HYDROSTATYKA – ciecz znajduje się w stanie względnego spoczynku.

Ciśnienie – naprężenie ściskające spowodowane działaniem siły normalnej (siła parcia, siła nacisku) (*p* jest *SKALAREM)*

Średnie ciśnienie hydrostatyczne – $\Delta P/\Delta A$

Ciśnienie w punkcie $p = \lim\limits_{\Delta A \to 0} = \dfrac{\Delta P}{\Delta A} = \dfrac{dP}{dA}$

Parcie hydrostatyczne – siła normalna, siła powierzchniowa jaką wywiera ciecz na powierzchnię zanurzoną w cieczy (*P* jest *WEKTOREM)*

JEDNOSTKI CIŚNIENIA		**Pascal**	**atmosfera techniczna**	**atmosfera fizyczna**	**mm słupa rtęci**	**mm słupa wody**	**bar**
		Pa	*at*	*atm*	*mm Hg*	*mm H_2O*	*bar*
1	*Pa*	1	1,0197E-05	9,8692E-06	0,007501	0,101937	1,0000E-05
1	*at*	98066,500	1	0,967841	735,561273	9996,585117	0,980665
1	*atm*	101325,000	1,033227	1	760,002100	10328,746177	1,013250
1	*mm Hg*	133,322	0,001360	0,001316	1	13,590418	0,001333
1	*mm H_2O*	9,810	0,000100	0,000097	0,073581	1	0,000098
1	*bar*	100000,000	1,019716	0,986923	750,063755	10193,679918	1

Jednostki ułamkowe

decy d	1,0E-01
centy c	1,0E-02
mili m**Pa**	1,0E-03
mikro µ	1,0E-06
nano n	1,0E-09

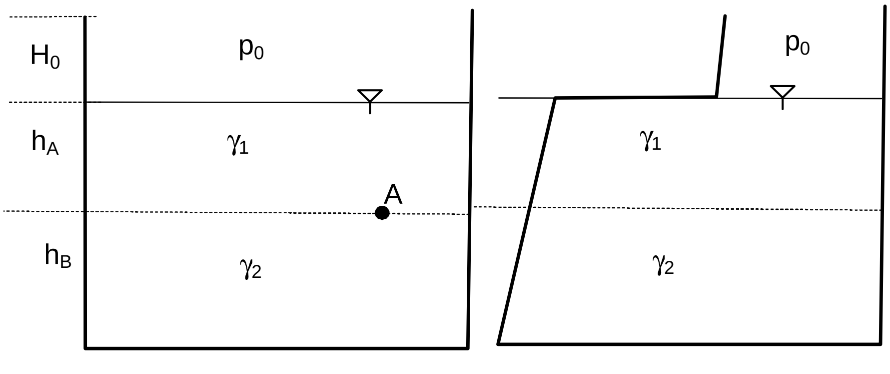
Jednostki wielokrotne

deka da	1,0E+01
hekto h**Pa**	1,0E+02
kilo k	1,0E+03
mega M	1,0E+06
giga G	1,0E+09
tera T	1,0E+12

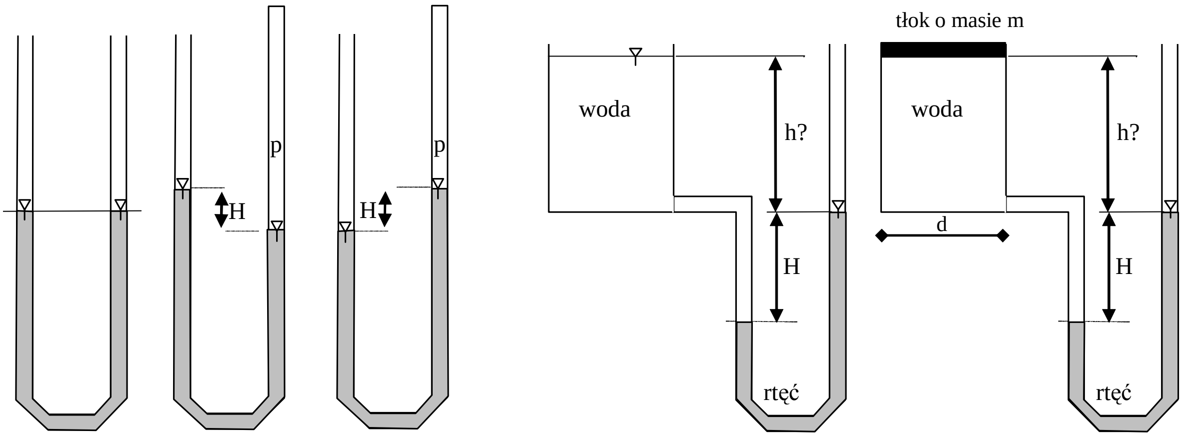
1 Rozkład ciśnienia na ściankę

Prawo Eulera $p_x = p_y = p_z = p$

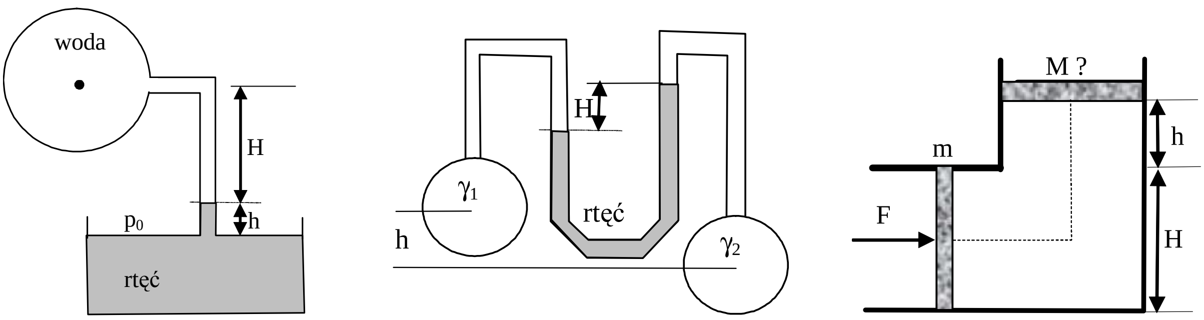
Ciśnienie w punkcie A nieruchomej cieczy opisuje równanie hydrostatyki: $p_A = p_0 + \gamma_1 h_A$



