

## A gravitációról és a nehézségi erőről, a tehetetlen és súlyos tömeg azonosságáról

Mindennapi tapasztalatunk az, hogy sok fizikai jelenségben szerepet játszik a testek anyagmennyisége. A testek tömegét természetes módon az anyagmennyiségükkel arányosnak tekintjük, annak kifejezésére használjuk. (tömeg = sűrűség \* térfogat)

A súly pedig valami olyan, amit érzünk, ha például a testet a kezükbe vesszük. Nyilván az érzékelt súly szintén arányosnak mutatkozik az anyagmennyiséggel.

Hétköznapi szóhasználatunkban éppen ezért sokszor keveredik a tömeg és súly fogalma, súlyról beszélünk, de kg-ot mondunk.

A fogalmak tiszta használata ellenében hat az is, hogy a mérlegeink tulajdonképpen súlyt mérnek, de a skálájuk tömegegységeket tartalmaz. (Mérlegeink a testek súlyát hasonlítják össze, az általuk okozott forgatónyomatékok lapján.) A minden napi életünkben ez nem okoz zavart, mert az iskolában tanult fizikából már tudjuk, hogy a nyugalomban lévő testek esetén a súly „csak egy 10-es szorzóval tér el a tömegtől”. ( $F_{\text{súly}} = F_{\text{ny}} = G = mg$ ) Az, hogy mértékegységük eltérő (kg ill. N), csak a fizikát „tudókat” zavarja néha.

A fogalmak tisztázásának szükségességét az űrutatásban tapasztaltak is indokolják, mivel szinte már „mindennapi gyakorlattá válik” az űrutazás, lassan már nem csak a „hivatásos” űrhajósoknak is.

A Holdon járt űrhajósok esetén, mindenki elfogadta, hogy azért „ugráltak” ott, mert a szokásos erő kifejtésükkel (amire izmaink képesek) a földinek 1/6-át kitevő gravitációs erőt kellett csak legyőzniük. Mindenki látott már a súlytalanság állapotában „úszkáló” űrhajósokat. Senki nem gondolja, hogy a súlyukkal egyetemben a tömegük is csökkenne ezekben az esetekben, mert az anyagmennyiségük szemmel láthatóan nem csökken.

Newton óta tudjuk, hogy a mozgás megváltozásával (a gyorsulással) szembeni ellenállás a testek alapvető tulajdonsága, ezt hívjuk tehetetlenségnek. Azt mondjuk, hogy a tehetetlenség mértéke a tömeg.

A súly kialakulásában a gravitáció játszik szerepet, ahol a mozgás (gyorsulás) alapesetben nem jelenik meg, nyugalomban lévő testek súlyáról szokás beszélni.

**Súlynak nevezzük azt az erőt, amelyet a gravitációnak kitett test fejt ki az őt tartó másik testre.**

Kézenfekvőnek tűnik tehát, hogy a súly egyenlő a testre ható gravitációs erővel.

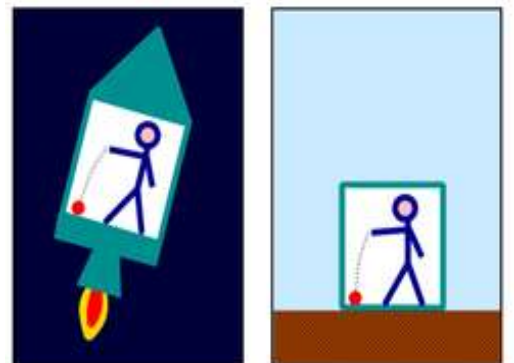
A gravitációs erő nagysága függ a test anyagmennyiségétől, a tömegétől. **De vajon biztos, hogy pontosan ugyanaz az anyagmennyiségtől függő érték jelenik itt meg, mint a tehetetlenségnél?** Persze rá mondhatjuk, hogy természetesen, de azért ezt illene tudni valahogyan be is bizonyítani!

- Egy test gyorsítása során fellépő tehetetlenség mértékét tehetetlen tömeggel ( $m_t$ ) szokás jellemezni.
- A gravitációs kölcsönhatásban egy testet jellemző tömeget súlyos tömegnek ( $m_s$ ) nevezzük.

