

# Von antiken Längenmaßen zu Quantenmaßen

Kose, Volkmar

Veröffentlicht in:  
Jahrbuch 1998 der Braunschweigischen  
Wissenschaftlichen Gesellschaft, S.99-104



J. Cramer Verlag, Braunschweig

VOLKMAR KOSE, Braunschweig

## Von antiken Längenmaßen zu Quantenmaßen

Braunschweig, 09.10.1998\*

### Einführung

Die Einheit der Länge hat im Laufe der Jahrtausende als zunächst vormetrisches Maß und erst in unserem Jahrhundert als Quantenmaß eine bedeutende Entwicklung aufzuweisen.

Bis auf den heutigen Tag sind vormetrische Maße wie Zoll und Fuß, vornehmlich in den Vereinigten Staaten von Amerika, aber auch in Deutschland noch in Gebrauch. So werden in Deutschland z. B. der Durchmesser von Auto- und Fahrradfelgen sowie Wasserrohren in „Zoll“, während Rohrlängen hingegen in „Meter“ angegeben werden. Weitere Beispiele gibt es aus der Halbleiterindustrie und der Elektrotechnik, wo man von 7"-Wafeln bzw. von 19"-Gehäusen spricht. Selbst in der Luftfahrt werden bis auf den heutigen Tag Flughöhen in „Fuß“ verbindlich gemessen und ausgewiesen. Schließlich wird man auf Marktplätzen, bei denen an Rathausfeilern oder -portalen Ellen angebracht sind, an diese Maße erinnert. Sie sind sichtbares Zeichen lokaler Marktgerechtigkeit aus vergangenen Jahrhunderten. Die Braunschweiger Elle der Länge von 57,07 cm, die sich an einem Pfeiler des Altstadtrathauses befindet, ist so ein vorgeschriebenes Längenmaß für den Marktverkehr mindestens seit dem 16. Jahrhundert.

Bekanntlich haben sich etwa 100 Jahre nach der Französischen Revolution die metrischen Maßeinheiten und damit auch die Längeneinheit Meter weltweit einheitlich durchgesetzt, so daß heute in mehr als 100 Staaten das metrische System offiziell eingeführt ist. Wesentliche Stationen dieser Entwicklung der Einheit des Meter waren die Schaffung des Internationalen Meterprototyps (1889), die Meterdefinition auf der Grundlage einer Wellenlänge des Lichtes (1960) und die bis heute gültige Definition mittels des festgelegten Wertes der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum (1983).

Insbesondere haben Quantenmaße, die auf Ort und Zeit unabhängige Fundamentalkonstanten beruhen, die Präzisionslängenmeßtechnik erheblich erweitert und bereichert. So läßt sich heute das Meter auf die Einheit der Sekunde durch genaue Frequenzmessungen relativ auf einige  $10^{-13}$  genau bestimmen.

### Anthropometrische Maße

Vormetrische Maße sind anthropometrische Maße, die uns insbesondere durch ägyptische Reliefzeichnungen seit nahezu 5000 Jahren überliefert sind. Im Laufe dieser langen

---

\* Zusammenfassung eines Vortrages vor der Plenarversammlung der Braunschweigischen Wissenschaftlichen Gesellschaft

Zeit hat es viele Fehlinterpretationen und Vorurteile gegeben was den Namen und die Länge von Elle, Fuß, Handbreite, etc. betrifft. So stellt man fest, daß

1 pes Romanus	=	1 Ulmer Fuß (19. Jahrhundert)
	=	1 Augsburger Fuß
	=	½ Schwedische Elle
	=	296,2 mm

entsprach. Ferner findet man, daß der im Römischen Reich verwendete pes Romanus einem Fuß der Nippurelle gleicht, die auf das Jahr 2600 v. Chr. datiert ist. Damit bleibt die Länge des pes Romanus über einen Zeitraum von über 4600 Jahren unverändert, obgleich der Name uns einen wesentlich kürzeren Zeitabschnitt suggeriert.