2 Prawo naczyń połączonych – jednakowe ciśnienie na poziomej płaszczyźnie



a) b) c) d) e)



f) g) h)

Manometr (d, e); wakuometr (f); manometr różnicowy (g); tłoki (h)

Obliczanie parcia (naporu) hydrostatycznego (kierunek, zwrot, wartość siły parcia)

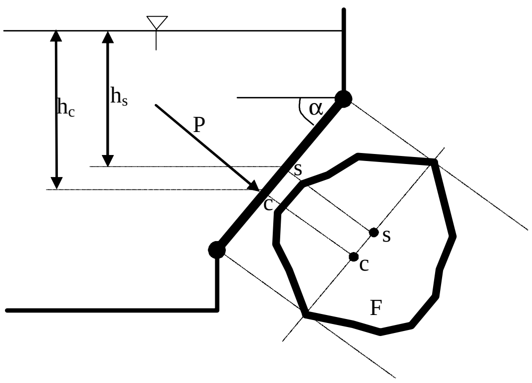
Kierunek – prostopadły do powierzchni

Zwrot – wynika z kierunku działania siły;

Wartość – objętość bryły, jaką tworzy wykres parcia lub $P = \gamma \cdot h_s \cdot A$

γ - ciężar właściwy cieczy, A – pole przekroju porzecznego

h_s – zagłębienie środka ciężkości ścianki pod zwierciadłem wody

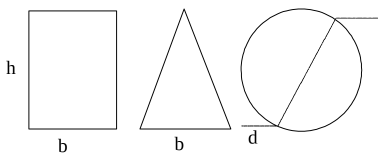


h_c – zagłębienie punktu przyłożenia wypadkowej siły parcia hydrostatycznego

$$h_C = h_s + \frac{I_0}{h_s \cdot A} sin^2\alpha$$

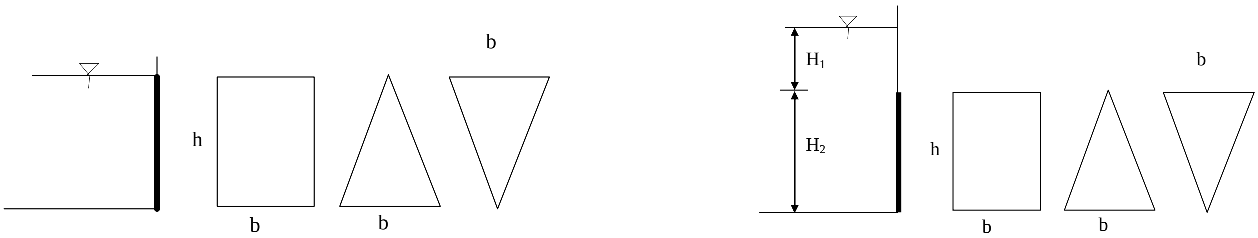
I_0 – moment bezwładności względem osi przechodzącej przez środek ciężkości

uproszczenie: rozpatrujemy powierzchnie symetryczne względem osi pionowej (prostokąt, trójkąt równoramienny, koło)



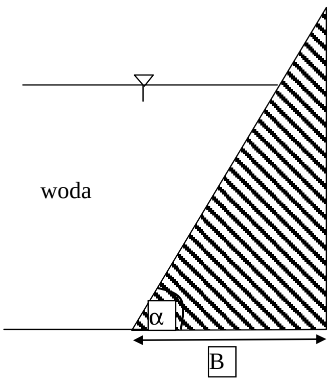
$$I_0 = \frac{bh^3}{12} \quad I_0 = \frac{bh^3}{36} \quad I_0 = \frac{\pi d^2}{64}$$

3 Obliczyć wartość i głębokość punktu przyłożenia siły parcia na klapę:

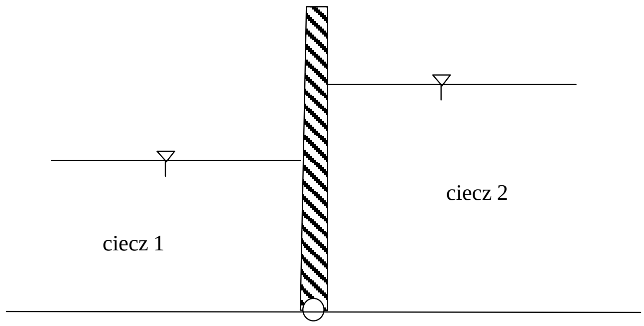


a) b) c) d) e) f)