A mindennapi életben is sokszor emlegetett relativitáselmélet (pontosabban az általános relativitáselmélet) egyik alapfeltevése az, hogy a súlyos tömeg és tehetetlen tömeg megegyezik egymással. (Az általános relativitáselmélet a gravitáció Albert Einstein által 1916-ban közzétett elmélete.)

Einstein arra alapozta az elméletét, hogy egyetlen kísérlet sem tud különbséget tenni lokálisan a homogén gravitációs tér és az egyenletes gyorsulás között. (ekvivalencia-elv)

Einstein az ekvivalencia-elv szemléltetésére egy gondolat-kísérletet talált ki. Vegyünk egy rakétát a világűrben, távol más testektől és teljesen elszigetelve a külvilágtól. Ha bekapcsoljuk a hajtóműveket (elkezdjük gyorsítani), akkor a benne levő tárgyak ellenkező irányú gyorsulást kapnak. A rakétában levő megfigyelő az ekvivalencia-elv szerint nem tudja megállapítani, hogy homogén gravitációs mezőben van, vagy pedig a hajtóművek dolgoznak.



Az ekvivalencia –elv teljesülésének alapja a kétféle tömeg azonos volta, melyek egyezőségét Eötvös Loránd bizonyította be torziós ingája segítségével.

A hogyanhoz előbb azonban ismerjük meg, hogy miként is jelenik ez meg itt a Földön, tisztázzuk, hogy tulajdonképpen mi is a kapcsolat a gravitációs erő és a nehézségi erő (súly) között?

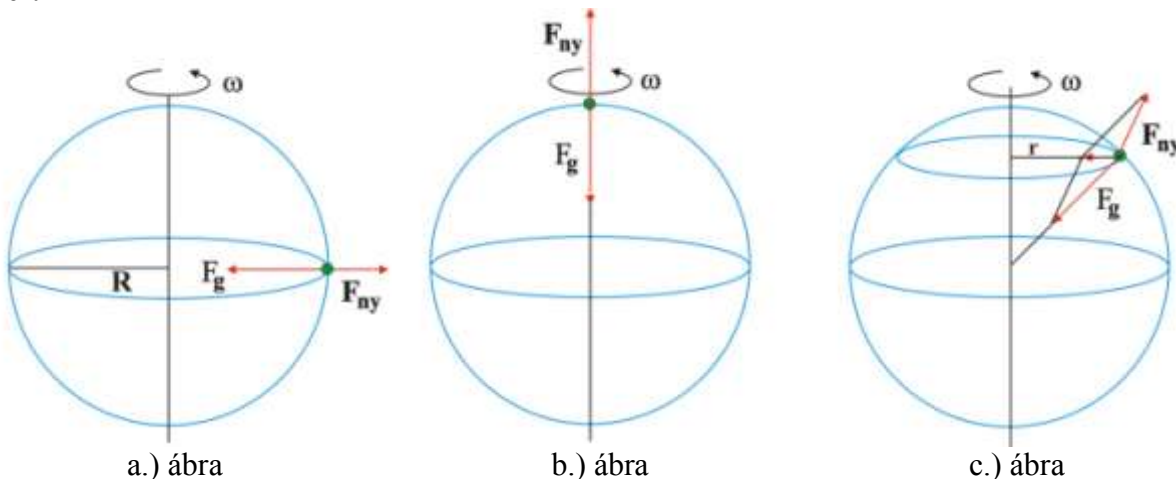
### A gravitációs erő és a nehézségi erő kapcsolata

A nehézségi erő és a gravitációs erő nem ugyanaz. A nehézségi erő a gravitációs erő következménye, de a Föld forgása miatt nem egyezik meg vele.

Nhézségi erőnek azt nevezzük, amit a szokásos módon  $G = mg$  alakban számolunk ki, aminek a nagyságra vele megegyező, a felszínen nyugvó testre ható nyomóerő az ellenereje. Itt a  $g$  értéke azonban, mint tudjuk, a földrajzi helytől függ! (Lásd a szabadesésnél!)

Miért

is?