Die Nippurelle ist die älteste verkörperte Längeneinheit, also Längennormal, das die Menschheit kennt. Sie wurde in der Stadt Nippur in Mesopotamien in dem Tempel E gefunden und befindet sich heute in einem Museum in Istanbul. Neben der Namensgebung geben auch die unterschiedlichen Längen von z. B. Elle und Fuß, die man an über 500 antiken Maßverkörperungen festgestellt hat, Anlaß zu vielerlei Spekulationen und Vorurteilen. So wird argumentiert, daß die Längen von Elle und Fuß deshalb unterschiedlich ausfallen müssen, da sie von unterschiedlichen Maßen der Pharaonen, Potentaten oder Königen herrühren. Wenn diese Annahme richtig wäre, müßten die Längen der anthropometrischen Maße zu verschiedenen Zeiten nicht in einem mathematischen Zusammenhang zueinander stehen, was jedoch nicht der Fall ist. Vielmehr stellt man fest, daß diese Längen der Maßverkörperungen über Jahrtausende und über große Entfernungen tradiert sind. Ein Beispiel hierfür liefert die ägyptische Geschichte über ein Zeitfenster von nahezu 3000 Jahren.

### Proportionskanon der Ägypter

Die Ägypter machten vor mehr als 5000 Jahren die empirische Feststellung, daß Längenverhältnisse des menschlichen Körpers unabhängig von der Größe des Menschen konstant sind. Das veranlaßte sie bestimmten anatomischen Längen des menschlichen Körpers metrologische Einheiten zuzuordnen. Die Tabelle 1 gibt eine Zusammenstellung der anatomischen Längen und ihre metrologische Entsprechung wieder. Dabei bedeutet „Daumen-Daumen“ die Entfernung von Daumenspitze zu Daumenspitze der ausgestreckten Arme, die genau 24 Handbreiten lang ist und die Länge eines „Klafter“ ausmacht. In den später erwähnten Reliefzeichnungen entsprach einem Klafter auch der Abstand zwischen der Standlinie, auf dem der Mensch oder Gott in aufrechter Haltung dargestellt wurde, und dem Haaransatz des Kopfes. Die ägyptische Königselle, die 7 Handbreiten oder 28 Digiiti entsprach, wurde u. a. zum Bau von Pyramiden verwendet, während die Kleine Elle, die in 6 Handbreiten oder 24 Digiiti eingeteilt war, dem Handel diente. Das Remen wurde hauptsächlich in der Landvermessung verwendet, eine für die damalige Zeit große jährlich wiederkehrende Herausforderung, die durch die Nilüberschwemmung des Ackerlandes entstand.

Tab. 1: Anthropometrische Maße und ihre Einheit

Anatomische Länge	Metrologische Einheit		
Daumen - Daumen*	Klafter	24	Handbreiten
Ellbogen - Mittelfinger	Ägyptische Königselle	7	Handbreiten
Ellbogen - Daumen	Kleine Elle	6	Handbreiten
Ellbogen - Schulter	Remen	5	Handbreiten
Ellbogen - Handgelenk	„2/3 Maß“ (später Fuß)	4	Handbreiten
Faustbreite	Faust	4/3	Handbreite
Handbreite	Palma	1	Handbreite
Fingerbreite	Digitus	1/4	Handbreite
Daumenbreite	Zoll, inch	4/3	Digitus

\*Standlinie - Haarsatz

Die Religion war der große Auftraggeber ägyptischer Kunst. Der latente Horror vor Tod und Auslöschung ließ die Ägypter an Unsterblichkeit glauben. Relief, Skulptur und Malerei, die man in den Grabanlagen vorfindet, sind Teil einer aufwendigen Verewigungstechnik. Sie sind nicht für einen Betrachter konzipiert, noch gibt es in den zahlreichen Bildwerken irgendein Signum eines Künstlers, vielmehr versucht die ägyptische Kunst Zeitlosigkeit – es gibt weder das Junge noch das Alte – und wahre, ewig aktive Abbildung darzustellen. Letzteres heißt, daß man bestrebt war, in Relief und Skulptur Menschen, Pharaonen oder Götter korrekt zu proportionieren. Um dies realisieren zu können, bediente sich der ägyptische Künstler eines meßtechnisch definierten Gitternetzes der Breite des Quadrates von