4 Obliczyć maksymalną głębokość wody, aby moment wywracający zaporę był = 0 B=4m, α=60^O

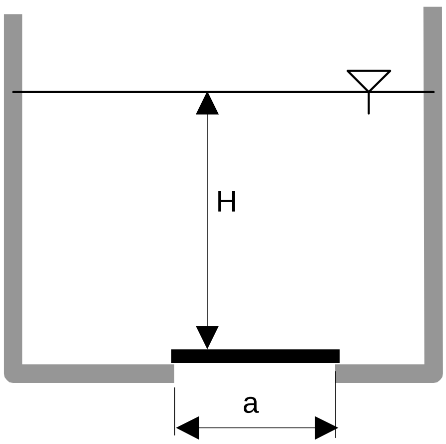


5 Określić warunki utrzymania klapy w równowadze

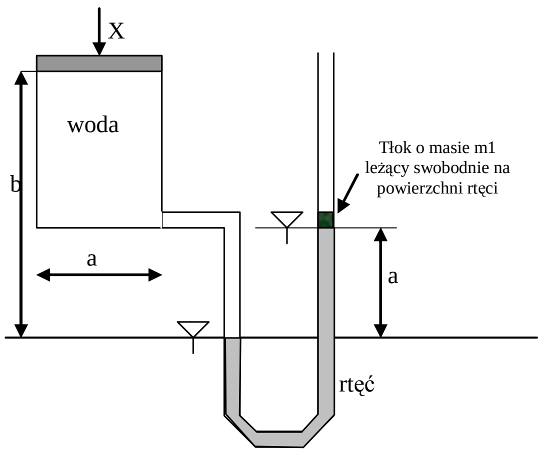


Zadania dodatkowe:

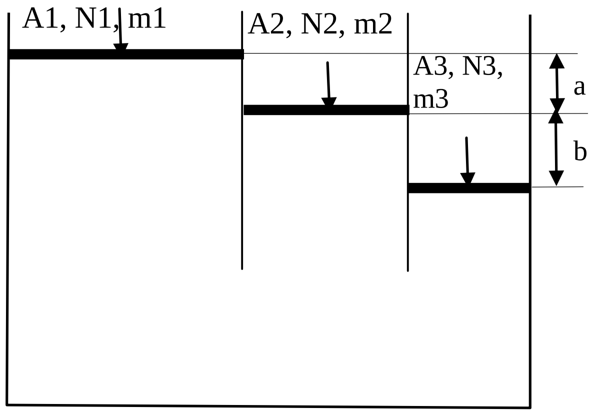
1. Obliczyć siłę potrzebną do podniesienia pokrywy kwadratowej o wymiarach *a* x *a* zakrywającej kwadratowy otwór w dnie naczynia. Ciężar własny pokrywy wynosi *G*. Wysokość ciśnienia atmosferycznego wynosi p_{at}/γ. Nad pokrywą znajduje się warstwa wody o wysokości *H*.
   Uwaga: Nie uwzględniać faktu, że wymiar płyty jest nieco większy niż otworu



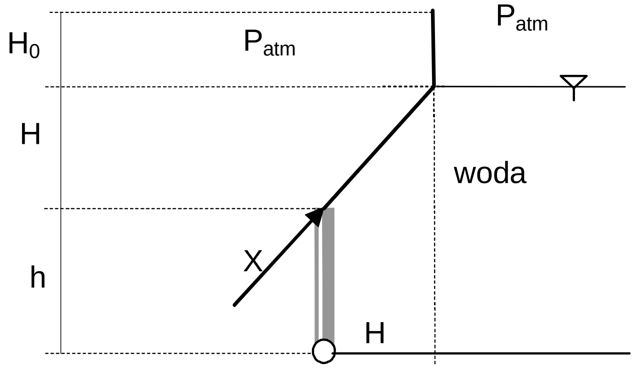
2. Obliczyć pionową siłę X działającą na tłok o przekroju kwadratowym i masie m. Tarcia tłoka nie uwzględniać. Dane: b=1m, a=0,2m, m=10kg, m1=100g, powierzchnia piezometru 100cm^2.



3. Określić wysokści słupów wody a,b. Dane: pole powierzchni tłoka A1, A2, A3, siła nacisku N1, N2, N3, masa tłoka m1, m2, m3



4. Obliczyć wartość siły X potrzebną do utrzymania kwadratowej klapy w równowadze. Narysować bryłę parcia na klapę. H_0=0,5 m , H=2 m , h=1 m



PRZEPŁYW CIECZY W PRZEWODACH POD CIŚNIENIEM

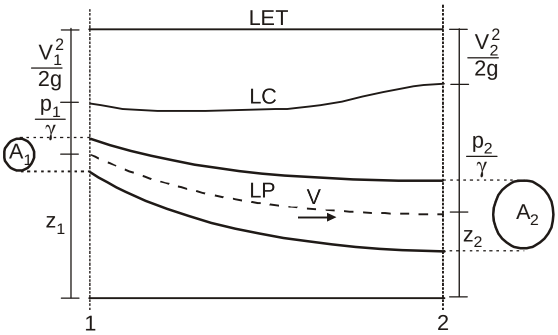
Ciecz doskonała – energia stała

- równanie ciągłości:

$$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 = Q = const$$

- równanie Bernoulliego:

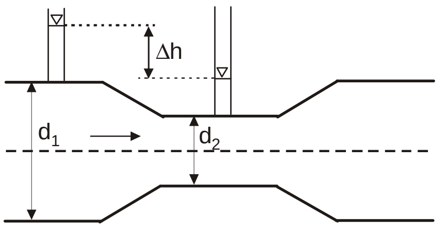
$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} = const$$