Tekintsünk egy testet, amely az egyenlítőn fekszik. Erre a testre a gravitációs erő, amely a test  $m_s$  súlyos tömegével arányos ( $F_g = f \cdot \frac{M}{R^2} \cdot m_s$ ), és a talaj nyomóereje ( $F_{ny}$ ) hat. [a.) ábra]

Ez a test a talajhoz képest nyugalomban van, ugyanakkor a Földdel együtt körmozgást végez. Így a mozgásegyenlet  $F_g - F_{ny} = m_t \cdot a_{cp} = m_t \cdot R \cdot \omega^2$  ami tehát a test tehetetlen  $m_t$  tömegével arányos.

A nyomóerő és így a nehézségi erő  $G = m_s g = F_{ny} = F_g - m_t \cdot a_{cp}$

Nagyságuk nem sokban különbözik, mivel az egyenlítő pontjainak centripetális gyorsulása ( $R = 6380$  km,  $T = 24$  óra = 86400 s)  $a_{cp} \approx 0,034$  m/s<sup>2</sup>, s irányuk azonos.

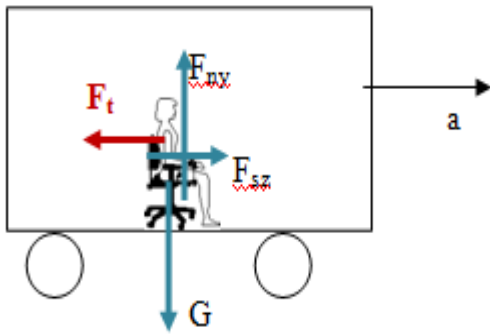
Az Északi és a Déli sarkon, ahol az ide helyezett (pontoszerű) test nem végez körmozgást, a gravitációs erő megegyezik a nehézségi erővel. [b.) ábra  $a_{cp} \approx 0$  m/s<sup>2</sup>]

Általában a nehézségi erő és a gravitációs erő iránya is különbözik. A körmozgás miatt a gravitációs erő és a nyomóerő eredője a kör középpontjába irányul. [c.) ábra]

Fenti gondolatmenetünkben a Földet és a rajta nyugvó testet kívülről (inercia-rendszerből) tekintettük, de vajon mit érez, érzékel a Föld felszínén nyugvó megfigyelő, kísérletező?

Ehhez egy kis kitérőt kell tennünk, mert a forgó Föld nem tekinthető inercia-rendszernek, tehát benne a megszokott formában nem érvényes Newton I. és II. törvénye.

Gondoljunk egy gyorsuló mozgást végző (induló) vonatra, amelyben az ülő ember, ha nem lenne a szék támlája illetve az általa kifejtett  $F_{sz}$  erő, akkor a vonat mozgásával ellentétes irányba elmozdulna, gyorsulna. Ha van az  $F_{sz}$  erő, ami megakadályozza test „hátracsúszását”, a vonathoz viszonyított nyugalmi helyzet fenntartását, akkor viszont az erők eredője már nem nulla!



Ha szeretnénk a „jól megszokott” Newton törvényeket továbbra is használni, akkor fel kell tételeznünk egy az  $F_{sz}$  erővel azonos nagyságú, vele ellentétes irányú  $F_t$  erő létezését. A széken ülő ember úgy érzi, hogy ez az  $F_t$  erő „préseli” őt bele a székbe. Ez az erő viszont egy fiktív erő, valójában nem létezik, mert nincs olyan test, amely ezt kifejtene! A fizikát szerető utasnak azért van rá szüksége, hogy elmondhassa „Newton törvényei most is érvényesek”. A külső megfigyelő természetesen azt mondja, nincs itt semmi  $F_t$  erő, hiszen az embert a szék által kifejtett  $F_{sz}$  erő kényszeríti a vonattal való együttmozgásra.

Teljesen hasonló a helyzet, ha az ábrán jelzett „a” gyorsulás a külső megfigyelő szerint centripetális gyorsulás, azaz az egész kocsiszekrény körpályán mozog, az  $F_{sz}$  erő a kör középpontja felé mutat. (Centripetális erő)

A bent ülő természetesen most is „esküdni fog” az  $F_t$  erő létezésére, hisz szerinte ez kell az ő nyugalmanak fenntartásához. Mivel „tud” a körmozgásáról, ezért ezt **centrifugális erőnek** nevezi el.

