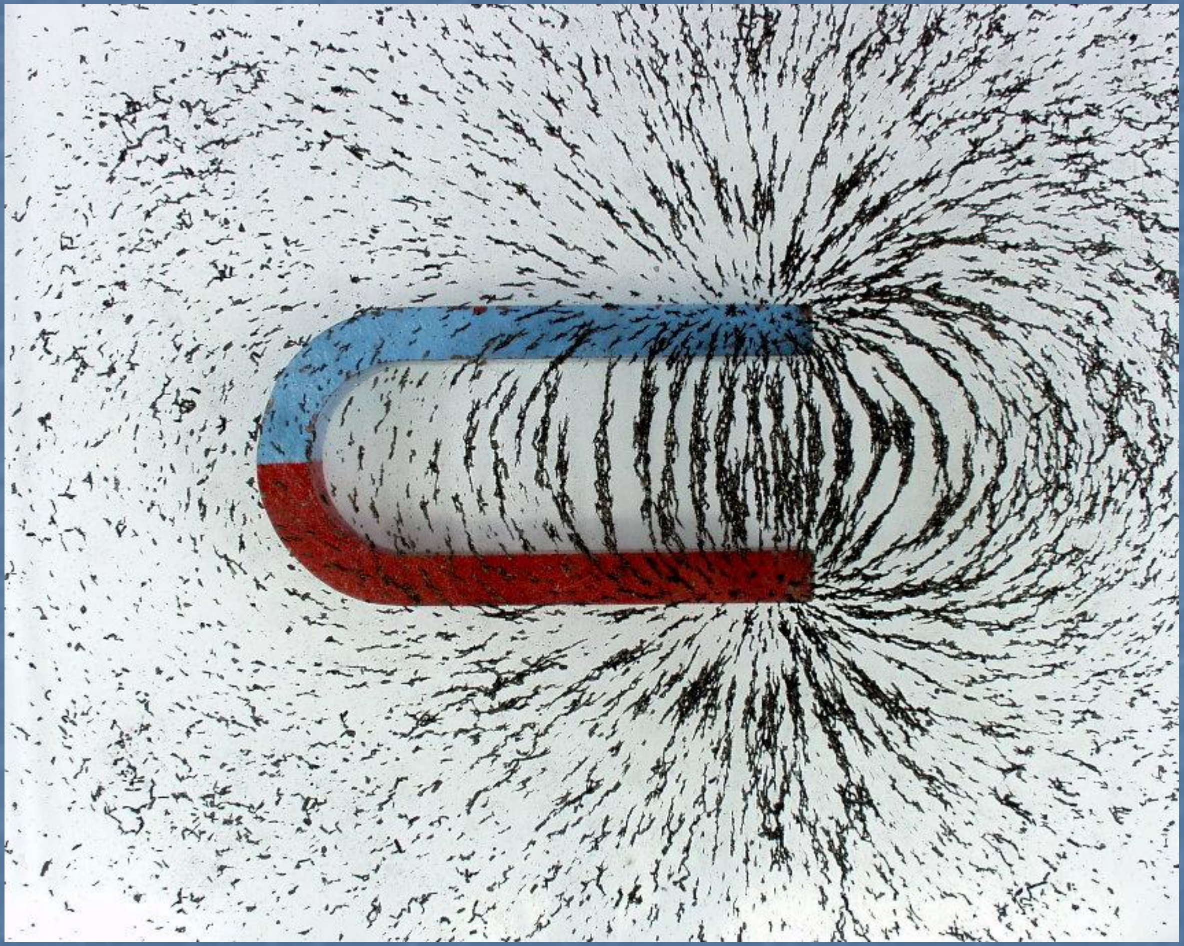




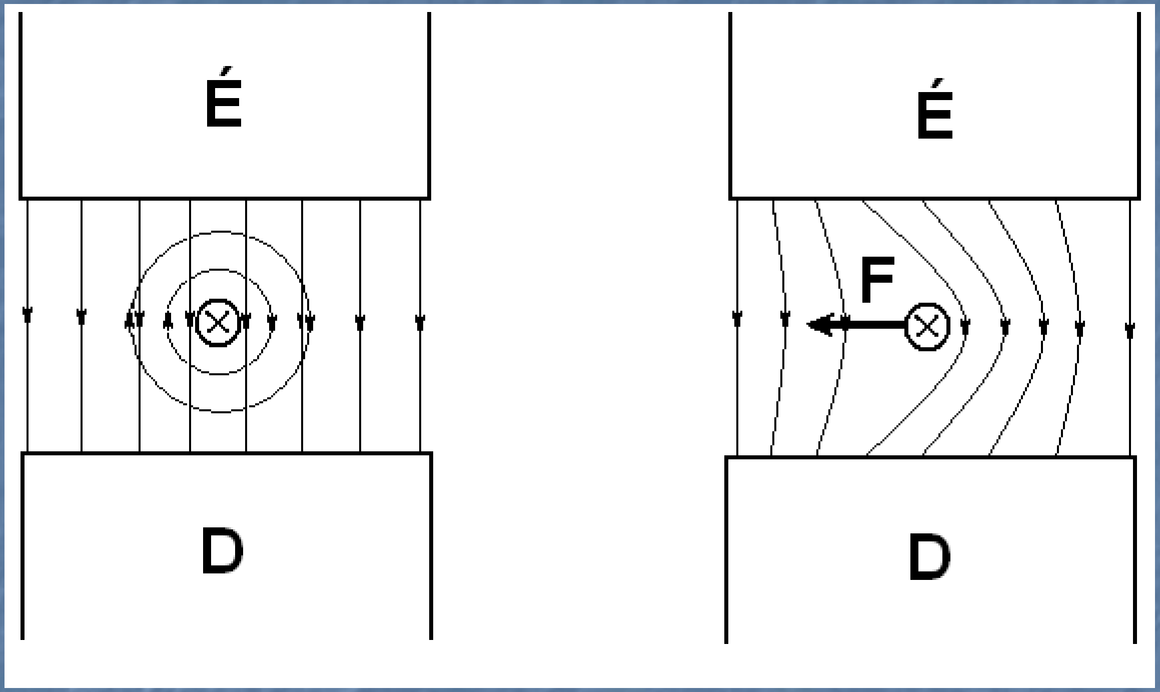
Két közeli rúdmágnes



Mágnespatkó környezetében



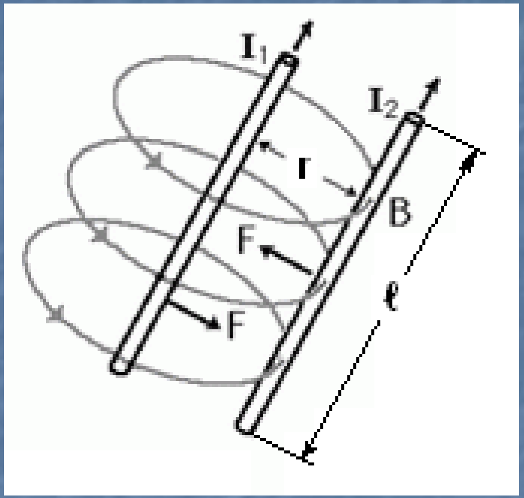
Egyenes vezető állandó mágnes terében



Erőhatások mágneses térben

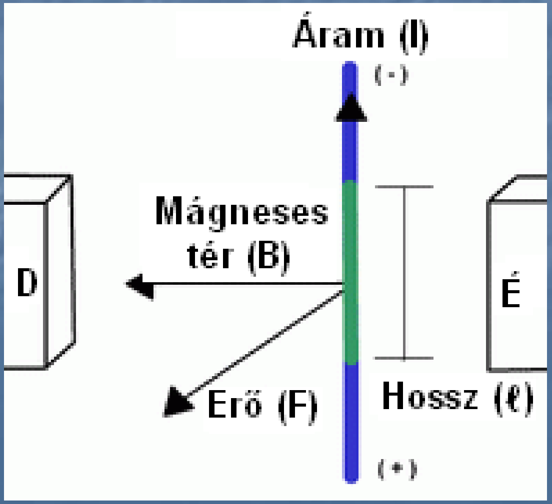
Két párhuzamos egyenes vezető között

$$F = 2 * 10^{-7} \frac{I_1 I_2 \ell}{r}$$



Állandó mágnes terében egyenes vezetőre

$$F = B I \ell$$



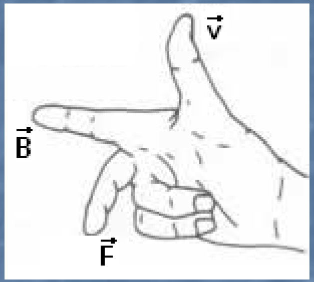
Erőhatások mágneses térben