V – prędkość, [m/s]
Q – natężenie przepływu (wydatek), [m^3/s]
A - powierzchnia przekroju, [m^2]
z –wysokość położenia, [m]
γ - ciężar właściwy cieczy, [N/m^3]
$\frac{p}{\gamma}$ - wysokość ciśnienia, [m]
$\frac{V^2}{2g}$ - wysokość prędkości, [m]

LET – linia energii teoretycznej
LC – linia ciśnień
LP – linia prądu w osi przewodu

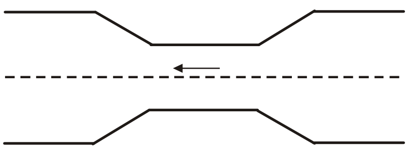
1 Określić wydatek cieczy w przewodzie na podstawie różnicy ciśnień w zwężce Venturiego



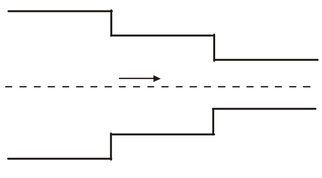
Dane:
d_1, d_2, Δh, γ

2 Narysować LE i LC (ciecz doskonała)

a)

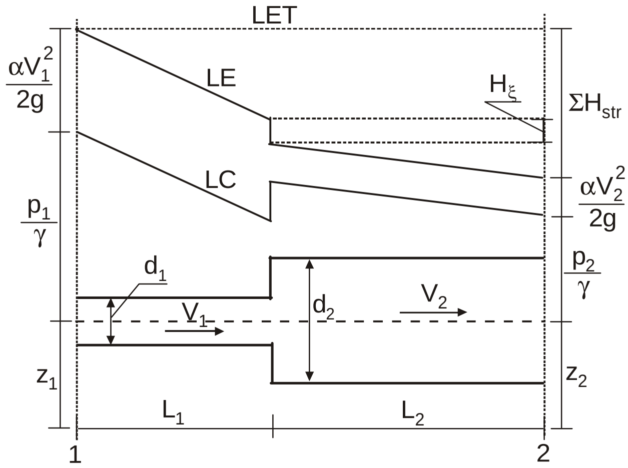


b)



Ciecz rzeczywista – energia maleje wraz z kierunkiem przepływu
- równanie Bernoulliego:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Sigma H_{str}$$



$\Sigma H_{str} = H_L + H_\zeta$

ΣH$_{str}$ -suma strat hydraulicznych

H_L- straty na długości: $H_{str} = \lambda \cdot \frac{L}{d} \cdot \frac{V^2}{2g}$

H_ξ - straty lokalne: $H_\zeta = \zeta \cdot \frac{V^2}{2g}$

ζ - wsp. strat lokalnych (tabele)

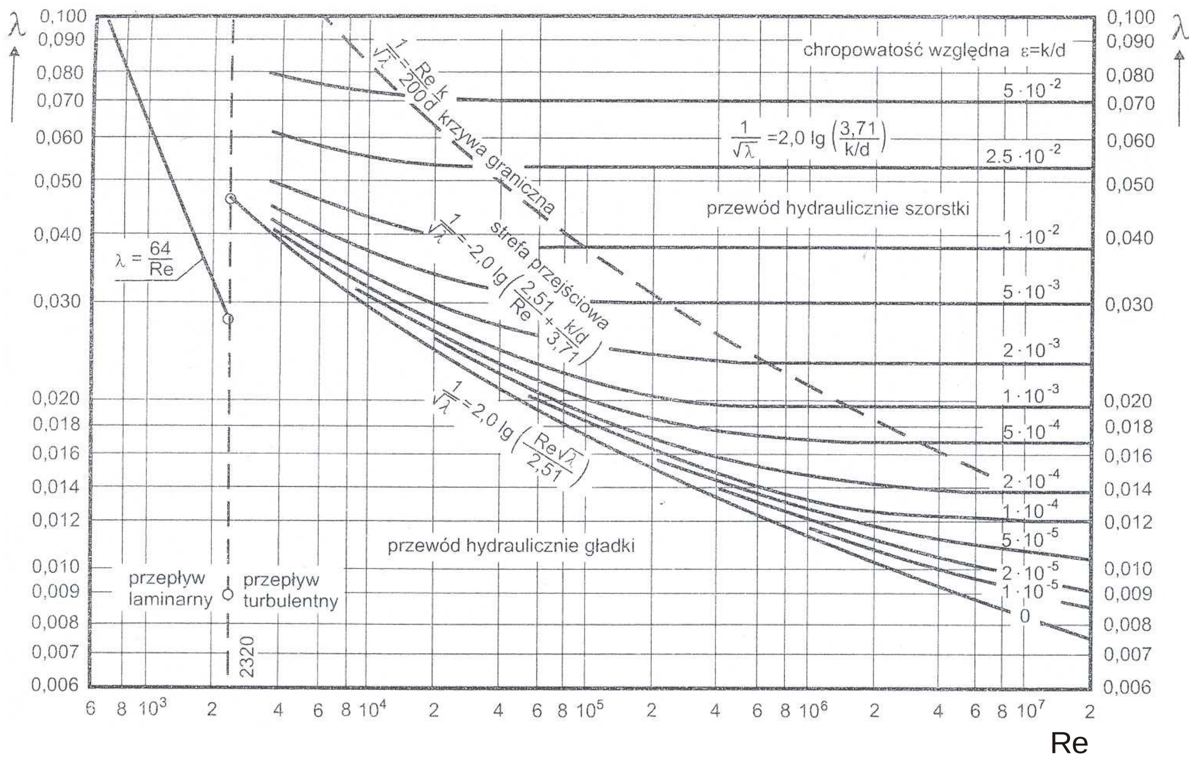
λ - wsp. oporów liniowych: $\lambda = f\left(\mathrm{Re}, \varepsilon\right)$