1 Faust	in der Zeit 3100 v. Chr. bis 650 v. Chr. – früher Kanon –
1 großen Handbreite	ab 650 v. Chr. bis 100 v. Chr. – später Kanon –

Damit war der sogenannte **Proportionskanon**, der sich in den beiden Zeitperioden nur im Detail unterschied, über einen Zeitraum von 3000 Jahren festgelegt.

Der Proportionskanon darf jedoch nicht als Grundlage der ägyptischen Kunst angesehen werden. Vielmehr ist er als Handreichung für den Kunsthandwerker gedacht und stellt eine notwendige Regelung für die Einheitlichkeit des vielgliedrigen und im Team gleichzeitig ausgeführten Bildprogramms dar. Es gibt viele Untersuchungen, vornehmlich an Reliefs, wo stehende und auch sitzende Figuren den frühen wie auch den späten Kanon sehr genau reproduzieren und demonstrieren. Es gibt sogar Beispiele, wo auf einigen Reliefs noch das Original-Quadrat-Gitternetz, das der ägyptische Künstler vor Jahrtausenden benutzte, konserviert ist.

Metrologisch gesehen teilte der frühe Kanon den aufrecht stehenden Menschen von der Standlinie bis zum Haaransatz (Klafter) in 18 „Faust-Einheiten“ ein, während der späte Kanon von der Standlinie bis zur Augenhöhe eine Unterteilung in 21 „große Handbreiten-Einheiten“ vornahm.

Die Thematik von Relief und Malerei kann mit dem Wort „Ordnung der Welt“ charakterisiert werden. So sind Facetten des Generalthemas KOSMOS oder Überwindung des CHAOS die Ordnung der Natur, die politische Ordnung, die geordnete Beziehung zwischen Mensch und Gott, die Ordnung der jenseitigen Welt und der geregelte Ablauf des Alltags.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß der Standardisierung der Formen auch die Festlegung der Farben entspricht. So zeigt z. B. die männliche Figur eine braunrote Haut, während die weibliche eine gelbe aufweist. Ferner hat jedes Hieroglyphenzeichen seine kanonisierte Farbgebung.

### Ägyptische Königselle und Nippurelle

Die Nippurelle, das älteste Längennormal, das wir kennen, besteht aus einer Kupferlegierung und weist bei einer 30-Digiti-Teilung eine Länge von 518,4 mm auf. Man kann es als vormetrisches Urnormal der Länge ansehen, auf die sich nach heutigem Verständnis alle übrigen antiken Normale zurückführen lassen. Die jüngeren ägyptischen Königsellen kann man in die drei unterschiedlichen Arten einteilen:

- Handelsellen
- Ellen hoher Verwaltungsbeamter
- Motiv- oder Weihellen.

Die Handelsellen bestanden aus Holz und waren meistens nur grob in Handbreiten unterteilt. Die Ellen der hohen Verwaltungsbeamten bestanden entweder aus Holz oder Stein und waren feiner unterteilt. Die Motivellen wurden in Tempeln deponiert und wiesen reichhaltige Informationen auf. Sie wurden auch für Zeremonialaufgaben verwendet und man kann sie als Vademecum des Priester- und Tempelpersonals ansehen.