A forgó Föld felszínén pontosan ez történik, a centrifugális erő ( $F_{cf}$ ) mint neve is mutatja a (középpontból) kifelé mutató erő, nagysága pedig  $F_{cf} = m_t \omega^2 r = \frac{m_t v^2}{r}$

A Föld kicsi szögsebessége miatt ez nagyságra nézve igen kicsi erő, főleg ha a testre ható gravitációs erővel vetjük össze. Fenti példában az egyenlítőn nyugvó 1 kg-os testre  $F_g \approx 10 \text{ N}$ , míg  $F_{cf} \approx 0,034 \text{ N}$ .

Ha azonban egy kanyarodó autóban ülő embert tekintünk, akkor ő már egy a kanyar ívéből kifelé mutató röpítő erőként fogja ezt érzékelni. A vonatkoztatási rendszerként szolgáló kocsi (ülés) Newton III. törvénye szerint a bent ülőre a centrifugális erővel megegyező nagyságú, ellentétes irányú erővel hat. Például az 50 m-es sugarú körpályán 20 m/s sebességgel kanyarodó utóban lévő 1 kg-os testre már  $F_{cf} \approx 8 \text{ N}$  nagyságú. Az autóban ülő személy ezt úgy érzékeli, hogy belepréselődik az ülésbe, illetve az oldalfal felé.

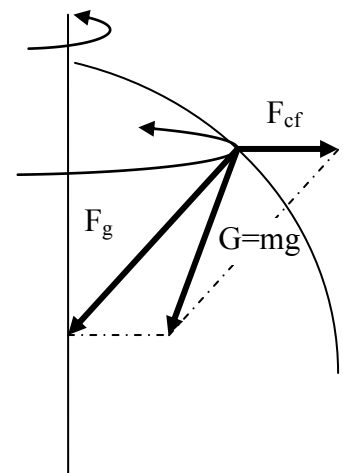
**A Földdel együtt mozgó megfigyelő számára a nehézségi erő a testre ható gravitációs erő és a centrifugális erő eredője.**

Ez azt jelenti, hogy az egyenlítő és a sarkok kivételével a nehézségi erő (és a gyorsulás) nem pontosan a Föld középpontja felé mutat!

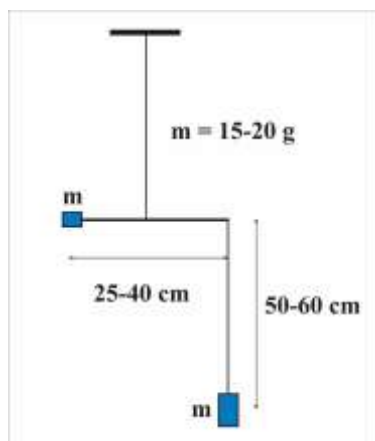
A nehézségi erővel azonos nagyságú, de vele ellentétes irányú nyomóerő mindig a felületre merőleges erő, tehát tulajdonképpen az adott helyen a függőleges illetve a vízszintes irány kijelölője. Ez első közelítésben az elméleti Föld alakot is meghatározza, ami tehát nem tökéletes gömb, hanem lapított. (Ha a Földet „sima felületű billiárd golyónak” képzeljük.)

Az is megfontolást igényel, hogy vajon mennyire igaz az, hogy a Föld a gravitációs erő szempontjából úgy kezelhető, mintha az egész tömege a középpontjában összpontosulna. Bizonyára helyes feltételezés lenne, ha nem a felszínén (vagy ahhoz közel) vizsgálnánk a testekre ható nehézségi erőt, gravitációt. Ha a Földet kisebb, mondjuk azonos térfogatú egységekre bontanánk, akkor nyilvánvaló, hogy a megfigyelőhöz közelebbi elemek vonzóereje nagyobb lenne, mint a távolabbiaké. (Lásd a Hold hatása miatt fellépő árapály jelenségnek!!)