Inhomogén térben, tetszőleges alakú vezetőre

$$\vec{F} = I \int_{\ell} \overrightarrow{d\ell} \times \vec{B}$$

Mágneses térben mozgó pontszerű töltésre

$$\vec{F} = Q\,\vec{v} \times \vec{B}$$



Elektromágneses térben mozgó pontszerű töltésre

$$\vec{F} = Q\,\vec{E} + Q\,\vec{v} \times \vec{B} = Q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Mágneses fluxus

Egy „**A**” felületen áthaladó összes indukcióvonal száma.

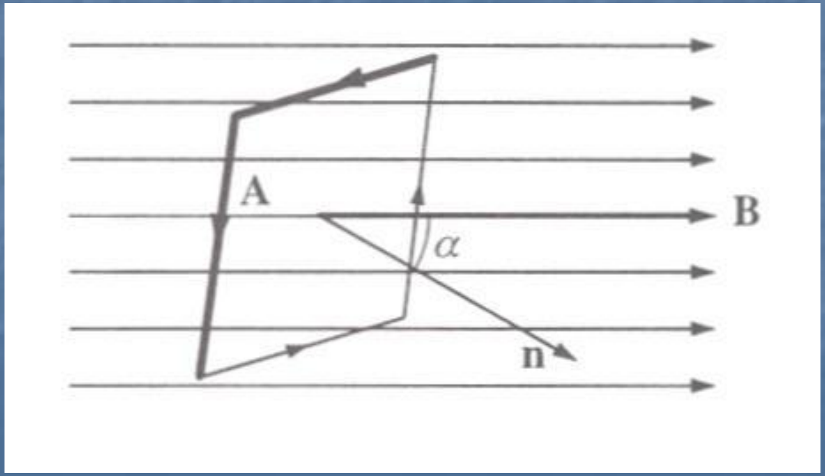
Homogén térben a $\vec{B}$ -re merőleges „**A**” felületen