Die Motivelle war also keineswegs nur eine profane Längenmaßverkörperung wie aus dem folgenden ersichtlich wird. Jedem Digitus war ein Gott in hierarchischer Sequenz zugeordnet. Bei der 28teiligen Königselle war der letzte Digitus dem Sonnengott, dem Digitus jeweils davor dem Himmels-gott, Göttin der Feuchte, Erdgott, Himmelsgöttin, etc. zugeordnet. Außerdem befanden sich auf der Elle die Gaue, in die Ober- und Unterägypten gegliedert war. Ferner waren die Einheiten wie Königselle, Kleine Elle, Remen, Hand, etc. eindeutig markiert. Sogar Bruchteile des Digitus beginnend von 1 Digitus, 1/2 Digitus, 1/3 Digitus bis hin zu 1/16 Digitus findet man auf der Königselle. Auch wurde die Überschwemmungshöhe des Nils z. B. mit 10 Ellen, 3 Handbreiten und 2 Finger angegeben (Im Mittelalter und noch im letzten Jahrhundert war eine Mindesthöhe festgelegt worden, die der Nil erreichen mußte, damit Steuern eingezogen werden durften). Schließlich sind auf den Weihellen Wasseruhren- und Schattenlängentabellen zu finden, die während der Nacht bzw. am Tag Zeitpunkte für Opfer- und Kulthandlungen vorgaben.

### Wissenschaftliche Quellen

Generell gibt es drei unabhängige wissenschaftliche Untersuchungsmöglichkeiten, antike Längeneinheiten zu erschließen:

- Vermessen von Längennormalen
- Auswerten von schriftlichen Quellen
- Vermessen von Bauwerken.

Da wir seit dem Jahre 3000 v. Chr. überhaupt erst über erste schriftliche Quellen verfügen und das älteste Längennormal, die Nippurelle, noch jüngeren Datums ist, gibt es zur Zeit keine andere Möglichkeit als die Vermessung ältester Bauwerke, um die Längeneinheit vor dieser Zeit zu erforschen. Nach allen vorliegenden Erkenntnissen kann man davon ausgehen, daß die Einheit noch wesentlich älter ist als die Maßverkörperung der Länge in Form der Nippurelle. Das Institut für Ur- und Frühgeschichte der Universität Tübingen hat sich der Sammlung, Auswertung und Katalogisierung antiker Maßstäbe gewidmet. Die über 500 Funde lassen sich zunächst auf etwa 30 Einheiten von Elle und Fuß unterschiedlicher Länge zurückführen, die in der antiken Welt verwendet wurden. Alle 30 Einheiten sind durch einfache mathematische Umrechnungen auf die Einheit der Nippurelle (518,4 mm) rückführbar. So kann man zeigen, daß auch die Braunschweiger Elle (570,7 mm) über die Große Ptolemäische Elle und die Gudea-Elle auf der Nippur-Elle mit einer relativen Unsicherheit von kleiner einem Tausendstel basiert.

### Metrische Maße

Mit der internationalen Einführung des metrischen Systems im Jahre 1875 haben heute weltweit mehr als 100 Länder sich verpflichtet, das metrische System und damit auch die Längeneinheit Meter in ihren Ländern offiziell zu akzeptieren. Dies war ein großer Fortschritt, zumal es Mehrdeutigkeiten in den Einheiten beseitigte, die durch gleiche Einheitenamen wie Elle bzw. Fuß, aber je nach Region mit unterschiedlichen Längen, verursacht wurden. Ferner schrieb das neue Einheitensystem gegenüber dem anthropometrischen Maßsystem Vielfache und Teile von Einheiten in Zehnerpotenzen vor.