Még inkább eltérő lenne a gravitációs erő, ha az egyes részek sűrűsége is eltérne, azaz tömegükben különböznenek. Nyilvánvaló tehát, hogy a Föld (de bármely más égitest) felszínén (környezetében) tapasztal-

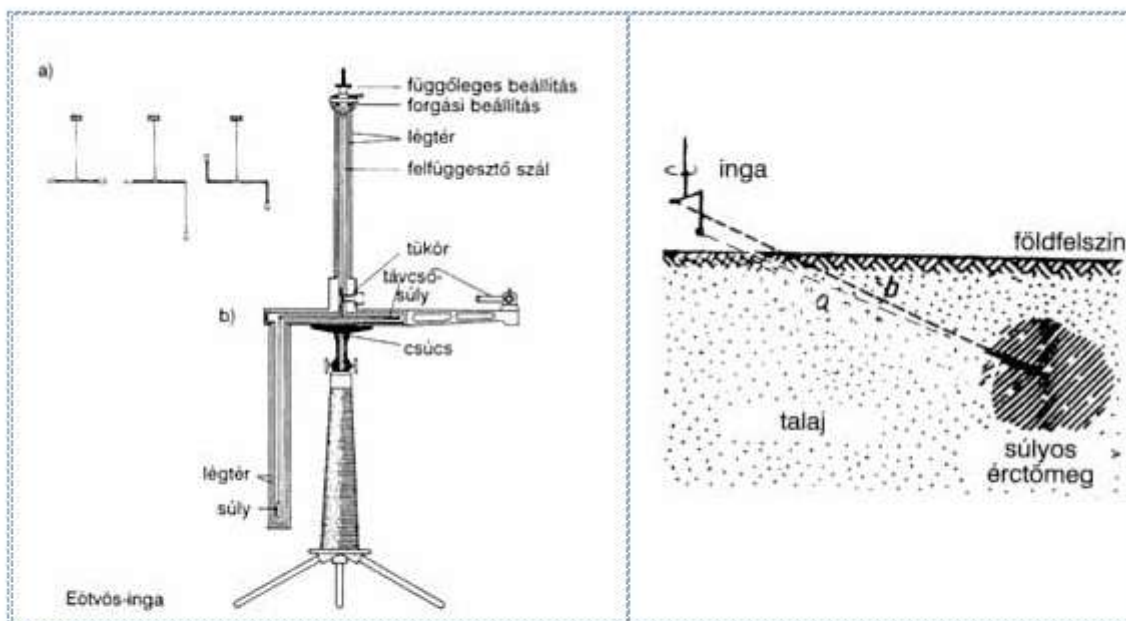


talható gravitációs mező inhomogén, a mérhető gravitációs erő helyről helyre kis mértékben, de változik. A gravitációs (illetve a nehézségi) erő helyi változásainak mérésére szolgáló eszközt alkotott meg **Eötvös Loránd**. Abból indult ki, hogy torziós ingájának karjain elhelyezett azonos tömegű és anyagú testek esetén az erők kis eltérése miatt a torziós szálon forgatónyomaték hat, az inga elfordul. Egy nagyobb sűrűségű képződmény, vagy éppen fordítva, egy üreg jelenléte másképp hat a torziós szálon függő egyik, ill. másik platinatömegre és így a torziós szál elfordulását eredményezi. Mivel adott helyen nem ismert a tényleges alaphelyzet (hatás mentes eset), ezért többféle irányba beállított inga helyzetekből (elfordulási szögeiből) lehet kikövetkeztetni a nehézségi erő helyi változásait.



Az Eötvös-inga torziós inga alkotórészei:

- igen vékony platina-irídium torziós szál
- alumínium rúd, a végein
  - o platina henger és
  - o dróton függő platina henger ( $m \approx 15-20 \text{ g}$ )



#### 4. ábra

- a) A torziós szálon függő kar és a rajta elhelyezett súlyok lehetséges elrendezései
- b) Az Eötvös-féle torziós inga általános elrendezése
- c) Érckeresés elve a torziós ingával

Amennyiben helyről helyre pontosan ismernénk a nehézségi erő változásait, pontos értékeit, akkor ezekből a Föld tényleges alakjára is következtetni lehetne. Természetesen ma már a keringő műholdak pályadataiból, méréseiből számítják a Föld alakját. ([erről itt olvashat többet](#))

Eötvös Loránd ingája nem csak a nehézségi erő helyi változásainak felderítésére adott módot, hanem arra is, hogy kétféle tömeg azonosságát bebizonyítsa, mivel a nehézségi erő két összetevőjében mindkét tömeg megjelenik, mint fentebb láttuk.