$$\Phi = B A$$

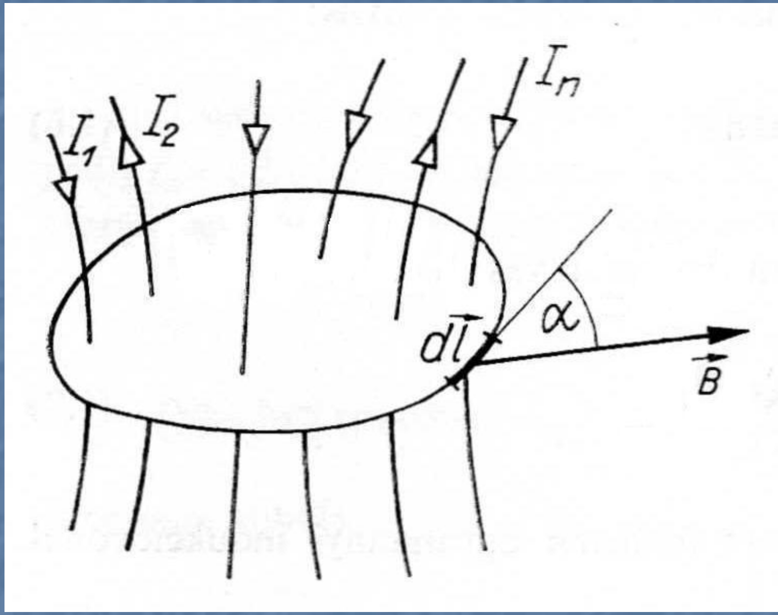
Inhomogén térben:

$$d\Phi = B \cos\alpha \, dA$$

$$\Phi = \int_A B \cos\alpha \, dA = \int_A \vec{B} \, \vec{dA}$$



Mágneses térerősség



$$\oint_g \overrightarrow{B}\,\overrightarrow{d\ell} = \mu \sum I$$

μ – anyagtól függő állandó;

abszolút permeabilitás

mértékegysége: H/m

Vákuumra és a legtöbb anyagra: $\mu_o = 4\pi 10^{-7} \left[\frac{H}{m}\right]$

A többi anyagra: $\mu = \mu_o\, \mu_r$

A μ_r relatív permeabilitás csak a mágnesezhető anyagoknál tér el jelentősen 1-től.

Mágneses térerősség

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu} \qquad \left[\frac{A}{m}\right]$$

Anyagtól független térjellemző

$$\oint_g \vec{H}\,\vec{d\ell} = \sum I = \Theta$$

Gerjesztési törvény

Ha a két vektor iránya azonos és **H** szakaszonként állandó:

$$\sum_i H_i \ell_i = \Theta$$

Anyagok mágneses tulajdonságai

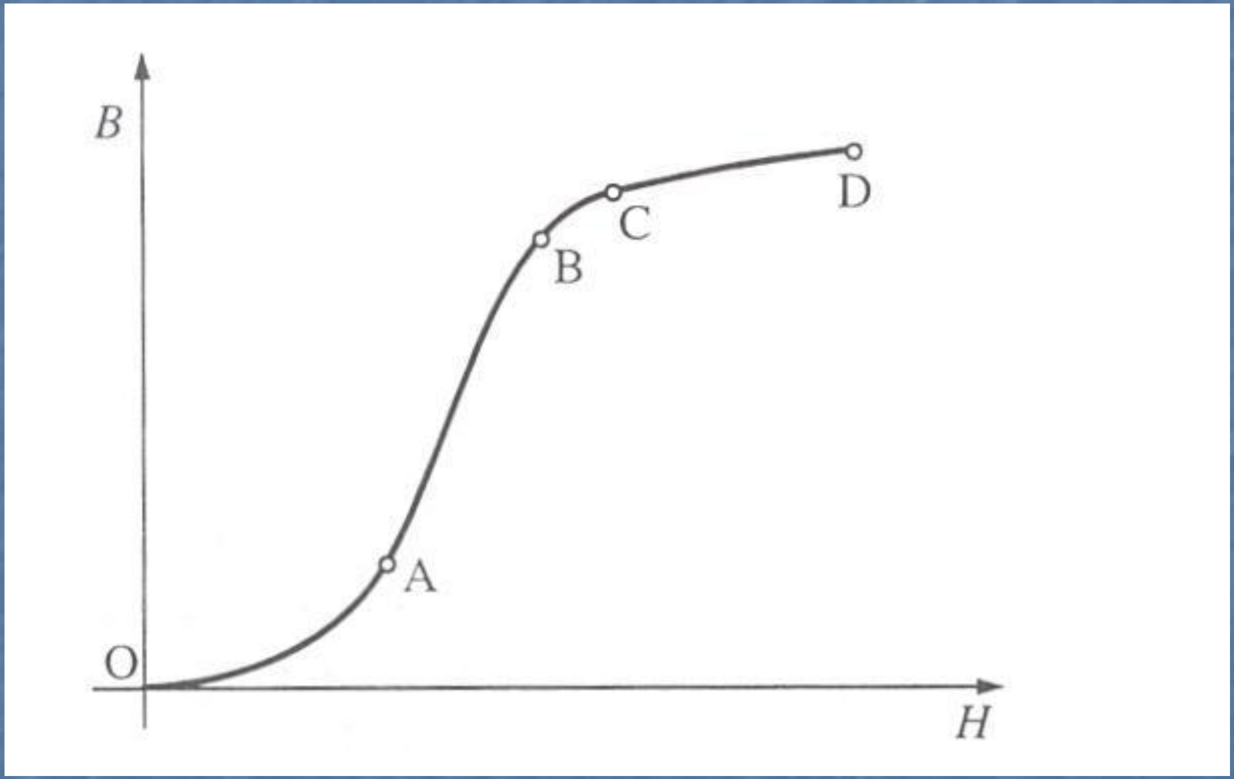
- Diamágneses $\mu_r < 1$ $\approx 1\text{-}10^{-5}$
- Paramágneses $\mu_r > 1$ $\approx 1+10^{-5}$
- Ferromágneses $\mu_r \gg 1$ $\approx 10^3$