Re – liczba Reynoldsa: $\mathrm{Re} = \frac{d \cdot V}{\nu}$

ν – kinematyczny współczynnik lepkości

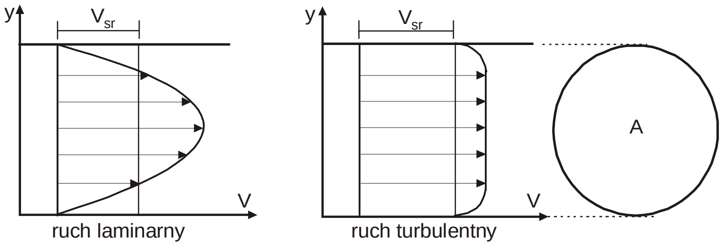
ε -wsp. chropowatości względnej: $\varepsilon = \frac{k}{d}$

k - chropowatość bezwzględna



Wykres zależności między współczynnikiem oporów liniowych λ, liczbą Reynoldsa Re i chropowatością względną ε (źródło: Kubrak i Kubrak, 2004

Rozkład prędkości w rurociągu



α - wsp. de Saint-Venanta:

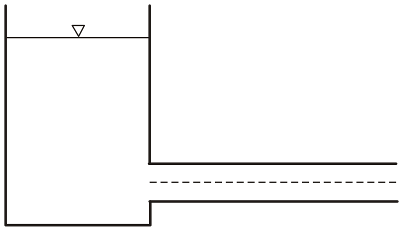
$$\alpha = \frac{\int_A V^3 dA}{V_{sr}^3 A}$$

α ~ 1.05 - 1.1 (ruch turbulentny)

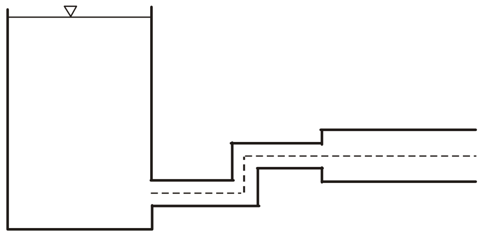
α ~ 1.5 - 2 (ruch laminarny)

3 Narysować LC i LE dla cieczy rzeczywistej

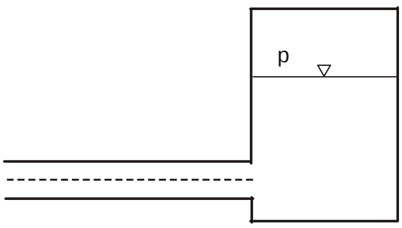
a)



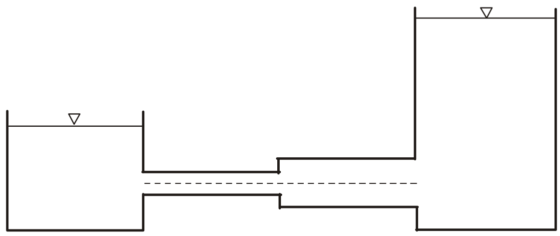
b)



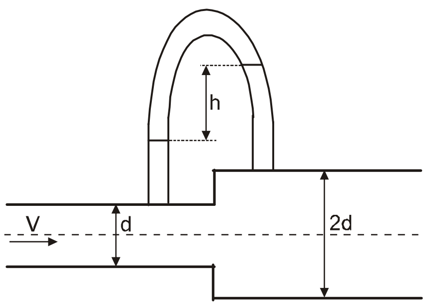
c)



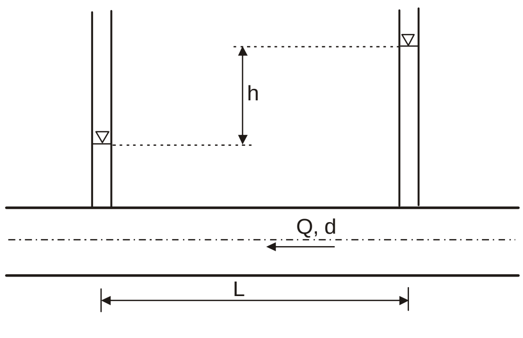
d)



4 Obliczyć wsp. straty lokalnej ζ

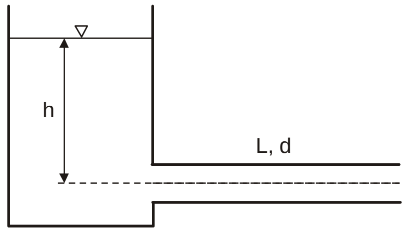


5 Obliczyć wsp. oporów liniowych λ

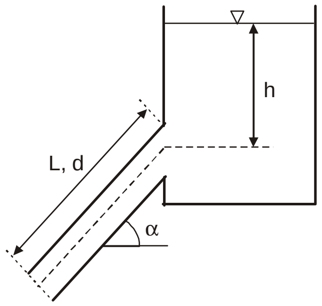


6 Obliczyć wydatek rurociągu

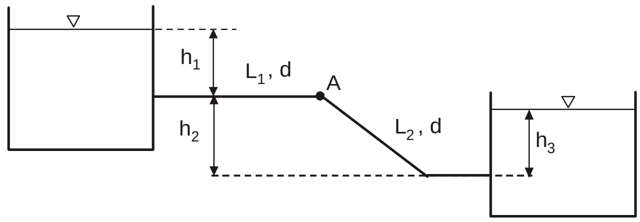
a)



b)