A kísérlet azon alapul, hogy egy testre a Földön ható nehézségi erő a gravitációs és a centrifugális erő eredője. A kétféle módon értelmezett tömeg szerint a gravitációs erő a test  $m_s$  súlyos (gravitáló) tömegével, a centrifugális erő pedig a test tehetetlen  $m_t$  tömegével arányos. Emiatt a nehézségi erő iránya függ a két tömeg hányadosától.

Ha tehát két különböző testre vonatkozólag a két tömeg hányadosa nem lenne ugyanaz, akkor a test súlyának iránya különböző lenne. Eötvös a következő készüléket szerkesztette meg: igen érzékeny torziós inga vízszintes rúdjának egyik végére platina hengert, másik végére pedig különböző anyagú testeket pl. rézhengert, parafát stb. helyezett. Az eszközt úgy állította be, hogy a rúd kelet-nyugati irányba mutasson. Ha az testekre ható nehézségi erők iránya különbözne egymástól, akkor a rúdra forgatónyomaték hatna. Azonban az elfordulás az inga egyetlen helyzetében nem észlelhető. Ha a készüléket függőleges tengelye körül  $180^\circ$ -kal elforgatjuk, akkor a két test helyecseréje miatt a forgatónyomaték - ha egyáltalán van - ellentétes irányúvá válik, és ezért az inga egyensúlyi helyzetének meg kell változnia. Ilyen változást azonban nem sikerült kimutatni! Műszerének mérési hibahatárán belül, 20 milliomod pontossággal a két tömeg azonosnak bizonyult (1890)! 1908-ban 500 milliomod pontosságig jutott el Eötvös, ma már az egyezés tekintetében  $1 : 100\,000\,000\,000$  pontosságnál tartanak.

Még egy kis adalék a forgó Földön tapasztalható jelenségek közül: az **EÖTVÖS- effektus**.

Az **Eötvös-effektus lényege**, hogy a föld felszínén kelet és nyugat felé mozgó vonatkoztatási rendszerekben látszólag eltérő nehézségi erő mérhető. Minthogy a Föld tömegeloszlása, valamint forgássebessége állandó, így a Földön nyugvó tárgyakra ható nehézségi erő és így a súlya is változatlan. Más a helyzet viszont a Földön mozgó testek esetében.

Miután a Föld nyugatról kelet felé forog, egy a Föld felszínén kelet felé mozgó testre nagyobb centrifugális erő hat, mint egy nyugat felé haladóra. (Saját sebessége előjelesen összegződik a Föld sebességével.) Következésképpen egy kelet felé mozgó test súlya csökken, a nyugat felé mozgóé pedig növekszik. Eötvös a jelenség kimutatására egy speciális eszközt is szerkesztett, mely lényegében egy érzékeny mérleg, melynek karjaira serpenyők helyett súlyok vannak erősítve. A mérleg forgatható állványon áll, mely egyenletesen forgatható. A mérleg forgatásakor a nyugat felé mozgó kar nehezebb, a kelet felé mozgó könnyebb lesz és a mérleg ennek megfelelően kibillen egyensúlyi helyzetéből. Ha a mérleget olyan sebességgel forgatjuk, hogy keringési ideje akkora legyen, mint a mérleg lengésideje, akkor a forgás közben fellépő impulzusok a mérlegrudat egyre nagyobb lengésbe hozzák.



A jelenség tulajdonképpen a Föld forgásának újabb bizonyítéka lett.

A Föld forgása miatt fellépő úgynevezett Coriolis-erő játszik szerepet a jelenségben, amely a fent megismert centrifugális erőhöz hasonlóan fiktív tehetlenségi erő. (Lásd hatására földrajzban a légköri áramlási rendszereket!)