  μ_r nagy és nem állandó,
  a B és H közötti kapcsolat nem lineáris

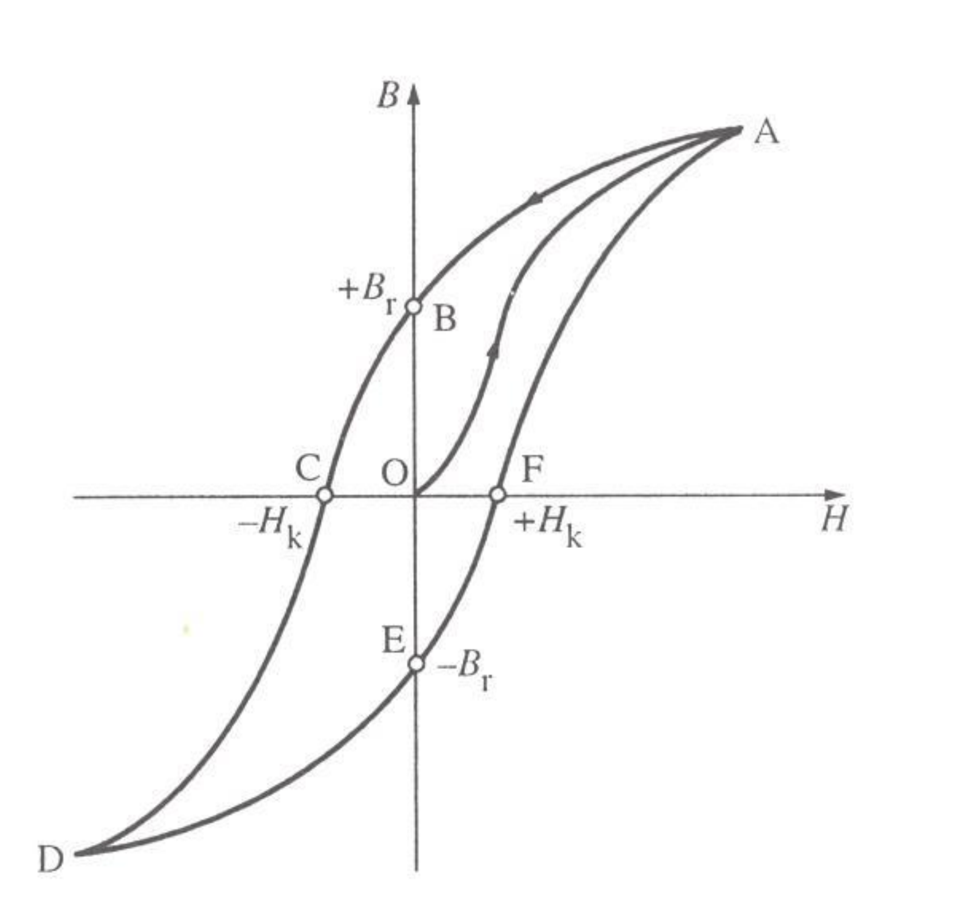
Különböző anyagok relatív permeabilitása

Csoport	Anyag	μ_r
Ferromágneses anyagok	Kobalt	100-400
	Nikkel	200-500
	Vas	300-6000
	Permalloy ötvözetek	5000-300000
Paramágneses anyagok	Platina	1,0000004
	Alumínium	1,0000043
	Mangán	1,0004
Diamágneses anyagok	Arany	0,99997
	Ezüst	0,999975
	Kén	0,99998
	Réz	0,99999
	Víz	0,9999901