Von 1889 bis 1960 war die Längeneinheit Meter international definiert durch den Abstand zweier Striche auf einem Stab aus einer Platin-Iridium-Legierung. Sie war damit zugleich realisiert durch die einmalig vorhandene Verkörperung in einem Strichmaß. Selbst unter festgelegten Bedingungen war die relative Unsicherheit auf  $10^{-7}$  begrenzt, weil weitere Strichmaßnormale nur mit einer Unsicherheit von 0,1  $\mu\text{m}$  mit dem Urnormal, das ja definitionsgemäß keine Unsicherheit aufwies, verglichen werden konnten. Diese Festlegung war zwar einfach und anschaulich, wies jedoch prinzipielle Mängel auf, zumal ein Prototyp nur an einem Ort in Paris zugänglich ist, er im langzeitlichen Verlauf Längenänderungen unterliegen oder im schlimmsten Fall verloren gehen konnte. Andererseits setzte sich mehr und mehr die interferentielle Längenmeßtechnik durch und ermöglichte noch präzisere Messungen. Diese Technik nutzte die Wellennatur des Lichtes mit der Interferenz überlagerter Wellenzüge aus. Man konnte so verkörperte Längen z. B. von Parallelendmaßen mit der Lichtwellenlänge vergleichen.

Im Jahr 1960 gab man erstmalig die anschauliche Definition des Meter durch einen Prototyp auf und führte die abstraktere Wellenlängendefinition ein. Die Basiseinheit Meter war damit das 1 650 763,73 fache der Wellenlänge der von Atomen des Nuklids  $^{86}\text{Kr}$  beim Übergang vom Zustand  $5d_5$  zum Zustand  $2p_{10}$  ausgesandten, sich im Vakuum ausbreitenden Strahlung. Der erwähnte Übergang erzeugt die Spektrallinie mit  $\lambda = 0,6056 \mu\text{m}$  im orangeroten Teil des Spektrums. Mit dieser Definition, die bis zum Jahre 1983 gelten sollte, trat an die Stelle eines einmalig vorhandenen Prototyps die Rückführung auf eine konstante Energiedifferenz zweier Zustände einer ausgewählten Atomart, die in der Natur im Aufbau gleicher Atome vielfach reproduziert erscheint. Gegenüber den Abmessungen eines makroskopischen Körpers bleibt diese Energiedifferenz zeitlich unverändert. Mit der sogenannten Kryptonlampe (Engelhard-Lampe) war es möglich, die Einheit Meter auf besser als  $10^{-8} \text{ m}$  zu realisieren. Mit dem verstärkten Einsatz von Laserstrahlungen mit stabilisierter Wellenlänge, hoher Kohärenzlänge und großer Strahlungsleistung kam es zu Überlegungen, die Einheit Meter neu zu definieren.

Im Jahr 1983 entschied man sich für die Definition über die Laufzeit des Lichtes, d. h. das Meter ist die Länge der Strecke, die das Licht im Vakuum während der Dauer von  $1/299\,792\,458$  Sekunden durchläuft. Damit hat erstmalig die Längeneinheit in ihrer langen Geschichte metrologisch ihre Unabhängigkeit verloren, da sie über den konstanten Wert der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum nunmehr von der Einheit der Sekunde abhängt. Wegen des definierten Wertes der Lichtgeschwindigkeit bedeutet eine Wellenlängenmessung de facto eine Frequenzmessung der Laserstrahlung. An der PTB ist kürzlich das Meter auf die Sekunde zurückgeführt worden, d. h. es mußte die etwa 50 000 mal größere Frequenz der Laserstrahlung mittels einer phasenstarrten Frequenzvervielfachung der Frequenz der Cäsiumatomuhr genau gemessen werden. Damit läßt sich heute das Meter mit einer relativen Unsicherheit von etwa  $10^{-13}$  bestimmen und erreicht damit die Unsicherheit der Sekunde, die sie gemäß Meterdefinition jedoch niemals unterschreiten kann.

Verglichen mit der langen Entwicklungsgeschichte der antiken Längenmaße über einen Zeitraum von nahezu 5000 Jahren hat sich durch die Nutzung von Quantenmaßen innerhalb eines sehr kurzen Zeitabschnittes von nur 40 Jahren bezüglich der Genauigkeitssteigerung Revolutionäres abgespielt.

---

Prof. Dr. rer. nat. Volkmar Kose  
Nernstweg 9  
D-38116 Braunschweig