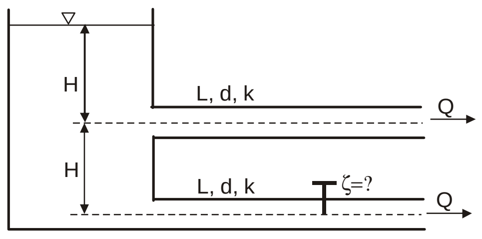


7 Rurociąg o średnicy d i współczynniku oporów liniowych λ łączy dwa zbiorniki. Jaki jest wydatek Q i ciśnienie w punkcie A



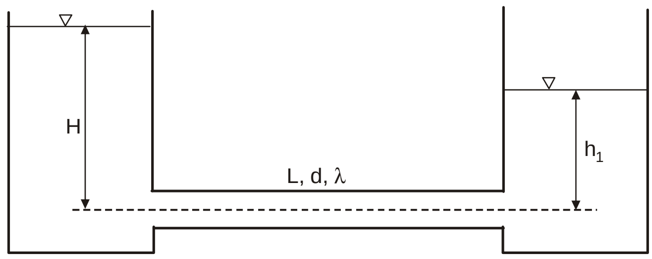
Zadania dodatkowe

1 Obliczyć wsp. strat lokalnych na zaworze umieszczonym na dolnym przewodzie, dla którego wypływy z obu przewodów będą jednakowe. Straty na wlocie pominąć.

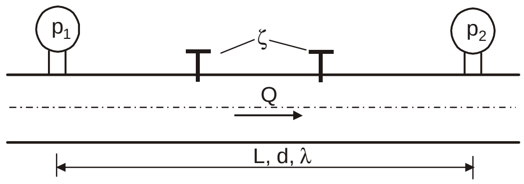


Dane:
L = 35 m, d = 10 mm, k = 0.01 mm
Q = 7.85·10^{-5} m^3/s, ν =10^{-6} m^2/s

2 Obliczyć kierunek przepływu i chwilowy wydatek w przewodzie



3 Dany jest poziomy odcinek przewodu. Obliczyć wydatek wody jeżeli nadciśnienia pomierzone manometrami wynoszą p_1 p_2. Narysować LC i LE.



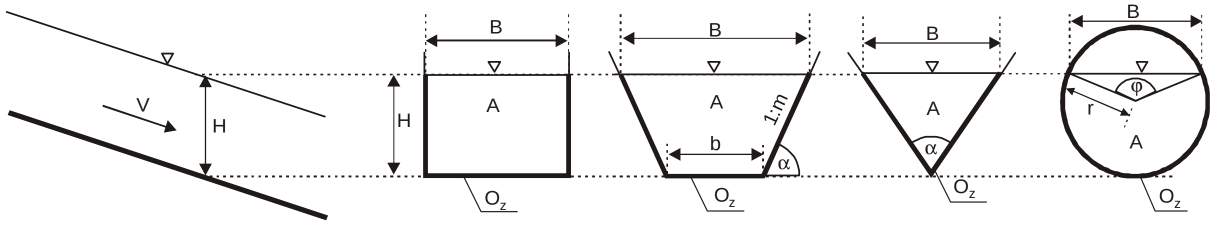
Dane:
L = 500 m, d = 0.1 m, λ = 0.02, ζ = 5
$p_1 = 10^5$ Pa, $p_2 = 0.5 \cdot 10^5$ Pa

PRZEPŁYW W KANAŁACH OTWARTYCH

Przepływ cieczy w kanale otwartym odbywa się ze swobodną powierzchnią

Parametry kanału

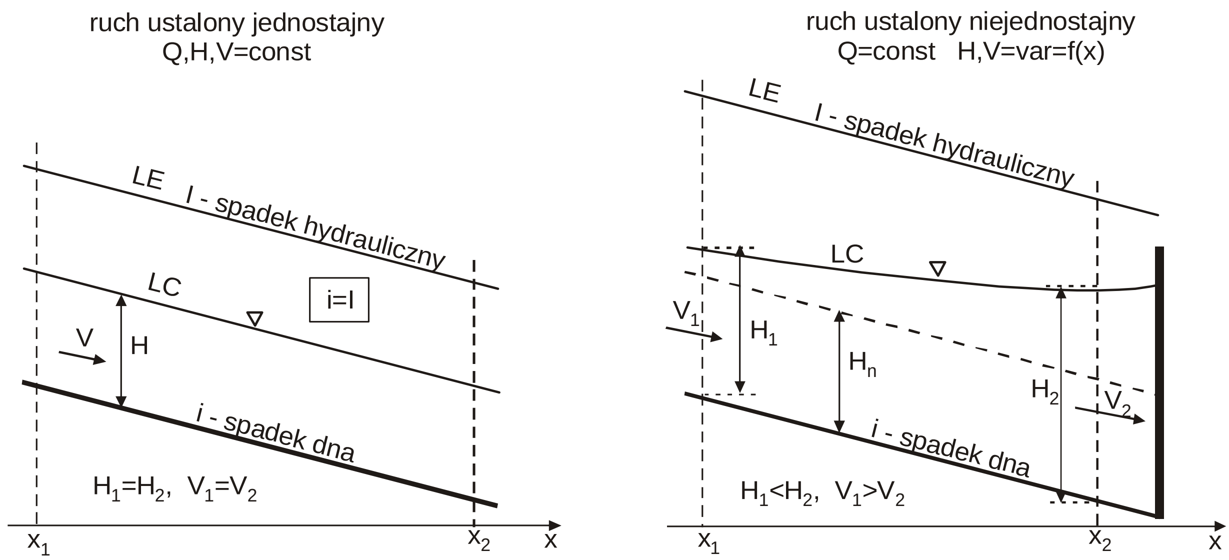
H – głębokość, B - szerokość strumienia na poziomie zwierciadła wody,
A - pole przekroju czynnego, O_z – obwód zwilżony, i – spadek dna kanału,
R – promień hydrauliczny, $R = \frac{A}{O_z}$