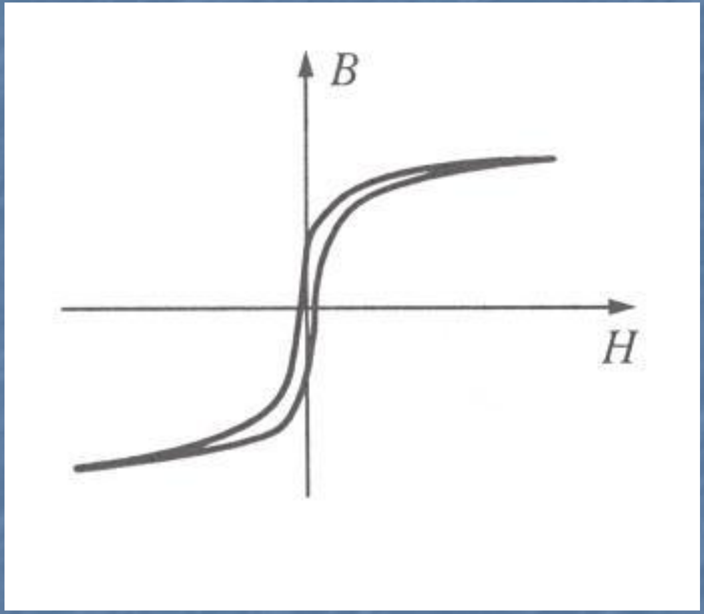
Mágnesezési görbe

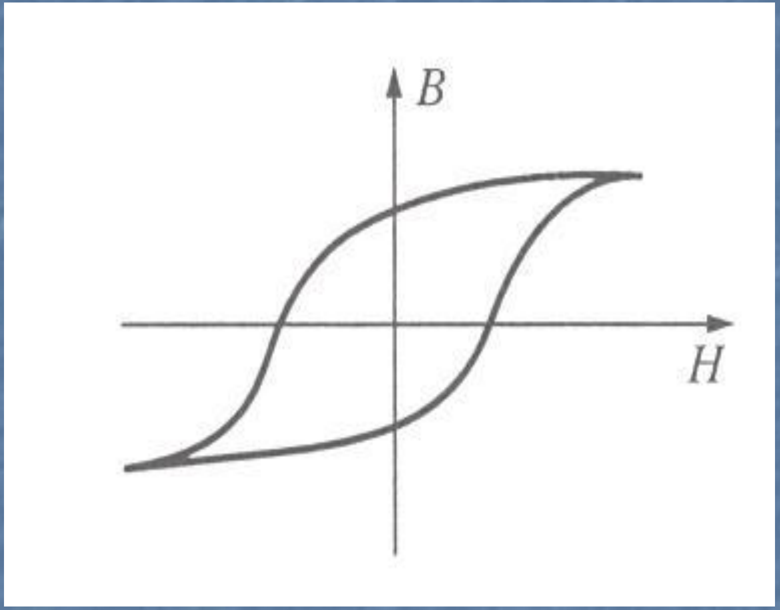


Hiszterézis görbe



Lágy és kemény mágneses anyagok

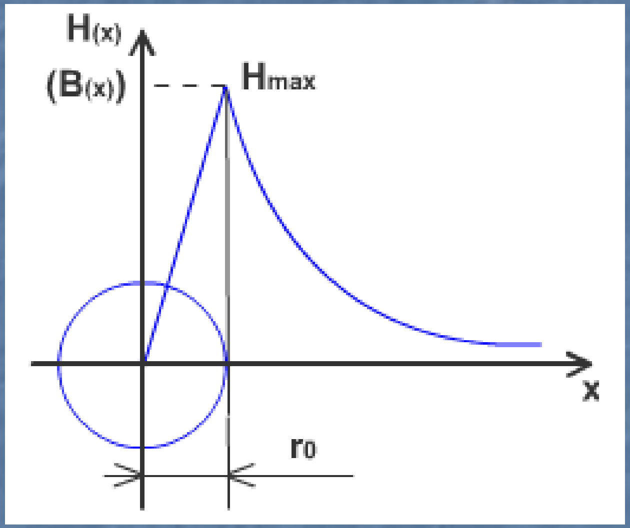




Pl: transzformátorlemez
dinamólemez

Pl: állandó mágnes

Egyenes vezető mágneses tere



$$\text{Ha}: r > r_o \qquad H\ell = \Theta$$

$$H\,2\pi r = I$$

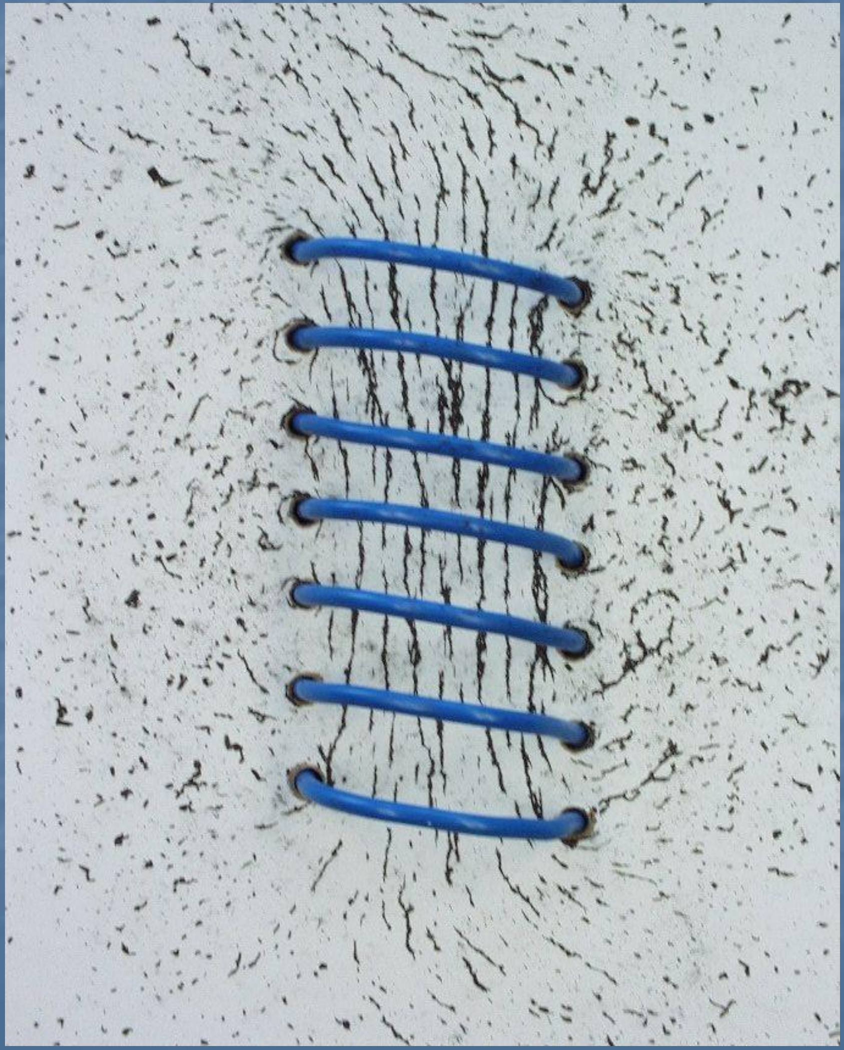
$$H = \frac{I}{2\pi r} \qquad H_{max} = \frac{I}{2\pi r_o}$$

$$\text{Ha}: r < r_o \qquad H\ell = \Theta$$

$$H\,2\pi r = I\,\frac{r^2\pi}{r_o^2\pi}$$

$$H = \frac{I}{2\pi r_o^2}\,r \qquad H_{max} = \frac{I}{2\pi r_o}$$

Szolenoid mágneses tere



$$\sum H_i \ell_i = \Theta$$

Tekercsen kívül H kicsi, elhanyagolható

$$H \ell = N I$$

$$\boxed{H = \frac{N I}{\ell}}$$

$\ell / D \gg 1$ esetén elég pontos

(hosszú, kis átmérőjű szolenoid)

Mágneses kör

- Olyan térrész, amelyet indukcióvonalak és rájuk merőleges felületek határolnak.
- Önmagában zárt cső, amelyben a Φ állandó.
- A létrehozásához szükséges gerjesztés a gerjesztési törvényből határozható meg.
- Általánosan különböző anyagú és keresztmetszetű szakaszok alkotják

Mágneses Ohm-törvény

Szakaszonként azonos anyag és állandó keresztmetszet:

$$\Theta = H\ell = \frac{B}{\mu}\ell = \frac{\Phi}{A\mu}\ell = \Phi\,\frac{1}{\mu}\frac{\ell}{A}$$

Villamos áramköröknél:

$$U = IR = I\rho\frac{\ell}{A} = I\,\frac{1}{\sigma}\frac{\ell}{A}$$

Analógia

$U \rightarrow \Theta$

$I \rightarrow \Phi$

$R \rightarrow R_m$

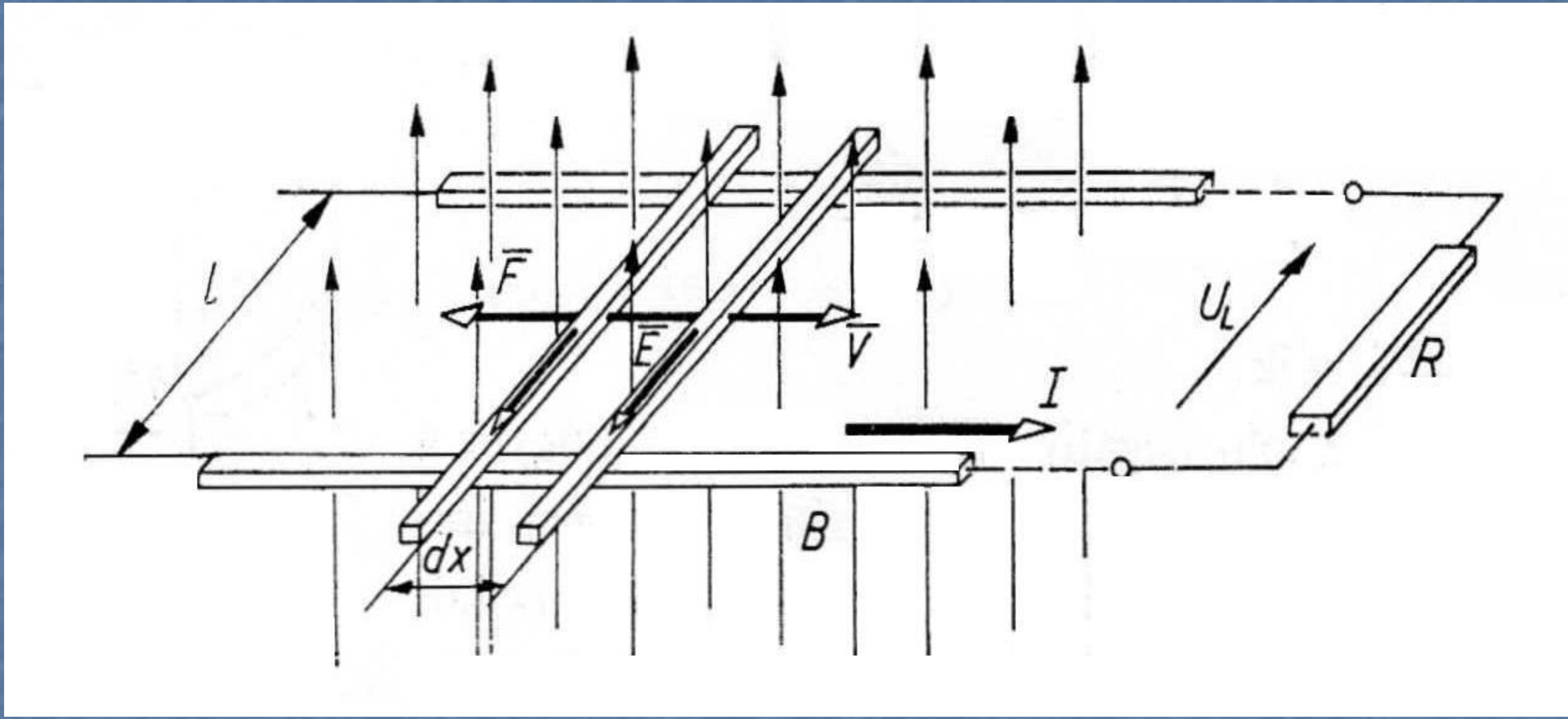
Mágneses ellenállás

$$\boxed{R_m = \frac{1}{\mu}\frac{\ell}{A}} \qquad \left[\frac{1}{\mathrm{H}}\right]$$

Mágneses vezetés

$$\Lambda = \frac{1}{R_m} = \mu\frac{A}{\ell} \qquad [\mathrm{H}]$$

Mozgási indukció



Energiamegmaradás: $U_i I = F v = B I \ell v$

$$U_i = B \ell v$$

Lenz-törvény (1834)

Az indukált feszültség által létrehozott áram iránya olyan, hogy gátolja az őt keltő állapotváltozást.

Mozgási indukció

Ha „v” α szöget zár be „B”-vel, akkor a merőleges sebesség:

$v_n = v \sin \alpha$

$$U_i = B \ell v \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad U_i = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \vec{\ell}$$

Ha „ℓ” nem merőleges „B”-re, hanem „β” szöggel eltér:

$$U_i = B \ell \cos \beta \; v \sin \alpha \quad \Rightarrow \quad U_i = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \vec{\ell}$$

Ha B nem állandó, vagy a vezető dl szakaszainak a helyzete nem azonos:

$$d U_i = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \vec{d\ell} \quad \Rightarrow \quad \boxed{U_i = \int_{vez} \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \vec{d\ell}}$$

Feszültség csak akkor indukálódik, ha a vezeték mozgása közben indukcióvonalakat metsz.

Nyugalmi indukció

A mozgási indukció kísérleténél a hurok fluxusának megváltozása:

$$\Delta\Phi = B\,\Delta A = B\,\ell\,\Delta x = B\,\ell\,v\,\Delta t$$

$$\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = B\,\ell\,v = U_i$$

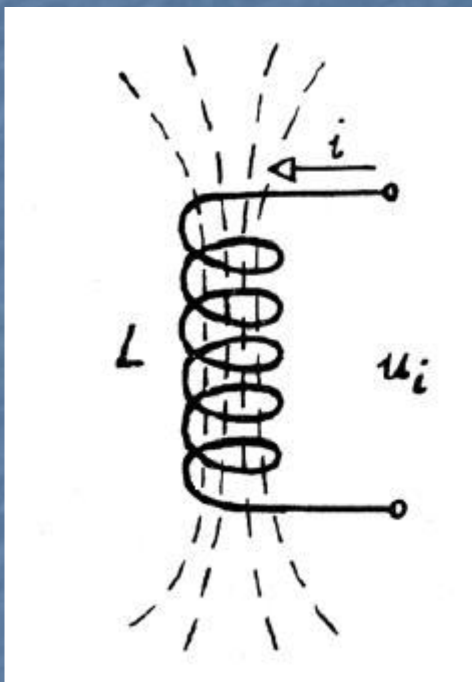
Akkor is igaz, ha a hurok áll és a Φ változik egyenletesen.