Powierzchnia przekroju A	BH	$(b+mH)H$	mH^2	$\frac{r^2}{2}\left(\frac{\pi\varphi}{180^o}-\sin\varphi\right)$
Obwód zwilżony O_z	$B+2H$	$b+2H\sqrt{1+m^2}$	$2H\sqrt{1+m^2}$	$\frac{\pi r\varphi}{180^o}$
Szerokość zwierciadła	B	$b+2mH$	$2mH$	$2r\sin\frac{\varphi}{180^o}$

$m = ctg\alpha$

Klasyfikacja przepływów w korytach otwartych



Przepływ normalny – przepływ ustalony jednostajny

Głębokość normalna H_n, prędkość normalna V_n, spadek normalny i_n

Równanie Manninga (ruch ustalony jednostajny):

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} \quad \text{lub} \quad Q = \frac{1}{n} R^{2/3} I^{1/2} A$$

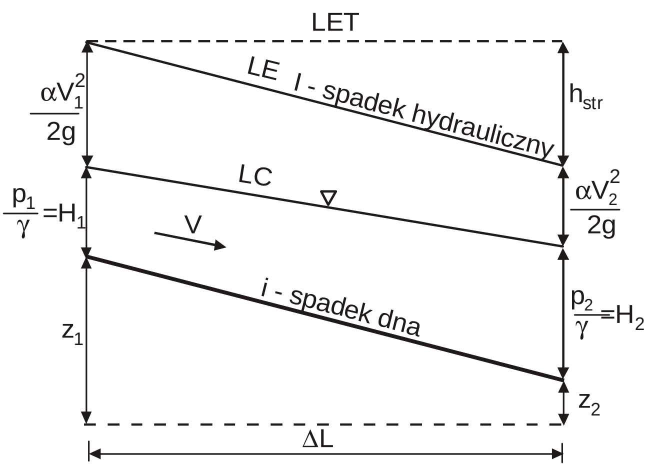
n – współczynnik szorstkości wg Manninga, V – średnia prędkość w przekroju,
Q – natężenie przepływu, I – spadek hydrauliczny

Współczynnik szorstkości wg Manninga n (źródło: Sawicki, 1998)

Charakterystyka powierzchni	***n*** [m$^{-1/3}$s]
Wygładzone ścianki żelbetowe	0.011
Ścianki z glazurowanej cegły, ścianki ceglane z zaprawą	0.011÷0.0,15
Gładki beton w kanałach o niedużych krzywiznach, bez osadów na dnie	0.013÷0.015
Kanały betonowe z osadami dennymi, krzywizny łuków o małych promieniach	0.015÷0.018
Nierówny beton, gładka dobrze obrobiona skała	0.017
Ściany z grubego kamienia lub bruku, kanały wyciosane w skale	0.02÷0.025
Duże kanały ziemne w średnich warunkach, rzeki o bardzo dobrych warunkach przepływu (równe, proste łożysko, bez zagłębień i roślinności wodnej)	0.025÷0.035
Kanały ziemne źle utrzymane, rzeki o dobrych warunkach przepływu	0.030÷0.035
Kanały i rzeki w złych warunkach (nierówny przekrój, kamienie i rośliny wodne na dnie, brzegach)	0.033÷0.039
Kanały bardzo źle utrzymane, rzeki bardzo złych warunkach przepływu	0.04÷0.045
Strumienie porośnięte roślinnością, o bardzo nieregularnym kształcie	0.07÷0.1

Równanie Bernoulliego

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + h_{str} \quad \text{lub} \quad H_1 + \frac{\alpha V_1^2}{2g} = H_2 + \frac{\alpha V_2^2}{2g} + \Delta L \left(I - i \right)$$



z –wysokość położenia, [m]

$\frac{p}{\gamma}$ - wysokość ciśnienia, [m]

$\frac{\alpha V^2}{2g}$ - wysokość prędkości, [m]

h_{str} – wysokość strat [m]

$i = \frac{z_1 - z_2}{\Delta L}$ - spadek dna [-]

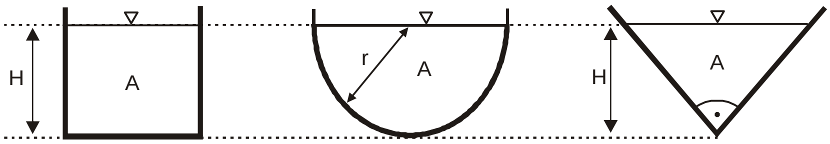
$I = \frac{h_{str}}{\Delta L}$ - spadek hydrauliczny [-]

A - pole przekroju czynnego [m^2]