Ha a Φ nem egyenletesen változik: $\boxed{u_i = \frac{d\Phi}{dt}}$ iránya a Lenz-törvény alapján

Tekercsnél: $\boxed{u_i = N\frac{d\Phi}{dt}} = \frac{d\Psi}{dt}$ $\Psi = N\,\Phi$

tekercsfluxus

Önindukció



Ha i változik ⇨ Φ is változik ⇨ u_i keletkezik

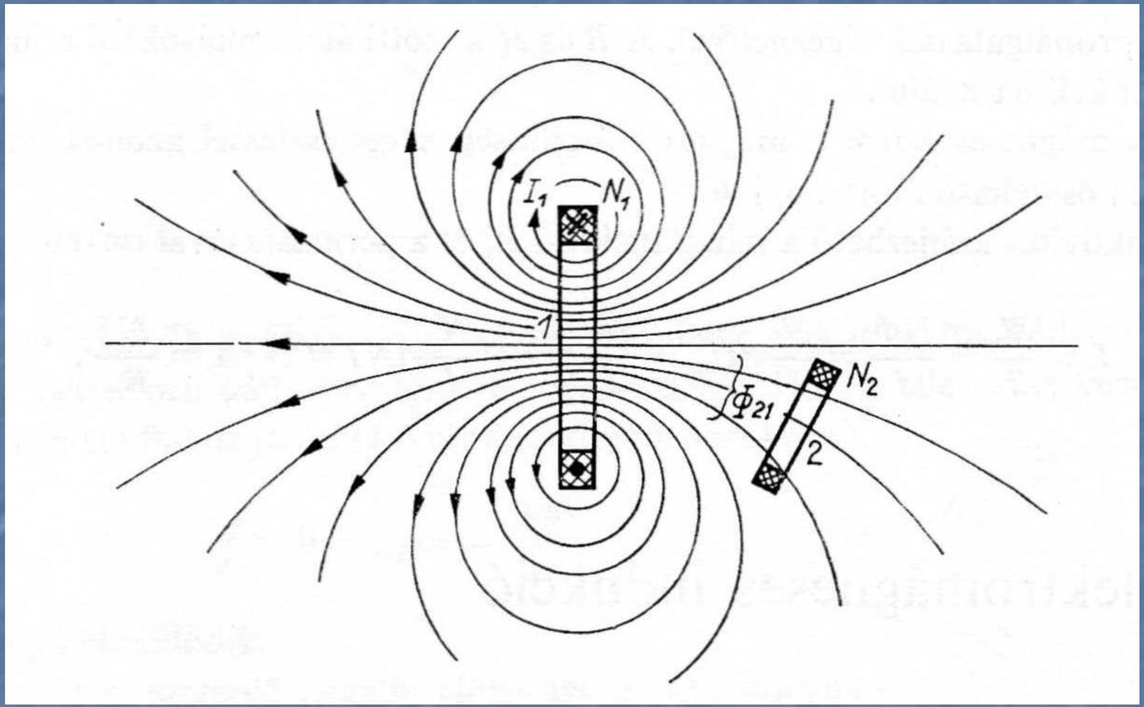
$$u_i = N\frac{d\Phi}{dt}$$

$$\Phi = BA = \mu HA = \mu\frac{\Theta}{\ell}A = \mu\frac{Ni}{\ell}A$$

$$d\Phi = \mu\frac{NA}{\ell}di$$

$$u_i = \mu\frac{N^2A}{\ell}\frac{di}{dt} = L\frac{di}{dt}$$

Kölcsönös indukció



$$u_{i2} = N_2 \frac{d\Phi_{21}}{dt}$$

$$u_{i2} = M \frac{di_1}{dt}$$

Ha i_1 változik ⇨ Φ_{21} is változik ⇨ u_{i2} keletkezik

Mágneses tér energiája

Légmagos tekercsre (L=állandó) egyenfeszültséget kapcsolunk: az áram késve alakul ki

$$U = iR + L\frac{di}{dt} \quad / {*}i\,dt$$

$$U\,i\,dt = i^2 R\,dt + L\,i\,di$$

A tekerccsel dt idő alatt közölt energia

hővé alakul

felhalmozódik, visszanyerhető

$$dW_m = L\,i\,di$$

A mágneses energia, míg az áram 0-ról i_v-re nő:

$$\boxed{W_m} = \int_0^{i_v} L\,i\,di = L\left[\frac{i^2}{2}\right]_0^{i_v} = \boxed{\frac{1}{2}L\,i_v^2}$$

Mágneses tér energiája

Vasmagos tekercsnél (L≠állandó) csak a fluxussal számolhatunk

$$U = iR + N\frac{d\Phi}{dt} \quad \Big/ \; {}^{*}i\,dt$$

Mágneses energia megváltozása dΦ hatására

$$U\,i\,dt = i^2 R\,dt + N\,i\,d\Phi$$

$$dW_m = N\,i\,d\Phi = N\,i\,A\,dB$$

Ha a tér homogén, akkor a gerjesztési törvényből: N i = H ℓ

$$dW_m = H\,\ell\,A\,dB \quad \Rightarrow \quad W_m = \ell\,A\int_0^B H\,dB$$

Mágneses tér energiája

A mágneses energiasűrűség:

$$w_m = \frac{W_m}{V} = \int_0^B H\,dB = \frac{1}{2} B H = \frac{1}{2} \mu H^2 = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu}$$

Inhomogén térben a dV-ben felhalmozódó mágneses energia:

$$d W_m = w_m dV = \left(\int_0^B H\,dB \right) dV$$

Az egész tér energiája:

$$\boxed{W_m = \int_V \left(\int_0^B H\,dB \right) dV}$$