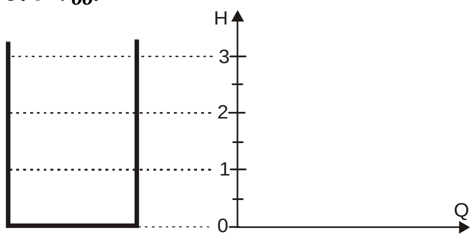
Równanie ciągłości

$V_1 \cdot A_1 = V_2 \cdot A_2 = Q$

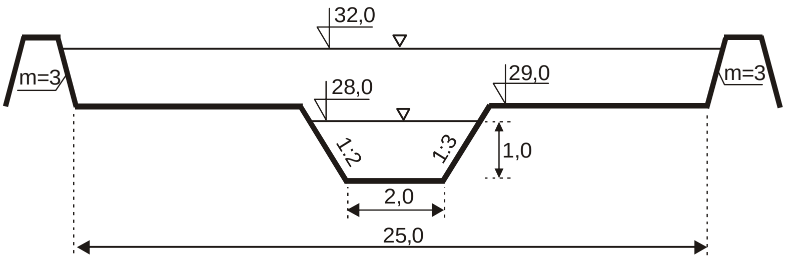
1 Wyznaczyć kształt przekroju hydraulicznie najkorzystniejszego. Pola przekroju A, spadki dna s oraz współczynniki szorstkości n są takie same.



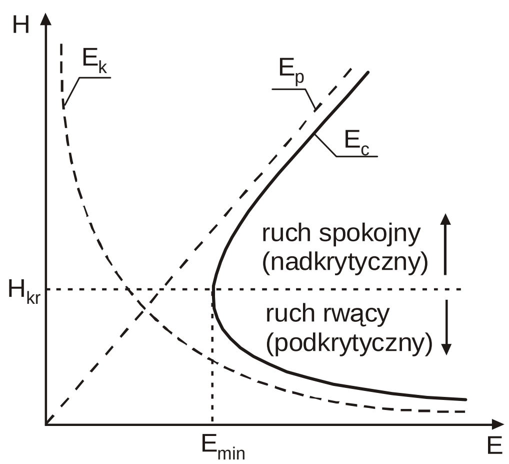
2 Wyznaczyć krzywą natężenia przepływu Q=f(H) dla koryta betonowego prostokątnego o szerokości 1 metra i spadku 0.4 $^{o}/_{oo}$.



3 Obliczyć wydatek koryta wielodzielnego. Koryto główne pokryte jest kamieniami. Tereny zalewowe pokryte są roślinnością trawiastą. Na odcinku 1 km zwierciadło wody opada o 1 metr.



Ruch krytyczny w kanałach otwartych – ruch w którym przy stałym przepływie Q energia strumienia osiąga wartość minimalną E_{min} (lub przy stałej energii strumienia E przepływ osiąga wartość maksymalną Q_{max})



$$E_c = H + \frac{\alpha Q^2}{2gA^2} = E_p + E_k$$

Równanie ruchu krytycznego

$$\frac{A^3}{B} = \frac{\alpha Q^2}{g}$$

Q – natężenie przepływu, [m^3/s]
A - powierzchnia przekroju, [m^2]
B - szerokość [m]

- ruch nadkrytyczny (spokojny):

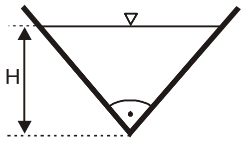
$$\frac{A^3}{B} > \frac{\alpha Q^2}{g} \quad \text{lub} \quad Fr = \frac{V}{\sqrt{gH_{sr}}} < 1$$

- ruch podkrytyczny (rwący):

$$\frac{A^3}{B} < \frac{\alpha Q^2}{g} \quad \text{lub} \quad Fr = \frac{V}{\sqrt{gH_{sr}}} > 1$$

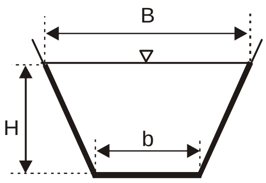
Fr – liczba Froude'a
H_{sr} – głębokość średnia w przekroju

***4 Sprawdzić jaka forma ruchu burzliwego wody występuje w korycie o przekroju poprzecznym w kształcie trójkąta równoramiennego i nachyleniu skarp* 1:1.**



Dane:
H = 1.0 m,
Q = 10 m^3/s, α = 1.0

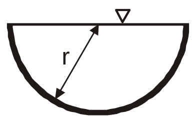
5 Obliczyć głębokość i prędkość krytyczną wody płynącej w korycie o przekroju trapezowym. Jaki jest spadek kanału jeśli współczynnik szorstkości wg Manninga wynosi n?



Dane:
b = 4.0 m, B = 10 m
Q = 49.5 m^3/s, α = 1.1
n = 0.025 m$^{-1/3}$s

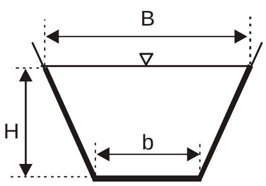
Zadania dodatkowe

1 Obliczyć wydatek wody w półkolistym kanale betonowym. Spadek dna kanału wynosi 8 cm na 1 km.



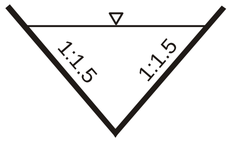
Dane:
r = 1 m

2 Obliczyć spadek dna, przy którym kanał trapezowy wykonany z cegły zapewni wydatek Q = 6 m^3/s.



Dane:
b = 1.4 m, B = 5 m,
H=1.2 m, Q = 6 m^3/s

3 Obliczyć głębokość i prędkość krytyczną wody płynącej w korycie o przekroju w kształcie trójkąta równoramiennego i nachyleniu skarp 1:1.5. Jaki musi być spadek kanału o wsp. szorstkości n=0.025 m$^{-1/3}$s.



Dane:
Q = 9 m^3/s, α = 1.1
n = 0.025 m$^{-1/3}$s